Contribution au mode coronographique de la mission Darwin

Laurent Escarrat

▶ **To cite this version:**

Laurent Escarrat. Contribution au mode coronographique de la mission Darwin. Astrophysique [astro-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2003. Français. NNT : . tel-00011592

HAL Id: tel-00011592
https://theses.hal.science/tel-00011592

Submitted on 13 Feb 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS
U.F.R. FACULTE DES SCIENCES

Ecole Doctorale « Sciences fondamentales et appliquées »

THESE

Pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences
de l'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis
Spécialité : Sciences de l'Univers

par

Laurent ESCARRAT

Contribution au mode coronographique de la mission Darwin

Soutenu le 20 novembre 2003 devant le jury composé de :

M. Julien BORGNINO	Président
M. Alain LEGER	Rapporteur
M. Malcolm FRIDLUND	Rapporteur
M. Jean GAY	Directeur de thèse
M. Yves RABBIA	Co-directeur de thèse
M. Rodolphe KRAWCZYK	Examinateur
M. Glenn LUND	Invité

« Il y a d'innombrables Soleils, et d'innombrables Terres
sont en orbite autour de ces Soleils, à la manière des
sept planètes de notre système. Nous ne voyons que les Soleils,
car ce sont les corps les plus grands et lumineux, mais leurs planètes
nous sont invisibles car elles sont plus petites et sombres.
Les innombrables mondes dans notre Univers ne sont ni plus
ni moins habités que notre Terre. »

Giordano BRUNO, « De l'infinito universo e mondi », 1584

Remerciements

Avant d'entrer dans le « vif du sujet », je tiens à remercier certaines personnes qui m'ont formé, aidé, soutenu ou qui, tout simplement, m'ont témoigné une amitié sincère.

J'ai souhaité que mon jury reflète, à travers chacun de ses membres et bien au-delà de son rôle de décision, les étapes essentielles de mon évolution dans ce métier.

Alain Léger et Malcolm Fridlund, mes rapporteurs, sont à mes yeux les personnes clés de la mission Darwin. Je souhaite les remercier d'avoir trouvé le temps nécessaire, dans leur emploi du temps chargé, d'analyser mon travail.

Julien Borgnino, mon président de jury, fut l'un de mes professeurs. Je voudrais le remercier de sa contribution à mes débuts à Alcatel Space ainsi que de sa présence le jour de ma soutenance.

Glenn Lund, invité, dirigea mes deux premiers stages à Alcatel et contribua à me transmettre le « virus Darwin ». Ainsi je le remercie d'avoir accepté de prendre place dans le jury.

Jean Gay, mon directeur de thèse, m'offrit l'opportunité de réaliser une thèse dans le cadre de la mission Darwin, me permettant par là même de poursuivre mon « aventure darwinienne » après mes deux stages. Je le remercie donc pour sa contribution essentielle.

Rodolphe Krawzcyk, responsable de ma thèse à Alcatel, suit mon parcours depuis le premier jour. Nos discussions (sur la plage…) m'ont beaucoup appris. Je le remercie sincèrement pour sa présence et pour la grande confiance qu'il m'a témoigné, dans les bons comme dans les mauvais moments…

Yves Rabbia, mon co-directeur de thèse, est l'homme par lequel tout est arrivé ! Grâce à lui, j'ai trouvé ma voie en côtoyant l'instrumentation astrophysique dès la Licence de Physique. Constamment à mes côtés depuis lors, je n'ai cessé d'apprendre à son contact. Je remercie donc chaleureusement mon « père instrumental » pour les week end et les nuits passés ensemble (à travailler !), pour son enseignement, pour nos rires et nos disputes si chères.

Mon aventure, marquée aujourd'hui par l'obtention du doctorat, a débuté bien avant ma thèse, lors de mon premier stage à Alcatel Space. Je tiens donc à remercier Eric Thomas, Glenn Lund, Thierry Viard et Sylvie Robbe, ces personnes de la « première heure » qui ont su me montrer l'ambition de ces nouvelles missions spatiales et qui m'ont, par là même, insufflé la Passion.

Le chemin menant au doctorat a été jonché de nombreux obstacles. Je souhaite souligner l'aide précieuse d'Olivier Laurain, Florent Deleflie, David Coulot, Cyril Degrelle et Stéphane Garin.
Processeur fondu, carte mère grillée, disque dur cuit, écran hors-service… J'ai rapidement abandonné le décompte astronomique des problèmes informatiques survenus. Pourtant à chaque fois, alors que la situation semblait désespérée, s'est dressé David Chapeau tel un super-héros tout droit sorti d'une bande dessinée. Pour son soutien, son amitié et son enseignement, je tiens à le remercier chaleureusement.

Avec les collègues, on travaille. Mais on rigole bien aussi. Je voudrais remarquer que toutes les blagues de « potaches », imaginées durant ces années, n'auraient pas été possibles

sans la colossale contribution de Philippe Stee, David Chapeau (encore lui), Armando Domiciano, Pierre Cruzalèbes, Pierre Exertier, Cyril Degrelle et Yves Rabbia (encore lui aussi).

Un doctorat, c'est du travail, mais c'est aussi du stress, des doutes, des inquiétudes... Bref tout un éventail de sentiments synonymes de (très) mauvaise humeur. Je salue donc la patience et la compréhension de ma mère, de mon père, de ma sœur, de Nouchka et de Roxy.

La décompression fut aussi l'œuvre d'amis proches, sources de franche rigolade, de « farniente » autour d'une piscine, de soirées et parfois de coups de raquette sur la tête ! Je remercie chaleureusement Poy Poy, Cokine, Gobi, Yann et Faouzy.

En clôture de ce préambule, je tiens à embrasser tendrement Stéphanie qui, arrivée en chemin, accepta le « challenge » de me supporter dans l'épreuve… Sans vraiment savoir, je pense, ce qui l'attendait.

Table des matières

Acronymes xi

Introduction 1

I. La quête d'une *Terra incognita* 3

I.1. Il était une fois la recherche d'exoplanètes 4

I.2. Comment détecter une planète extrasolaire ? 5
I.2.1. Méthodes de détection indirectes 6
I.2.2. Méthodes de détection directes 10

I.3. Comment détecter la vie ? 16
I.3.1. Une définition de la vie 16
I.3.2. Une détection de la vie 17

II. Darwin vers la découverte d'une vie primitive 21

II.1. Les premiers pas de la mission Darwin 22

II.2. Détecter la vie : le critère H_2O – O_3 22
II.2.1. Le critère H_2O – O_3 22
II.2.2. La zone d'habitabilité 24

II.3. Détecter l'exoplanète : l'interférométrie à frange noire 25
II.3.1. Le principe de l'interférométrie à frange noire 25
II.3.2. Les contraintes observationnelles et la stratégie d'observation 27
II.3.3. La recombinaison « darwinienne » en mode Michelson 36
II.3.4. Les interféromètres et les critères de qualification 37

II.4. Les missions de Darwin 39
II.4.1. Le mode coronographique 39
II.4.2. Le mode imagerie 40

III. Darwin des défis technologiques 43

III.1. Darwin vu de l'extérieur : l'aspect d'une flottille 44
III.1.1. La configuration de Robin-Laurance 44
III.1.2. Un interféromètre formé d'une flottille de satellites 47
III.1.3. La métrologie et la stabilité de l'interféromètre 47

III.2. Darwin vu de l'intérieur : la recombinaison des faisceaux 49
III.2.1. La table de recombinaison des faisceaux 49
III.2.2. La qualité des optiques et le filtrage spatial 50
III.2.3. Les déphasages achromatiques 51
III.2.4. La séparation des énergies 51

III.3. Les développements technologiques et les missions de préparation 52
III.3.1. Les tests en orbite 52
III.3.2. Les tests au sol 53
III.3.3. Des démonstrateurs en laboratoire de l'interférométrie à frange noire 53

IV. Une cascade de CIA pour Darwin 57

IV.1. Le principe du CIA 58
IV.1.1. Approche intuitive 58
IV.1.2. Un peu de formalisme 60
IV.1.3. Aspect concret des composants du CIA 62

IV.2. La cascade de deux CIA 64
IV.2.1. Recombinaison des faisceaux avec un CIA 65
IV.2.2. Recombinaison des faisceaux avec deux CIA en série : la cascade de CIA 67

IV.3. Optimisation de la transmission énergétique de la cascade de CIA 70
IV.3.1. Canalisation de l'énergie planétaire dans une seule voie 70
IV.3.2. Calcul analytique de la transmission énergétique de la cascade 72

V. La recombinaison par cascade de CIA 77

V.1. Le formalisme utilisé 78
V.1.1. Description des pupilles considérées 78
V.1.2. Expression du taux d'extinction utilisé 78
V.1.3. Evolution des pertes d'extinction par la méthode de Monte-Carlo 80

V.2. Dimensionnement de l'architecture 82
V.2.1. Le diamètre minimum des télescopes selon la longueur de la base 82
V.2.2. Nombre requis de cascades et dimensions typiques 87

V.3. Contraintes sur le positionnement des pupilles 92
V.3.1. Décalage transversal des pupilles de sortie dans un plan commun 92
V.3.2. Décalage sur l'axe optique des pupilles de sortie 96
V.3.3. Gestion des pupilles d'entrée et de sortie de la cascade 100

V.4. Causes de dégradation de l'extinction 107
V.4.1. Dispositions relatives des CIA de la cascade 107
V.4.2. Aberrations des fronts d'onde 111
V.4.3. Différence de marche créée dans la cascade par un « tilt » en entrée 119
V.4.4. Polarisation : déphasage et rotation 122
V.4.5. Dispersion d'incidence 126
V.4.6. Biréfringence 133

V.5. Réflexions multiples 142
V.5.1. Ondes parasites annulables 143
V.5.2. Intensité parasite annulable et variable en sortie de cascade 146
V.5.3. Intensité parasite non annulable en sortie de cascade 149
V.5.4. Intensité parasite totale en sortie de cascade 150

V.6. Lumière diffusée 150
V.6.1. Diffusion d'un miroir 151
V.6.2. Diffusion dans le train de miroirs de la flottille de satellites 152
V.6.3. Sources présentes dans le champ de vue 153

V.7. Transmission énergétique de la cascade : étoile et planète 153
V.7.1. Transmission énergétique maximale pour la planète 154
V.7.2. Réduction de la transmission par les réflexions de Fresnel 157
V.7.3. Chromatisme des lames séparatrices 161
V.7.4. Recombinaison des voies de sortie de la cascade 166
V.7.5. Recombinaison en mode dichroïque 174

V.7.6. Illustration des transmissions énergétiques des deux modes de recombinaison des voies de sortie 178
V.7.7. Recombinaison des voies de sortie dans le cas d'une modulation interne..... 181

VI. Intérêt du filtrage spatial 183

VI.1. Les fibres optiques monomodes 184
VI.1.1. Description d'une fibre optique à saut d'indice 184
VI.1.2. Eléments théoriques clé d'une fibre 184
VI.1.3. Profil du mode fondamental de la fibre monomode..... 185

VI.2. Le formalisme du filtrage spatial 187
VI.2.1. Notations 187
VI.2.2. L'amplitude complexe couplée 188
VI.2.3. L'efficacité de couplage et le retard de phase 188

VI.3. Part d'énergie transmise en fonction de l'obstruction centrale des collecteurs..... 188

VI.4. Part d'énergie transmise en présence d'aberrations du front d'onde ... 191
VI.4.1. Perte de transmission énergétique due au tip/tilt..... 192
VI.4.2. Perte de transmission énergétique due à la défocalisation 194
VI.4.3. Perte de transmission énergétique due à la contribution globale de l'astigmatisme, de la coma, de la coma triangulaire et de l'aberration sphérique 194

VI.5. Différence de marche introduite dans la fibre par les aberrations du front d'onde..... 196
VI.5.1. Différence de marche introduite par le piston 196
VI.5.2. Différence de marche introduite par la défocalisation 197
VI.5.3. Différence de marche introduite par l'aberration sphérique..... 197

VI.6. Chromatisme de la transmission énergétique de la fibre 198

VII. Spécifications instrumentales 203

VII.1. Sous-systèmes complémentaires optionnels en amont de la cascade .. 204
VII.1.1. Un imageur de pupilles 204
VII.1.2. Un compresseur de faisceaux et un correcteur de tilt 204

VII.2. Bilan des spécifications instrumentales de la cascade pour Darwin..... 204

VII.3. Discussion et « roadmap » 205

VIII. Nouvelles approches par les technologies émergentes . 209

VIII.1. L'optique intégrée en interférométrie..... 210
VIII.1.1. L'attrait de la technologie de l'optique intégrée en astrophysique 210
VIII.1.2. Les résultats sur le ciel 211
VIII.1.3. Le démonstrateur ESA/Alcatel Space en laboratoire 211
VIII.1.4. Les bandes spectrales d'utilisation de l'optique intégrée 212
VIII.1.5. Les fonctions de l'optique intégrée 213
VIII.1.6. Une cascade de CIA en optique intégrée..... 213

VIII.2. Les réseaux sub-lambda 214
VIII.2.1. Le principe 214
VIII.2.2. Les réseaux ZOG 215
VIII.2.3. Les profils des gradients d'indice de réfraction..... 215

VIII.3. Le CIAXE 217

IX. Le projet GENIE 219

IX.1. GENIE : un démonstrateur des technologies indispensables à l'interféromètre Darwin 220

IX.2. GENIE : une élaboration du programme scientifique de Darwin 220
IX.2.1. Rapport signal à bruit pour un disque circumstellaire 221
IX.2.2. Bande spectrale d'observation 221
IX.2.3. Lumière stellaire résiduelle due au profil d'extinction 221
IX.2.4. Rayonnement du fond radiant 222

IX.3. Une détection directe de planètes extrasolaires avec GENIE ? 222

Conclusion 225

Bibliographie 227

X. Annexes 233

X.1. Modélisation analytique d'un cube séparateur 234
X.1.1. Cube séparateur idéal 234
X.1.2. Cube séparateur imparfait 236

X.2. Modélisation de la voie œil de chat 240
X.2.1. Modélisation analytique 240
X.2.2. Modélisation par le logiciel de tracé de rayons ASAP 242

X.3. Modélisation de la voie plan-plan-plan 248
X.3.1. Disposition et orientation des miroirs 248
X.3.2. Modélisation analytique 249
X.3.3. Modélisation par le logiciel de tracé de rayons ASAP 250

X.4. Gestion des pupilles d'entrée et de sortie dans les voies œil de chat et plan-plan-plan 255

Acronymes

APS	Achromatic Phase Shifter
arcsec	seconde d'arc (1 arcsec = 4.848137 10^{-6} rad)
arcmin	minute d'arc (1 arcmin = 2.908882 10^{-4} rad)
BCM	Baseline Control Mode
CIA	Coronographe Interférentiel Achromatique
ESA	European Space Agency
ESO	European Southern Observatory
FAM	Fringe Acquisition Mode
FLUOR	Fiber Linked Unit for Optical Recombination
DAC	Degenerated Angel Cross
ddm	différence de marche
GAC	Generalised Angel Cross
GENIE	Ground based European Nulling Interferometry Experiment
HAO	High Altitude Observatory
IONIC	Integrated Optics Near-infrared Interferometric Area
IOTA	Infrared Optical Telescope Array
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LAOG	Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Grenoble
MACHO	MAssive Compact Halo Objects
MMI	Multi-Mode Interferometer
NASA	National Aeronautic and Space Administration
NOM	Normal Operation Mode
OASES	Outpost for Analysis and Spectroscopy of Exo-Systems
OHP	Observatoire de Haute-Provence
pc	parsec (1 pc = 3.085678 10^{16} m)
PSF	Point Spread Function Function
SETI	Search for Extra Terrestrial Intelligence
SMART	Small Mission for Advanced Research in Technology
TPF	Terrestrial Planet Finder
UA	unité astronomique (1 UA = 1.495979 10^{11} m)
VINCI	Very large telescope INterferometer Commisioning Instrument
VLT	Very Large Telescope
VLTI	Very Large Telescope Interferometer
WFE	Wave Front Error
ZOG	Zero Order Gratings

Introduction

L'annonce par Mayor et Queloz en 1995 de la découverte d'une planète autour de l'étoile proche de type solaire 51 Peg (Mayor et Queloz 1995) marqua les esprits et symbolisa, bien que des études aient été déjà réalisées, le début de l'ère de recherche de planètes extrasolaires. Depuis lors plus de 200 planètes ont été détectées autour de 91 étoiles.
Grâce à l'essor des nouvelles technologies, rechercher la vie dans l'Univers est le nouveau défi en vue. Deux missions spatiales ont ainsi été mises à l'étude, l'une par l'ESA[1] (Darwin) et l'autre par la NASA[2] (TPF[3]). C'est dans ce contexte que débuta mon « aventure darwinienne », par deux stages en 1999 et 2000 chez Alcatel Space lors de l'étude de pré-phase A de Darwin.
Mon travail de thèse, issue de la collaboration de l'Observatoire de la Côte d'Azur avec Alcatel Space, me permit de poursuivre la voie ainsi empruntée par la proposition et l'étude d'un système de recombinaison des faisceaux conforme aux spécifications exigées, la cascade de CIA[4].

Ce manuscrit est composé de trois parties, chacune divisée en plusieurs chapitres.

La première partie, prélude à mon sujet de thèse, regroupe l'avènement (chapitre I) et la description (chapitre II) de la mission Darwin et la progression des études associées (chapitre III).

La seconde partie est consacrée à la cascade de CIA et comprend son principe (chapitre IV) et son étude de faisabilité (chapitre V). En complément, l'emploi d'un filtrage spatial est étudié (chapitre VI) et un bilan des spécifications instrumentales répondant aux contraintes est dressé (chapitre VII).

La troisième partie considère le « futur », en décrivant les solutions apportées par les nouvelles technologies (chapitre VIII) et en présentant succinctement le projet GENIE[5], précurseur au sol de Darwin (chapitre IX).

Le travail présenté dans ce manuscrit est centré principalement sur le principe et l'étude de faisabilité de la cascade de CIA. Les chapitres correspondants, de par le nombre de sujets abordés, prennent inévitablement un aspect « catalogue », que j'espère avoir un peu atténué par l'agencement choisi.

L'ouvrage de référence de la mission Darwin est le rapport de faisabilité édité par l'ESA en 2000. Je me suis donc appuyé sur ce document pour décrire, dans le chapitre III, l'instrument d'observation et en particulier la configuration interférométrique Robin-Laurance adoptée à l'époque.
Depuis lors une nouvelle configuration, dite « bow-tie », plus efficace et au schéma de recombinaison moins complexe, a été imaginée et préférée. Le chapitre III présente donc aussi une description succincte de son principe.

[1] ESA : European Space Agency
[2] NASA : National Aeronautic and Space Administration
[3] TPF : Terrestrial Planet Finder
[4] CIA : Coronographe Interferentiel Achromatique
[5] GENIE : Ground based European Nulling Interferometry Experiment

Quoiqu'il en soit, que la configuration soit Robin-Laurance ou bow-tie, le propos de cette thèse reste inchangé, car la cascade de CIA est aussi bien compatible avec l'une qu'avec l'autre.

Chapitre I

La quête d'une *Terra incognita*

« *Un nombre infini de soleils existent ; un nombre infini de terres tournent autour de ces soleils, des êtres vivants habitent ces mondes…* ».

Giordano BRUNO

Cette intuition, pour le moins osée dans une Europe du 16e siècle soumise aux préceptes de l'Eglise, résume par ces quelques mots la réflexion de l'Homme quant à sa solitude dans l'Univers.

Ce premier chapitre, prélude à ma thèse, propose un bref voyage dans le temps et parcourt ainsi l'histoire d'une quête humaine, l'histoire d'hommes, philosophes, scientifiques ou rêveurs, qui tentent depuis des millénaires de répondre à cette question universelle, sommes-nous seuls dans l'Univers ?

I.1. Il était une fois la recherche d'exoplanètes…

Depuis que le Monde est Monde, la voûte céleste passionne l'Homme. C'est un lieu divin et adoré, source de vie, tressant les fils de la Destinée. Mais le ciel est aussi l'objet d'interrogation et d'imagination. On rêve de nouveaux mondes, naviguant autour d'étoiles lointaines. « *Il y a une infinité de mondes, semblables au nôtre ou différents. Dans ces mondes il y a des créatures vivantes et des plantes et d'autres choses encore que nous voyons dans ce monde* », écrivit Epicure (300 avant J.C.).

Philosophie, Religions, Science, l'Homme se tourna durant des siècles vers le mode de pensée dominant son époque… Sans grand résultat, faute de connaissances et d'avancées scientifiques suffisantes. Survolons la phase de découverte de notre Système Solaire et voyageons directement jusqu'au 20^{e} siècle, théâtre des premiers pas de la recherche de planètes extrasolaires.

En 1931 Berman annonce pour la première fois la découverte d'une naine brune ($\approx$ 45 $M_{Jupiter}$). Six décennies s'en suivent, où se succèdent annonces de détection de corps peu massifs hypothétiques, controverses, infirmations et scepticisme d'une partie de la communauté scientifique.
Ces balbutiements perdurent jusqu'à l'annonce en 1995 de la découverte d'une planète extrasolaire autour de l'étoile 51 Peg par Mayor et Queloz (Mayor et Queloz 1995), confirmée par Marcy et Butler (Marcy et Butler 1998).

Dans le même temps, la question de la vie dans l'Univers est abordée par les théoriciens, des idées se développent et des programmes dédiées à sa détection apparaissent. Dans les années 50, Drake traite de façon statistique la présence de la vie dans l'Univers en calculant le nombre de civilisations suffisamment avancées technologiquement pour communiquer (Drake 1950). L'« équation de Drake » ainsi appelée s'écrit :

$$N_{civil} = N_{étoiles}\, f_{planètes}\, f_{habit}\, f_{vie}\, f_{techno}\, \frac{t_{civil}}{t_{étoile}} \qquad (I\text{-}1)$$

Les différents facteurs élémentaires sont :

N_{civil} : nombre de civilisations capables de communiquer
$N_{étoiles}$: nombre d'étoiles dans la galaxie
$f_{planètes}$: nombre moyen de planètes par étoile
f_{habit} : probabilité qu'une planète soit habitée
f_{vie} : probabilité qu'elle abrite effectivement de la vie
f_{techno} : probabilité que la vie ait évolué vers une civilisation technologique émettant des signaux dans la galaxie
t_{civil} : durée de vie de la civilisation technologique émettant des signaux dans la galaxie
$t_{étoile}$: durée de vie de l'étoile

Nous existons, N_{civil} (équation (I-1)) ne peut donc pas être nulle. Pourtant notre seul cas d'existence ne constitue pas un échantillon statistique et ne permet donc pas de conclure qu'aucun des termes de l'équation n'est nul.
En revanche si aucun terme n'est nul, le grand nombre d'étoiles dans la galaxie ($N_{étoile} \approx 10^{11}$) garanti une valeur élevée de N_{civil} , même si quelques termes restent très faibles. Ce paradoxe fut soulevé par Fermi qui demanda alors « où sont-ils ? ».

Cette analyse de bon augure encouragea les scientifiques à rechercher des planètes extrasolaires dans deux voies différentes.

La première est l'écoute du ciel, partant de l'idée qu'une civilisation avancée est « bruyante ». On cherche donc à estimer directement N_{civil} (équation (I-1)). Le programme SETI[6] (Tarter 1998) tente ainsi de détecter des signaux électromagnétiques en provenance d'autres planètes dans le domaine des ondes radio.
Depuis sa création, le projet SETI n'a détecté aucun signal extra-terrestre. Mais la tâche est ardue car on ne sait ni où, ni quand, ni à quelles longueurs d'onde sonder. De plus comment interpréter l'absence de résultats. N'y a-t'il personne ? Les civilisations émettent-elles dans d'autres bandes de fréquences ou sont-elles tout simplement silencieuses ? En effet il est raisonnable de penser que, de par l'essor des transmissions de l'information par fibre optique, la quantité de signaux électromagnétiques non aléatoires émis par la Terre devrait décroître … Ce qui diminue considérablement la probabilité de la détecter.

La seconde voie empruntée par cette recherche est progressive : les facteurs de l'équation de Drake seront estimés un à un. Le nombre d'étoiles dans la galaxie (premier facteur) est connu. Le nombre moyen de planètes par étoile (second facteur) est en cours de détermination grâce aux méthodes de détection indirecte et devrait être connu dans la décennie.

L'évaluation facteur après facteur de l'équation de Drake exige un travail d'observation et une technologie toujours plus « pointus ». Des interféromètres spatiaux européen (Darwin) et américain (TPF Terrestrial Path Finder) sont ainsi à l'étude et devraient permettre d'accéder aux taux d'habitabilité et d'habitation effective (troisième et quatrième facteurs). Les termes suivants sont totalement inconnus, car ils mesurent l'évolution de la vie *in situ* et demandent donc des observations très précises des objets habités.

Ce « challenge » scientifique est double. En effet découvrir la Vie sur une autre planète demande non seulement de détecter une planète, mais aussi d'analyser la présence ou l'absence de vie. Je décris ainsi dans la suite les méthodes développées dans chaque domaine.

I.2. Comment détecter une planète extrasolaire ?

Trouver la vie implique avant tout de détecter une planète. La recherche d'exoplanètes dispose de méthodes de détection variées et scindées en deux approches complémentaires :

- les méthodes de détection « indirecte » : la planète est décelée grâce aux perturbations, gravitationnelle ou photométrique, qu'elle crée sur l'étoile. Seuls les photons de l'astre parent sont collectés
- les méthodes de détection « indirecte » : la planète est directement observée

Ce chapitre rappelle les différentes techniques de détection.

[6] SETI : Search for Extra Terrestrial Intelligence

I.2.1. Méthodes de détection indirectes

La présence d'une planète à proximité d'une étoile est déductible à partir de deux phénomènes observables :

- l'étoile, affectée par la masse de la planète, décrit un mouvement de révolution autour du barycentre du système étoile-planète. Les méthodes permettant de détecter un telle trajectoire sont l'*astrométrie* (mesure de position), la *vélocimétrie radiale* (mesure de vitesse) et plus marginalement le *chronométrage des pulsars* (mesure de période)

- l'éclat de l'étoile varie quand un corps passe dans la ligne de visée. Les méthodes développées sont fondées sur des mesures photométriques et sont la *méthode des transits* et la *méthode des microlentilles gravitationnelles*

L'astrométrie

L'astrométrie mesure les variations de position de l'étoile sur la voûte céleste. Le mouvement propre stellaire est ainsi analysé par la projection de la trajectoire sur le ciel. L'astrométrie est dite « absolue » si la mesure est faite par rapport à un référentiel considéré comme fixe et elle est « relative » si le référentiel est en translation uniforme.

Plus la planète est massive et située loin de l'étoile, plus l'amplitude du mouvement propre de l'astre est grande, et moins une planète est difficile à détecter.
La méthode astrométrique est pour l'instant limitée aux planètes de grandes masses. Si nous observions notre Système Solaire à une distance de 10 pc, le déplacement induit par Jupiter serait de 0.5 mas alors que le déplacement provoqué par la Terre, de masse environ 318 fois moindre, ne serait que de 0.3 μas.
Or, en astrométrie, les résolutions accessibles ne permettent pas de détecter une planète tellurique de type terrestre. Deux instruments réalisent actuellement des mesures astrométriques, le VLBI dans le domaine radio avec une résolution de 100 μas et Hipparcos dans le domaine visible avec une résolution de l'ordre de la milliseconde d'arc. Des résolutions de l'ordre de 10 μas seront accessibles grâce aux futurs instruments d'astrométrie spatiaux (FAME, SIM et GAIA) (Shao 1996, Perryman et al. 1997, Danner et Unwin 1999) et permettront de détecter des planètes géantes, mais en aucun cas des planètes de type Terre.

Rappelons enfin que la trajectoire de l'étoile devient très rapidement complexe lorsque le système planétaire est multiple.

La vélocimétrie radiale

La vélocimétrie radiale mesure les variations de vitesse de l'étoile projetée sur la direction de visée. Le mouvement radial induit un décalage Doppler sur les raies de l'étoile mesurable à l'aide d'un spectromètre.

Ce déplacement radial étant périodique autour du centre de masse du système étoile-planète, l'observation doit être répétée dans le temps afin de démontrer la régularité du phénomène. Or l'amplitude des variations de la vitesse radiale est d'autant plus grande que la planète est massive et proche de l'étoile. Cette méthode privilégie ainsi la détection de « Jupiter chauds ».

Pour notre Système Solaire, vu dans le plan de l'écliptique, les vitesses radiales du Soleil induites respectivement par la présence de Jupiter et de la Terre sont de 12.5 $m.s^{-1}$ et 0.09 $m.s^{-1}$.
Les mesures de vitesse radiale d'étoiles de type solaire sont réalisées actuellement avec une précision de 10 $m.s^{-1}$. Certaines planètes, de masse avoisinant celle de Jupiter, sont ainsi détectables à quelques unités astronomiques de l'étoile. D'autres, de masse proche de celle de Saturne, peuvent être observées à une distance de l'ordre de 0.2 UA. Mais cette technique ne permet pas à l'heure actuelle de détecter des compagnons de masse inférieure à celle de Saturne et encore moins des planètes telluriques.

La majorité des planètes extrasolaires ont été jusqu'à présent détectées grâce à la méthode de vélocimétrie radiale, de masse inférieure à 13 $M_J/\sin i$, où M_J est la masse de Jupiter et i l'inclinaison de l'orbite (cf. l'encyclopédie de J. Schneider sur le site web : http://www.obspm.fr/encycl/encycl.html).

La première d'entre elles est 51 Peg B, découverte en 1995 à l'Observatoire de Haute Provence par Mayor et Queloz (Mayor et Queloz 1995). La courbe de vitesse radiale suivant le temps de l'étoile 51 Peg, autour de laquelle a été découverte la planète, est représentée par la Figure I-1.

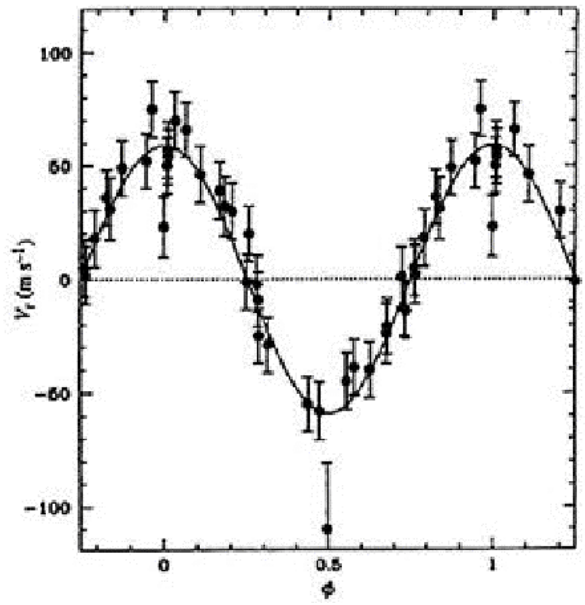


Figure I-1 – Variations de vitesse radiale de l'étoile 51 Peg qui ont permis à Mayor et Queloz de détecter pour la première fois la présence d'une planète (51 Peg B) (site web http://www.obs-hp.fr/www/nouvelles/51-peg.html)

Le chronométrage des pulsars

Un pulsar, reste de l'explosion d'une supernova, est un « phare », dont on reçoit périodiquement des ondes électromagnétiques avec une extraordinaire régularité.

Comme tout astre en présence de compagnons en orbite, le pulsar décrit un mouvement propre autour du centre de masse du système. La distance entre la source et l'observateur est alors variable, induisant un décalage progressif de l'instant d'arrivée du pulse. La précision de mesure de la fréquence du pulse peut donc être un indicateur de présence d'un ou de

plusieurs compagnons, comme par exemple autour du pulsar PSR 1257+12 (Wolszczan et Frail 1992).
La précision des chronométrages atteint l'ordre de la microseconde dans le cas de vieux pulsars, très stables à l'inverse des jeunes pulsars dont les déformations et restructurations induisent des irrégularités.

Si un pulsar avait pour compagnons les planètes de notre système solaire, la variation de fréquence de pulsation due à la présence de Jupiter serait de 250 ms, celle due à la présence de la Terre de 0.15 ms (calculs réalisés pour une inclinaison nulle des orbites). Les objets de faibles masses sont donc détectables, car la précision atteinte est largement supérieure à celle requise.

La méthode des transits

Lorsqu'un système planétaire est observé « par la tranche », une planète crée une micro-occultation lors de son transit, synonyme d'abaissement du flux de l'astre. En surveillant continûment le flux de l'étoile, il est alors possible de détecter le passage de la planète (observation d'au moins trois passages).
L'efficacité de cette méthode dépend de la probabilité de transit, de sa durée et de la diminution relative du flux de l'astre. Une planète est d'autant moins difficile à détecter qu'elle est de grande taille et proche de l'étoile. En effet la probabilité de transit dans un temps donné est dans ce cas plus élevée et les variations photométriques plus importantes.
Pour notre Système Solaire, l'occultation due au passage de Jupiter entraînerait une diminution du flux de l'étoile de l'ordre de 1% sur une période de 30 heures, le passage de la Terre une baisse de luminosité de l'ordre de 0.01% sur une période de 13 heures.

Une planète de type terrestre est donc détectable si la précision photométrique atteint 10^{-4}, ce qui est moins difficile à réaliser depuis l'espace. La Figure I-2 montre que les mesures, faites au sol au HAO[7], des variations photométriques de HD 209458 dues à un transit planétaire (Charbonneau et al. 2000) ont une précision bien inférieure.

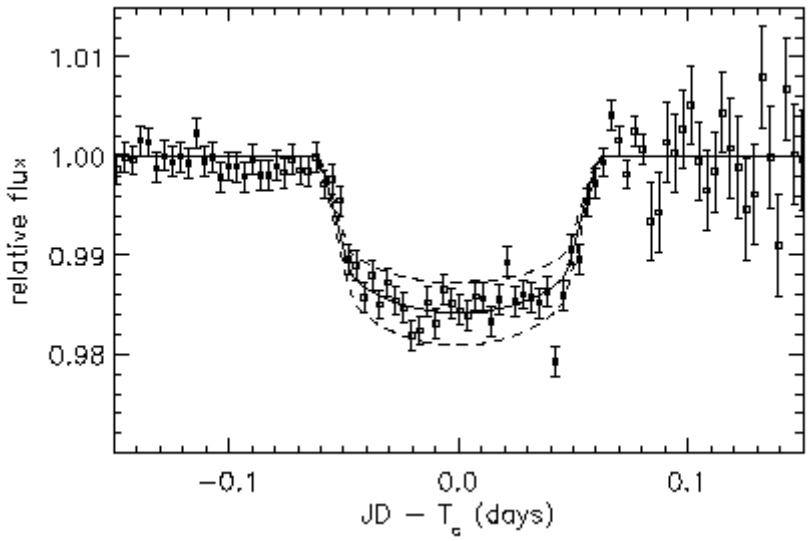


Figure I-2 – Variations photométriques de HD 209458 dues à un transit planétaire (Charbonneau et al. 2000, site web http://obswww.unige.ch/~udry/planet/hd209458.html). L'observation a été faite au sol au HAO

[7]HAO : High Altitude Observatory, Colorado USA

De plus la détection de tels transits demande d'observer simultanément et de manière continue un grand nombre d'étoiles, car la probabilité de transit devient faible dès que la distance entre l'étoile et la planète atteint 1 UA (orbite supposée des planètes telluriques à 300 K autour d'une Soleil).
L'observation doit donc non seulement être effectuée depuis l'espace avec des détecteurs de grande précision photométrique, mais aussi avec des caméras à grand champ. Ce « cahier des charges » est celui de la mission COROT (Deleuil et al. 1997, Schneider et al. 1998).

La méthode des microlentilles gravitationnelles

Le photon, tout comme la matière, subit les effets de la gravitation. Un corps massif, s'intercalant entre l'objet observé et l'observateur, est « un déflecteur », car les faisceaux lumineux passant à proximité sont défléchis d'un angle α. C'est le phénomène de lentille gravitationnelle.
Une « microlentille » désigne un déflecteur dont la masse dévie le faisceau lumineux d'un angle α inférieur à la résolution de l'instrument. Alors l'éclat d'une étoile observée est amplifiée lors du passage sur la ligne de visée de l'objet massif, invisible avec un instrument (cf. Figure I-3).

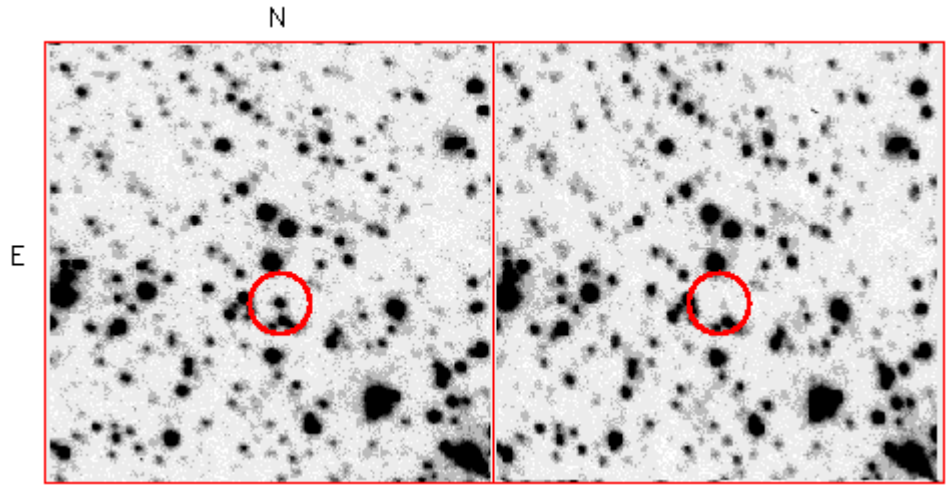


Figure I-3 – Evènement d'amplification gravitationnelle 98-SMC-01, détecté par l'équipe MACHO[8], du à un système binaire dans le petit nuage de Magellan. L'amplification, d'environ 100, est illustrée par deux images de dimension 70''×70'', l'une prise proche du pic maximum (gauche), l'autre deux jours plus tard (site web http://mplanet.anu.edu.au/MS9801.html)

Lorsque la microlentille est une étoile simple, la variation de l'intensité lumineuse de l'objet source est symétrique et centrée sur l'étoile lentille (cf. Figure I-4 en haut). En revanche si celle-ci est accompagnée d'une ou de plusieurs planètes, la courbe d'amplification perd sa symétrie et présente des artéfacts (cf. Figure I-4 en bas). L'étude de leur nombre, durée et intensité permet de déterminer la masse et la distance angulaire projetée des éventuelles planètes.

En complément, la Figure I-5 présente la simulation de l'amplification observée et la courbe d'amplification correspondante. On constate une hausse d'intensité centrale due au passage d'un corps massif, puis une seconde hausse due à la présence d'un compagnon.

[8] MACHO : MAssive Compact Halo Objects, Observatoire du Mont Stromlo, Canberra Australie

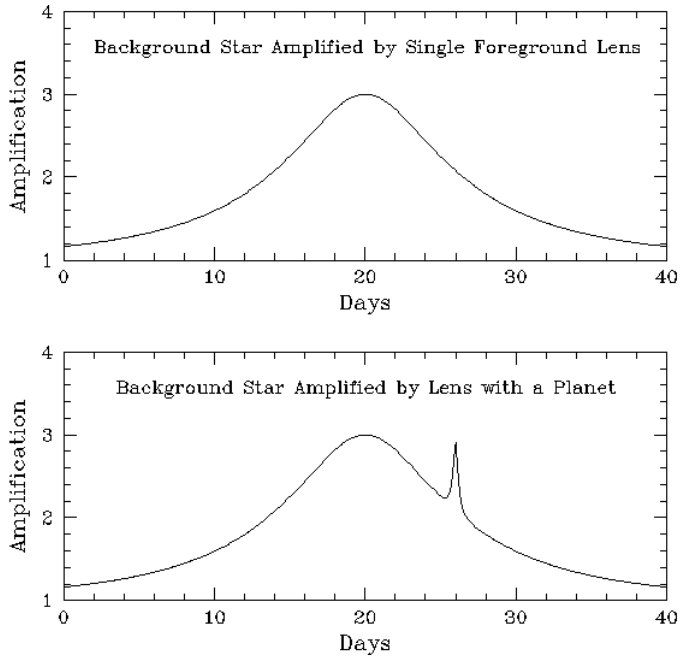


Figure I-4 – Simulation d'une amplification gravitationnelle observée suivant le temps. Le graphe du haut illustre une lentille simple, celui du bas le cas d'une lentille avec une planète géante (site web http://www.noao.edu/outreach/current/lensing_hilite.html)

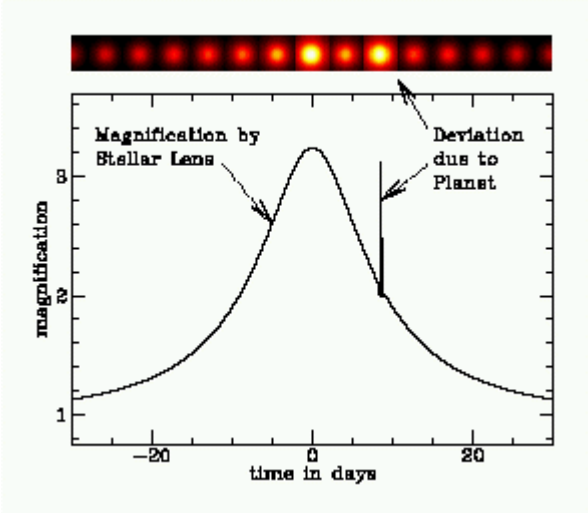


Figure I-5 – Simulation d'une amplification observée et courbe d'amplification gravitationnelle correspondante (site web : http://bustard.phys.nd.edu/MPS/)

Cette méthode permet de détecter des planètes telluriques, mais au prix d'une surveillance photométrique de haute précision. De plus l'observation doit être continue dans le temps car la durée des artéfacts est de quelques heures, ou au mieux de quelques dizaines d'heures.

I.2.2. Méthodes de détection directes

Toutes les méthodes de détection, décrites précédemment, permettent de déceler la présence d'une planète. Nous savons qu'elle existe, grâce aux perturbations gravitationnelles ou photométriques qu'elle entraîne sur l'étoile centrale, mais nous ne pouvons pas la voir.

Hormis un sentiment désagréable de frustration, nous ne pouvons pas recueillir des informations physiques sur la planète (portées par son rayonnement) comme la température de surface ou la composition de son atmosphère. Pour cela il faudrait en effet collecter les photons provenant de la planète elle-même.

Seules les méthodes de détection indirecte ont été jusqu'ici exploitées dans la recherche de planètes extrasolaires, car elles requièrent des techniques déjà existantes et ne nécessitent pas, à l'inverse des méthodes de détection directe, la création de nouveaux concepts.

Ce chapitre expose les difficultés d'une observation directe et les différents procédés développés ces dernières années.

Position du problème

La difficulté d'une détection directe de planète se résume en deux points :

- le **contraste**[9] entre l'étoile centrale et la planète est démesuré
- la **distance angulaire** sur le ciel séparant l'étoile de la planète est infime

Discerner une Terre de son Soleil dans le domaine du visible revient à voir, depuis la Place de la Concorde à Paris, un vers luisant placé à environ 35 centimètres d'un phare situé à Marseille ! (Ollivier 1999)
Dans le cas d'un système de type Soleil-Terre situé à une distance de 10 pc de l'observateur, (planète à 300 K orbitant autour d'une étoile de type G à une distance de 1 unité astronomique) :

- le contraste atteint 5 milliards dans le visible et encore 7 millions dans l'infrarouge thermique (vers 10 µm) où l'émission de la planète est maximale. Pour illustration, la Figure I-6 présente les flux comparés du Soleil, de la Terre, de Jupiter et de Uranus
- la distance angulaire séparant l'étoile de la planète est de 0.1 seconde d'arc

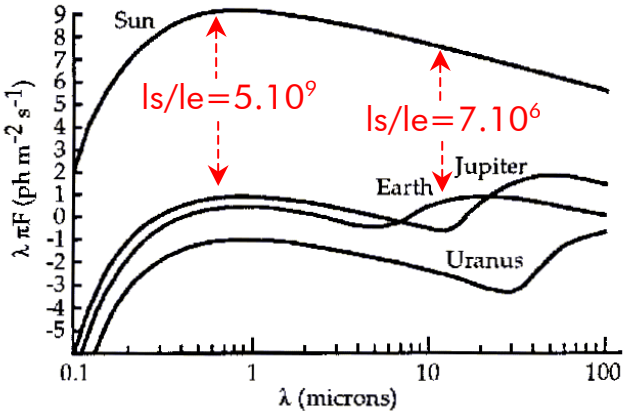


Figure I-6 – Flux du Soleil, de Jupiter, de Uranus et de la Terre

La recherche de planètes extrasolaires demande non seulement une **haute résolution angulaire**, mais aussi une très haute **dynamique** permettant de gérer le problème du

[9] contraste : rapport des flux reçus de l'étoile centrale et de la planète

contraste entre l'étoile et la planète. C'est le rôle alloué aux coronographes et aux méthodes associées.

Les procédés de détection directe

Les solutions proposées doivent répondre aux exigences de haute résolution angulaire et de très haute dynamique. Malgré ces contraintes fortes, les concepts développés peuvent être très différents.
La résolution angulaire est directement liée au diamètre du collecteur. Le choix de l'instrument se porte sur un télescope monolithique ou un interféromètre de longueur de base équivalente.
La dynamique à atteindre de l'instrument d'observation rend nécessaire l'emploi de systèmes coronographiques, qui peuvent être couplées à un système d'optique adaptative.

Cette partie présente dans les différentes techniques développées, leurs avantages et leurs limites respectives.

Le coronographe de Lyot

Ce coronographe fut inventé par Bernard Lyot (1931) dans le but d'observer la couronne solaire (Lyot 1931 et Lyot 1939) (cf. Figure I-7), puis fut appliqué à l'observation de l'environnement d'autres étoiles.

Figure I-7 – Photographie prise du Soleil avec un coronographe de Lyot en 1936 à l'observatoire du Pic du Midi (France) afin d'observer la couronne solaire

Un masque d'amplitude est tout d'abord disposé dans le premier plan image afin d'éteindre l'objet sur l'axe. En pratique, le masque focal doit au moins couvrir la tache d'Airy et les deux ou trois premiers anneaux. Puis un diaphragme d'ouverture est placé dans le plan pupille suivant, limitant ainsi les effets de la diffraction dus aux bords du premier masque.

La version stellaire de ce principe est vite limitée. En effet plus on veut observer près de l'étoile, plus le masque focal doit être petit, ce qui présente deux handicaps majeurs :

- les effets de la diffraction sont plus importants, la pupille de sortie doit être alors encore réduire afin de les éliminer
- le masque focal doit au minimum couvrir la tache d'Airy et les deux ou trois premiers anneaux, nous privant de la région dans laquelle nous cherchons précisément à observer et où la correction d'optique adaptative est la plus efficace.

De plus ce principe est limité en bande spectrale. En effet la tache de diffraction se dilatant avec la longueur d'onde, le diamètre fixe du masque d'amplitude doit donc correspondre au deuxième ou troisième anneau de la tache d'Airy de la longueur d'onde la plus grande. Les taches d'Airy des longueurs d'onde inférieures, moins étalées, sont alors trop occultées par ce masque.

Le coronographe à masque de phase

Afin d'améliorer la résolution angulaire du principe de Lyot, François et Claude Roddier (1997) ont proposé de remplacer le masque d'amplitude du plan focal par un masque de phase plus petit, introduisant une phase de π sur une fraction de la tache d'Airy (Roddier et Roddier 1997). Une grande partie de la lumière venant de l'étoile est alors éteinte par interférence destructive, rejetée à l'extérieur de la pupille géométrique puis éliminée par un diaphragme de Lyot (cf. Figure I-8).

La résolution angulaire est ainsi accrue et permet d'observer à partir du premier anneau de diffraction.

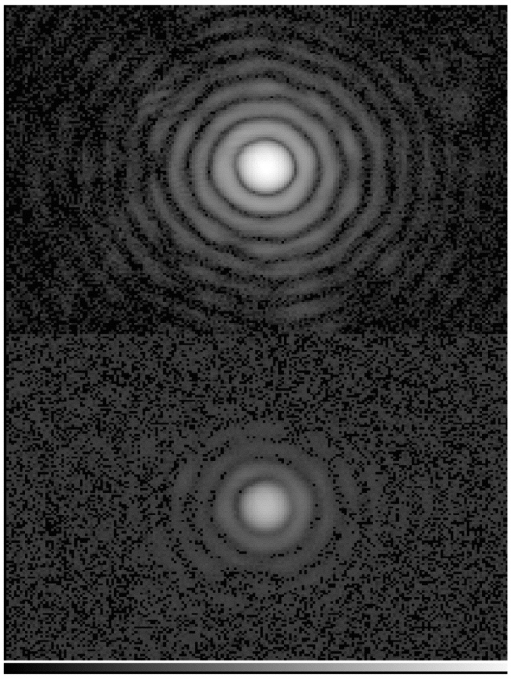


Figure I-8 – Atténuation de la tache d'Airy due au coronographe à masque de phase (Roddier et Roddier 1997). Les images du haut et du bas sont respectivement prises sans et avec le masque de phase placé dans le premier plan image

Le coronographe à Quatre-Cadrans ou FQ-FM

Comme le coronographe inventé par François et Claude Roddier, le Quatre-Cadrans (Rouan et al. 2000) utilise un masque de phase placé en plan focal. Cette fois-ci, le disque est divisé en quatre secteurs d'égales surfaces, dont deux introduisent un déphasage de π (partie a de la Figure I-9).
Les interférences destructives des quatre voies rejètent la majeure partie de l'énergie de l'étoile, placée au centre du champ, à l'extérieur de la pupille (partie d). Le diaphragme de Lyot, disposé dans le plan pupille de sortie, élimine l'énergie diffractée (partie e).

Théoriquement et dans le cas monochromatique, le Quatre-Cadrans atténue l'énergie d'étoile d'un facteur 10^8.

Un tel masque de phase demande un haut degré de réalisation. D'une part il faut minimiser les défauts de surface, comme les transitions entre les cadrans. D'autre part le masque de phase doit être achromatique afin d'élargir son domaine d'utilisation.

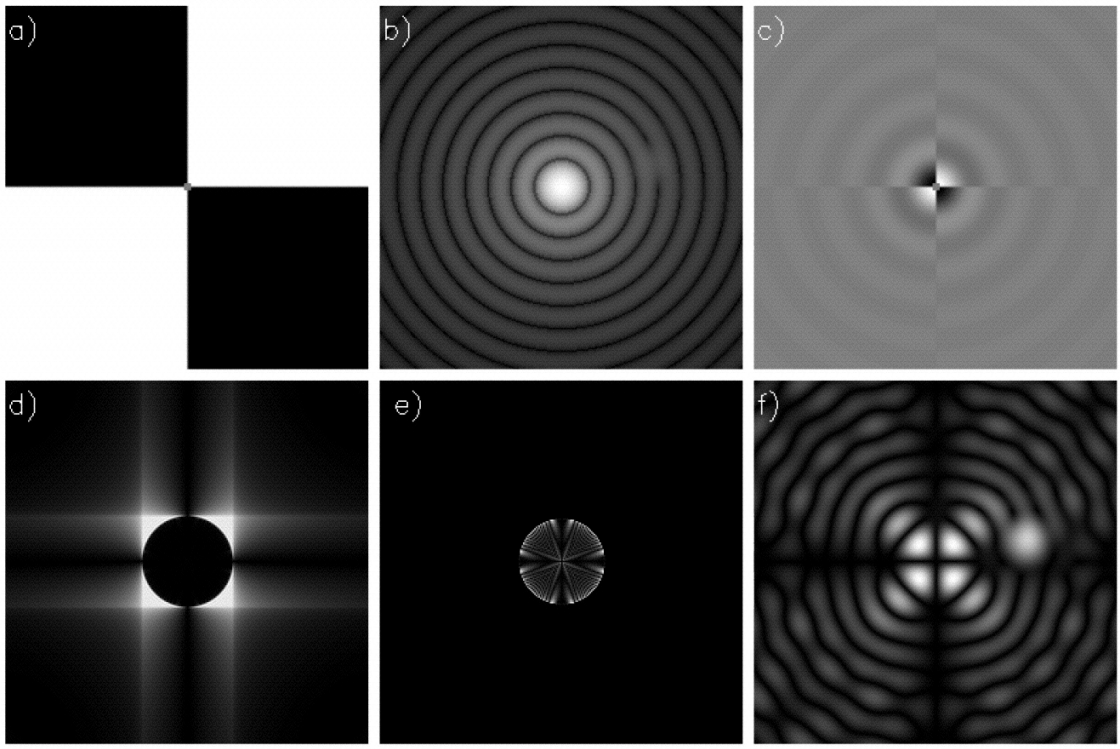


Figure I-9 – Simulation numérique (Rouan et al. 2000) de l'extinction du coronographe à 4 cadrans et la détection d'un compagnon situé à 2.1λ/D et 10^6 fois moins lumineux. (a) masque de phase où les zones noires et blanches désignent respectivement l'introduction d'une phase de π et de 0, (b) intensité de la tache d'Airy, (c) amplitude complexe de l'étoile après le masque de phase, (d) pupille de sortie, (e) pupille de sortie après le masque de Lyot de diamètre égal à 95 % de celui de la pupille, (f) image finale où l'intensité de l'étoile est suffisamment atténuée pour laisser apparaître le compagnon

Le coronographe à couteaux de phase ou PKC

Comme les deux coronographes précédents à masque de phase, le PKC (Phase Knife Coronograph, Abe et al. 2001) rejette la lumière de l'étoile, placée au centre du champ, au bord de la pupille par interférence destructive. Celui-ci exploite le principe du test de Foucault, en remplaçant le tranchant du couteau par un écran (ou miroir), dont les deux moitiés ont une épaisseur différente de λ/4, ce qui introduit un déphasage de π.
Un premier couteau, placé dans le plan image et passant par le centre de la tache d'Airy, induit, dans le plan pupille conjugué, deux « croissants » de lumière latéraux, symétriques suivant la direction du couteau (cf. Figure I-10 en bas à gauche).
En y appliquant à ce stade un diaphragme de Lyot, le plan image suivant contiendrait une pseudo tache d'Airy présentant une forte extinction dans une seule direction (cf. Figure I-10 en bas à droite). Alors un second couteau, orienté perpendiculairement par rapport au premier, est disposé dans le plan image suivant pour compléter l'extinction.

Après filtrage par le masque de Lyot dans le plan pupille conjugué, l'extinction réalisée est équivalente à celle du coronographe à quatre cadrans (cf. section précédente, Rouan et al. 2000).

Une version achromatique du PKC, nommé APKC, est aussi testée (Abe et al. 2001), élargissant son domaine d'utilisation aux bandes spectrales larges.

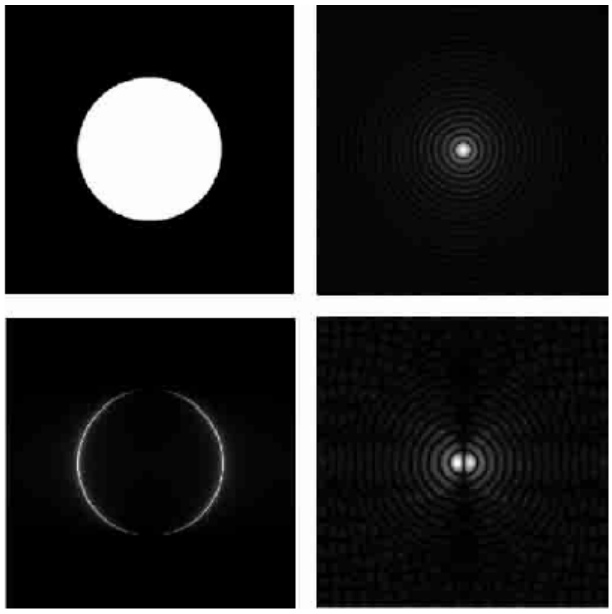


Figure I-10 - En haut : Distribution d'intensité de la pupille (à gauche) et tache d'Airy correspondante (à droite). En bas : Distribution d'intensité de la pupille après un couteau de phase (à gauche) et tache d'Airy correspondante (à droite)

Le coronographe interférentiel achromatique ou CIA

Ce coronographe étant le « cœur » de ma thèse, le chapitre IV est consacré à sa description détaillée (Gay et Rabbia 1996, Gay et al. 1997). En deux mots, le CIA est basé sur le concept de l'interféromètre de Michelson. La coronographie sur l'axe est obtenue en déphasant l'un des bras de π par passage au foyer et en retournant de 180° l'une des pupilles.

Les conclusions

Quelques conclusions s'imposent d'ores et déjà sur les limites instrumentales auxquelles nous sommes confrontés :

- les procédés utilisant un masque, tel que le coronographe de Lyot, ont une résolution angulaire insuffisante et sont limités en terme de bande spectrale (chromatisme du masque)
- l'exploitation au sol de ces coronographes est limitée par l'optique adaptative qui ne permet pas encore de corriger suffisamment la turbulence atmosphérique

Néanmoins la turbulence atmosphérique peut être exploitée par analyse de tavelures noires, présentes dans l'image d'un objet et induites par la turbulence atmosphérique. Cette méthode, proposée par A. Labeyrie sous le nom de « speckles noirs » en 1995 (Labeyrie 1995) : une succession d'images courtes poses sont prises afin de réaliser une carte des positions de ces speckles à partir d'une étude statistique.
Si le nombre de poses est suffisant, les tavelures noires recouvrent alors la totalité du champ à l'exception d'une zone où se trouve la planète. En effet le signal de la planète est toujours présent, puisque les deux rayonnements sont incohérents.

La carte des tavelures noires doit donc être extrêmement noire, afin de discerner une zone non éteinte par la présence d'une planète et faiblement lumineuse. Cette condition est très difficile à respecter en bande spectrale large, car chaque longueur d'onde possède sa propre distribution de speckles dans l'image.

Une dernière solution envisagée est l'interférométrie dite « à frange noire ». J'ai volontairement retardé jusqu'à présent la description de son principe, car celle-ci sera l'objet d'un chapitre à part entière lors de la présentation de la mission Darwin (cf. chapitre II).

I.3. Comment détecter la vie ?

La détection de planètes extrasolaires a beaucoup progressé durant la dernière décennie. Des planètes massives ont été découvertes et les contraintes, liées à la détection directe de planètes telluriques, ne paraissent plus insurmontables. Ces méthodes permettront (restons optimistes…) au mieux de démontrer la présence d'une telle planète. Il reste maintenant à déceler les traces éventuelles de la vie à sa surface.

I.3.1. Une définition de la vie

Mais avant d'espérer détecter la vie, il nous faut définir ce qui est « vivant »… Vaste question aux réponses variées suivant que l'on se tourne vers la philosophie, la métaphysique, la théologie ou la biologie.
Détecter la vie à distance exige des preuves physiques de présence de vie biologique *in situ*. Il est donc nécessaire de choisir une définition biologique de la vie, sans privilégier à priori notre forme particulière d'existence.

Pour A. Brack (Brack 1993), un système est « vivant » si les trois aspects suivants le caractérisent :

- il doit être **structuré**. En termes plus scientifiques, le système doit être négentropique[10]
- il doit être capable de se **reproduire**
- ce processus de duplication doit aboutir à une **évolution** par modification du patrimoine génétique, ou en d'autres termes permettre une adaptation de type darwinienne par exemple. Ce critère d'évolution est une condition *sine qua non*, car il permet de discerner une entité vivante d'une structure périodique simple, capable uniquement de se dupliquer et non d'évoluer (par exemple les cristaux)

Un *distinguo* est cependant nécessaire. Un virus informatique répond tout à fait à cette description d'une entité vivante. Le seul « bémol » réside dans la faible probabilité qu'une telle essence apparaisse naturellement sous la forme que nous connaissons, à base de circuits imprimés en silicium.

[10] L'entropie quantifie le désordre d'un système, la *négentropie* désigne l'entropie négative, c'est-à-dire le degré de complexité et de mise en ordre de ce système

I.3.2. Une détection de la vie

Comment exploiter la définition de la vie décrite précédemment, et par quel moyen analyser à distance leur présence sur la planète détectée ?

Le rayonnement reçu de la planète porte l'information sur la vie via des signatures spectrales. La détection, par **spectroscopie**, de certaines molécules dans l'atmosphère éventuelle de la planète observée, permet donc de conclure à la présence ou non d'activité biologique, avec plus ou moins de fiabilité selon les théories développées à partir de la définition de la vie d'André Brack.
Ces critères d'activité biologique se basent sur la recherche de différentes signatures moléculaires. Ce chapitre décrira :

- la recherche d'espèces hors équilibre thermodynamique
- le critère $CH_4 – H_2O$
- le critère $H_2O – O_2$
- le critère $H_2O – O_3$

La recherche d'espèces hors équilibre thermodynamique

Ce critère se base sur la détection de gaz hors équilibre comme le méthane CH_4 ou l'oxygène O_2.
Bien que l'atmosphère terrestre présente de grandes quantités de ces gaz (Lovelock 1965 et Lovelock 1975) dont l'origine est biologique, ce déséquilibre peut être aussi causé par un processus abiotique (i.e. non biologique). Ce critère permet donc de conclure à une activité biologique si l'hypothèse abiotique est démontrée impossible.
Sagan prouva la pertinence de ce critère en diagnostiquant la présence de la vie terrestre lors du passage de la sonde Galiléo à proximité de la Terre (Sagan et al. 1993). Il mesura non seulement la quantité de molécules de CH_4 , O_3 et N_2O, mais il montra aussi l'invalidité de l'hypothèse abiotique.

Le critère $CH_4 – H_2O$

Le critère $CH_4 – H_2O$ se fonde sur la quantité de méthane (CH_4) contenue dans l'atmosphère. Encore une fois, l'hypothèse abiotique doit être invalidée en considérant deux aspects :

- des scénarii de productions abiotiques, supposées constantes au cours du temps, induisent un rapport de mélange $[CH_4]\sim10^{-4}$ (Kasting 1997)
- sur une planète de type Terre, le rayonnement UV et la présence de molécules OH détruisent une partie de la production CH_4

Or le rapport de mélange mesuré sur Terre est $[CH_4]\sim10^{-2}$. Ainsi un rapport de mélange constant aussi élevé est révélateur d'une production continue de méthane par processus biologique.

Le critère $H_2O – O_2$

Proposé par Owen en 1980 (Owen 1980), il inspira grandement la future stratégie de détection de la vie de la mission Darwin.

Owen postule que la vie recherchée est basée sur la chimie du carbone et que les conditions propices à son existence sont :

- la présence d'eau liquide, qui est alors une condition d'habitabilité d'une planète
- la présence massive d'oxygène, qui est la conséquence d'une activité biologique

Quelle forme de vie considérer ?

Owen suppose que la **macromolécule**, à l'image de notre ADN, est le support de la vie que nous recherchons. Coder l'information grâce aux polymères, composés d'une chaîne de monomères, permet une grande quantité de combinaisons.
Plus la diversité des monomères est grande, plus l'information est riche. C'est pourquoi Owen choisit le carbone comme élément de base le plus probable car sa chimie semble la plus riche :

- celle-ci est omniprésente dans la nature
- ses formes réduite (CH_4) et oxydée (CO_2) sont stables et permettent ainsi une grande diversité de molécules

Pourquoi la présence d'eau liquide H_2O à la surface est-elle indispensable ?

L'**eau**, plus que tout autre solvant, joue un rôle déterminant lors de la synthèse de molécules de part ses propriétés chimiques (constante diélectrique élevée, etc.).
De plus l'eau joue un rôle « auto-protecteur » (Owen 1980), car elle protège indirectement la solution primitive des UV par un processus simple : les UV dissocient tout d'abord l'eau et crée de l'oxygène, puis cet oxygène produit de l'ozone par photo-dissociation et recombinaison, enfin l'ozone absorbe les UV.
La synthèse des molécules organiques n'est possible qu'en **solution**, les états solide et gazeux étant inappropriés pour ces processus (Brack 1993).

Pourquoi la présence d'oxygène O_2 est-elle nécessaire ?

Une atmosphère primitive riche en molécules oxydées et plus particulièrement en CO_2 (Gautier 1992a) induit la présence d'une grande quantité de carbone réduit (sucre (H-HCO)) provenant du CO_2 atmosphérique :

$$CO_2 + 2\ H_2O + \text{énergie} \rightarrow \text{sucre (H-HCO)} + O_2 + H_2O \qquad (I\text{-}2)$$

Ce processus de réduction du carbone est d'origine biologique, car c'est celui de la photosynthèse : l'énergie lumineuse (les photons) permet de synthétiser des sucres et de libérer une molécule d'oxygène grâce à la chlorophylle.

Cependant une production par photosynthèse constante au cours du temps ne suffit pas à obtenir une atmosphère abondante en O_2, car l'oxygène est très réactif avec son environnement (oxydation des matières organiques). Si cette production s'arrêtait, l'oxygène disparaîtrait de l'atmosphère en quelques millions d'années. Alors la planète doit aussi posséder un processus d'enfouissement des matières organiques, comme par exemple la tectonique des plaques.

La présence massive d'oxygène dans l'atmosphère ($Po_2 > 10$ mbar) d'une planète extrasolaire semble donc être la signature d'un processus efficace de production de ce gaz. Mais peut–on attribuer systématiquement son origine à une activité biologique ?

Des scenarii de production abiotique d'oxygène, dits « faux-positifs », ont été imaginés :

- la photodissociation du CO_2 : la quantité produite d'oxygène est insuffisante ($Po_2 < 5$ mbar) (Rosenqvist et Chassefière 1995).
- la photodissociation de H_2O par les UV stellaires : ce mécanisme reste peu efficace dans le cas des planètes telluriques (Chassefière 1996)
- une planète trop proche de son soleil : Le mécanisme de régulation de la température par effet de serre cesse de fonctionner et induit une quantité massive d'oxygène. Ce cas est facilement identifiable car la phase de production de ce gaz est courte (entre 100 et 300 millions d'années) et la planète se trouve à une distance orbitale significative

Le critère H_2O – O_2 semble très fiable, car l'eau et l'oxygène sont des indices pertinents de présence de la vie et les cas de « faux-positifs » sont reconnaissables.

Le critère H_2O – O_3

Les conditions propices à la vie établies par Owen ont été jugées les plus fiables, le critère H_2O – O_2 a donc été retenu. Néanmoins celui-ci a dû être adapté aux contraintes observationnelles, notamment à la bande spectrale adéquate, d'une mission telle que Darwin. Ainsi le critère H_2O – O_3 est la version actuellement exploitée du critère H_2O – O_2 et est décrit dans le chapitre II dédié à la présentation de la mission Darwin.

Les méthodes de détection indirecte ont démontré leur efficacité en révélant depuis 1996 la présence de 105 planètes confirmée autour de 91 étoiles. Cependant elles ne peuvent ni détecter des planètes de masse terrestre, car les sensibilités exigées sont à ce jour inaccessibles, ni capter le rayonnement de la planète elle-même.

Rechercher la vie sur des planètes extrasolaires de type Terre demande de développer des critères d'activité biologique et de nouvelles techniques de détection directe, conditionnées par deux contraintes :

- une haute dynamique capable de gérer le problème du contraste étoile/planète
- une haute résolution angulaire suffisante pour séparer spatialement la planète de l'étoile

Ces considérations biologiques et instrumentales sont les fondements de la mission Darwin.

Chapitre II

Darwin vers la découverte d'une vie primitive

La mission spatiale Darwin est dédiée à la détection de planètes extrasolaires de type Terre et à la recherche de vie *in situ*. Son historique est résumé dans la première partie.
Ces nouvelles ambitions scientifiques requièrent le développement de nouvelles techniques dans les domaines :

- de détection de l'exoplanète : les performances de très haute dynamique et de haute résolution angulaire (cf. chapitre I.2.2) sont fournies par l'interférométrie dite « à frange noire »
- de détection de la vie : la présence d'activité biologique sera analysé par le critère H_2O – O_3 sur des planètes situées dans une zone d'habitabilité définie autour de l'étoile parente

Ces deux aspects sont décrits respectivement dans les troisième et deuxième parties de ce chapitre.

II.1. Les premiers pas de la mission Darwin

L'Agence Spatiale Européenne (ESA) lança en 1992 un appel à concepts à la communauté scientifique afin de définir les futures missions phares, désignées sous le terme de « pierre angulaire » ou « cornestone ». Un programme, regroupant les priorités scientifiques à long terme, fut alors élaboré et baptisé *Horizon 2000 +*.

Ainsi naquit la **mission Darwin** : sous l'impulsion de Jean-Marie Mariotti et Alain Léger, une équipe de scientifiques proposa en 1993 un projet d'interférométrie spatiale infrarouge, la mission Darwin (Léger et al. 1993). Son objectif est non seulement de détecter des planètes telluriques autour d'étoiles proches et appartenant à la séquence principale, mais aussi d'analyser l'atmosphère par spectroscopie basse résolution, à la recherche d'indices de vie primitive.

Cet objectif était extrêmement ambitieux, car à l'époque, aucune planète extrasolaire n'avait encore été découverte. Le projet fut pourtant pré-sélectionné en 1994. Une première étude des performances de l'instrument fut publiée en 1996 (Léger et al. 1996) et un appel d'offre pour une étude de pré-phase A, émis par l'ESA en 1997, fut remporté par Alcatel Space.

Les conclusions de cette étude et les programmes de développement de la mission sont décrits dans le chapitre III.

II.2. Détecter la vie : le critère $H_2O - O_3$

La stratégie de détection de la vie est décrite par deux points clé :

- le critère d'activité biologique $H_2O - O_3$ révèle la présence d'une forme de vie, et fixe la bande spectrale d'observation
- la zone d'habitabilité définit la distance orbitale propice au développement de la vie

II.2.1. Le critère $H_2O - O_3$

Les raies spectrales recherchées

Les études biologiques ont sélectionné la chimie du carbone en solution aqueuse comme support de la vie recherchée. Owen proposa de détecter cette forme de vie en recherchant spectroscopiquement les molécules H_2O et plus particulièrement O_2, c'est le critère $H_2O - O_2$ (cf. chapitre I). Or les raies de l'oxygène sont dans le rouge et proche infrarouge (720 et 760 nm), domaine de longueurs d'onde où le contraste (rapport des flux) entre l'étoile et la planète est maximal (5.10^9).
Par chance le domaine de l'infrarouge thermique, dans lequel le contraste étoile-planète est minimal (7.10^6), est riche en signatures spectrales exploitables. On y trouve l'**eau H_2O** à 6-8 μm et 16-20 μm, le **dioxyde de carbone CO_2** à 15 μm et l'**ozone O_3** à 9.6 μm. Ces bandes spectrales sont larges et sont décelables avec une résolution spectrale même faible (R~20 à 100).

L'ozone indique la présence d'oxygène, car il est produit par la photodissociation de l'O_2 par les UV. L'ozone est un atout considérable, car :

- il n'y pas de signature spectrale de l'oxygène dans l'infrarouge
- sa concentration dans l'atmosphère est logarithmique en la concentration de l'oxygène (Peatzold 1962, Kasting et al. 1985, Léger et al. 1993a). Une grande amplitude de variation de la concentration d'O_2 se traduit donc par une faible variation de la concentration en O_3. L'ozone permet donc de déceler la présence d'oxygène à des époques où la concentration d'O_2 est plus faible

En conclusion l'ozone est un **traceur logarithmique de l'oxygène**, beaucoup plus facile à détecter directement que l'O_2. Le critère H_2O – O_2 cède donc la place au critère H_2O – O_3.

L'analyse spectrale de l'atmosphère d'une planète conclut à **une forte indication d'activité biologique si de l'eau H_2O et de l'ozone O_3 sont détectés simultanément et si la quantité d'O_3 observée correspond à une quantité suffisante d'oxygène O_2 (Po_2 > 10 mbar)** (cf. chapitre I). La Figure II-1, présentant les spectres de l'atmosphère de Vénus, de la Terre et de Mars (Hanel et al. 1992), montre la pertinence de ce critère :

- la présence de dioxyde de carbone confirme que ces trois planètes sont telluriques
- la présence d'eau montre que la Terre est habitable
- la présence de l'ozone montre que la Terre est habitée

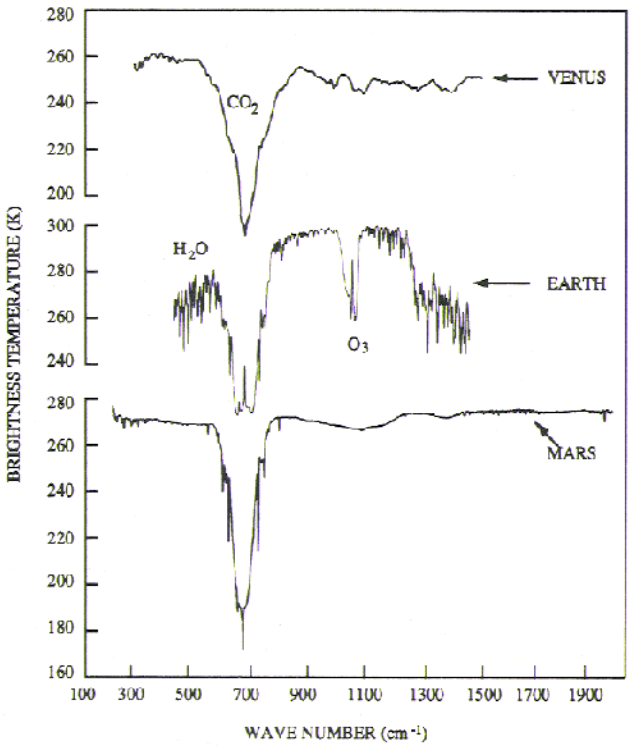


Figure II-1 – Spectres de Vénus, de la Terre et de Mars (Hanel et al. 1992) dans le domaine de l'infrarouge thermique. On distingue dans chacun des spectres la raie du dioxyde de carbone CO_2. Seule l'atmosphère de la Terre présente en plus les raies de l'eau H_2O et de l'ozone O_3

La bande spectrale d'observation

La bande spectrale d'observation est fixé entre 6 et 18 µm (infrarouge thermique), domaine de longueurs d'onde contenant les raies de l'eau de l'ozone et du dioxyde de carbone.
L'attrait supplémentaire de cette bande spectrale est que le contraste étoile-planète y est minimal (environ 10^6). Ainsi les contraintes imposées sur le mode coronographique, bien qu'extrêmement sévères, seront tout de même les plus relâchées possibles.

II.2.2. La zone d'habitabilité

La distance orbitale propice au développement de la vie paramètre la mission de détection directe de planètes de Darwin.
Pour être habitable, une planète doit posséder une température de surface qui lui permette de conserver l'eau liquide à sa surface. La zone autour d'une étoile, où ces conditions sont réunies, est appelée la *zone d'habitabilité* ou *ZH* et sa position dépend du type d'étoile considéré (cf. Figure II-2).

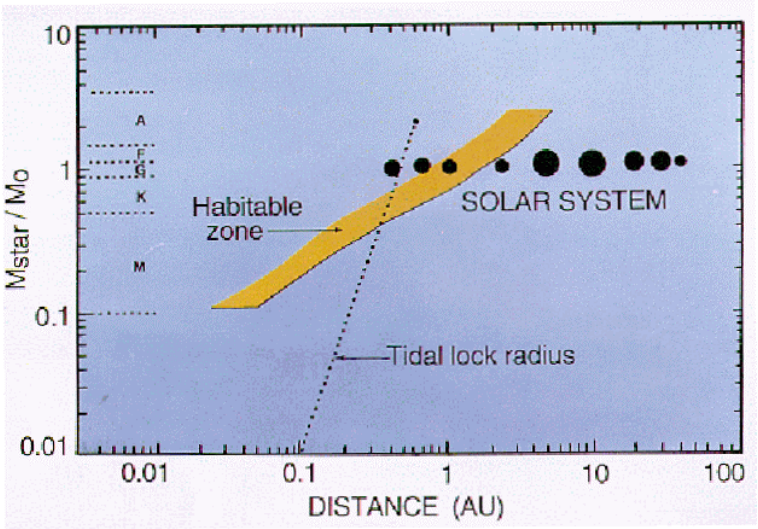


Figure II-2 – Zone d'habitabilité suivant la distance orbitale pour différentes masses d'étoiles (et donc différentes luminosités). Pour une étoile comme le soleil, la zone habitable est assez large, allant de Vénus à Mars. La zone est moins large pour des étoiles moins massives, et se situe à une distance de l'étoile variable suivant le type spectral.

La luminosité d'une étoile s'accroissant durant sa vie (30 % dans le cas du Soleil depuis sa naissance), Kasting définit ainsi une seconde zone autour de l'astre, plus petite, où les conditions, permettant la conservation d'eau liquide à la surface, sont réunies suffisamment longtemps pour que la vie puisse évoluer jusqu'à des structures complexes. C'est la *zone d'habitabilité continue* (ZHC).

Typiquement la mission Darwin vise à étudier des **systèmes de type Soleil-Terre**. Les étoiles sont de type GOV et distantes au moins de 10 pc. Les planètes telluriques recherchées sont semblables à la Terre et ont en particulier même température de surface (300K) et même rayon orbital (environ 1 UA). Ainsi la ZHC ciblée est située à environ une unité astronomique de l'étoile, ce qui représente à 10 pc une séparation angulaire typique de 0.1 arcsec nécessitant l'emploi d'une haute résolution angulaire.

II.3. Détecter l'exoplanète : l'interférométrie à frange noire

Rechercher des traces de la vie en analysant l'atmosphère d'une planète implique de l'**observer directement**. Les performances instrumentales requises sont une très haute dynamique (de l'ordre de 10^6) et une haute résolution angulaire (typiquement 0.1 seconde d'arc).
De plus, le fait que l'observation soit réalisée dans la bande infrarouge thermique (cf. partie précédente) implique deux contraintes immédiates sur l'instrument :

- l'émission thermique de la Terre et les bandes d'absorption atmosphérique, dont celles de l'eau, du dioxyde de carbone et de l'ozone, rendent très difficiles les observations depuis le sol. La mission doit donc être **spatiale**
- la résolution angulaire, nécessaire pour résoudre un système Soleil-Terre, requiert une base non accessible par un télescope monolithique. La pupille collectrice doit donc être diluée : l'instrument sera un **interféromètre**

Ce chapitre décrit le concept coronographique nommé « interférométrie à frange noire », ou comment éteindre une étoile et détecter une planète grâce à l'interférométrie.

II.3.1. Le principe de l'interférométrie à frange noire

Ce concept constitue la base de l'interférométrie à frange noire. Cette solution fut proposée en 1979 par Bracewell et McPhie (Bracewell et McPhie 1979).
Considérons un interféromètre composé de deux télescopes séparés d'une distance B (dite « la base ») et pointés tous deux simultanément dans la direction d'un système étoile-planète. L'observation est faite à la longueur d'onde λ et les deux corps ont une séparation angulaire θ (cf. Figure II-3).

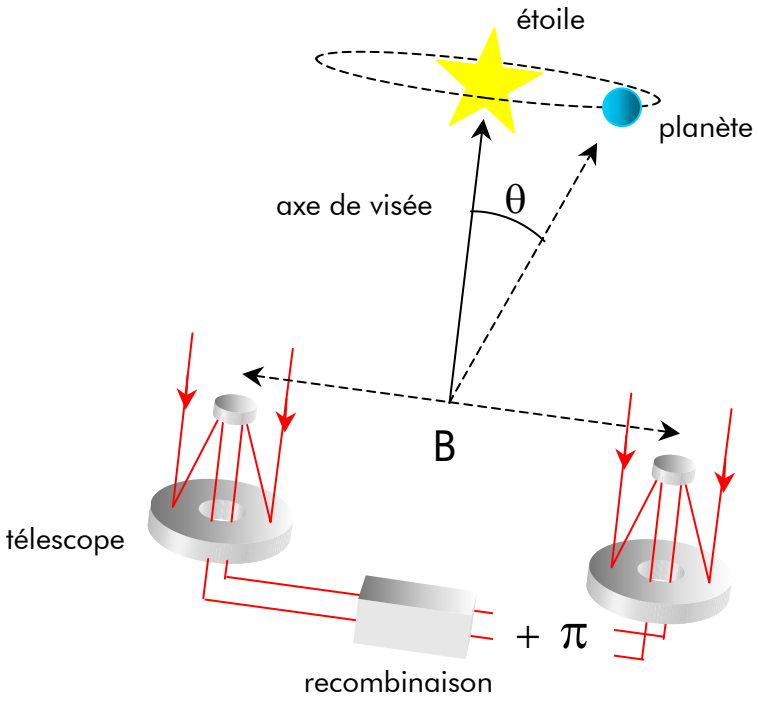


Figure II-3 – Principe de l'interféromètre à frange noire de Bracewell et McPhie

Les fronts d'onde issus de chaque télescope parcourent un même chemin optique, puis sont superposés dans le plan pupille commun grâce à une lame optique recombinatrice.

La réponse spatiale de l'interféromètre (système de franges parallèles dans le cas de deux télescopes) est « projetée sur le ciel » et joue le rôle d'un masque coronographique appelé **carte de transmission**.
Chaque point du ciel est associé à une transmission interférométrique variant entre 0 (état maximal d'interférences destructives) et 1 (état maximal d'interférences constructives). La particularité de la carte de transmission est de présenter (cf. Figure II-4) :

- une transmission nulle au centre du champ, induite par le déphasage de π introduit entre les deux voies interférométriques
- une transmission non nulle hors-axe et égale à 1 à une distance angulaire $\theta=\lambda/2B$ du centre du champ

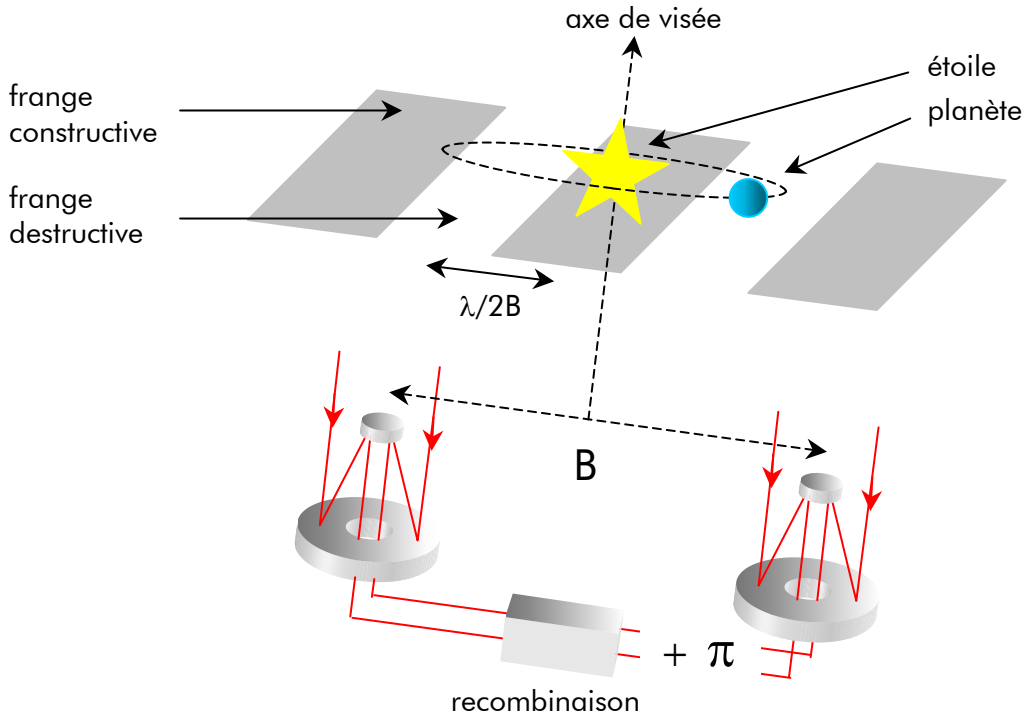


Figure II-4 – Principe de projection des franges sur le ciel. Une frange noire est placée sur l'étoile pour l'éteindre. Une frange blanche est placée sur la planète pour la transmettre

Alors (cf. Figure II-4) :

- **l'étoile parente est éteinte** en la plaçant au centre du champ
- **la planète est optimalement transmise** en ajustant, pour une longueur d'onde d'observation λ donnée, la distance B entre les télescopes pour que θ corresponde à la séparation angulaire supposée de l'étoile et de la planète, donnée par la zone d'habitabilité. Typiquement résoudre une distance Soleil-Terre de 0.1 seconde d'arc à 10 microns requiert une base d'environ 20 m

La planète se situe dans la zone d'habitabilité présente tout autour de l'étoile parente, il est donc essentiel de pouvoir sonder toute cette région circulaire du ciel. Or l'interféromètre à frange noire à deux télescopes permet d'explorer uniquement dans la direction perpendiculaire aux franges d'interférences. C'est pourquoi Bracewell proposa de faire

tourner l'interféromètre autour de son axe de visée afin d'induire une rotation de la carte de transmission (Bracewell 1978).

II.3.2. Les contraintes observationnelles et la stratégie d'observation

Le scénario de détection de la vie, proposée par la mission Darwin, comporte de nombreuses exigences auxquelles doit répondre le concept du futur instrument. Le principe de « l'interférométrie à frange noire », tel qu'il est décrit dans le chapitre précédent, ne satisfait pas totalement ce cahier des charges.
Ce chapitre présente les évolutions du concept interférométrique face aux obstacles et contraintes rencontrés, qui sont :

- les rayonnements « parasites » qui dégradent la détection d'une planète
- les exigences de la démarche choisie de détection de la vie (cf. chapitre II)

La lumière stellaire et l'extinction

Le premier obstacle à la détection directe d'une planète est le rayonnement de l'étoile mère. Le contraste entre ces deux sources, est immense (10^6 dans l'infrarouge thermique pour un système de type Soleil-Terre).
La carte de transmission créée sur le ciel par un interféromètre à frange noire présente une frange noire au centre du champ. Alors l'étoile placée sur l'axe de visée de l'instrument est éteinte (cf. partie précédente).
L'extinction n'est totale qu'au centre du champ. Or l'étoile ayant un diamètre fini, une partie de son rayonnement n'est pas éteint. Cette « fuite » de photons stellaires (« leakage ») dépend du **profil d'extinction**, défini par la forme de la frange noire centrale. Celle-ci est fixée par la configuration interférométrique (géométrie de la pupille d'entrée, déphasages à introduire).

La capacité finale de l'interféromètre à éteindre l'étoile est mesurée par le **taux d'extinction**, rapport entre l'énergie résiduelle après extinction de l'étoile et l'énergie totale collectée :

$$Ext = \frac{E_{résiduelle}}{E_{collectée}} \qquad (II\text{-}1)$$

L'extinction est maximale dans le cas parfait, où les fronts d'onde recombinés sont identiques en amplitude, phase et polarisation.

Quelques calculs analytiques s'imposent. Soit une configuration à n télescopes, situés dans un plan perpendiculaire à l'axe de visée de l'instrument. Les notations utilisées sont les suivantes (cf. Figure II-5) :

- le k-ième télescope, de diamètre D_k, est repéré dans le plan par le vecteur **L**, de coordonnées polaires L_k et δ_k
- un point dans la pupille est localisé par le vecteur **r**
- une source est repérée sur le ciel par la direction **s**, d'azimut φ et d'écart angulaire θ à l'axe de visée de l'interféromètre

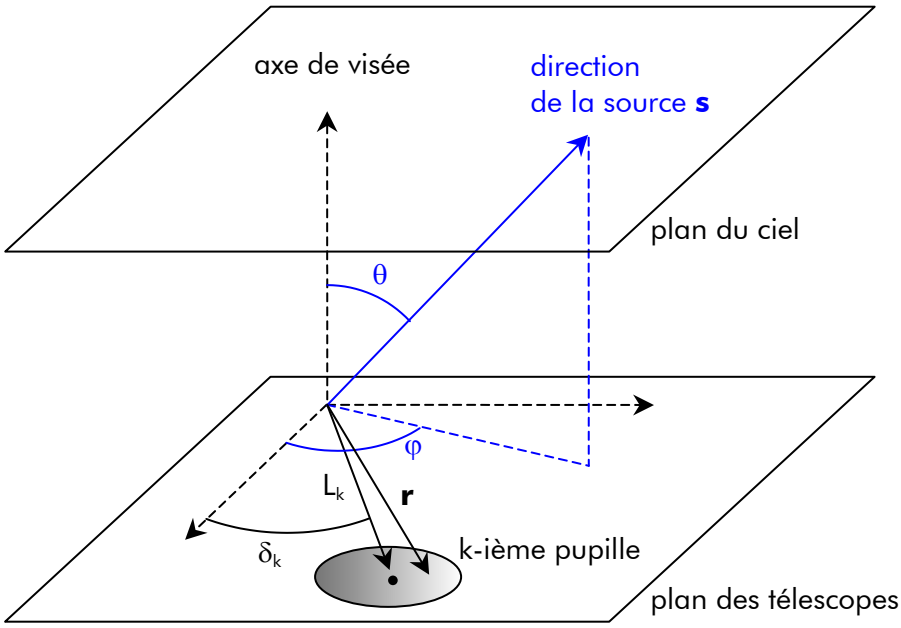


Figure II-5 – Représentation des coordonnées de la k-ième pupille dans le plan des télescopes et des coordonnées angulaires d'une source

Pour une source dont la direction sur le ciel est ***s***, la phase du champ collecté par le k-ième télescope repéré par le vecteur $\boldsymbol{L_k}$, s'écrit :

$$\Theta_k = \frac{2\pi}{\lambda}\,\vec{L}_k.\vec{s} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(L_k \cos\delta_k \sin\theta \cos\varphi + L_k \sin\delta_k \sin\theta \sin\varphi\right) \qquad (II\text{-}2)$$

L'écart angulaire θ de la source à l'étoile étant faible, $\sin\theta \approx \theta$ d'où

$$\Theta_k = \frac{2\pi}{\lambda} L_k \theta \cos\left(\delta_k - \varphi\right) \qquad (II\text{-}3)$$

L'amplitude complexe, résultant de la superposition des fronts d'onde issus de chaque télescope, s'exprime sous forme d'une somme :

$$\Psi(\theta,\varphi) \propto \sum_k D_k\, e^{i\,\Theta_k}\, e^{i\,\phi_k} = \sum_k D_k\, e^{i\frac{2\pi}{\lambda} L_k \theta \cos(\delta_k - \varphi)}\, e^{i\,\phi_k} \qquad (II\text{-}4)$$

où ϕ_k est la phase arbitrairement introduite dans le k-ième bras afin de réaliser l'extinction sur l'axe de l'instrument.
L'écart angulaire θ entre une source et l'étoile sur l'axe est très petit, l'équation (II-4) peut donc être développée au voisinage de 0 :

$$\Psi(\theta,\varphi) \propto \sum_k D_k\, e^{i\,\phi_k} \left\{1 + i\,\frac{2\pi}{\lambda} L_k \theta \cos(\delta_k - \varphi) - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} L_k^2 \theta^2 \cos^2(\delta_k - \varphi) + O(\theta^3)\right\} \qquad (II\text{-}5)$$

Cette équation est paramétrée par les caractéristiques de l'interféromètre (déphasages introduits, diamètres et positions des pupilles collectrices). Ainsi l'extinction dépend

directement de la capacité d'une configuration interférométrique à annuler les termes successifs de l'équation (II-5).
L'annulation du premier terme de l'équation (II-5) indique que la configuration interférométrique éteint toute source lumineuse au centre du champ ($\theta=0$, $\varphi=0$) :

$$\sum_k D_k e^{i\,\phi_k} = 0 \qquad (II\text{-}6)$$

Cette équation impose donc aux ϕ_k les valeurs permettant de placer la frange noire sur l'axe de visée de l'interféromètre.

Les termes suivants de l'équation (II-5) décrivent le profil théorique de la frange noire centrale. Leur annulation dépend des amplitudes proportionnelles aux D_k issus de chaque bras, des phases arbitraires introduites ϕ_k et de la géométrie de la configuration, caractérisée par une distribution des valeurs des (L_k , δ_k).

En particulier, la condition d'annulation du second terme de l'équation (II-5) sur les D_k, ϕ_k et (L_k , δ_k) est :

$$\sum_k D_k \; e^{i\,\phi_k} \; L_k\,\theta\,\cos(\delta_k - \varphi) = 0 \qquad (II\text{-}7)$$

Si une configuration donnée satisfait cette condition, alors l'amplitude complexe $\Psi(\theta,\varphi)$ varie en θ^2 et l'extinction en θ^4. On dit alors que le profil est en θ^4. Dans le cas contraire , $\Psi(\theta,\varphi)$ varie en θ et le profil de l'extinction résultante est en θ^2.
Un profil en θ^4 ou d'ordre plus élevé induit une extinction meilleure qu'un profil en θ^2, car sa forme est plus incurvée (cf. Figure II-6). La frange noire « couvre » donc mieux la surface de l'étoile.

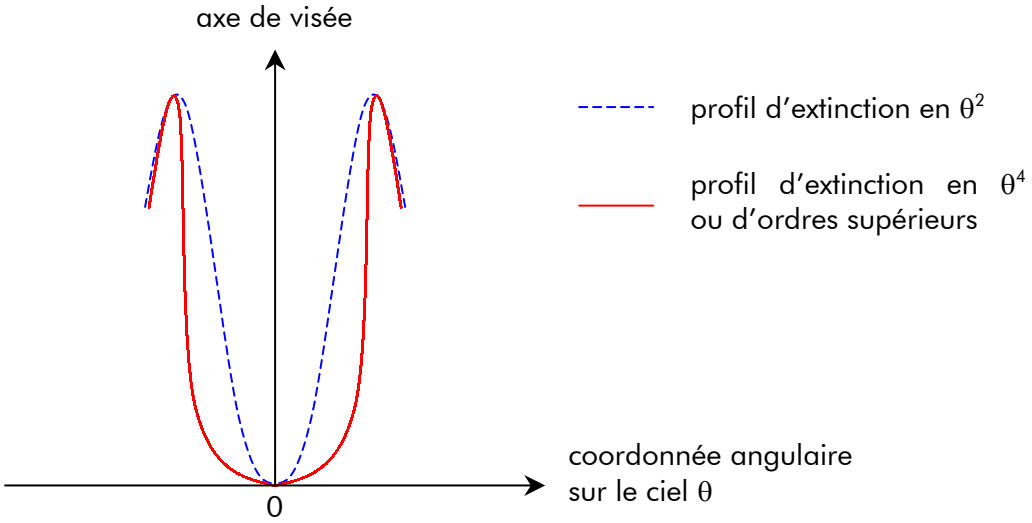


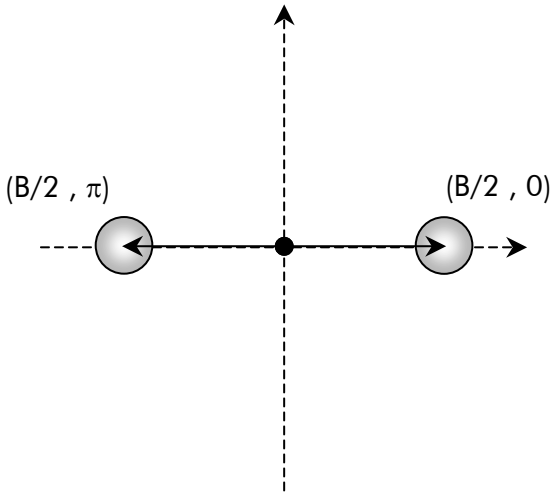
Figure II-6 – Illustration schématique des profils d'extinction en θ^2 et en θ^4 (ou ordre supérieur) de la frange centrale destructive

Afin d'illustrer ces propos, prenons tout d'abord l'exemple l'interféromètre de Bracewell et McPhie. Celui-ci présente un profil d'extinction en θ^2, car la configuration, décrite par la Figure II-7, annule uniquement le premier terme. En effet l'équation (II-6) se réécrit :

$$\sum_k D_k e^{i\phi_k} = 1 + e^{i\pi} = 0 \qquad (II\text{-}8)$$

En revanche le second terme de l'équation (II-5), donnée par l'équation (II-7), ne s'annule pas :

$$\sum_k D_k \; e^{i\phi_k} \; L_k \theta \cos(\delta_k - \varphi) = \frac{B}{2}\theta \cos\varphi + \frac{B}{2}\theta \cos\varphi \neq 0 \qquad (II\text{-}9)$$



	D_k	ϕ_k	(L_k , δ_k)
1ère pupille	1	0	(B/2 , 0)
2ème pupille	1	π	(B/2 , π)

Figure II-7 - Description de la configuration interférométrique de Bracewell et McPhie

Annuler le second terme (équation (II-7)), et *a fortiori* réaliser un profil en θ^4, nécessite un nombre de télescopes supérieur à 2. Ainsi Angel propose (Angel 1990) une configuration interférométrique à quatre télescopes (cf. Figure II-8), connue aujourd'hui sous le nom de « croix d'Angel » et présentant un profil d'extinction en θ^4.

La première condition (équation (II-6)) est bien satisfaite :

$$\sum_k D_k e^{i\phi_k} = 1 + e^{i\pi} + 1 + e^{i\pi} = 0 \qquad (II\text{-}10)$$

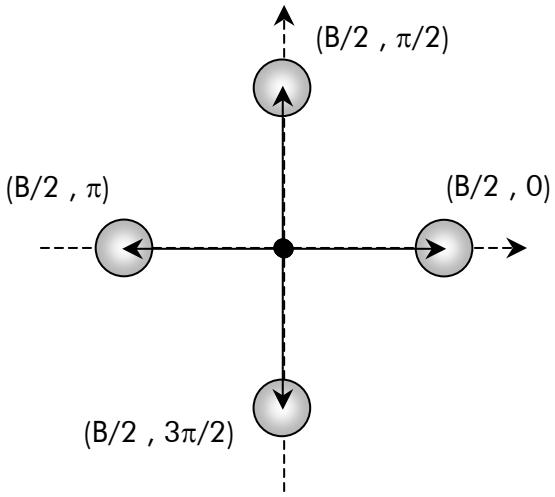
La seconde condition (équation (II-7)) l'est aussi car elle s'écrit :

$$\sum_k D_k \; e^{i\phi_k} \; L_k \theta \cos(\delta_k - \varphi) = \frac{B}{2}\theta \left[\cos\varphi + e^{i\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \cos(\pi - \varphi) + e^{i\pi} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \varphi\right) \right] \qquad (II\text{-}11)$$

soit encore

$$\sum_k D_k \; e^{i\phi_k} \; L_k \theta \cos(\delta_k - \varphi) = 0 \qquad (II\text{-}12)$$

D'autres configurations ont été imaginées lors de la première phase d'étude de Darwin et sont décrites dans le chapitre II.3.4.



	D_k	ϕ_k	(L_k , δ_k)
1ère pupille	1	0	(B/2 , 0)
2ème pupille	1	π	(B/2 , π/2)
3ème pupille	1	0	(B/2 , π)
4ème pupille	1	π	(B/2 , 3π/2)

Figure II-8 - Description de la configuration interférométrique de la « Croix d'Angel »

En conclusion le taux et le profil d'extinction déterminent les performances théoriques de l'interféromètre et représentent un critère majeur de sélection. Néanmoins la lumière de l'étoile centrale n'est pas le seul rayonnement parasite à éliminer. D'autres sources sont suffisamment pénalisantes pour établir des nouvelles contraintes observationnelles.

Les sources « locales » de rayonnement parasite

L'infrarouge thermique est un domaine spectral où la densité spectrale est maximale pour des corps à une température autour de 300K (donc froids). Par exemple les composants optiques produisent eux-mêmes un signal dans cette gamme de longueurs d'onde. Il faut aussi considérer la **lumière zodiacale**, due à l'émission thermique de grains de poussières autour de notre Soleil. De telles sources créent un fond diffus, au rayonnement plus intense que celui de la planète à détecter.
Afin de limiter le rayonnement zodiacal, l'interféromètre sera placé au point de Lagrange L_2 du système Soleil-Terre (environ 1 UA du Soleil), distance où la lumière zodiacale est réduite (cf. Figure II-9).

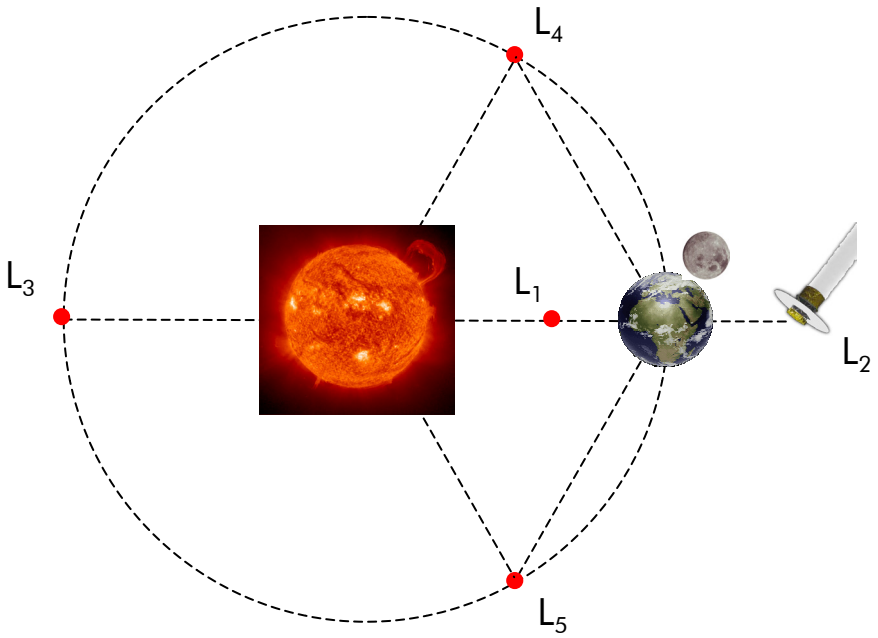


Figure II-9 – Localisation du point de Lagrange L_2 où sera placé Darwin, suffisamment éloignée du Soleil pour atténuer le rayonnement de la lumière zodiacale

La lumière exo-zodiacale

Une autre source de signal parasite, et non des moindres, reste à considérer. Le système planétaire observé possède, lui aussi, une distribution de matière zodiacale, dite « **exo-zodiacale** ».

Son intensité et sa morphologie sont a priori inconnues, mais il est naturel de considérer que sa distribution spatiale autour de l'étoile a la forme d'un disque (cf. Figure II-10). La distribution exo-zodiacale observée dépend de l'inclinaison du disque par rapport à l'axe de visée de l'instrument.
Si le disque est vu de face (inclinaison nulle), la distribution observable est à symétrie circulaire. Quand l'inclinaison augmente, la distribution devient elliptique (cf. Figure II-11). Dans le cas extrême, le disque est vu par la tranche.

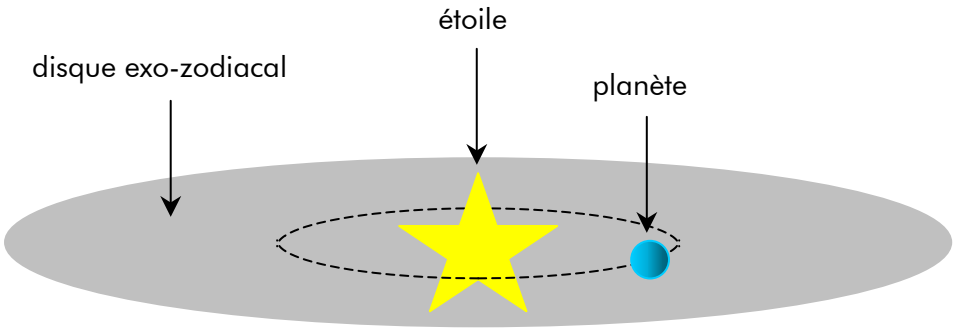


Figure II-10 – Distribution de la lumière exo-zodiacale en forme de disque, vue approximativement par la tranche

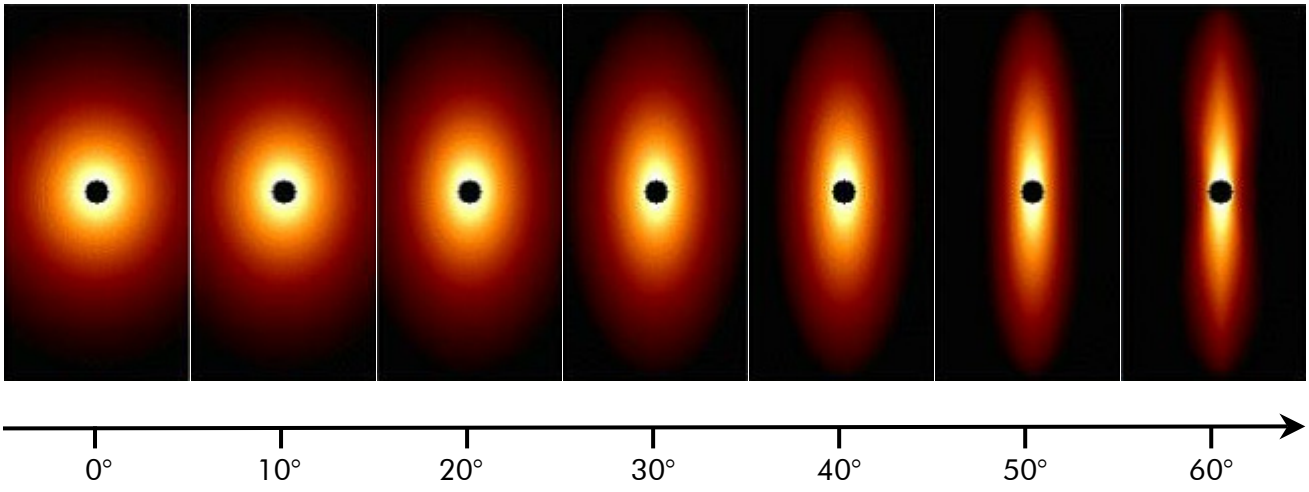


Figure II-11 – Modèle de distribution de lumière d'un disque circumstellaire (Kalas et Jewitt 1996), assimilable à une distribution de lumière exo-zodiacale. La forme du disque évolue suivant l'angle d'inclinaison (de 0° à 60°) entre la normale au disque et la direction de visée de l'instrument

La modulation du signal

Le rayonnement exo-zodiacal est un obstacle à la détection de planètes, au même titre que le rayonnement de l'étoile parente. Comment s'affranchir d'une telle source parasite ? Contrairement à l'intensité de l'étoile, la lumière exo-zodiacale n'est pas atténuée, mais distinguée du rayonnement de la planète au moyen d'une modulation (codage de l'information de la planète).
Cette technique de détection est appelée « détection synchrone » : le signal de la planète est filtré autour de la fréquence de modulation, tout autre signal est rejeté. Cette section présente comment réaliser la modulation du signal planétaire avec un interféromètre et comment distinguer avec cette méthode le rayonnement exo-zodiacal de celui de la planète.

La modulation du signal est effectuée par une variation de la transmission spatiale de l'instrument. Deux solutions ont été imaginées, l'une par Bracewell (Bracewell 1978), l'autre par Mariotti[11] (Mennesson et Léger 1999).

Bracewell propose une rotation de l'interféromètre autour de son axe de visée, ce qui induit une rotation similaire de la carte de transmission. Des maxima et minima de transmission passent alors successivement sur la planète, modulant ainsi son signal. Cette solution semble certes adaptée en théorie, mais une rotation physique de l'instrument pose des limites (▼) :

- ▼ le signal de la planète doit être modulé à une fréquence élevée afin de minimiser le bruit en 1/f lié au détecteur. Or la modulation proposée est nécessairement lente
- ▼ la rotation est très consommatrice d'énergie car l'interféromètre est composé de satellites indépendants (cf. chapitre III) dont il faut contrôler les positions et attitudes en permanence

Une alternative a été présentée par J.-M. Mariotti. La rotation de la carte de transmission est reproduite en recombinant les sorties de deux interféromètres à frange noire, après avoir introduit un déphasage interne variable entre les deux sorties. Ce déphasage variable modifie la forme et la position des lobes de transmission, sans modifier pour autant la position et le profil de la frange noire. Le signal est ainsi modulé sans rotation de l'instrument.

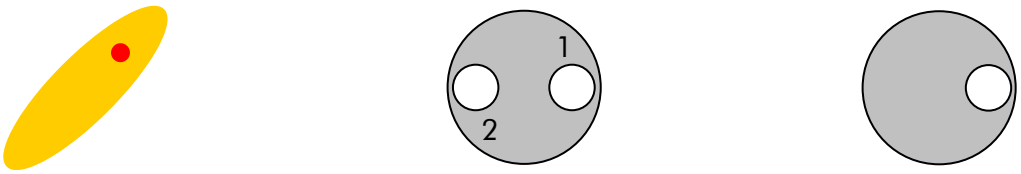
[11] Jean-Marie Mariotti, à l'origine de ce concept, décéda en juillet 1998

L'avantage décisif de cette technique présente les avantages (▲) et limites (▼) suivantes :

- ▲ aucune rotation physique de l'interféromètre n'est nécessaire
- ▲ le déphasage est introduit par un mécanisme interne. La modulation peut-être alors réalisée à une fréquence suffisamment élevée pour contourner les bruits en 1/f liée au détecteur
- ▼ la fréquence de modulation doit être inférieure à la fréquence de lecture du détecteur
- ▼ la diminution du temps de pose diminue le rapport signal à bruit

Les rayonnements exo-zodiacal et planétaire sont discernés l'un de l'autre, si les deux signaux ne sont pas modulés à la même fréquence. Je suppose que la rotation, réelle ou fictive, de la carte de transmission est effectuée à la fréquence f_0.

Pour illustration, la distribution d'intensité exo-zodiacale à symétrie centrale est symbolisée par une ellipse jaune et celle de la planète par un point rouge (cf. Figure II-12 à gauche).
La carte de transmission est symbolisée par un disque opaque, tournant devant la source à la fréquence de modulation f_0 et percé de trous. Ainsi une carte centro-symétrique est schématisée par un disque à deux trous (cf. Figure II-12 au centre) et une carte non centro-symétrique par un disque à un seul trou (cf. Figure II-12 à droite).



distributions spatiales d'intensité observées

carte de transmission centro-symétrique

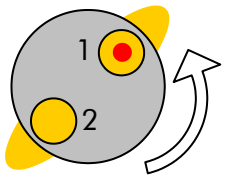
carte de transmission non centro-symétrique

Figure II-12 – Représentations de principe de cartes centro-symétrique et non centro-symétrique par un disque opaque percé respectivement de deux trous et d'un trou. Les distributions observées de la planète et exo-zodiacale sont symbolisées respectivement par un point rouge et une ellipse jaune

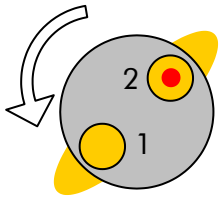
Si la carte de transmission est centro-symétrique, les signaux exo-zodiacal et planétaire sont modulés à la même fréquence $2f_0$ (cf. Figure II-13).
En revanche si la carte de transmission n'est pas centro-symétrique, le signal exo-zodiacal est modulé à la fréquence $2f_0$ et le signal de la planète à la fréquence f_0 (cf. Figure II-14).

En conclusion **la carte de transmission ne doit pas être centro-symétrique.**

Le cas où la distribution exo-zodiacale est vue de face n'a pas été considéré, car le signal exo-zodiacal n'est alors pas modulé, ce qui induit simplement un bruit de photons supplémentaire.



au temps t = 1/2f₀ : la planète est transmise par le trou 1 et le disque exo-zodiacal par les deux trous transmis



au temps t = 1/f₀ : la planète est transmise par le trou 2 et le disque exo-zodiacal par les deux trous transmis

Détection du signal

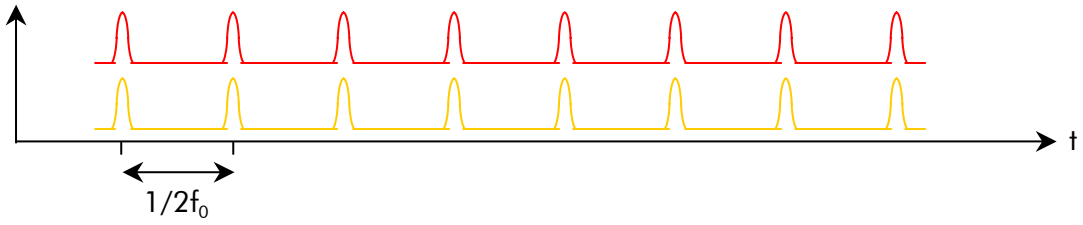
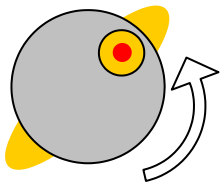
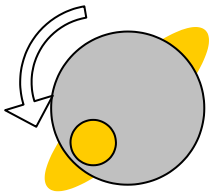


Figure II-13 – Modulation réalisée par rotation d'une carte centro-symétrique (disque opaque à deux trous) à la fréquence f_0. Le disque exo-zodiacal et la planète sont transmis deux fois par tour : leurs signaux respectifs sont indiscernables



au temps t = 1/2f₀ : la planète et le disque exo-zodiacal sont transmis par le trou



au temps t = 1/f₀ : seul le disque exo-zodiacal est transmis par le trou

Détection du signal

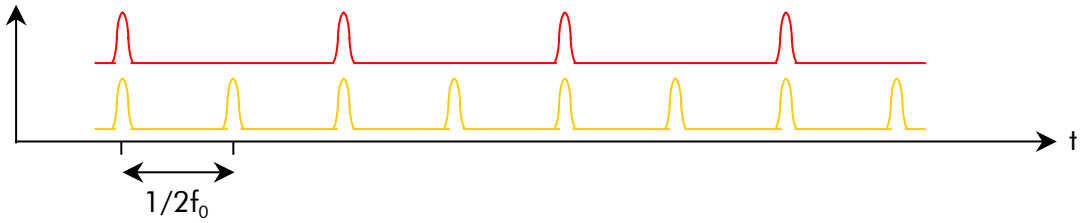


Figure II-14 - Modulation réalisée par rotation d'une carte non centro-symétrique (disque opaque à deux trous). Le disque exo-zodiacal est transmis deux fois par tour et la planète une seule fois : leurs signaux respectifs sont cette fois-ci discernables

Un déphasage achromatique

L'étude spectroscopique de l'atmosphère de la planète détectée est réalisée sur une bande spectrale large, entre 6 et 18 µm (cf. chapitre II.2.1). L'étoile mère doit donc être éteinte sur toute la largeur de cet intervalle.
La frange noire centrale de la carte de transmission, par laquelle l'extinction est générée, est induite par l'introduction de déphasages entre les voies interférométriques (cf. chapitre II.3.1).

En conclusion, ces déphasages doivent être **achromatiques**. Cette contrainte est cruciale et représente un réel défi technologique, décrit dans le chapitre III.

II.3.3. La recombinaison « darwinienne » en mode Michelson

La recombinaison des faisceaux, imaginée pour la mission Darwin (cf. chapitre III, ESA 2000), est en mode Michelson mono-axial. De ce fait la pupille de sortie est non-homothétique à la pupille d'entrée.

Je considère le cas général d'une configuration à n télescopes et les notations utilisées sont illustrées par la Figure II-5 (p.28). Alors la transmission de la pupille d'entrée s'écrit :

$$P(\vec{r}) = \prod\left(\frac{\vec{r}}{D}\right) * \sum_{k=1}^{n} \delta\left(\vec{r} - \vec{L}_k\right) \qquad (II\text{-}13)$$

L'onde incidente, issue d'une source dont la direction sur le ciel est **s**, a pour amplitude complexe :

$$\psi(\vec{r}) = \left|\psi(\vec{r})\right| e^{-\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{r}.\vec{s}} \qquad (II\text{-}14)$$

Alors l'amplitude complexe transmise par le k-ième télescope est

$$\psi_k(\vec{r}) = D_k\ \psi(\vec{r})\, P(\vec{r}) \qquad (II\text{-}15)$$

L'équation précédente se réécrit :

$$\psi_k(\vec{r}) = D_k \left|\psi\left(\vec{L}_k\right)\right| \prod\left(\frac{\vec{r}}{D}\right) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda}\left(\vec{r} - \vec{L}_k\right).\vec{s}} \qquad (II\text{-}16)$$

où

$$\begin{cases} \vec{L}_k.\vec{s} = L_k \cos\delta_k \sin\theta \cos\varphi + L_k \sin\delta_k \sin\theta \sin\varphi \\ \vec{r}.\vec{s} = r\cos\alpha \sin\theta \cos\varphi + r\sin\alpha \sin\theta \sin\varphi \end{cases} \qquad (II\text{-}17)$$

Puisque l'écart angulaire θ de la source à l'étoile est faible :

$$\begin{cases} \vec{L}_k.\vec{s} = L_k\,\theta\cos(\delta_k - \varphi) \\ \vec{r}.\vec{s} = r\theta\cos(\alpha - \varphi) \end{cases} \qquad (II\text{-}18)$$

A la recombinaison, l'onde issue du k-ième télescope s'est propagée sur la distance z_k. Pour obtenir l'extinction sur l'axe de l'interféromètre, la k-ième onde doit être déphasée de ϕ_k. Ainsi son amplitude complexe s'écrit :

$$\psi_{k\ recombinateur}(\vec{r}) = D_k\, \psi_k\left(\frac{\vec{r}}{g}\right) e^{\frac{2i\pi}{\lambda} z_k}\ e^{i\,\phi_k} \qquad (II\text{-}19)$$

Durant la propagation vers le recombinateur, les faisceaux sont compressés et réduits à un diamètre d. De ce fait les variables d'espace sont affectés d'un facteur g^{-1}, où g est le grandissement tel que :

$$d = gD \qquad (II\text{-}20)$$

Finalement l'amplitude complexe, résultant de la superposition des n pupilles, s'exprime par la somme des $\psi_{k\ recombinateur}$:

$$\Psi(\vec{r},\vec{s}) = \sum_{k=1}^{n} \psi_{k\ \ recombinateur}(\vec{r}) \qquad (II\text{-}21)$$

soit

$$\Psi(\vec{r},\vec{s}) = \sum_{k=1}^{n} D_k \left|\psi(\vec{L}_k)\right| \prod\left(\frac{\vec{r}}{gD}\right) e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\left(\frac{\vec{r}}{g}-\vec{L}_k\right).\vec{s}}\ e^{\frac{2i\pi}{\lambda}z_k}\ e^{i\phi_k} \qquad (II\text{-}22)$$

L'extinction est donc fixée par :

- les poids relatifs K_k entre les amplitudes complexes recombinées
- la géométrie de la pupille d'entrée, dont l'information est contenue dans les n termes de phase

$$e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\left(\frac{\vec{r}}{g}-\vec{L}_k\right).\vec{s}} \qquad (II\text{-}23)$$

- la condition que les bras de l'interféromètre soient de même longueur et ne présentent pas de différence de marche, ce qui se traduit par z_k=constante pour tout k

En conclusion le mode Michelson induit :

- la perte de la relation homothétique entre la pupille d'entrée et un plan pupille suivant, mais la géométrie de la pupille d'entrée est traduite dans les termes de phase des amplitudes complexes recombinées
- la perte de la relation de convolution plan pupille/plan image, mais dans le cas de Darwin, la détection de planètes est réalisée en plan pupille et non pas en plan image

II.3.4. Les interféromètres et les critères de qualification

Le chapitre précédent a défini les différentes contraintes imposées sur le futur interféromètre :

- le profil de l'extinction doit être en θ^4
- la carte de transmission ne doit pas être centro-symétrique
- le principe de modulation du signal doit être interne

Les configurations interférométriques proposées lors de la phase de sélection sont illustrées par la Figure II-15. Chaque concept est caractérisé par son profil de l'extinction, la non centro-symétrie de sa carte de transmission et son principe de modulation du signal.

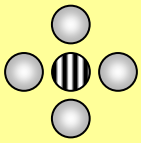
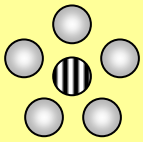
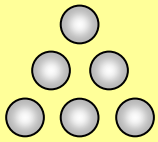
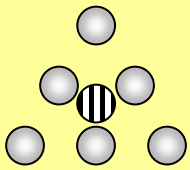
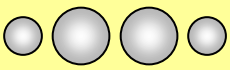
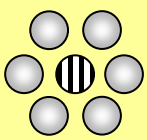
	profil de l'extinction	*carte de transmission*	*principe de modulation*
interféromètre de Bracewell	θ^2	centro-symétrique	rotation de l'interféromètre
croix d'Angel 	θ^4	centro-symétrique	rotation de l'interféromètre
5-télescopes « Darwin » 	θ^4	non centro-symétrique	rotation de l'interféromètre
croix d'Angel dégénérée (DAC)	θ^4	centro-symétrique	rotation de l'interféromètre
interféromètre de Mariotti (3 DAC) 	θ^4	non centro-symétrique	modulation interne
interféromètre de Mariotti multi-plan 	θ^4	non centro-symétrique	modulation interne
interféromètre OASES 	θ^6	centro-symétrique	rotation de l'interféromètre
interféromètre de Robin-Laurance 	θ^4	non centro-symétrique	modulation interne

Figure II-15 – Configurations interférométriques étudiées lors de la phase de sélection

Les configurations éliminées ont été les suivantes :

- Bracewell car le profil d'extinction est en θ^2
- la croix d'Angel et la configuration OASES[12] (Angel 1990, Angel et Woolf 1997), car leurs cartes de transmission sont centro-symétriques
- les configurations 5-télescopes « Darwin » et DAC[13], car la modulation du signal proposée est réalisée par rotation de l'interféromètre

Les configurations finalement retenues ont été celles de Mariotti et de Robin-Laurance. Nous verrons dans le chapitre III, dédié à l'état des lieux des études réalisées, que seul l'interféromètre de Robin-Laurance reste sélectionné.

II.4. Les missions de Darwin

Le projet Darwin est née de la volonté de rechercher une présence de vie extrasolaire. Néanmoins le programme scientifique de Darwin comporte d'autres études, certaines réalisées via le **mode coronographique**, d'autres grâce à un **mode imagerie** implanté dans l'interféromètre.

II.4.1. Le mode coronographique

Le mode coronographique, précédemment décrit, permet théoriquement de détecter des planètes telluriques extrasolaires et de rechercher des traces de vie, en analysant le spectre de l'atmosphère (cf. Figure II-16) sur une bande spectrale allant de 6 à 18 µm (cf. chapitre II.2.1). A l'heure actuelle, seul ce projet permettrait d'acquérir les spectres planétaires dans cet intervalle de longueurs d'onde.

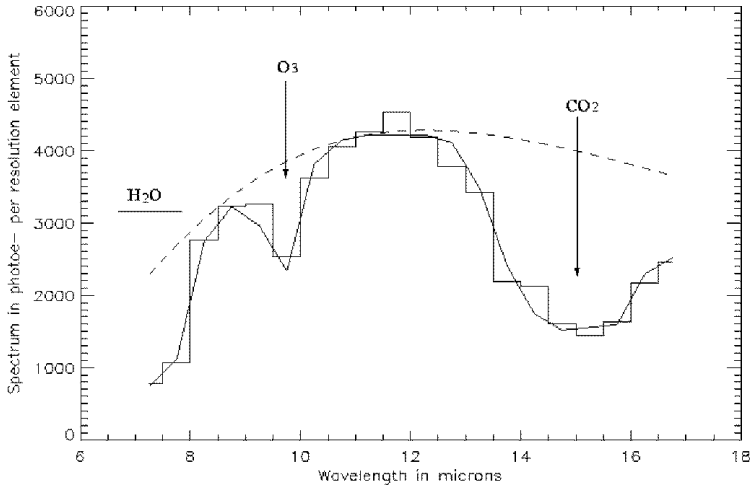


Figure II-16 – Simulation du spectre de la Terre (courbe en escalier) obtenu par Darwin, si elle était distante de 10 pc, après un temps d'exposition de 40 jours. La courbe est comparée au spectre réel de la Terre (courbe lissée)

[12] OASES : Outpost for Analysis and Spectroscopy of Exo-Systems
[13] DAC : Degenerated Angel Cross

Une étude du nombre de systèmes planétaires observables a été menée afin de cerner le potentiel réel de l'interféromètre. Le catalogue des cibles potentielles contient 800 objets et a été réalisé par M. Ollivier à partir du catalogue de Gliese contenant 4000 étoiles proches (Gliese et Jahreiss 1991). Les critères de sélection ont été les suivants :

- toutes les étoiles multiples sont exclues, car l'interféromètre ne peut éteindre qu'une étoile placée au centre du champ
- seules les étoiles situées à moins de 45° du plan de l'écliptique sont conservées. En effet cette zone de pointage permet à l'instrument d'être dos au soleil et d'éviter ainsi un rayonnement solaire latéral catastrophique pour le refroidissement des structures
- les étoiles sont triées par type spectral et classées par distance croissante

Le nombre de systèmes observables est finalement estimé suivant le pourcentage d'étoiles observées ayant des planètes (Thomas 2000) :

Type stellaire	F	G	K	M	Total
Nombre d'étoiles observables	0	21	40	96	157
Nombre de planètes détectées avec mesures spectroscopiques	0.0	2.1	4.0	9.6	15.7

Tableau II-1 - Estimation du nombre d'étoiles observables et de planètes détectables en supposant que 10% des étoiles pointées ont des planètes

Type stellaire	F	G	K	M	Total
Nombre d'étoiles observées	0	16	30	75	121
Nombre de planètes détectées avec mesures spectroscopiques	0.0	6.4	12.0	30.0	48.4

Tableau II-2 - Estimation du nombre d'étoiles observées et de planètes détectées en supposant que 40% des étoiles pointées ont des planètes

Le nombre de systèmes planétaires observables pourra être affiné lorsqu'une statistique sur les planètes telluriques aura été établie, à l'aide probablement des futures missions d'observation, comme par exemple COROT.

II.4.2. Le mode imagerie

L'interféromètre, constitué de télescopes capables de travailler en synthèse d'ouverture avec des bases variant de 30 à 500 m, est aussi couplé à un mode imagerie.

L'image de l'objet observé est reconstruite à partir des mesures de visibilité (module et phase) des figures de franges associées à chacune des bases. Le mode imagerie implique deux contraintes :

- l'instrument doit être **cophasé**. Cette exigence est commune au mode coronographique, mais est plus complexe à satisfaire car elle nécessite l'observation d'une source hors-axe suffisamment brillante pour servir de référence de phase
- l'interféromètre doit contenir un grand nombre de bases non redondantes afin de remplir au mieux le plan des fréquences spatiales et d'obtenir ainsi un maximum de points de visibilité

Une présentation détaillée du mode imagerie est disponible dans la thèse d'E. Thomas (Thomas 2000).

Quelles classes d'objets pouvons-nous espérer imager ? L'intervalle 6 – 18 μm correspond d'une part à des objets froids ou enveloppés de poussières, et d'autre part à des objets à haut décalage spectral vers le rouge ou plus exactement, des objets qui peuplaient l'univers jeune. Les objets potentiellement imageables seraient donc :

- les disques proto-stellaires, des T Tauri et des étoiles jeunes
- les disques proto-planétaires
- les disques de poussière zodiacale
- les AGN et les Noyaux de Galaxies Actives
- le centre galactique. Les longueurs d'onde de l'infrarouge thermique sont en effet moins éteintes par les poussières que des longueurs d'onde plus courtes, ce qui permet de sonder plus profondément le centre galactique
- les principales structures des galaxies à haut redshift (z=10), non encore observées

Ce paragraphe ne visait qu'à mentionner l'existence de cette autre mission de Darwin et ses liens avec le mode coronographique. Mon manuscrit sera maintenant exclusivement consacré au mode coronographique, objet de mon travail de thèse.

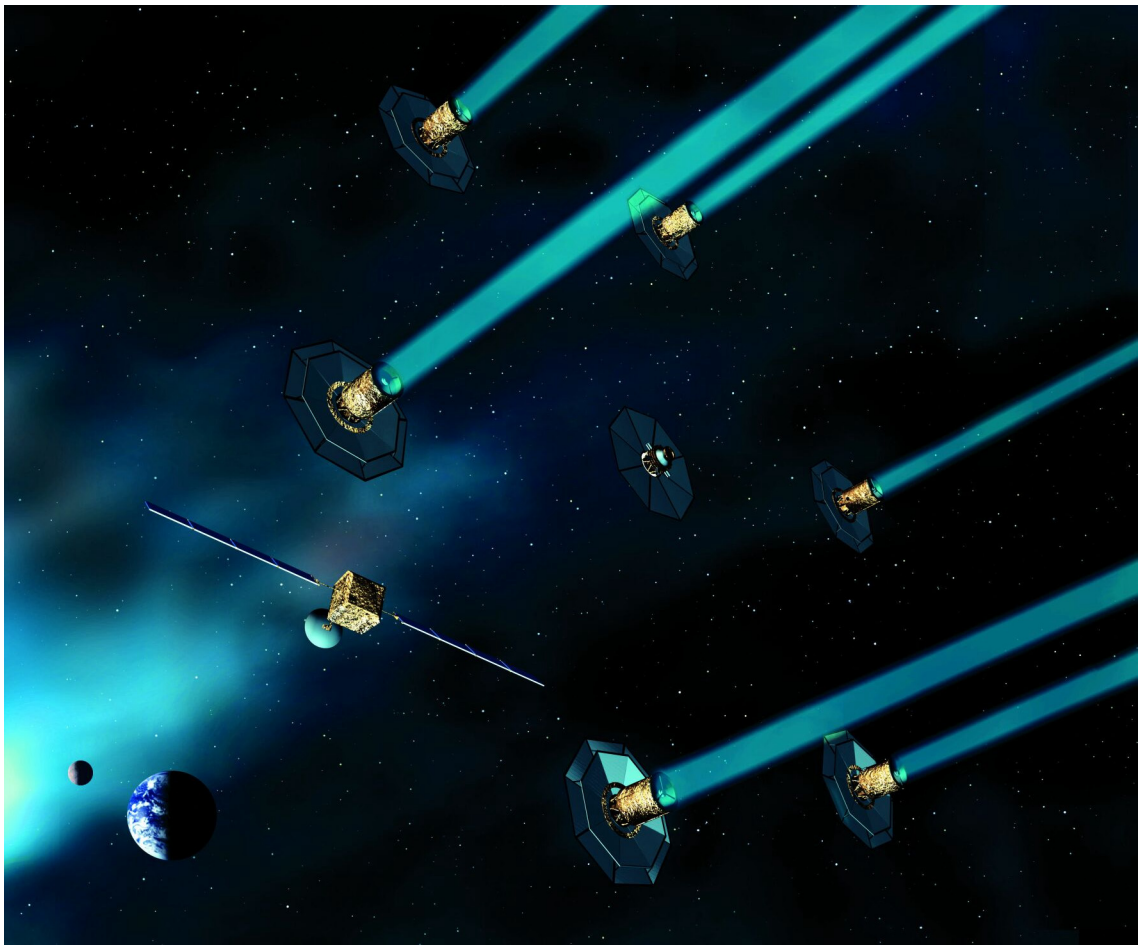


Figure II-17 - Une vue d'artiste de l'interféromètre Darwin selon Robin-Laurance

Chapitre III

Darwin des défis technologiques

Darwin est une mission dont l'objectif principal est de détecter des planètes extrasolaires de type Terre autour d'étoiles telles que le soleil et de déceler des traces de vie dans son atmosphère via la spectroscopie.

L'aspect de faisabilité de l'interféromètre à frange noire (cf. chapitre II.3) a été abordé lors de la pré-phase A réalisée par Alcatel Space de 1997 à 2000. Cette étude était destinée à identifier les « points durs » et les grandes lignes de développement de l'instrument.

Les études de faisabilité ont révélé des exigences de conception, appartenant à plusieurs domaines. Certaines ont motivé la création de mon sujet de recherche et sont satisfaites en théorie par le concept proposé dans ce manuscrit. D'autres sont indépendantes. C'est pourquoi cette section est découpée en deux chapitres.

Un premier chapitre donne une « vue de l'extérieur » de l'interféromètre, regroupant tous les aspects non liés au mode coronographique. Je décrirai la configuration choisie et je citerai globalement les contraintes instrumentales associées. Je ne les détaillerai pas, car elles n'interviennent pas dans mon étude. Je renvoie donc le lecteur à la thèse de E. Thomas (Thomas 2000), où sont traités en détail ces aspects, ainsi qu'au rapport d'étude du concept et de faisabilité de Darwin, réalisée par Alcatel Space et publié par l'ESA (ESA 2000).

Un second chapitre donne une « vue de l'intérieur » de l'instrument, dans lequel sont décrites les exigences identifiées liées au mode coronographique. Le contenu de cette section est le cœur de ce mémoire et a suscité l'étude de nouveaux concepts coronographiques.

III.1. Darwin vu de l'extérieur : l'aspect d'une flottille

III.1.1. La configuration de Robin-Laurance

De tous les concepts interférométriques proposés, les configurations de Mariotti et de Robin-Laurance répondaient finalement à l'ensemble des critères demandés (cf. chapitre II.3.4). Mais à l'heure actuelle et comme nous le verrons, seul le **concept de Robin-Laurance** est retenu. Je propose donc de décrire en détail son concept.

Son aspect et son concept original

La modulation interne, permettant de discerner le signal exo-zodiacal du signal de la planète par détection synchrone, fut proposé par J.-M. Mariotti. L'idée est de combiner trois interféromètres identiques en un même instrument. Chacun possède sa propre carte de transmission, présentant une extinction en θ^4 au centre du champ (cf. chapitre II).

La modulation interne est réalisée en recombinant les sorties de deux de ces interféromètres tout en modulant la différence de phase entre eux. L'extinction sur l'axe de visée est alors conservée, mais la transmission hors-axe évolue : le déphasage variable modifie la forme et la position des lobes de transmission.

La première configuration proposée, l'« interféromètre de Mariotti » (cf. Figure II-15), est un triangle équilatéral à six télescopes, composée de trois interféromètres DAC[14] (cf. Figure II-15).

Bien que différente d'aspect la configuration Robin-Laurance, formée de trois interféromètres « GAC » semblables, est conçue suivant le même principe[15]. Un GAC[16] est issu, comme le DAC, de la Croix d'Angel (cf. Figure II-15). Ces interféromètres sont donc formés de 4 télescopes disposés sur une croix (cf. Figure III-1).

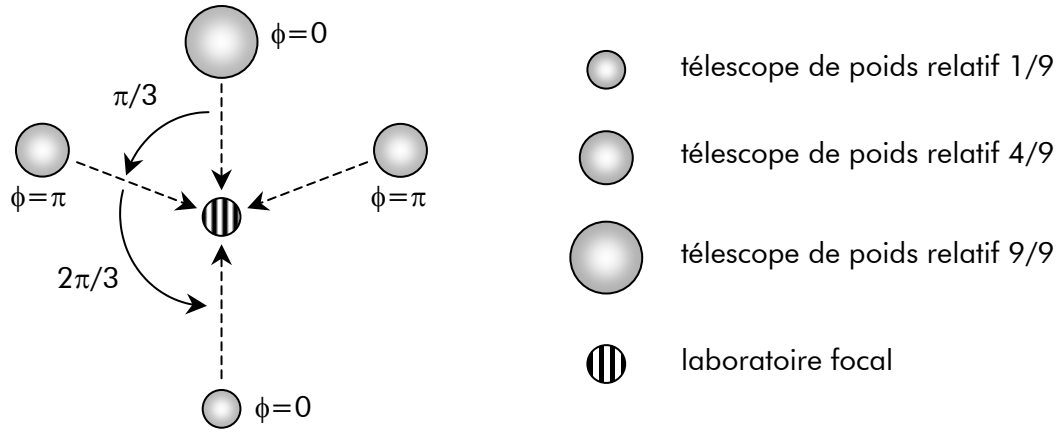


Figure III-1 – Configuration interférométrique GAC (Generalised Angel Cross) à 4 télescopes. Le schéma comporte les déphasages à introduire et les poids relatifs entre les pupilles afin d'obtenir l'extinction sur l'axe

[14] DAC : Degenerated Angel Cross
[15]Anders Karlsson est le proposant de cette configuration, Robin Laurance est le nom du premier responsable ESA de l'étude Darwin, décédé d'un cancer au cours de cette étude
[16] GAC : Generalised Angel Cross

La configuration finale est donc formée de trois interféromètres GAC, chacun orienté à $2\pi/3$ de son voisin (cf. Figure III-2). Les flux collectés par les télescopes n°2, n°4 et n°6 sont fractionnés et redistribués dans les trois interféromètres. Par exemple le GAC bleu collecte la totalité du flux du télescope n°1, les 4/9 des télescopes n°2 et n°6, et les1/9 du télescope n°4.

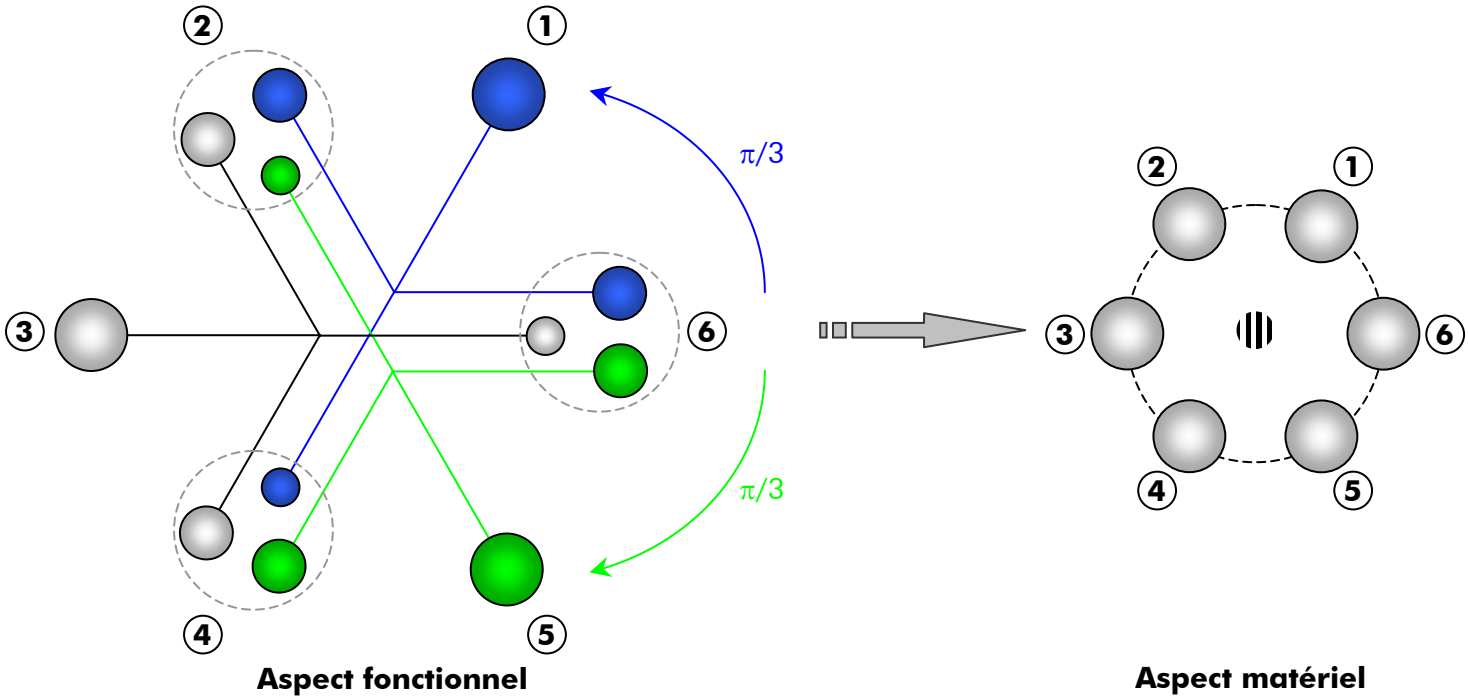


Figure III-2 – Composition de la configuration de Robin-Laurance à 6 télescopes. L'instrument est composé de 3 interféromètres GAC. Chaque interféromètre est séparé de son voisin d'une rotation de $2\pi/3$

La recombinaison, les déphasages et la carte de transmission

La carte de transmission de chaque GAC présente une extinction au centre du champ en θ^4 (cf. Figure III-3). Les poids relatifs des amplitudes issues des 4 télescopes sont (2,3,2,1) et les déphasages à introduire (π,0,π,0) respectivement.

La modulation interne est alors réalisée en recombinant les sorties de deux GAC pour chacune des trois paires constituées. La phase introduite entre les sorties d'une paire varie entre $-\pi/2$ et $\pi/2$ suivant une fonction créneau. La forme et les positions des lobes de transmission maximale sont modifiés, alors que l'extinction centrale est stable.

Pourquoi l'interféromètre de Robin-Laurance plutôt que celui de Mariotti ?

Ces deux configurations interférométriques ont répondu à tous les critères de sélection demandés, pourtant un aspect instrumental a permis de les départager et ainsi d'opter pour la configuration de Robin-Laurance.

Les optiques doivent être refroidies à une température inférieure à 40 K, afin que leur émission devienne inférieure à celle de la matière zodiacale. L'environnement spatial induit ce refroidissement de manière passive, mais en utilisant toutefois des écrans thermiques afin de

protéger les tubes des télescopes du rayonnement solaire. Cette protection n'est efficace que jusqu'à un angle d'exposition solaire de 45°.
Ce refroidissement passif peut être perturbé par des couplages thermiques entre les télescopes. Ce cas se présente si les télescopes sont disposés sur deux plans. La géométrie de l'interféromètre de Mariotti est précisément multi-plan, contrairement à celle de Robin-Laurance qui est planaire.

Dans les conditions de Robin-Laurance, les observations seront uniquement limitées par le fond zodiacal. C'est la raison pour laquelle cette configuration interférométrique a été préférée.

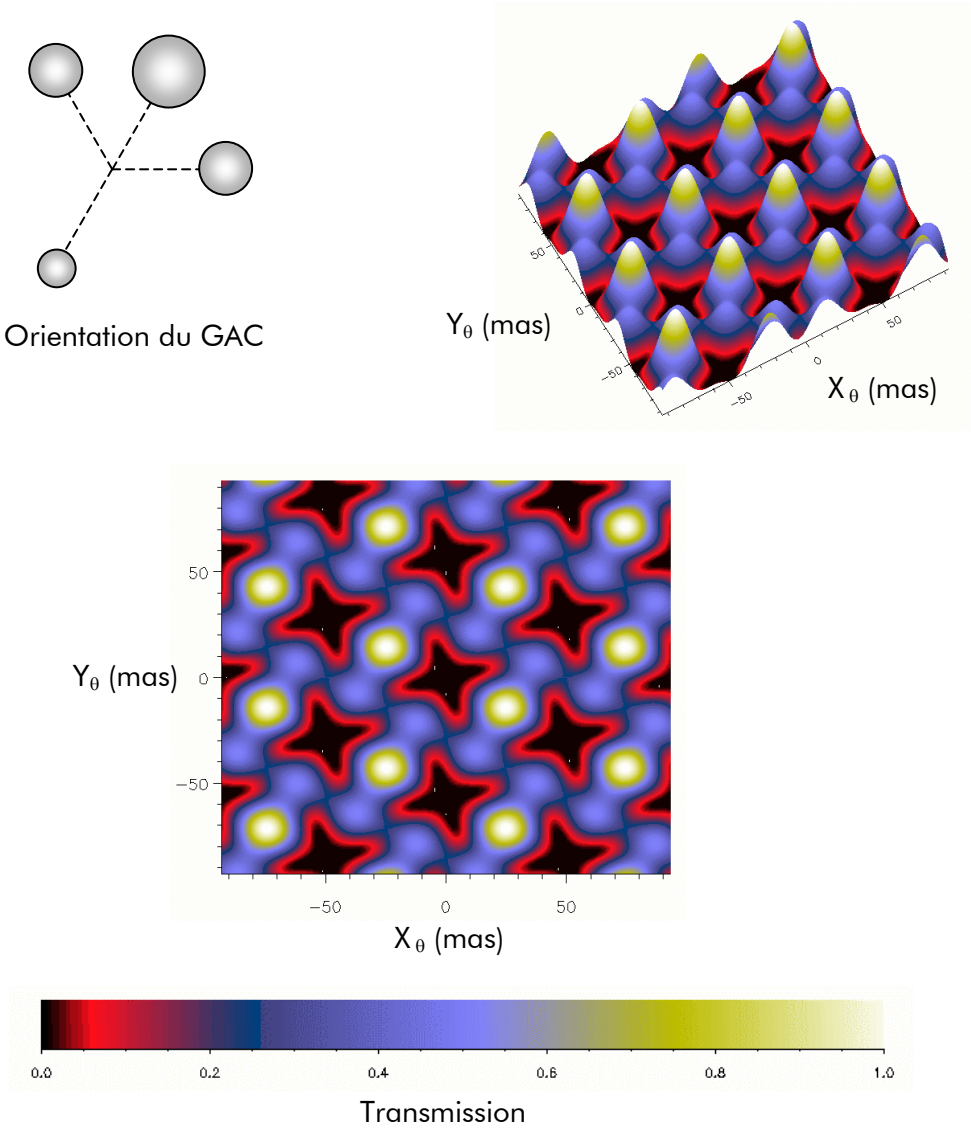


Figure III-3 – Carte de transmission sur le ciel d'un interféromètre GAC orienté à π/3. La carte est représentée par une vue en relief et une vue de dessus. La transmission varie entre 0 et 1, comme indiquée sur la légende de couleur. Les coordonnées X_θ et Y_θ sont les positions angulaires sur le ciel. La base des interféromètres est de 25 m et la longueur d'onde de 6 μm

III.1.2. Un interféromètre formé d'une flottille de satellites

En l'état actuel du projet (ESA 2000), le futur instrument est composé de six télescopes de 1.5 m et d'un laboratoire focal, disposé au centre de la configuration.

La première structure envisagée était rigide, facilitant une rotation physique de l'interféromètre et diminuant les risques de perte de contrôle d'un télescope lors de la mise en formation. Mais cette option est très peu adaptée à un changement fréquent de longueur de base, imposé par la grande diversité des cibles visées. En effet plus l'étoile pointée est lointaine (entre 5 et 20 pc), plus le rayon angulaire du champ diminue (entre 0.2 et 0.05 arcsec) et plus la base de l'interféromètre doit croître (entre 40 et 500 m) pour ajuster la carte de transmission à la séparation étoile-planète.
A contrario une structure composée de télescopes libres est inadaptée à une rotation globale de l'instrument. L'opération exigerait en effet une forte dépense d'énergie, ne serait pas assez rapide pour assurer une modulation efficace et réduirait le temps d'observation.

La structure libre est pourtant choisie car la rotation physique est abandonnée au profit d'une modulation interne. Les télescopes seront donc indépendants et portés chacun par un satellite. En terme général, chaque satellite portant un télescope est appelé « free-flyer » ou simplement « flyer » et le laboratoire focal est dit « hub ». L'interféromètre devient alors une flottille de 8 flyers : 6 télescopes (Figure III-4 à gauche), 1 laboratoire focal central (Figure III-4 à droite) et 1 module de transmission vers la Terre.

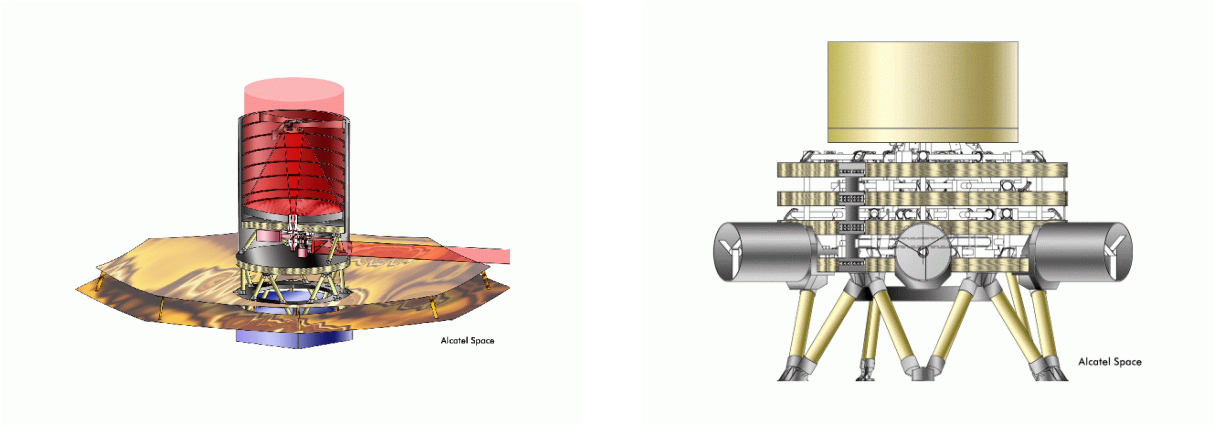


Figure III-4 – Représentation d'un télescope collecteur (à gauche), dit « free-flyer », et du laboratoire focal (à droite) dit « hub » (images Alcatel Space)

Les ondes collectées par les télescopes doivent être transmises au laboratoire focal. Les télescopes flyers sont ainsi équipés de transmetteurs de champs (deux miroirs plans) et le laboratoire central de six receveurs (télescopes collecteurs), chacun aligné sur un transmetteur.

III.1.3. La métrologie et la stabilité de l'interféromètre

L'interféromètre doit pointer une source avec une grande précision, tout en contrôlant les distances relatives entre les télescopes et le laboratoire central. Dans une configuration interférométrique libre, un système de métrologie est donc nécessaire, afin d'assurer la stabilité des chemins optiques des bras de l'interféromètre. La performance exigée se décompose en quatre points :

- une précision de la longueur de la base inférieure à **1 cm**
- des différences de marche entre les bras inférieures à **5 nm rms**
- des erreurs de pointage des télescopes inférieures à **8.5 mas rms** par axe
- un déséquilibre photométrique entre les bras inférieure à **0.1%**

Le système est composé de trois étapes de contrôle métrologique de précisions respectives grossière, moyenne et fine (cf. Figure III-5). Elles régissent les trois étapes successives de mise en formation de la flottille, qui aboutit à la mise en fonction de l'instrument :

- premier mode BCM[17] : control du positionnement de la configuration dans son ensemble
- second mode FAM[18] : acquisition des franges permettant de contrôler des mouvements plus fins entre les satellites
- troisième NOM[19] : correction des fluctuations des positions et attitudes pendant le mode normal de fonctionnement de l'interféromètre pour maintenir le cophasage à la précision requise, définie ci-dessus

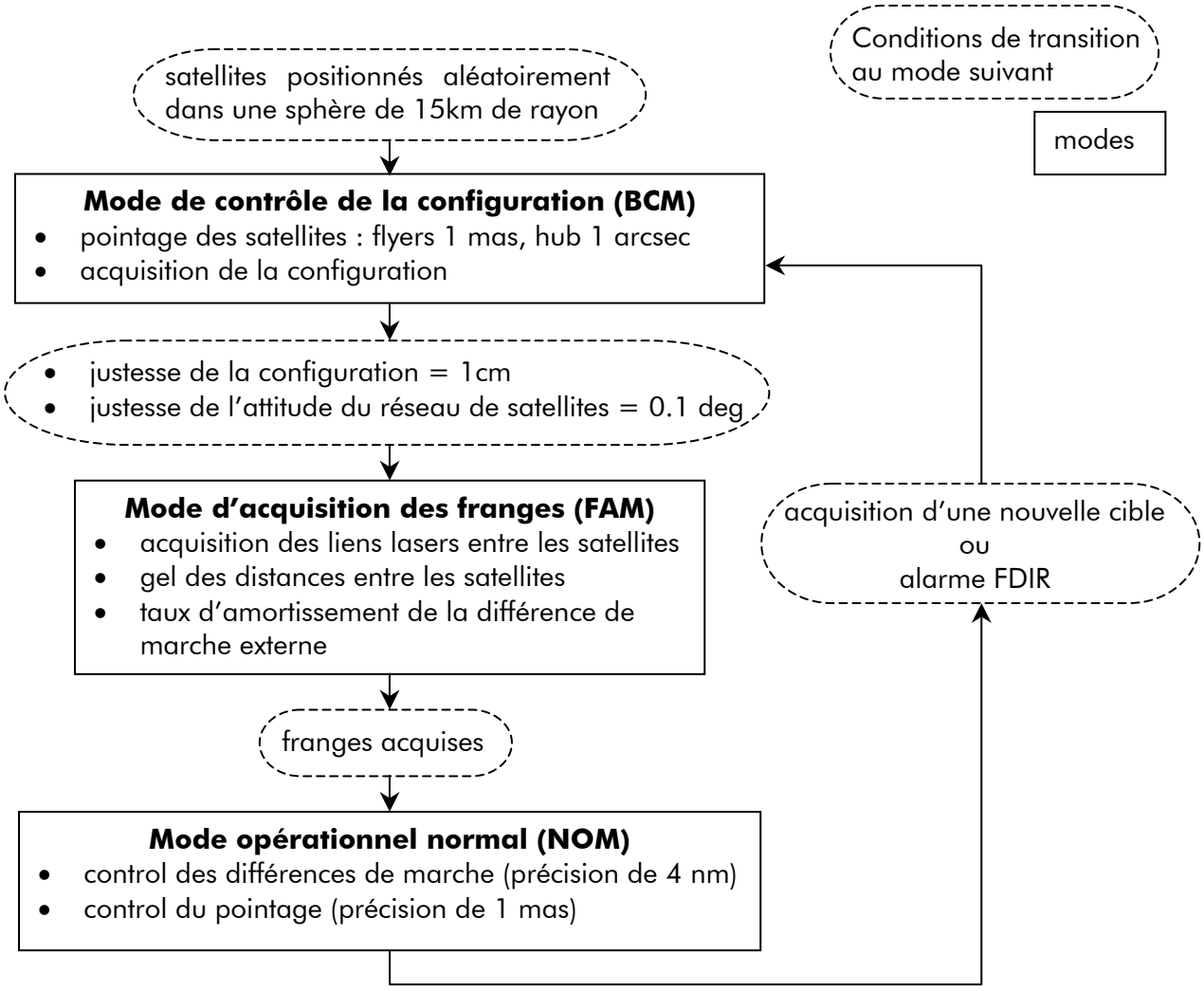


Figure III-5 - Boucle du système de contrôle de la configuration interférométrique divisé en trois modes BCM, FAM et NOM

[17] BCM : Baseline Control Mode
[18] FAM : Fringe Acquisition Mode
[19] NOM : Normal Operation Mode

III.2. Darwin vu de l'intérieur : la recombinaison des faisceaux

La qualité de recombinaison des faisceaux est essentielle, car elle est le cœur de l'interféromètre à frange noire.
Comme dans le chapitre précédent, il s'agit d'identifier les difficultés de conception du système coronographique. Une fois encore les études de faisabilité ont mis à jour plusieurs points durs. Dans un premier temps je décrirai succinctement le système de recombinaison adopté jusqu'ici, puis dans un deuxième temps je détaillerai les fonctions instrumentales soumises à de fortes contraintes.

III.2.1. La table de recombinaison des faisceaux

La recombinaison des ondes est réalisée **en plan pupille**. Les bras interférométriques doivent être identiques afin de minimiser les effets différentiels (différence de marche optique, déséquilibre d'amplitude, désalignement des états de polarisation) qui dégraderaient les performances de la table de recombinaison. Ceci implique que :

- les chemins optiques des bras soient de même longueur
- le nombre de réflexion sur des miroirs et les angles d'incidence soient les mêmes dans chaque voie pour s'assurer de la complète similitude des états de polarisation

Le recombinateur des faisceaux est décomposé en trois étapes :

- premier stade : des lignes à retard, disposées en entrée des bras du recombinateur, égalisent les différences de marche détectées par les suiveurs de franges. Les intensités issues des télescopes de numéros pairs (n°2, n°4, n°6) sont partitionnées en trois avec des poids respectifs 4:4:1 (cf. Figure III-6)
- second stade : l'état d'interférence de chaque interféromètre GAC (cf. Figure III-6) est réalisé en combinant les sorties du premier stade avec celles des télescopes de numéros impairs (n°1, n°3, n°5) et en injectant les déphasages de π. Pour égaliser les voies, trois lames compensatrices par GAC sont disposées avant la recombinaison
- Le troisième stade recombine les sorties des trois interféromètres GAC par paire, tout en introduisant la modulation interne. Un filtrage spatial doit être placé en sortie de chaque GAC afin de respecter les contraintes imposées en tilt et en WFE[20]

Le recombinateur étant décrit, le chapitre suivant identifie les différents points durs d'une telle recombinaison de faisceaux (qualité des optiques, déphasages achromatiques, fractionnement des énergies).

[20] WFE : Wave Front Error, c'est l'écart-type des défauts par rapport à la moyenne du front d'onde

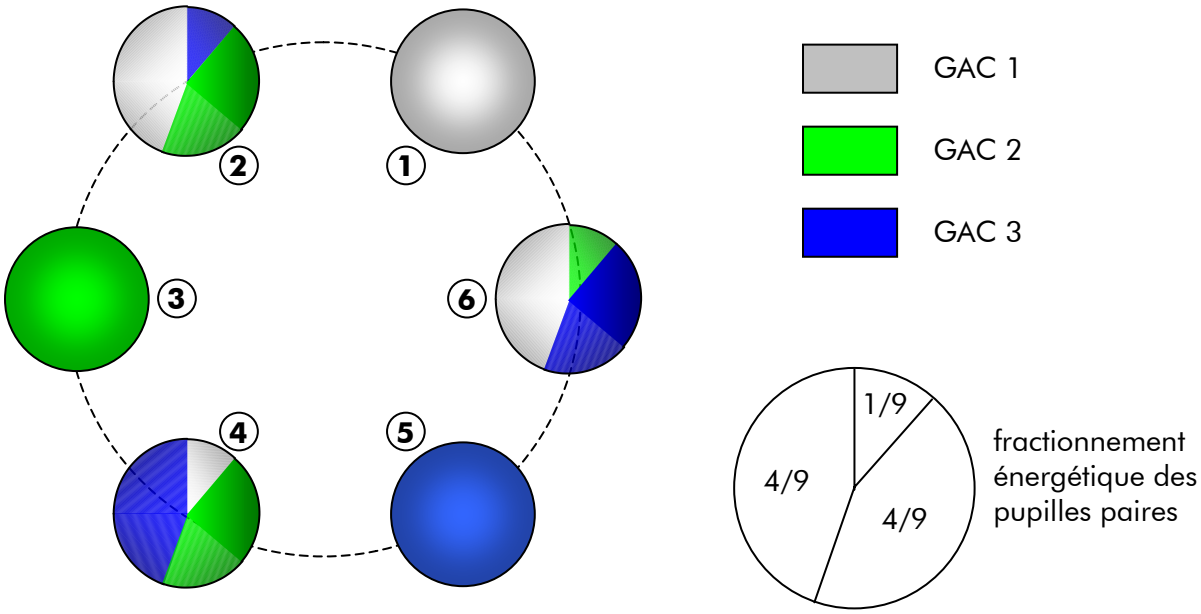


Figure III-6 – Fractionnement des pupilles paires et identification des pupilles entières ou fractions de pupilles appartenant à un même GAC. Le rapport de partition de l'énergie d'une pupille paire est 4:4:1

III.2.2. La qualité des optiques et le filtrage spatial

Les imperfections des optiques induisent des aberrations et des absorptions. Elles créent ainsi des déséquilibres entre les bras de l'instrument, et en particulier entre les voies du recombinateur de faisceaux. Ce sont d'une part des déséquilibres photométriques, et d'autre part des défauts de polarisation, de phase et d'aberrations comme le tilt, le defocus ou l'aberration sphérique.

Pour atteindre un taux d'extinction de 10^{-6}, le système de recombinaison doit être ainsi couplé à une optique de filtrage spatial, coûteux en perte de transmission énergétique.

Une solution est de filtrer à l'aide d'un trou placé au foyer. Seule l'énergie centrale de la tache de diffraction est transmise en amplitude et en phase. Mais le front d'onde en sortie est tout de même déformé par les phases basses fréquences non filtrées, issues des aberrations contenues dans le lobe central de la tache de diffraction.

Le recours aux fibres optiques est une seconde option, beaucoup plus attractive. Des études de performance d'un filtrage spatial par fibre optique monomode ont été menées. Ce fut en particulier le sujet de thèse de Cyril Ruilier (Ruilier 2000) et de mon stage de DEA (Escarrat 2000), réalisé à Alcatel Space en 2000.
Néanmoins les fibres optiques existantes sont actuellement très peu performantes en transmission énergétique dans le domaines 6 – 18 µm. De plus, peu stables, elles se révèleront peut être inadaptées à une mission spatiale, qui exige une stabilité opto-mécanique accrue.
Eliminer les fibres optiques ne signifie cependant pas pour autant d'abandonner ce type de filtrage. La technologie de l'optique intégrée est aussi une solution, une description détaillée est présentée dans le chapitre VIII dédié aux technologies émergentes.

III.2.3. Les déphasages achromatiques

Ce problème est au cœur d'un mode coronographique fonctionnant sur un large domaine spectral (6 – 18 μm). Un déphasage de π doit être introduit à toute longueur d'onde sur la bande spectrale, ou du moins sur des partitions de celles-ci, pour réaliser l'extinction (cf. chapitre III.1.1). Mais dans tous les cas, ces déphasages ne peuvent être obtenus par un simple chemin optique, placé entre les bras interférométriques.

Plusieurs approches (Rabbia et al. 2000), baptisées APS[21], sont testées actuellement en laboratoire ou/et sur le ciel.
Tout d'abord le déphasage de π achromatique peut être introduit par un passage au foyer, placé dans l'un des bras d'un interféromètre de Michelson. Cette solution est proposée par le Coronographe Interférentiel Achromatique (CIA). Je développerai son principe de fonctionnement dans le chapitre IV.

Une rotation de 180° du vecteur des champs électriques induit aussi un déphasage de π achromatique. Cette méthode est testée au JPL[22]. L'expérience a permis d'atteindre un taux de rejet de la lumière stellaire de 10^5 avec un laser visible en ne sélectionnant qu'une seule polarisation (Serabyn et al. 1999). Une extension expérimentale est prévue dans l'infrarouge thermique.
Enfin Le déphasage de π achromatique peut être introduit par un ajustement d'indice, en juxtaposant divers matériaux diélectriques d'indices et d'épaisseurs adéquats. En théorie le retard de phase est alors localement proportionnel à la longueur d'onde. Cette solution est actuellement testée par l'Université d'Arizona, par le TPD/TNO au Pays-Bas et par Alcatel Space.

III.2.4. La séparation des énergies

Nous avons vu dans le chapitre III.2.1 (cf. Figure III-6) que les champs issus des télescopes de numéros pairs de la formation (n°2, n°4, n°6) sont séparés chacun en trois voies avec un rapport d'intensité 4:4:1.

Cette séparation est effectuée en deux temps : chaque amplitude, provenant de ces télescopes, est séparé par une lame 11/89, puis le faisceau de fraction 78/89 est une nouvelle fois dédoublé par une lame 50/50. Cette gestion permet d'obtenir trois voies à partir de chaque télescope de numéro pair, avec des rapports d'intensité 11/89, 39/89 et 39/89.

Ce procédé présente le point dur (▼) suivant :

- ▼ les amplitudes doivent être équilibrées au millième près (cf. chapitre III.1.3) et ce, sur toute la bande spectrale de Darwin, imposant ainsi de fortes contraintes sur la définition des lames

[21] APS : Achromatic Phase Shifter
[22] JPL : Jet Propulsion Laboratory (Pasadena USA)

Diviser les fronts d'onde plutôt que les amplitudes

Une solution annexe, proposée par Jean Gay, est le fractionnement géométrique des fronts d'onde. La pupille d'entrée est alors segmentée en disposant un diaphragme de découpage sur la pupille de chaque télescope, ou sur l'une de leurs images ultérieures. Ce procédé présente les avantages (▼) et inconvénients (▼) suivants :

- ▲ la séparation des amplitudes est exacte et ne dépend plus de la précision de réalisation des lames
- ▲ la séparation est achromatique sur toute la bande spectrale (optiques à miroir) et elle n'est plus affectée par la dispersion chromatique des lames
- ▲ les miroirs secondaires sont hors-axe, il n'y a donc plus d'obstruction centrale dont le rayonnement est très gênant dans l'infrarouge thermique
- ▼ en l'état, les faisceaux délivrés sont de diamètres différents. Mais ce point peut être corrigé en fractionnant le miroir secondaire
- ▼ le découpage de la pupille d'entrée, en trois pupilles de rapport d'intensité 4:4:1, occasionne une perte photométrique non négligeable (environ 43.75 %). Mais ce point est partiellement compensé par la suppression des lames

III.3. Les développements technologiques et les missions de préparation

L'étude de pré-phase A comprenait la définition d'un programme de développements technologiques. En effet de nombreuses technologies requises par Darwin doivent disposer d'un niveau de maturité non encore atteint. Ces recherches sont menées par trois programmes distincts, réalisés par l'ESA : le Technical Research Programme (TRP), le General Support Technology Programme (GSTP) et le Core Technology Programme (CTP).
Conjointement à ces programmes, des missions de préparation, dirigées par l'ESA et regroupées dans le programme SMART[23], doivent tester les nouvelles technologies et méthodes directement en orbite.

La liste des technologies requises pour Darwin est vaste, allant de softwares ou de propulseurs, jusqu'aux déphaseurs achromatiques ou aux bancs optiques de grande stabilité. Ce chapitre décrit une vue d'ensemble des activités de développement identifiées jusqu'à présent.

III.3.1. Les tests en orbite

Un des challenges les plus audacieux de la mission Darwin est de positionner une flottille de satellites avec une précision de 1 cm. Le contrôle de la configuration durant l'observation est réalisée à l'aide d'une propulsion FEEP d'une poussée de 1 µNewton. Le déploiement et l'acquisition des sources cibles sont réalisées par une propulsion d'une poussée de 1 mNewton. Un système GPS permet de maintenir les positions des satellites avec une précision de l'ordre du centimètre, tandis qu'un système de métrologie laser mesure leurs positions à 5 nm près. Une voie indépendante du recombinateur de faisceaux observe les franges créées par l'étoile pointée par l'interféromètre et suit le mouvement des franges. L'information est transmise au système de contrôle de la formation qui rectifie alors la position et l'orientation des satellites.

[23] SMART : Small Mission for Advanced Research in Technology

Les technologies requises ne peuvent pas être testées au sol, il est donc nécessaire de les valider en vol. Pour ces raisons, le second satellite du programme SMART est dédié à la démonstration de technologies exigées par Darwin (et LISA). Le lancement de SMART-2 est prévu pour l'année 2006. Les études devraient donc être conclues courant 2003. Les principales activités de développement de Darwin/SMART-2 sont les suivantes (ESA 2000) :

- le contrôle de la formation libre des satellites, dont les distances varient du mètre à quelques centaines de mètres. Cette activité comprend les déploiements et le contrôle de la flottille sur une longue période
- un système de métrologie en trois niveaux, décrit dans le chapitre III.1.3
- un système de propulsion FEEP, de poussée de 1 mNewton et 1 μNewton

III.3.2. Les tests au sol

D'autres technologies, requises par Darwin mais non testées dans le programme SMART, sont développées au sol et devraient être disponibles en 2006. Ce sont :

- le développement de fibres optiques monomodes entre 5 et 18 μm, non encore existantes à ces longueurs d'onde. Le but final est de réaliser un filtrage spatial performant des fronts d'onde
- l'étude d'un système de refroidissement sans vibration. Les composants actuels produisent des vibrations de forte amplitude, incompatible avec la stabilité opto-mécanique exigée
- la création de composants optiques dédiées à l'interférométrie, comme des lignes à retard et des unités d'ajustement des amplitudes et des polarisations
- le développement de déphaseurs achromatiques pour l'interférométrie à frange noire
- l'élaboration des optiques intégrées à ces longueurs d'onde, dédiées à la recombinaison de faisceaux. Le banc optique pourrait être ainsi plus stable et réduit en taille et masse

En parallèle à ces activités sont développés les suiveurs de franges, les écrans solaires et les miroirs destinés aux télescopes.

III.3.3. Des démonstrateurs en laboratoire de l'interférométrie à frange noire

Acquérir de l'expérience et qualifier une interférométrie à frange noire, présentant les performances requises pour Darwin, exigent la réalisation de démonstrateurs du concept en laboratoire. Ces études sont menées en plusieurs lieux :

- aux USA au JPL (Serabyn 2000)
- en France à l'IAS (Ollivier 1999) et à Alcatel Space (Haguenauer 2000)
- en Allemagne à Astrium (Flatscher et Johann 2002)

Les développements de nouvelles technologies sont actuellement ou seront bientôt réalisées afin de surmonter les points durs identifiés dans la réalisation du futur instrument. L'un des obstacles technologiques majeurs est l'emploi de déphaseurs achromatiques. Plusieurs approches, conduisant à des APS aux performances requises (extinction de l'étoile de 10^{-6}), sont à l'étude et sont basées respectivement sur :

- le passage d'une onde par un foyer (APS focus crossing)
- la rotation de 180° du vecteur des champs électriques (APS field reversal)
- le couplage de lames dispersives (APS dispersive plates)

Une solution alternative à l'emploi des APS, tel que décrit, et incluant la recombinaison des faisceaux, est basée sur l'utilisation du Coronographe Interférentiel Achromatique (CIA). Ce concept est décrit dans le chapitre IV suivant.

A l'heure actuelle...

Depuis la parution du rapport de l'ESA en 2000, où la configuration Robin-Laurance était adopée, une nouvelle configuration dite « bow-tie » a été imaginée (Absil et al. 2003) et préférée.
Comme le montre la Figure III-7, celle-ci est composée de deux GAC et présente au final six télescopes disposés sur un hexagone irrégulier. Chaque GAC est formé de quatre télescopes dont les poids relatifs sont (1, 1, 0.5, 0.5) et les déphasages achromatiques à introduire respectivement (π, 0, π, 0).
La modulation interne est réalisée entre les deux GAC.

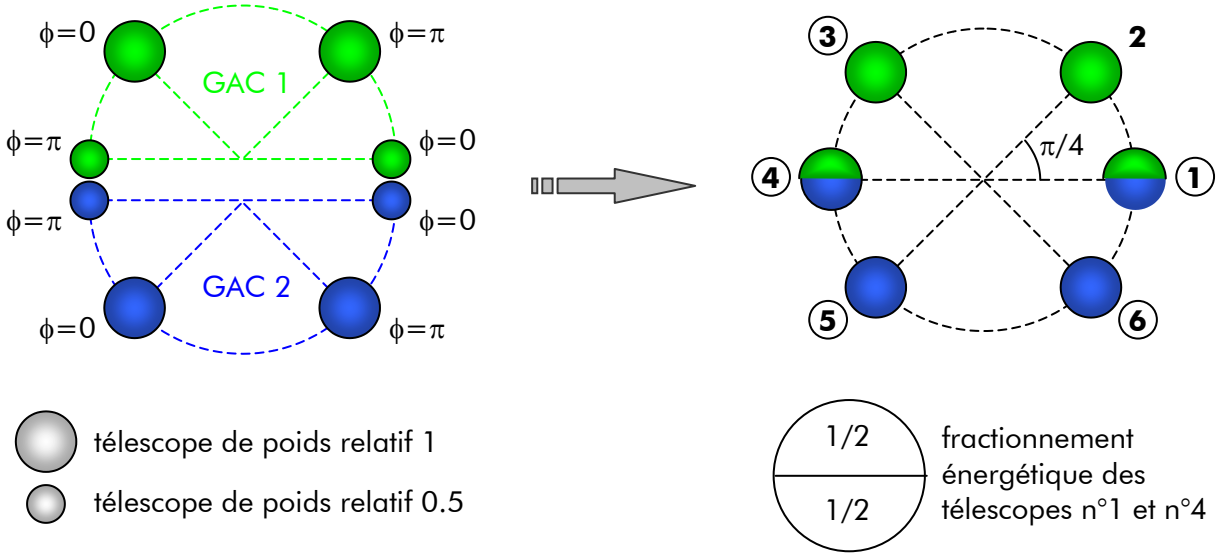


Figure III-7 - Description de la configuration « bow-tie » (Absil et al. 2003), composée de deux interféromètres GAC. Au final six télescopes sont disposés sur un hexagone irrégulier. Les deux moitiés des flux collectés par les télescopes 1 et 4 sont respectivement dirigées dans chaque GAC.

La configuration bow-tie est préférée à celle de Robin-Laurance car :

- le schéma de recombinaison est plus simple puisque les séparations énergétiques nécessitent uniquement des lames 50/50
- l'efficacité maximale de modulation atteint 65 %, soit deux fois plus que la configuration Robin-Laurance

Que la configuration interférométrique soit Robin-Laurance ou bow-tie, le cahier des charges de la recombinaison reste le même et convient au système, appelé « cascade de CIA » (cf. chapitre IV), étudié dans ce manuscrit : recombiner quatre ondes en introduisant sur deux d'entre elles un déphasage de π achromatique.
Ces exigences correspondent au cas où la modulation est réalisée entre plusieurs interféromètres GAC (cf. chapitres II et III). Une autre technique de modulation, dite « naturelle », a été proposée par O. Absil, A. Karlsson et L. Kaltenegger (Absil et al. 2003), basée sur la recombinaison de tous les télescopes d'une flottille. Le nombre des ondes à recombiner peut être supérieur à quatre et les déphasages achromatiques à introduire différents de π.
La recombinaison demandée n'est alors plus compatible avec la cascade de CIA. C'est pourquoi je ne parlerai pas davantage de cette modulation et renvoie le lecteur à l'article Absil et al. 2003 pour une description détaillée de son principe.

Chapitre IV

Une cascade de CIA pour Darwin

Le degré de performances du mode « nulling » exigée (extinction stellaire de 10^{-6}, déphasages achromatiques, cf. chapitre III) est encore non maîtrisé et génère ainsi de nombreux défis technologiques. Des solutions sont actuellement à l'étude (cf. chapitre III), comme par exemple les Achromatic Phase Shifter ou APS (Rabbia et al. 2002).

Mon sujet de thèse s'inscrit dans cette « course » aux prétendants au mode coronographique de Darwin. Je me suis donc attaché à montrer l'intérêt d'une approche de la recombinaison, différente de celle présentée dans le rapport de pré-phase A réalisée par Alcatel Space (ESA 2000) : l'emploi du **CIA** ou **C**oronographe **I**nterférentiel **A**chromatique, inventé par J. Gay en 1996 (Gay et Rabbia 1996).

Une première étude de faisabilité forme les chapitres V, VI et VII. Mais avant cela, il est important de décrire le système coronographique imaginé par J. Gay (Observatoire de la Côte d'Azur), baptisé **cascade de CIA**.
La « brique » essentielle de la cascade de CIA est bien sûr le CIA, je présenterai dans une première partie son principe de fonctionnement. Dans une seconde partie je décrirai la cascade de CIA.

IV.1. Le principe du CIA

La description du CIA dans sa configuration originelle est composée :

- d'une approche intuitive du principe de fonctionnement
- d'une présentation de son formalisme
- d'une illustration de son aspect concret en détaillant les différents composants

IV.1.1. Approche intuitive

Motivation

La conception du CIA a pour but de disposer d'un système imageur en mode coronographique générant :

- une carte de transmission (cf. chapitre II.3.1) présentant une extinction sur l'axe (même fonctionnement qu'un masque)
- une extinction obtenue sans masque matériel et basée sur la cohérence de la lumière (interférences destructives)
- une extinction applicable sur une large bande spectrale

Conception de base

Eteindre une source par interférence destructive implique de disposer de deux ondes. Pour fonctionner avec un télescope, le CIA sépare l'onde collectée en deux ondes et les déphase de π.
Ce déphasage est **achromatique**, car il est basé sur une propriété de la lumière selon laquelle le passage d'une onde par un foyer provoque un déphasage de π à toute longueur d'onde (Born et Woolf 1998).

Principe

Le CIA est un Michelson Fourier modifié par l'insertion d'un foyer sur l'un des bras, ce qui induit une **rotation de 180° de la pupille** et introduit une **phase de π achromatique**. Le passage au foyer est assuré par un système œil de chat disposé sur l'un des bras, tandis qu'un train de trois miroirs plans sur l'autre bras équilibre les chemins optiques.

Les figures suivantes illustrent les modifications réalisées sur l'interféromètre de Michelson et les images créées par le système de deux sources, l'une sur l'axe et l'autre hors-axe :

- la Figure IV-1 présente un Michelson classique : chaque source crée une image au foyer
- la Figure IV-2 illustre un Michelson dont l'une des voies est déphasée de π : les deux sources sont éteintes par interférences destructives
- la Figure IV-3 décrit un Michelson dont on a disposé sur l'un des bras un œil de chat (déphasage de π et rotation de 180° de la pupille) : la source sur l'axe est éteinte et la source hors-axe crée deux images jumelles

Michelson classique

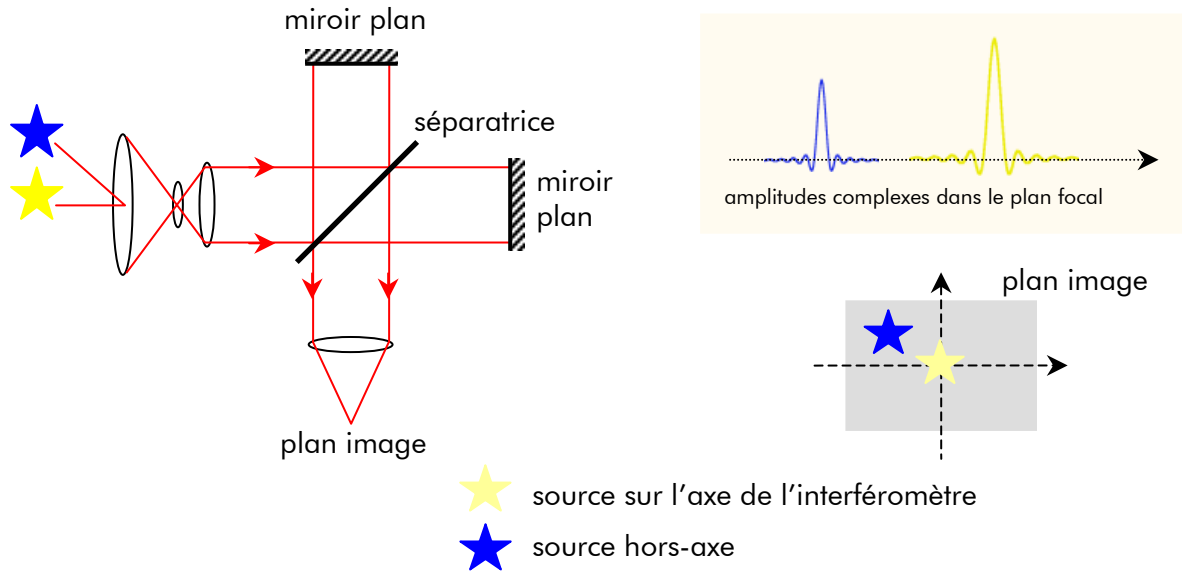


Figure IV-1 – Images de deux sources, l'une sur l'axe et l'autre hors-axe, à travers un interféromètre de Michelson

Michelson + déphasage de π

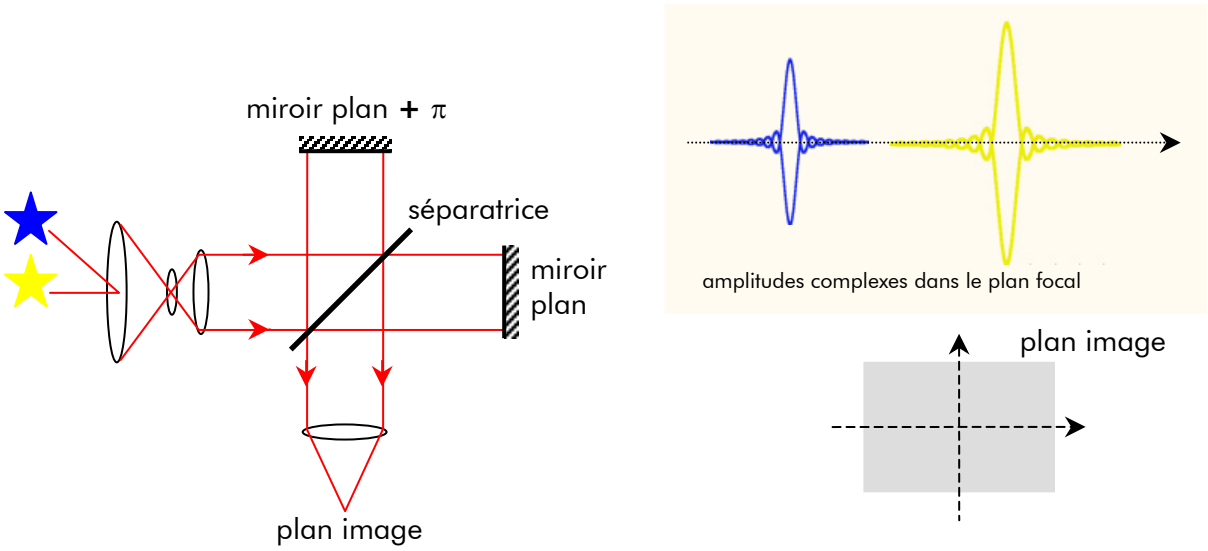


Figure IV-2 - Images de deux sources considérées dans la Figure IV-1 à travers un interféromètre de Michelson dont l'une des deux ondes est déphasée de π

Michelson + œil de chat (déphasage de π + retournement de 180°) = CIA

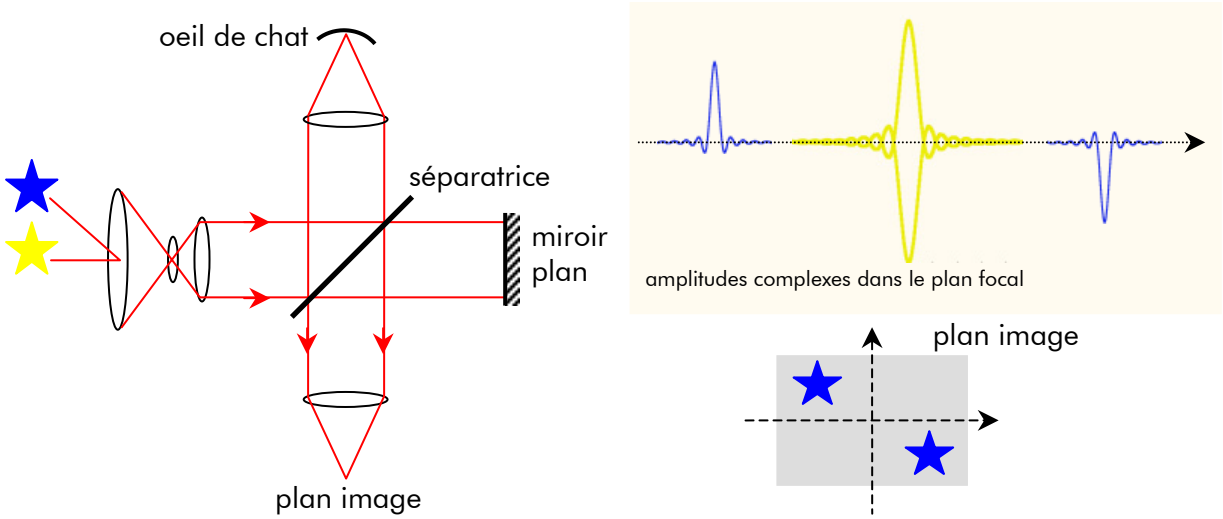


Figure IV-3 - Images de deux sources considérées dans la Figure IV-1 à travers un interféromètre de Michelson dont l'une des deux ondes est déphasée de π et dont la pupille est retournée de 180°. C'est le CIA

IV.1.2. Un peu de formalisme

Ce chapitre expose le formalisme associé au CIA. Les notations, illustrées dans la Figure IV-4, sont les suivantes :

- dans les plans images, les vecteurs positions sont α, β et μ (définis par la coordonnée réduite x/F où x est un vecteur et F la focale de sortie de l'instrument)
- dans le plan pupille, le vecteur position ξ (défini par la coordonnée réduite longueur/λ)

Puisque les ouvertures sont circulaires, j'utilise des coordonnées polaires (ρ,θ) dans les plans images et (q,ϕ) dans le plan pupille.

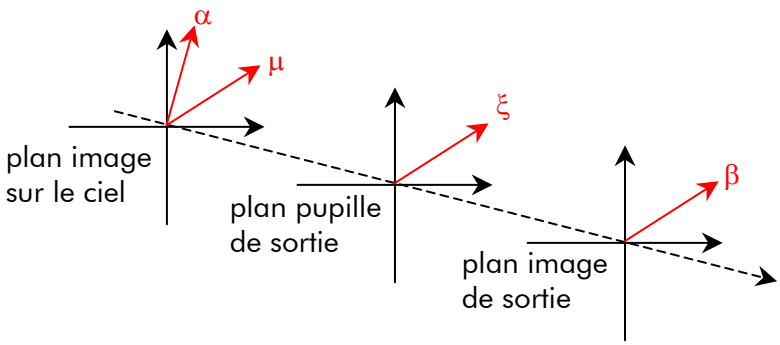


Figure IV-4 - Définitions des coordonnées utilisées

Je note Ω_* l'intensité de la source sur l'axe de l'instrument et Ω_p celle de la source hors-axe de coordonnée angulaire μ (vecteur). La distribution d'intensité s'écrit :

$$\Omega(\alpha,\mu) = \Omega_* \delta(\alpha) + \Omega_p \delta(\alpha - \mu) \qquad (IV\text{-}1)$$

et l'amplitude complexe incidente :

$$\psi(\xi) = \omega_* + \omega_p \, e^{-i\,2\pi\,\xi\,\mu} \qquad (IV\text{-}2)$$

où $\Omega_* = \left\langle \left|\omega_0\right|^2 \right\rangle$ et $\Omega_p = \left\langle \left|\omega_p\right|^2 \right\rangle$.

Après recombinaison l'amplitude du champ dans le plan pupille de sortie est :

$$\Psi_\Delta(\xi) = r\,t \left[\psi(\xi) P(\xi) + e^{i\pi}\, \psi(-\xi) P(-\xi)\, e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Delta} \right] \qquad (IV\text{-}3)$$

où $\psi(\xi)$ est l'amplitude du champ incident, Δ la différence de marche entre les deux bras et (r,t) et (R,T) les coefficients de réflexion et de transmission de la lame séparatrice respectivement pour l'amplitude et pour l'intensité.

L'équation précédente montre que :

- la pupille doit être à symétrie circulaire, ce qui se traduit analytiquement par

$$P(\xi) = P(-\xi) \qquad (IV\text{-}4)$$

- la différence de marche entre les deux bras doit être nulle ($\Delta=0$)

Les équations *(IV-3)* et *(IV-2)* permettent de déduire l'intensité dans le plan image ($\Delta=0$) :

$$I(\beta, \mu) = R\,T\,\Omega_p \left\{ A(\beta - \mu) + A(\beta + \mu) - 2\,\mathrm{Re}\left(\hat{P}(\beta - \mu) \hat{P}^*(\beta + \mu) \right) \right\} \qquad (IV\text{-}5)$$

où $A(\beta)$ est l'intensité de la PSF[24] normalisée à l'unité, donnée par le module au carré de la transformée de Fourier $\hat{P}$.

Les termes de l'équation *(IV-5)* décrivent l'image observée :

- l'annulation des termes en Ω_*, due à la condition de centro-symétrie de la pupille (équation (IV-4)), illustre l'extinction de l'étoile sur l'axe
- les termes $A(\beta-\mu)$ et $A(\beta+\mu)$ traduisent la présence de deux images jumelles de la source hors-axe, disposées symétriquement par rapport à l'axe

Le terme croisé contient le produit des distributions d'amplitude complexe des deux bras. Ce produit s'annule lorsque les deux distributions ne se superposent plus, c'est-à-dire lorsque la source hors–axe est suffisamment écartée du centre du champ.
Cette distance angulaire minimale est donnée par le profil d'extinction du coronographe projeté sur le ciel, obtenu en intégrant sur le plan image l'intensité reçue d'une source hors-axe (équation *(IV-5)*) dont la position angulaire est ρ (Baudoz et al. 2000) :

$$E(\rho) = \frac{\omega_0}{2} \left\{ 1 - \frac{2\,J_1(2\pi\,D\,\rho)}{2\pi\,D\,\rho} \right\} \qquad (IV\text{-}6)$$

Le profil d'extinction, représenté dans la Figure IV-5, est à symétrie circulaire.

[24] PSF : Point Spread Function Function – Fonction d'étalement du Point en amplitude (FEP en français), c'est la figure de diffraction

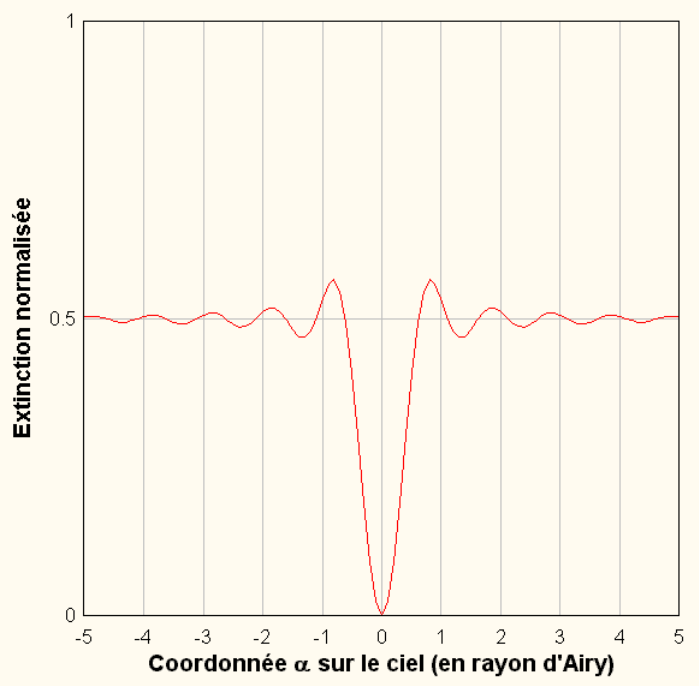


Figure IV-5 – Profil de l'extinction du CIA sur le ciel, donnée par l'équation (IV-6)

La puissance monochromatique collectée est $\omega_0 = 4RT\Omega S$, où S est la surface du collecteur. La puissance disponible en sortie est $2RT = 1/2$.

IV.1.3. Aspect concret des composants du CIA

Ce chapitre décrit les trois composants du CIA :

- le **cube séparateur**, composé de deux prismes identiques et accolés (cf. Figure IV-6), est le composant séparateur et recombinateur de faisceaux. Ses fonctions reproduisent celles données par l'emploi de lames mais il est plus stable et plus facile à intégrer de par sa géométrie cubique

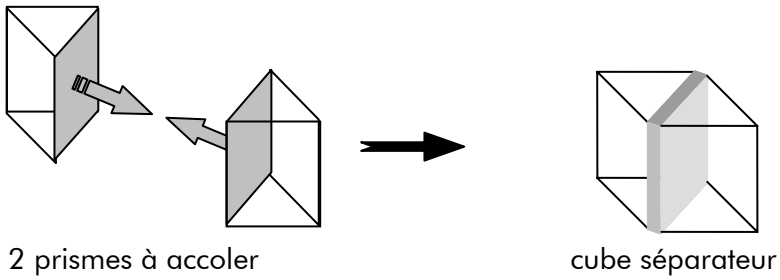


Figure IV-6 - Composition d'un cube séparateur

- l'**œil de chat** est composé de deux miroirs paraboliques (cf. Figure IV-7 à gauche). Disposé sur l'un des bras, il induit une rotation de 180° la pupille et introduit une phase de π par passage au foyer. Afin que le grandissement de la pupille soit de 1, comme le train de miroirs plans, la focale du miroir secondaire est le quart de la focale du primaire ($f_{secondaire} = f_{primaire}/4$)

- le train de trois miroirs plans, dit **plan-plan-plan**, reproduit la longueur du trajet parcouru dans l'œil de chat. A cette fin, les inclinaisons des miroirs d'entrée et de sortie reproduisent virtuellement les tangentes au miroir parabolique de l'œil de chat aux points d'impact des faisceaux. Le troisième miroir est virtuellement superposé au miroir secondaire de l'œil de chat (cf. Figure IV-7).

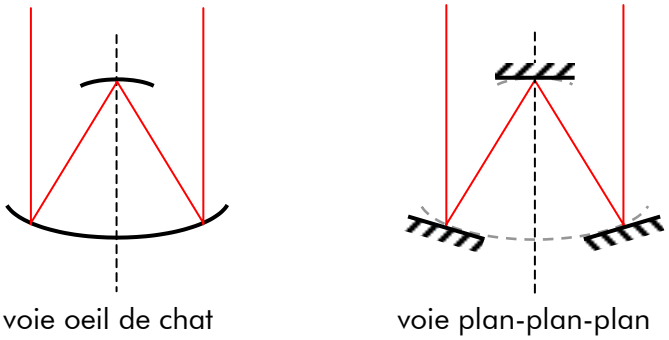


Figure IV-7 – Représentation des voies œil de chat et plan-plan-plan

La Figure IV-8 représente l'aspect du CIA et la Figure IV-9 une photo du CIA (entourée d'un trait rouge) sur sa platine de montage utilisé au CFHT. La Figure IV-10 illustre les deux images coronographiques données par le CIA de l'étoile double 72 Peg, prises respectivement lorsque les sources sont hors-axe et lorsque l'une des étoiles est pointée.

L'utilisation du CIA au sein du mode « nulling » de la mission Darwin soulève plusieurs questions : le CIA, fonctionnant en mono-pupille, peut-il s'adapter à la pupille diluée de Darwin ? Le CIA apporte-t'il des solutions aux points durs de réalisation de la mission et répond-il à son cahier des charges techniques ?

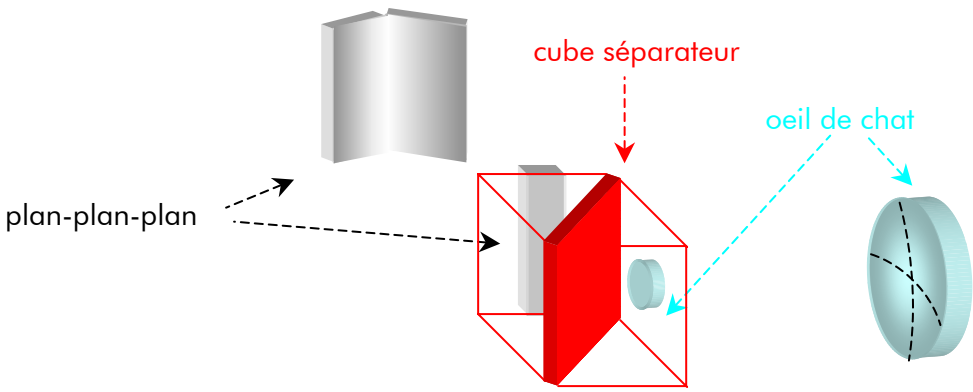


Figure IV-8 - Représentation d'un CIA. Une couleur est allouée à chaque composant : le bleu à l'œil de chat, le gris au plan-plan-plan et le rouge au cube séparateur

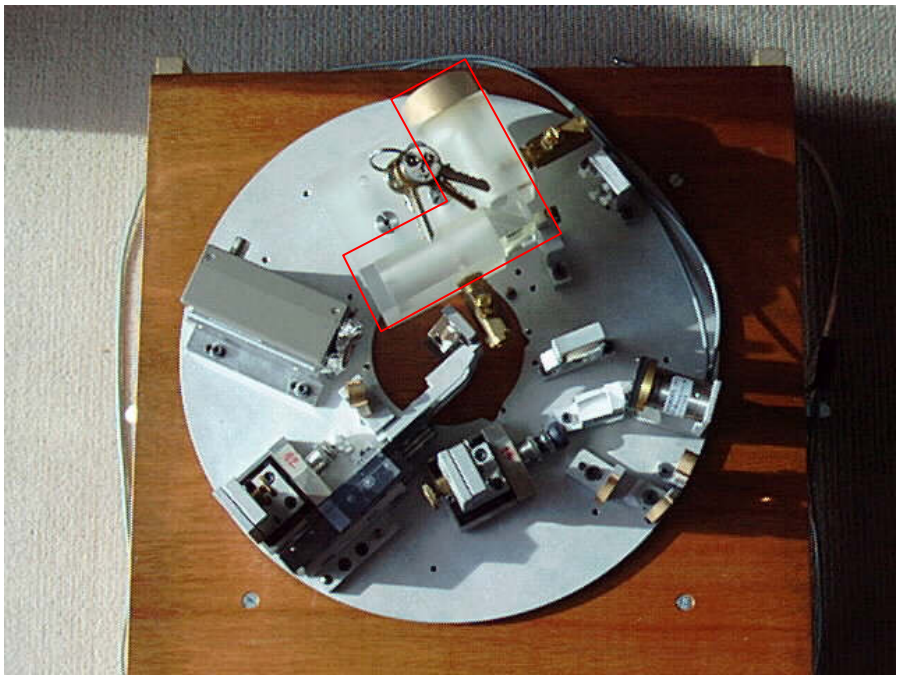


Figure IV-9 – Photo d'un CIA (entourée d'un trait rouge) montée sur le CFHT

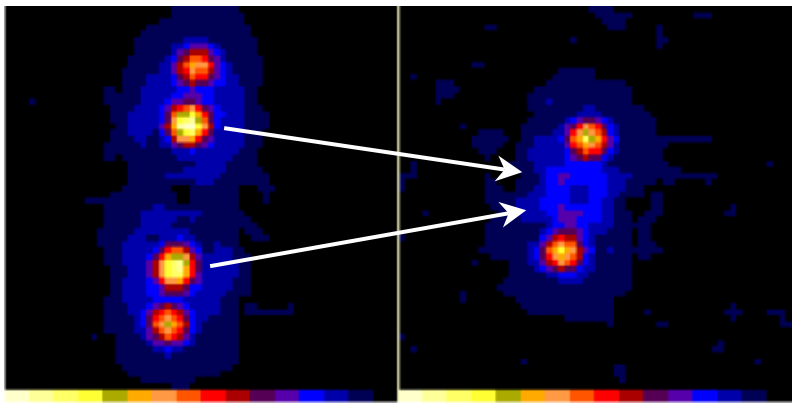


Figure IV-10 - Images coronographiques données par un CIA de l'étoile double 72 Peg prises à l'OHP[25]. A gauche le système binaire est hors-axe : les deux étoiles ne sont pas éteintes et leurs images dédoublés. A droite l'une des étoiles est sur l'axe, elle est donc éteinte, l'autre induit deux images jumelles

IV.2. La cascade de deux CIA

Le CIA présente pour le mode coronographique de Darwin plusieurs attraits technologiques :

- extinction achromatique localisée au centre du champ et produite par interférence destructives
- introduction d'un déphasage de π achromatique par passage au foyer. Bien que la valeur déphasage soit fixe, celle-ci convient à la configuration interférométrique de Robin-Laurance actuellement sélectionnée (cf. chapitres II et III).

[25] OHP : Observatoire de Haute-Provence (France)

- équilibrage des amplitudes (nombre identique de réflexions et de transmissions sur chaque voie)
- compacité appropriés à une mission spatiale où l'espace disponible est limité

Une question essentielle reste encore en suspend : le CIA permet-il de réaliser l'extinction demandée ? L'extinction, et plus particulièrement son profil en θ^4, dépend de la configuration interférométrique et du nombre des ondes recombinées. (cf. chapitres II et III). Par exemple l'interféromètre à deux télescopes de Bracewell et McPhie génère une extinction en θ^2 alors que la Croix d'Angel, à quatre télescopes, présente une extinction en θ^4.
En fait un minimum de 3 ondes, correctement pondérées et déphasées, est nécessaire à la réalisation d'un profil en θ^4. Ce chapitre décrit comment J. Gay imagine recombiner quatre faisceaux **en agençant correctement deux CIA**.

IV.2.1. Recombinaison des faisceaux avec un CIA

Dans sa configuration classique, un CIA fait interférer achromatiquement une onde a avec une onde b déphasée de π, selon le schéma de la Figure IV-11 à gauche. L'action du CIA est symbolisée par le schéma de la Figure IV-11 à droite

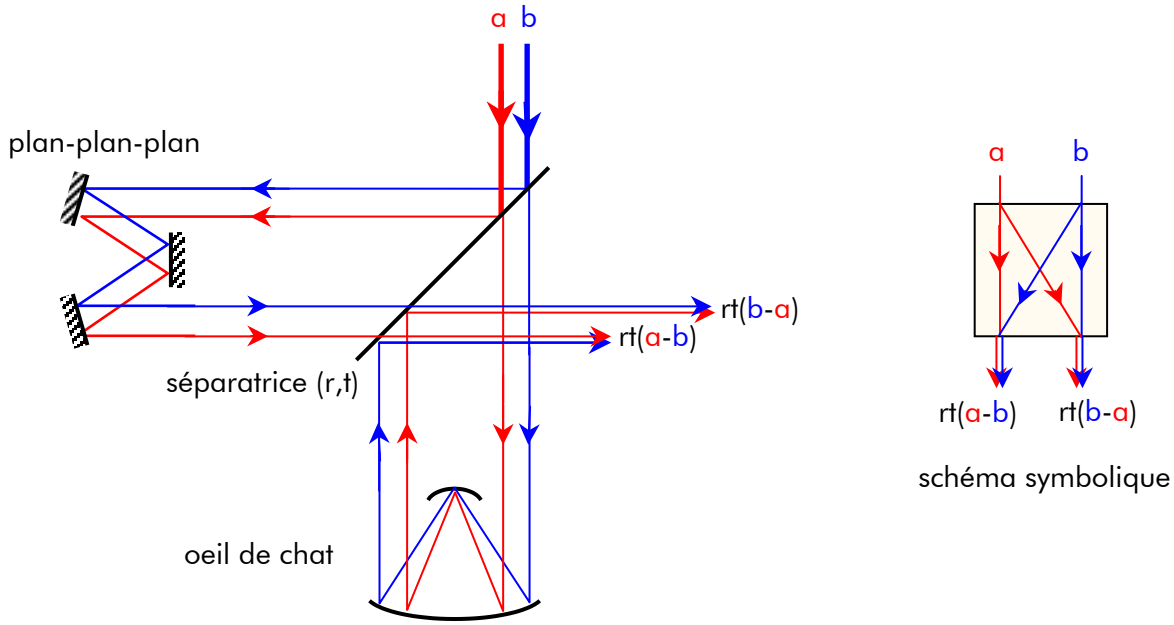


Figure IV-11 – Principe et schéma symbolique du CIA permettant de recombiner deux pupilles. Les deux voies de sortie ont des amplitudes de signes opposés

Le trajet optique d'un faisceau, injecté dans le CIA par le quartier supérieur gauche de la face d'entrée, est illustré dans la Figure IV-12 et se décompose en trois étapes :

- le faisceau injecté est divisé à part égale en deux sous- faisceaux
- dans la voie œil de chat, l'onde est déphasée de π. Dans la voie plan-plan-plan, l'onde ne subit aucune transformation
- le sous-faisceau provenant de l'œil de chat émerge du CIA par le quartier inférieur gauche de la face de sortie et celui provenant du plan-plan-plan par le quartier supérieur gauche

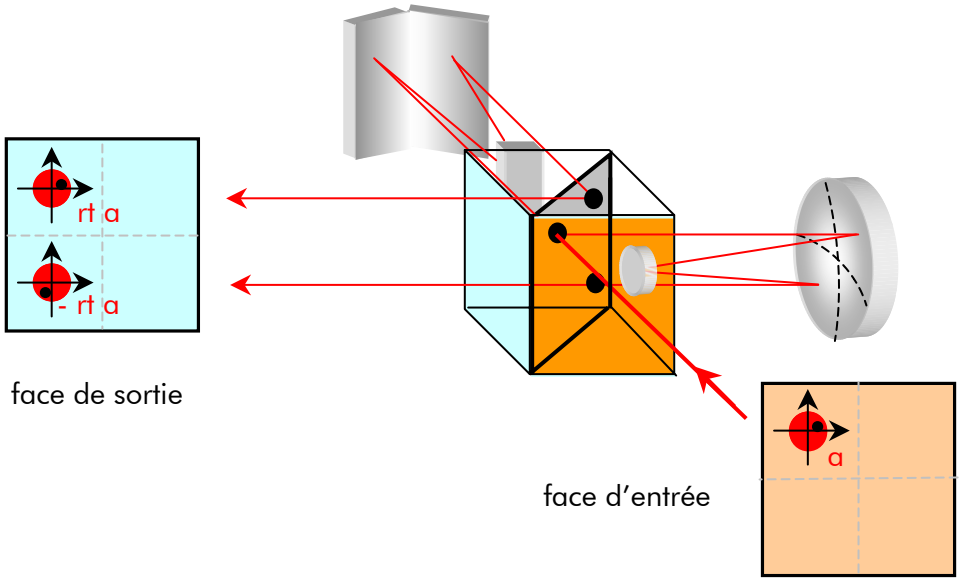


Figure IV-12 - Chemin optique parcouru par le faisceau injecté dans le CIA. La face d'entrée et de sortie sont répétées aux extrémités du faisceau afin de représenter la position de la pupille injectée sur la face d'entrée (face orange) et les positions des deux sous-pupilles émergentes sur la face de sortie (face bleu)

Les deux sous-faisceaux, issus d'un même faisceau injecté, ressortent du CIA à des positions différentes, car les géométries des voies œil de chat et plan-plan-plan ne présentent par la même symétrie :

- l'œil de chat est à symétrie centrale
- le plan-plan-plan est à symétrie axiale

Ainsi un faisceau, injecté dans le quartier supérieur gauche de la face d'entrée, est renvoyé par l'œil de chat dans le quartier inférieur droit (Figure IV-13 à gauche), et par le plan-plan-plan dans le quartier supérieur droit (Figure IV-13 à droite).

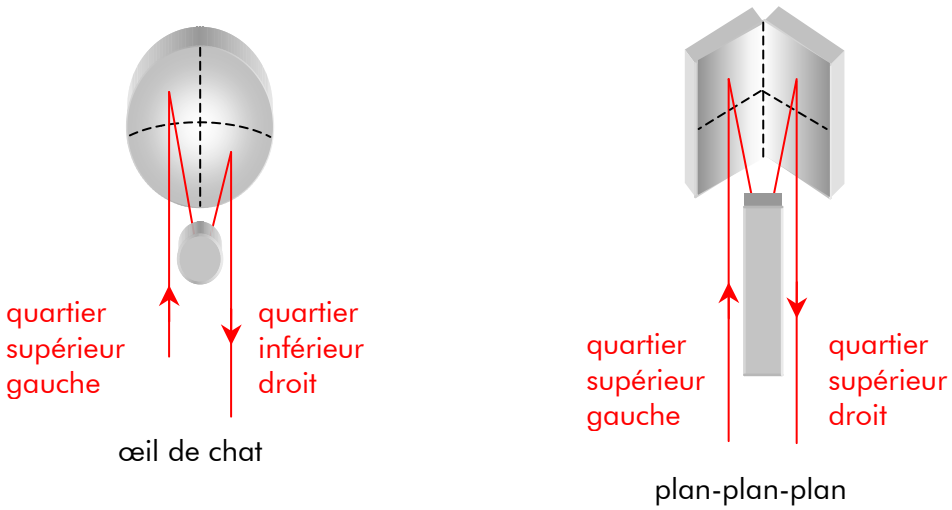


Figure IV-13 – Trajet d'un faisceau dans un œil de chat et un plan-plan-plan. Le faisceau est injecté dans le quartier supérieur gauche et émerge de l'œil de chat du quartier inférieur droit et du plan-plan-plan du quartier supérieur droit

Loi de correspondance « entrée-sortie » du CIA

Dans le cas général, le faisceau peut être injecté dans l'un des quatre quartiers de la face d'entrée. Il est donc utile d'établir une loi de correspondance « entrée-sortie » entre les faisceaux injectés et recombinés qui représente (cf. Figure IV-14) :

- les positions d'entrée et expressions des amplitudes complexes des ondes injectées
- les positions de sortie et expressions des amplitudes complexes des ondes recombinées

L'action du CIA est symbolisée par son cube séparateur. La distribution de l'énergie injectée dans le CIA est représentée par la répartition des couleurs dans les sections de faisceaux. Quatre ondes, d'amplitudes complexes respectives a, b, c et d, sont injectées chacune par un quartier de la face d'entrée du CIA. Celui recombine deux sous-faisceaux entre eux et délivre en sortie :

- deux amplitudes complexes de signe opposé, issues de la recombinaison de a et b
- deux amplitudes complexes de signe opposé, issues de la recombinaison de c et d
- chaque voie de sortie transporte la moitié de l'énergie des ondes recombinées (distribution de couleurs)

La pondération r.t est introduite par les deux passages successifs des sous-faisceaux par la séparatrice, dont les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude sont r et t.

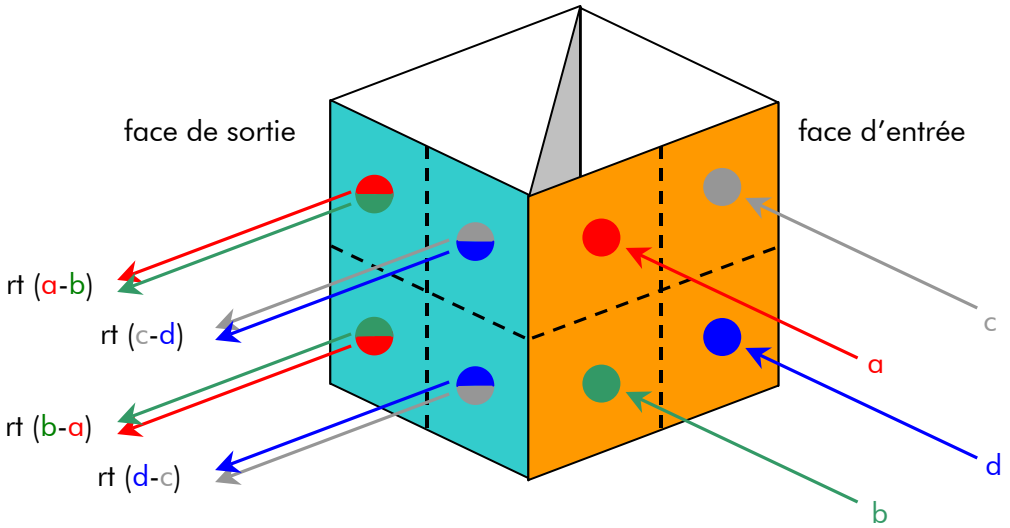


Figure IV-14 - Loi de correspondance « entrée-sortie » d'un CIA dans lequel sont injectés quatre faisceaux. En sortie les amplitudes complexes a et c sont respectivement recombinées avec b et d

IV.2.2. Recombinaison des faisceaux avec deux CIA en série : la cascade de CIA

Un CIA peut recombiner deux faisceaux. **Deux CIA, convenablement disposés « en série », permettent de recombiner quatre faisceaux et ainsi de réaliser une extinction en θ^4.**

L'aspect de « cascade » du nouveau système de recombinaison apparaît dans la Figure IV-15 en employant le schéma symbolique de la Figure IV-11. La gestion des faisceaux est la suivante :

- quatre ondes sont injectées dans le premier CIA
- les recombinaisons des ondes a et b et des ondes c et d sont représentées chacune par un schéma symbolique
- quatre voies émergent en sortie du premier CIA
- quatre voies sont injectées dans le second CIA mais une seule recombinaison est représentée
- quatre voies émergent du second CIA (deux seulement sont représentées)

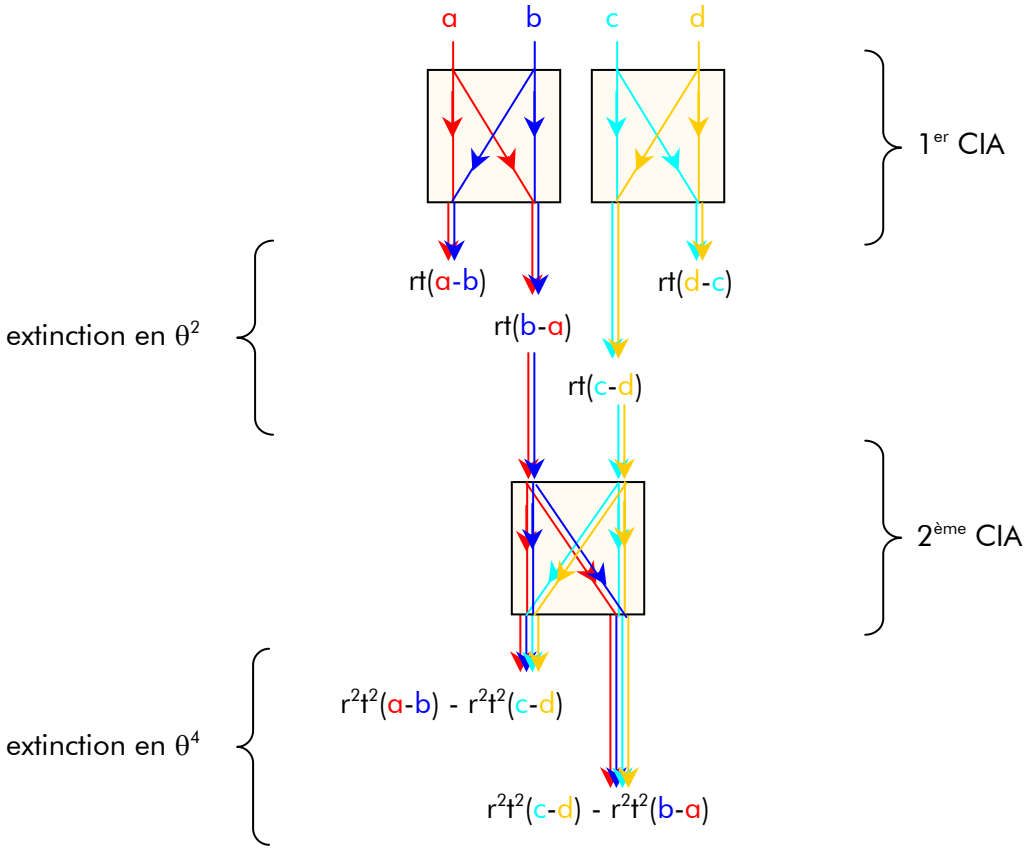


Figure IV-15 - Schéma symbolique de la cascade de deux CIA (voir texte pour plus détails)

L'agencement des deux CIA

Les quatre faisceaux sont injectés dans le premier CIA chacun sur un quartier de la face d'entrée. Afin que le deuxième CIA puisse convenablement recombiner les amplitudes complexes différentes :

- les faces de sortie du premier CIA et d'entrée du second CIA doivent être parallèles et leurs axes optiques alignés
- les plans de symétrie des deux voies plan-plan-plan doivent être perpendiculaires entre eux (cf. Figure IV-16). Cette condition est imposée pour recombiner les quatre faisceaux injectés dans la cascade

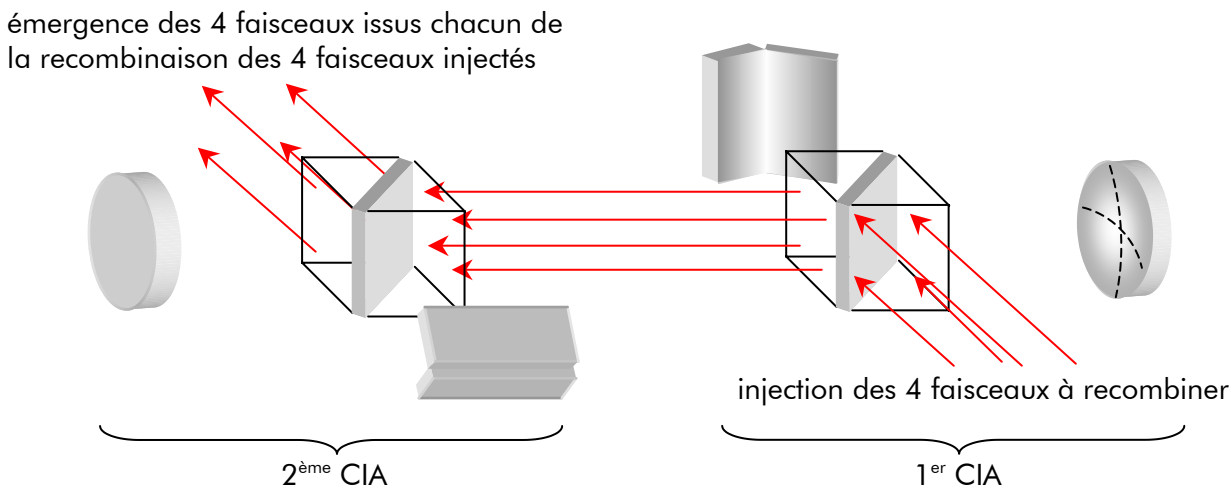


Figure IV-16 – Disposition relatives des CIA d'une cascade : les plans de symétrie des deux voies plan-plan-plan doivent être perpendiculaires entre eux

Loi de correspondance « entrée-sortie » de la cascade de CIA

La représentation de la loi « entrée-sortie » de la cascade est la même que pour un seul CIA (cf. Figure IV-14) : l'action de la cascade est symbolisée par un seul cube séparateur. La face d'entrée est celle du premier CIA et sa face de sortie celle du deuxième CIA.

Quatre ondes, d'amplitudes complexes respectives a, b, c et d, sont injectées chacune par un quartier de la face d'entrée du premier CIA. La cascade recombine les faisceaux entre eux et délivre en sortie quatre amplitudes complexes identiques (au signe près), chacune contenant un quart de l'énergie totale de la planète collectée par les télescopes (distribution de couleurs).

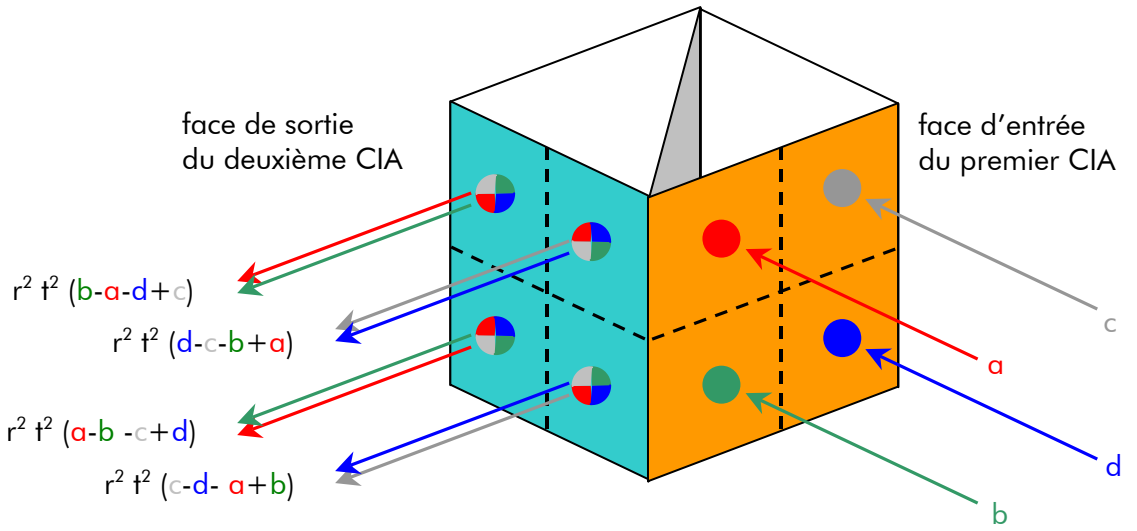


Figure IV-17 - Loi de correspondance « entrée-sortie » d'une cascade de CIA. Les quatre ondes injectées sont d'amplitudes complexes a, b, c et d. La face d'entrée du système est celle du premier CIA, la face de sortie celle du second CIA

Ce chapitre a décrit la cascade de CIA. Ce système, composé de deux CIA, permet de recombiner quatre faisceaux et ainsi réaliser une extinction en θ^4. Cependant, l'énergie collectée de la planète est distribuée par la cascade dans quatre voies. Le chapitre suivant montre comment regrouper ces énergies en une seule voie d'exploitation et ainsi récupérer tous les photons planétaires collectés.

IV.3. Optimisation de la transmission énergétique de la cascade de CIA

L'extinction en θ^4, exigée par la mission Darwin, est réalisée par la recombinaison des quatre ondes d'un interféromètre en introduisant au préalable un déphasage de π achromatique sur deux d'entre elles. Cette gestion des faisceaux est accessible en disposant en série deux CIA identiques, c'est la cascade de CIA, décrite dans le chapitre IV.2 précédent :

- quatre ondes sont injectées dans la cascade
- quatre voies d'amplitudes complexes identiques émergent de la cascade, elles sont issues chacune de la recombinaison des quatre ondes d'entrée et contiennent donc chacune un quart de l'énergie totale de la planète collectée par les télescopes

Les positions de sortie des faisceaux et leurs amplitudes complexes respectives sont exprimées, suivant les ondes injectées d'amplitudes a, b, c et d, par la loi de correspondance « entrée-sortie » de la cascade. Celle-ci est représentée dans la Figure IV-17.

A ce stade la recombinaison est réalisée, l'étoile est donc éteinte. Afin d'accroître la transmission énergétique du système, il faudrait disposer de **tous les photons collectés de la planète** dans une seule voie d'exploitation.
Ce chapitre décrit une technique permettant de canaliser dans une seule voie l'énergie de la planète répartie dans les quatre voies de sortie.

IV.3.1. Canalisation de l'énergie planétaire dans une seule voie

Puisque la recombinaison des faisceaux est réalisée, la qualité interférométrique des recombinaisons ultérieures n'est plus soumise aux exigences instrumentales imposées jusque là. Ainsi le principe exposé dans ce chapitre n'est plus sujet aux fortes contraintes de faisabilité, présentées dans le chapitre III.

L'énergie, répartie dans les quatre canaux de sortie, peut être regroupée dans une seule voie d'exploitation par interférences constructives, au moyen de deux lames recombinatrices.

Quadrature introduite par une lame

Une lame induit un déphasage de $\pi/2$ entre l'onde réfléchie et l'onde transmise (Born et Wolf 1998). Alors les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude sont respectivement r et $\exp(i\pi/2)*t$ (soit it).

L'énergie, de deux amplitudes complexes a et b en entrée, est redistribuée par une lame dans deux voies s_1 et s_2 (Figure IV-18), dont les amplitudes complexes sont :

$$\begin{cases} \Psi_1 = r\,a + it\,b \\ \Psi_2 = r\,b + it\,a \end{cases} \qquad (IV\text{-}7)$$

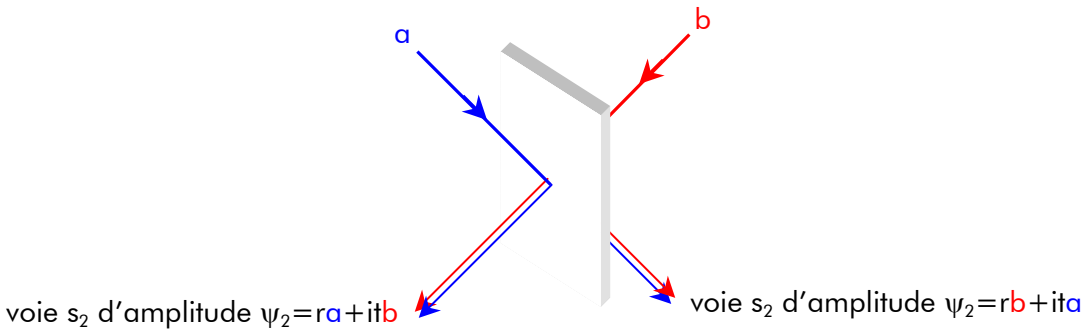


Figure IV-18 - Distribution de l'énergie de deux faisceaux incidents à une lame recombinatrice. Les coefficients de réflexion et de transmission sont r et it

Une lame regroupe l'énergie contenue dans deux voies

Avant d'atteindre la lame, un déphasage de $\pi/2$ est introduit sur l'une des deux voies, d'amplitude complexe a ou b dans la Figure IV-18. Alors dans une voie de sortie, a et b sont déphasées de π et interférent destructivement. Dans la seconde voie, a et b sont en phase et interférent constructivement. Toute l'énergie contenue dans les deux voies d'entrée est donc canalisée dans une seule voie de sortie. Le principe est illustré dans la Figure IV-19.

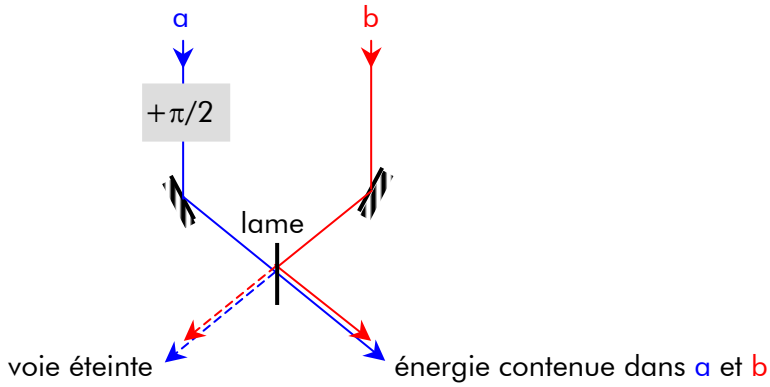


Figure IV-19 - Principe de regroupement de l'énergie de deux voies dans en une voie de sortie à l'aide d'une lame.

Regroupement de l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie de la cascade

Deux lames permettent de regrouper l'énergie répartie dans les quatre voies de sortie de la cascade.
Une solution consiste à disposer la première lame entre les deux CIA de la cascade, afin de réunir les voies de sortie identiques du premier CIA. Mais cette lame est alors soumise aux fortes contraintes instrumentales imposées sur la recombinaison afin de réaliser l'extinction voulue (cf. chapitre III).
Il est donc préférable de disposer les deux lames recombinatrices en sortie de cascade. L'opération se décrit en deux étapes, illustrés dans la Figure IV-20 :

- la lame 1 canalise d'une part, l'énergie contenue dans les voies de sortie A et B de la cascade dans la voie de sortie A+B et d'autre part, celle contenue dans C et D dans C+D
- la lame 2 regroupe l'énergie contenue dans les voies A+B et C+D dans la voie d'exploitation A+B+C+D

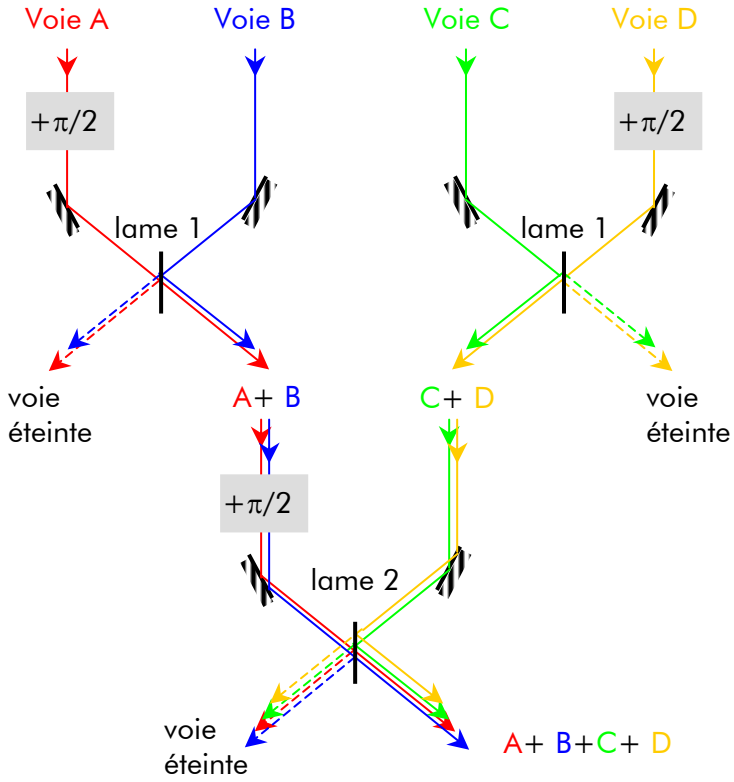


Figure IV-20 - Schéma de principe de regroupement de l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie A, B, C et D de la cascade dans une voie d'exploitation A+B+C+D

La bande spectrale d'utilisation de Darwin étant large (entre 6 et 18 µm, cf. chapitre II), Les déphasages de π/2, induit par la lame recombinatrice et introduits arbitrairement sur l'une des sorties du CIA, doivent donc être achromatiques. Une solution est de recourir à des APS[26] introduisant spécifiquement un déphasage de π/2 (Rabbia 2002).

Le chapitre suivant décrit analytiquement la transmission énergétique d'une cascade dont l'énergie, répartie dans les quatre voies de sortie, a été canalisée dans une voie unique d'exploitation.

IV.3.2. Calcul analytique de la transmission énergétique de la cascade

Ce chapitre décrit analytiquement la canalisation de l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie de la cascade dans une seule voie d'exploitation, à l'aide du principe exposé dans les sections précédentes. Les notations utilisées sont regroupées dans le Tableau IV-1.

amplitudes complexes	injectées dans la cascade	des voies de sortie de la cascade	des voies de sortie de la lame 1	des voies de sortie de la lame 2
notations	a b c d	s_1 s_2 s_3 s_4	s_1' s_2' s_3' s_4'	s_1'' s_2''

Tableau IV-1 - Notations employées dans la description analytique du chapitre IV.3.2

[26] APS : Achromatic Phase Shifter

Les coefficients de réflexion et transmission pour l'amplitude des lames recombinatrices sont r' et it' et ceux des lames séparatrices des deux CIA r et t. Alors les amplitudes des voies en sortie de la cascade s'écrivent :

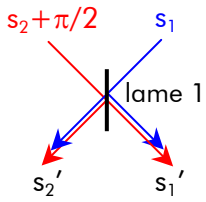
$$\begin{cases} s_1 = r^2 t^2 (b - a - d + c) \\ s_2 = r^2 t^2 (a - b - c + d) \\ s_3 = r^2 t^2 (a - b - c + d) \\ s_4 = r^2 t^2 (b - a - d + c) \end{cases} \qquad (IV\text{-}8)$$

La première lame regroupe les voies s_1 et s_2 dans la voie s_1' et s_3 et s_4 dans la voie s_3'.

Lame 1 - regroupement des sorties s_1 et s_2

Les amplitudes complexes des voies s_1' et s_2' s'écrivent

$$\begin{cases} s_1' = r' s_1 + i t' s_2 \, e^{i\frac{\pi}{2}} \\ s_2' = i t' s_1 + r' s_2 \, e^{i\frac{\pi}{2}} \end{cases} \qquad (IV\text{-}9)$$



Les coefficients r' et it' sont introduits par la lame 1 et le facteur $e^{i\frac{\pi}{2}}$ par le déphasage de $\pi/2$ introduit sur la voie s_2.
Les équations précédentes se réécrivent

$$\begin{cases} s_1' = r^2 t^2 (r' + t')(b - a - d + c) \\ s_2' = i r^2 t^2 (t' - r')(b - a - d + c) \end{cases} \qquad (IV\text{-}10)$$

Alors les intensités I_1 et I_2 des deux voies sont :

$$\begin{cases} I_1 = |s_1'|^2 = r^4 t^4 (r' + t')^2 \, |a - b - c + d|^2 \\ I_2 = |s_2'|^2 = r^4 t^4 (t' - r')^2 \, |a - b - c + d|^2 \end{cases} \qquad (IV\text{-}11)$$

En considérant les variables pour l'intensité (les lames sont supposées parfaites) :

$$\begin{cases} A = |a|^2 \\ B = |b|^2 \\ C = |c|^2 \\ D = |d|^2 \end{cases}, \quad \begin{cases} R = |r|^2 \\ T = |t|^2 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} R' = |r'|^2 \\ T' = |t'|^2 \end{cases} \text{ avec } R = T = R' = T' = \frac{1}{2} \qquad (IV\text{-}12)$$

Les intensités des deux voies (équation (IV-11)) se réécrivent

$$\begin{cases} I_1 = R^2T^2\left(R' + T' + 2\sqrt{R'T'}\right)\left|a - b - c + d\right|^2 \\ I_2 = R^2T^2\left(R' + T' - 2\sqrt{R'T'}\right)\left|a - b - c + d\right|^2 \end{cases} \quad (IV\text{-}13)$$

où

$$\begin{aligned} \left|a - b - c + d\right|^2 = {} & A + B + C + D \\ & - 2\left(\sqrt{AB}\cos\phi_{ab} + \sqrt{AC}\cos\phi_{ac} - \sqrt{AD}\cos\phi_{ad}\right. \\ & \left. - \sqrt{BC}\cos\phi_{bc} + \sqrt{BD}\cos\phi_{bd} + \sqrt{CD}\cos\phi_{cd}\right) \end{aligned} \quad (IV\text{-}14)$$

A ce stade de la démonstration, examinons les parts d'énergie de l'étoile et de la planète présentes dans les voies s_1' et s_2'.
Les télescopes sont pointés dans la même direction, les amplitudes complexes des ondes injectées dans la cascade sont donc identiques. Alors

$$A = B = C = D \quad (IV\text{-}15)$$

L'étoile étant au centre du champ, il n'y a pas de déphasages liés à une position hors-axe. On a donc :

$$\phi_{ab} = \phi_{ac} = \phi_{ad} = \phi_{bc} = \phi_{bd} = \phi_{cd} = 0 \quad (IV\text{-}16)$$

Par suite l'équation (IV-14) se réécrit

$$\left|a - b - c + d\right|^2 = 0 \quad (IV\text{-}17)$$

Ainsi

$$I_1 = I_2 = 0 \quad (IV\text{-}18)$$

Aucun photon de l'étoile n'est donc transporté dans les voies s_1' et s_2'.

Dans le cas de la planète, il y a des déphasages liés à la position hors-axe de la source. Ceux-ci sont ajustés à π pour placer la frange brillante de la carte de transmission sur la planète :

$$\begin{cases} \phi_{ab} = \phi_{ac} = \phi_{bd} = \phi_{cd} = \pi \\ \phi_{ad} = \phi_{bc} = 0 \end{cases} \quad (IV\text{-}19)$$

Cette fois-ci, l'équation (IV-14) se réécrit

$$\left|a - b - c + d\right|^2 = 16A \quad (IV\text{-}20)$$

En appliquant les valeurs des coefficients des lames indiquées en (IV-12), les intensités des voies écrites en (IV-11) deviennent :

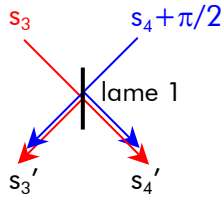
$$\begin{cases} I_1 = 2A \\ I_2 = 0 \end{cases} \quad (IV\text{-}21)$$

La voie s_1' contient donc l'énergie des s_1 et s_2 et transporte la moitié de l'énergie totale collectée de la planète qui elle est égale à 4A.

Lame 1 - regroupement des sorties s_3 et s_4

Je calcule de la même manière le regroupement des sorties s_3 et s_4. Les intensités des deux voies sont

$$\begin{cases} I_3 = I_1 = 2A \\ I_4 = I_2 = 0 \end{cases} \qquad (IV\text{-}22)$$

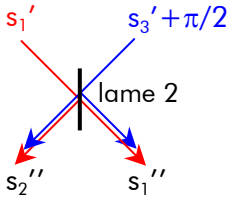


En conclusion, les voies s_1' et s_3' transportent la totalité de l'énergie collectée de la planète.

Lame 2 - regroupement des sorties s_1' et s_3'

La seconde lame recombinatrice canalise l'énergie transportée dans les voies s_1' et s_3'. La théorie reste la même, Les deux voies résultantes s_1'' et s_3'' sont donc

$$\begin{cases} s_1'' = r' s_1' + i t' s_3' e^{i\frac{\pi}{2}} \\ s_2'' = i t' s_1' + r' s_3' e^{i\frac{\pi}{2}} \end{cases} \qquad (IV\text{-}23)$$



soit

$$\begin{cases} s_1'' = r^2 t^2 (r' + t')^2 (b - a - d + c) \\ s_2'' = i r^2 t^2 (r' + t')(t' - r')(b - a - d + c) \end{cases} \qquad (IV\text{-}24)$$

En utilisant les notations introduites en (IV-12), l'intensité des deux voies s_1'' et s_2'' s'écrit:

$$\begin{cases} I_1' = R^2 T^2 \left(R'^2 + T'^2 + 6R'T' + 4\sqrt{R'T'} \right) \left| a - b - c + d \right|^2 \\ I_2' = R^2 T^2 \left(R'^2 + T'^2 - 2R'T' \right) \left| a - b - c + d \right|^2 \end{cases} \qquad (IV\text{-}25)$$

Les voies s_1'' et s_2'' ne transportent aucun photon de l'étoile puisque $\left| a - b - c + d \right|^2 = 0$ et ainsi $I_1'=I_2'=0$ (cf. équation (IV-17) et (IV-18))

En revanche **l'intensité de la planète est canalisée dans sa totalité dans la voie s_1''**. En effet, en respectant les conditions données par (IV-15) et (IV-19), l'équation (IV-25) se réécrit

$$\begin{cases} I_1' = 4A \\ I_2' = 0 \end{cases} \qquad (IV\text{-}26)$$

L'examen des caractéristiques et propriétés de la cascade de CIA démontre que cette approche satisfait aux contraintes « mission » de Darwin. En effet :

- l'extinction en θ^4 est réalisée par interférences destructives de quatre ondes
- le déphasage introduit est achromatique (passage au foyer d'un œil de chat)
- l'équilibre des amplitudes des voies interférométriques est fournie par le principe même du CIA

La cascade de CIA est un prétendant au mode coronographique de Darwin.

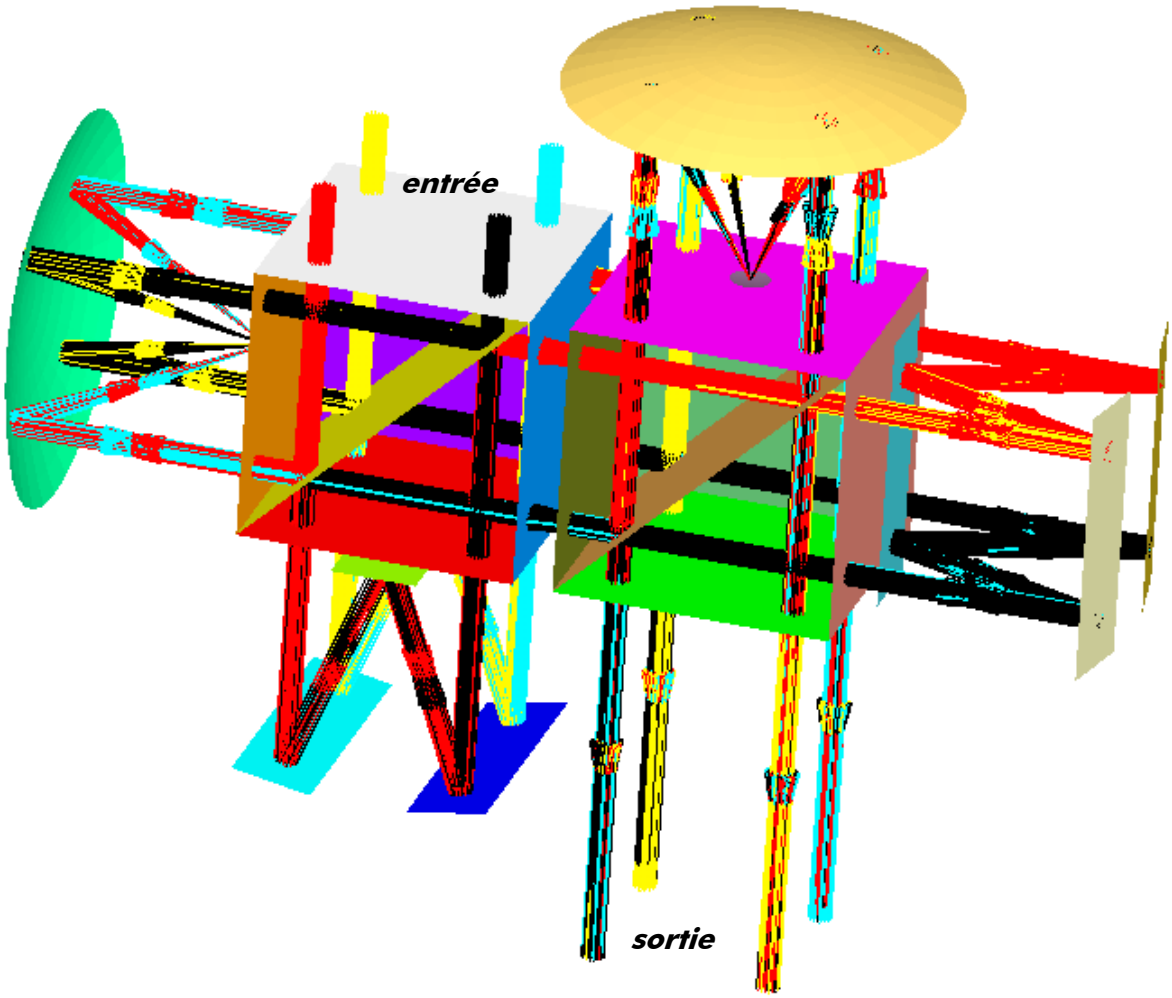


Figure IV-21 – Représentation, donnée par le logiciel ASAP (tracé de rayons), d'une cascade de deux CIA dans laquelle sont injectés quatre faisceaux

Chapitre V

La recombinaison par cascade de CIA

La cascade de CIA permet de recombiner les quatre ondes d'un interféromètre à quatre télescopes en introduisant un déphasage de π achromatique sur deux d'entre elles (cf. chapitre IV). Cette recombinaison convient aux exigences actuelles de Darwin (cf. chapitre III).
Ce chapitre expose l'étude de faisabilité de la cascade de CIA dans le cadre de sa contribution au mode coronographique de Darwin, ce qui consiste à :

- identifier les sources de dégradations des performances (minimiser le taux d'extinction, maximiser la transmission pour la planète)
- établir une série de spécifications instrumentales à respecter lors de la future réalisation hypothétique de la cascade

Une première partie décrit le formalisme utilisé. Les différentes études présentées sont regroupées en cinq domaines :

- le dimensionnement de l'architecture (dimensions de la cascade, adéquation avec la pupille d'entrée)
- les contraintes de positionnement des pupilles (décalages transverses et longitudinaux)
- les causes de dégradations dans le cas où **les pupilles de sortie des quatre voies interférométriques sont superposées**
- les distributions énergétiques parasites (réflexions multiples dans la cascade, diffusion des miroirs)
- la transmission énergétique de la cascade (extinction de l'étoile, transmission pour la planète, exploitations des voies de sortie)

Les différentes spécifications ainsi établies sont regroupées dans le chapitre VII. Ce bilan sera aussi réévalué dans le cas d'un filtrage spatial dont les performances sont étudiées dans la chapitre VI.
Les simulations, dont les résultats sont présentés dans ce chapitre, ont été réalisées à l'aide du prologiciel IDL.

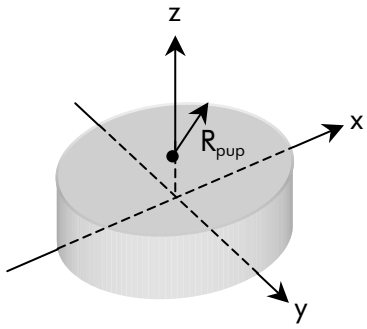
V.1. Le formalisme utilisé

V.1.1. Description des pupilles considérées

Le profil géométrique des pupilles, de rayon R_{pup}, est décrit par la fonction $P(\vec{r})$:

$$P(\vec{r}) = \prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) \qquad (V\text{-}1)$$

où $$\prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) = \begin{cases} 1 & pour \quad 0 \le r \le R_{pup} \\ 0 & ailleurs \end{cases} \qquad (V\text{-}2)$$



Le vecteur $\vec{r}\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$ repère une position dans la pupille.

On remarque immédiatement la propriété de centro-symétrie :

$$P(r,\theta) = P(r,\theta + \pi) \qquad (V\text{-}3)$$

V.1.2. Expression du taux d'extinction utilisé

Le taux d'extinction est le rapport entre l'énergie résiduelle après extinction et l'énergie totale injectée dans la cascade (cf. chapitre II) :

$$Ext = \frac{E_{résiduelle}}{E_{injectée}} \qquad (V\text{-}4)$$

L'énergie totale $E_{injectée}$, somme de l'énergie collectée par les quatre télescopes, s'écrit

$$E_{injectée} = E_{collectée} = N_{collectrice}\ \pi\ R^2_{collectrice} \int_{6\ \mu m}^{18\ \mu m} F_*(\lambda)\, d\lambda \qquad (V\text{-}5)$$

où $N_{collectrice}$ et $R_{collectrice}$ sont respectivement le nombre et le rayon des pupilles collectrices de l'interféromètre, $F_*(\lambda)$ le flux reçu de l'étoile à la longueur d'onde λ.

Alors l'amplitude résultant de la recombinaison des quatre ondes a, b, c et d, réalisée par la cascade de CIA, s'écrit :

$$\Psi_{recombin}(\vec{r},\lambda) = r^2 t^2 \left[\ \psi_a(\vec{r},\lambda) + e^{i\pi}\psi_b(-\vec{r},\lambda) + e^{i\pi}\psi_c(-\vec{r},\lambda) + \psi_d(\vec{r},\lambda)\right] \qquad (V\text{-}6)$$

où r et t sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude des deux lames séparatrices. On veillera à ne pas confondre le r coefficient au $\vec{r}$ vecteur.

La Figure V-1 illustre les trajets des quatre faisceaux dans la cascade de CIA, de leur injection jusqu'à leur sortie. Ainsi on voit que les ondes b et c passent une seule fois par une voie œil de chat, c'est pourquoi leurs amplitudes complexes respectives sont déphasées de π et de dépendance en **-r**, due au retournement de 180° des pupilles. Cette rotation change les coordonnées polaires (r,θ) en $(r,\theta+\pi)$.

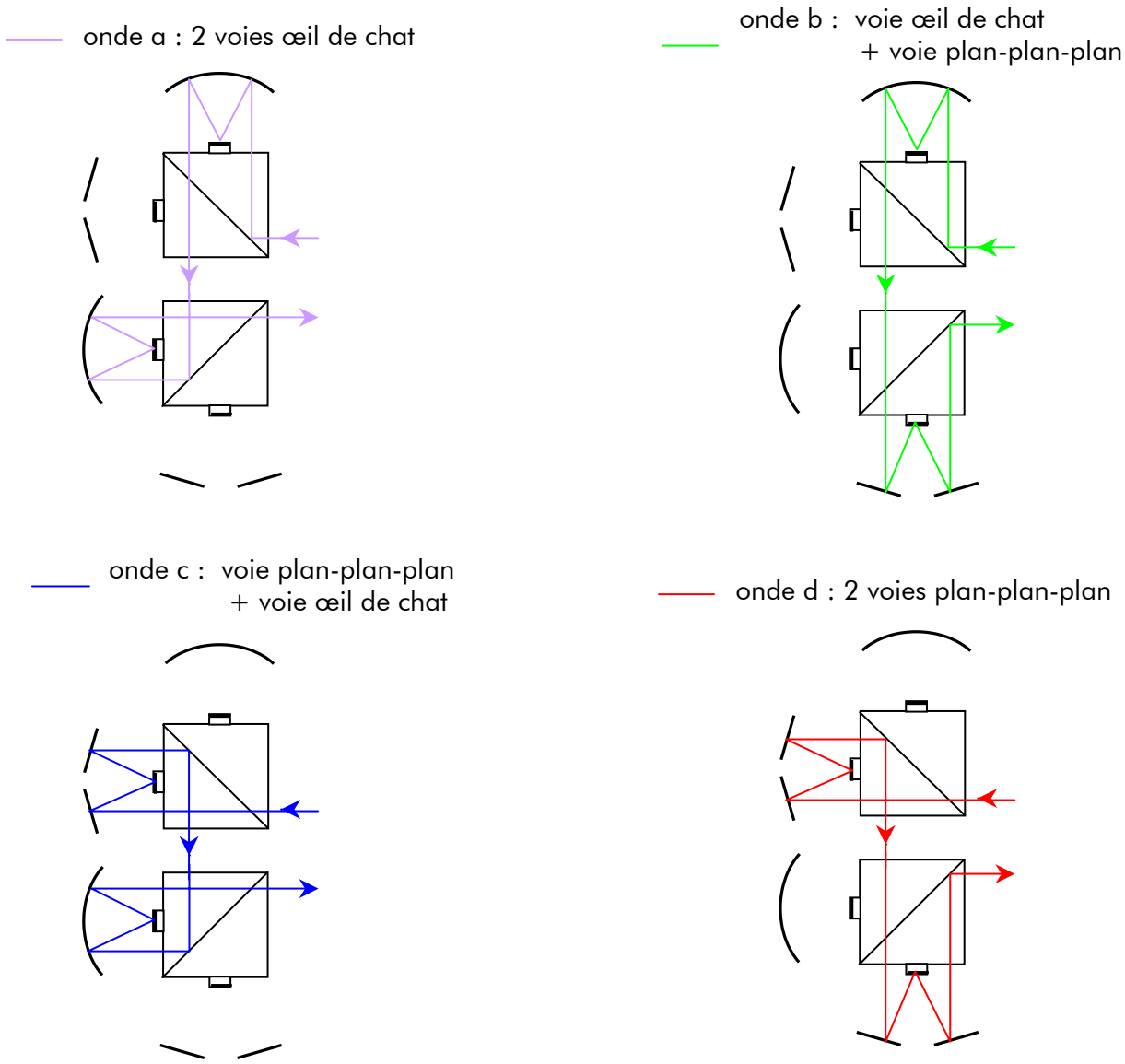


Figure V-1 - Description des quatre trajets optiques différents parcourus dans une cascade de CIA

Alors l'énergie résiduelle est :

$$E_{résiduelle} = \int_{\Delta\lambda} \iint_{\substack{surface \\ pupille}} \left| \Psi_{recombin}\left(\vec{r},\lambda\right) \right|^2 d\vec{r}\ d\lambda \qquad (V\text{-}7)$$

Mon propos est d'évaluer la réponse de l'instrument. Une analyse plus complète consisterait à intégrer l'expression précédente sur la surface de l'étoile, mais cela ne changerait pas fondamentalement les conclusions et serait donc sans bénéfice pour le propos.

Je calculerai le plus souvent l'extinction réalisée pour une longueur d'onde, en utilisant l'expression :

$$Ext_\lambda = \frac{R^2T^2}{4\pi R_{pup}^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\,dr\,d\theta \qquad (V\text{-}8)$$

où R et T sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'intensité des deux lames séparatrices. Dans le cas parfait, R=T=1/2.
Les dégradations, étudiées dans les chapitres V se traduiront le plus souvent par l'introduction d'une distribution de phase supplémentaire sur les quatre fronts d'onde à recombiner. Elles seront donc proportionnelles à $1/\lambda$. Ainsi, afin de considérer le cas le plus sévère, je calculerai Ext_λ à la longueur d'onde de 6 μm, la plus courte de l'intervalle spectral [6 – 18] μm de Darwin.

V.1.3. Evolution des pertes d'extinction par la méthode de Monte-Carlo

Lorsqu'on cherche une représentation de phénomènes, dans lesquels interviennent des éléments aléatoires, on est rapidement confronté à des difficultés dues aux calculs non explicites. Alors il devient nécessaire d'utiliser les techniques statistiques telles que **la méthode de Monte-Carlo**.

Le taux d'extinction

Lors de la propagation dans les bras de l'interféromètre, les ondes a, b, c et d destinées à être recombinées, sont affectées par les mêmes défauts, mais à des degrés différents. Alors le taux d'extinction est fonction de quatre variables aléatoires indépendantes X_a, X_b, X_c et X_d, quantifiant les poids (ou forces) respectifs du défaut considéré sur les ondes a, b, c et d :

$$Ext_\lambda\left(X_a, X_b, X_c, X_d\right) = \frac{R^2T^2}{4\pi R_{pup}^2}\int_{\substack{surface\\pupille}} \left| \psi_a\left(X_a\right) - \psi_b\left(X_b\right) - \psi_c\left(X_c\right) + \psi_d\left(X_d\right) \right|^2 d\vec{r} \qquad (V\text{-}9)$$

L'écriture des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d dépend du défaut considéré.

Simulation du taux d'extinction par la méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo est une technique statistique d'approximation d'un phénomène physique, fonction de plusieurs variables aléatoires. Elle consiste à répéter l'attribution de valeurs numériques aléatoires à chaque variable, puis à calculer la moyenne de la grandeur considérée sur l'ensemble des valeurs obtenues.

Les variables aléatoires X_a, X_b, X_c et X_d suivent une loi uniforme centrée (moyenne μ nulle) et de demi-largeur L_i (cf. Figure V-2), car l'amplitude des défauts considérés sont bornés. Le processus de la simulation du taux d'extinction par la méthode de Monte-Carlo contient deux itérations imbriquées et est décrit par la Figure V-3.

Afin que les valeurs calculées du taux d'extinction soient stables, le nombre de tirages N, effectués pour une demi-largeur L_i donnée, est de 1000. Le nombre d'échantillon M intervient dans le l'aspect de la courbe.

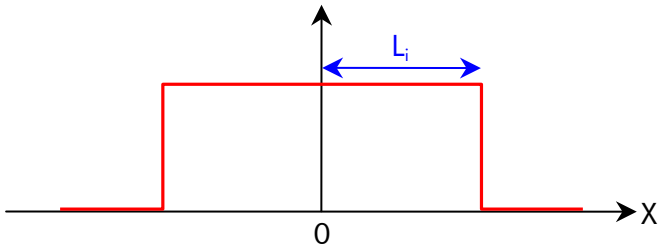


Figure V-2 - Loi de probabilité uniforme centrée (moyenne μ nulle), de demi-largeur L_i, suivie par la variable aléatoire X

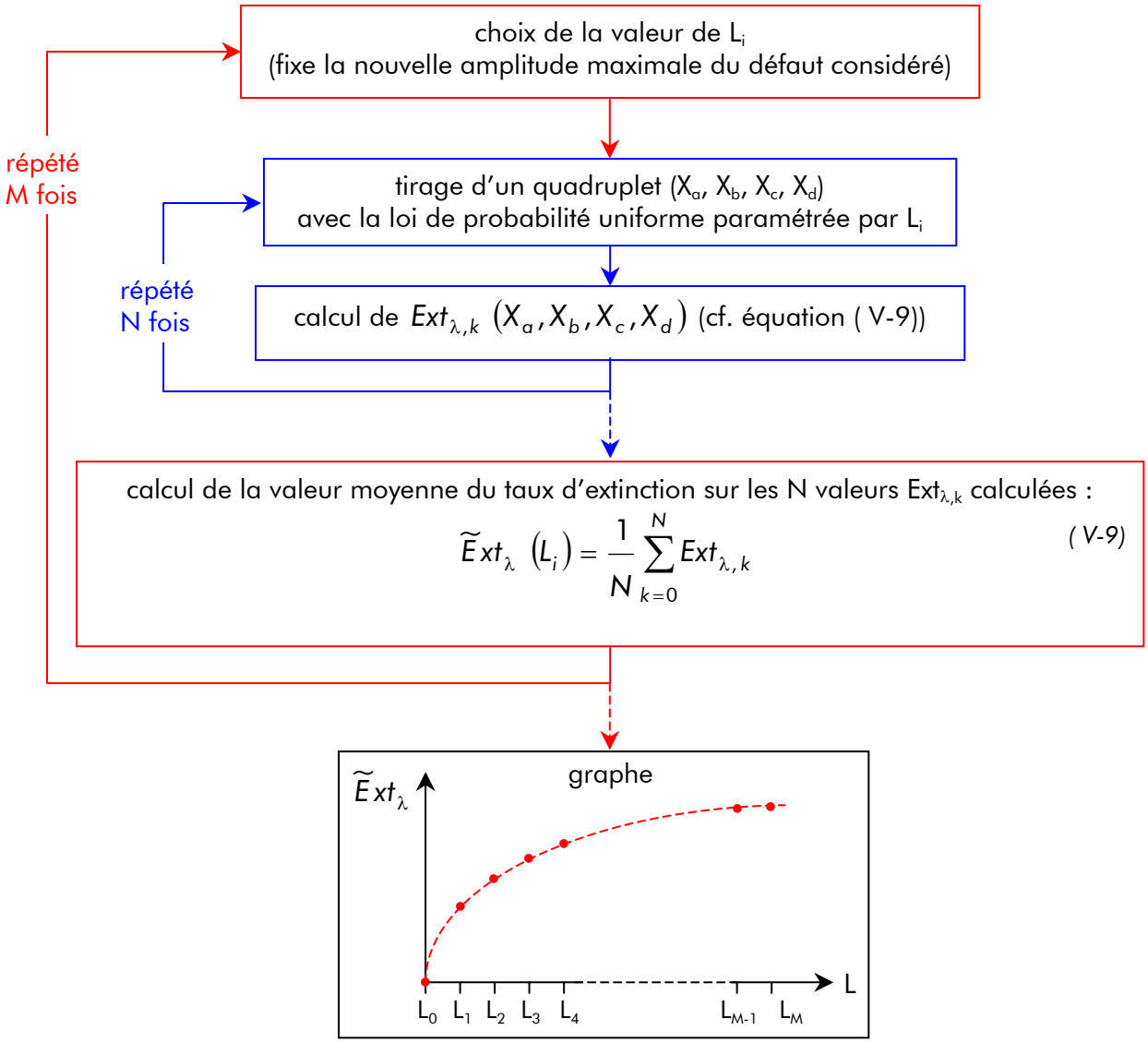


Figure V-3 – Représentation du processus de la simulation du taux d'extinction par la méthode de Monte-Carlo

Les résultats calculés par cette méthode représentent les variations du taux d'extinction moyen suivant la demi-largeur du profil uniforme de la loi de probabilité des variables aléatoires X_a, X_b, X_c et X_d. **A un taux moyen d'extinction correspond donc un écart à la situation nominale de ± L_i.**

V.2. Dimensionnement de l'architecture

V.2.1. Le diamètre minimum des télescopes selon la longueur de la base

Ce chapitre expose l'écriture analytique du taux d'extinction obtenu par une recombinaison de type cascade de CIA, afin de déduire le diamètre minimum des pupilles collectrices suivant la longueur de la base interférométrique utilisée.

Les pupilles collectrices considérées, de diamètre $d_{collectrice}$, sont décrites par la fonction P(**r**) :

$$P(\vec{r}) = \prod\left(\frac{\vec{r}}{d_{collectrice}}\right) \qquad (V\text{-}10)$$

où

$$\prod\left(\frac{\vec{r}}{d_{collectrice}}\right) = \begin{cases} 1 & pour \quad 0 \le r \le \dfrac{d_{collectrice}}{2} \\ 0 & ailleurs \end{cases} \qquad (V\text{-}11)$$

Le vecteur $\vec{r}\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$ repère une position dans la pupille.

Les pupilles sont repérées dans le plan interférométrique par les vecteurs **A**, **B**, **C** et **D** (cf. Figure V-4). Leurs normes sont égales à la distance L et leurs orientations sont tel que **A**=-**C** et **B**=-**D**. Un point de la pupille est repéré par le vecteur **r**.

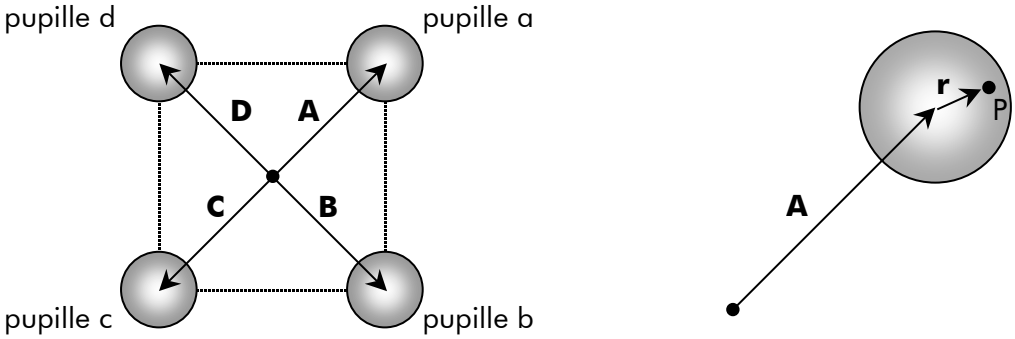


*Figure V-4 – A droite : repérage dans le plan interférométrique des quatre pupilles recombinées par les vecteurs **A**, **B**, **C** et **D**. A gauche : repérage d'un point P dans la pupille à partir de son centre par le vecteur **r***

Calcul analytique du taux d'extinction

Le taux d'extinction est le rapport entre l'énergie résiduelle après extinction et l'énergie totale injectée dans la cascade (cf. chapitre II) :

$$Ext = \frac{E_{résiduelle}}{E_{injectée}} \qquad (V\text{-}12)$$

L'énergie totale $E_{injectée}$, somme de l'énergie collectée par les quatre télescopes, s'écrit

$$E_{injectée} = E_{collectée} = \Omega^2 N_{collectrice}\ S_{collectrice}\ \pi\ R_*^2 \qquad (V\text{-}13)$$

où $N_{collectrice}$ et $S_{collectrice}$ sont respectivement le nombre et la surface des pupilles collectrices de l'interféromètre, Ω l'amplitude complexe de l'onde incidente à l'interféromètre et R_* le rayon de l'étoile.
Alors l'amplitude résultant de la recombinaison des quatre ondes a, b, c et d, réalisée par la cascade de CIA, s'écrit :

$$\Psi_{recombin}(\vec{s},\vec{r}) = r^2 t^2 \left[\psi_a(\vec{s},\vec{r}) + e^{i\pi}\psi_b(\vec{s},-\vec{r}) + e^{i\pi}\psi_c(\vec{s},-\vec{r}) + \psi_d(\vec{s},\vec{r}) \right] \qquad (V\text{-}14)$$

où r et t sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude des deux lames séparatrices et **s** la direction d'une source sur le ciel, décrite par les angles θ et φ (cf. Figure V-5).

La Figure V-1 (p.79) illustre les trajets des quatre faisceaux dans la cascade de CIA, de leur injection jusqu'à leur sortie. Les ondes b et c passent une seule fois par une voie œil de chat, c'est pourquoi leurs amplitudes complexes respectives (cf. équation (V-14)) sont déphasées de π et de dépendance en -**r**, due au retournement de 180° des pupilles. Cette rotation change les coordonnées polaires (r,θ) en $(r,\theta+\pi)$.

Alors l'énergie résiduelle est :

$$E_{résiduelle} = \iint_{\substack{surface \\ pupille}} \iint_{\substack{surface \\ étoile}} \left| \Psi_{recombin}(\vec{s},\vec{r}) \right|^2 d\vec{s}\ d\vec{r} \qquad (V\text{-}15)$$

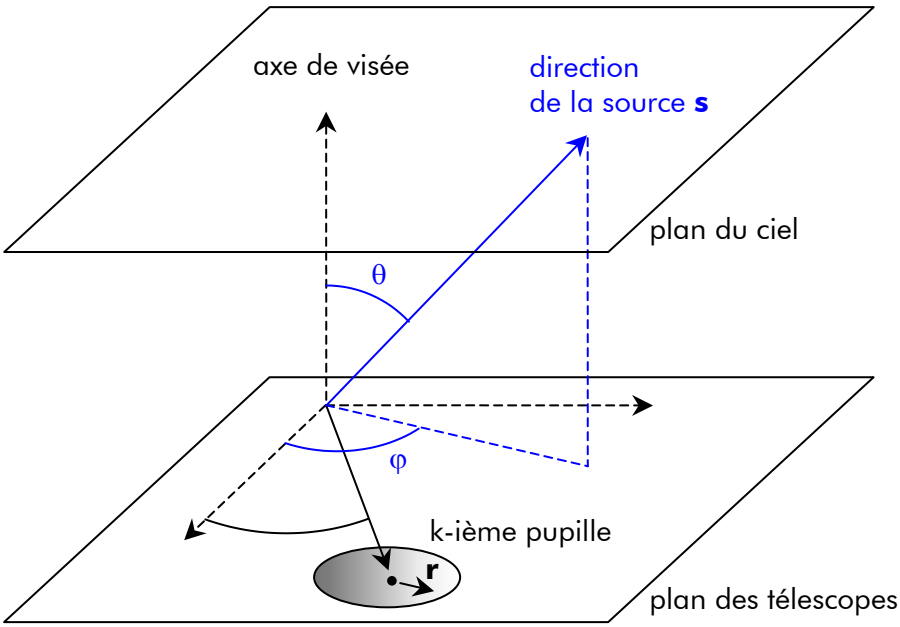


*Figure V-5 - Représentation des coordonnées utilisées pour repérer une direction **s** d'une source sur le ciel*

Les amplitudes complexes s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_a(\vec{r},\vec{s}) = \Omega\ P(\vec{r})\ e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.(\vec{A}+\vec{r})} \\ \psi_b(-\vec{r},\vec{s}) = \Omega\ P(-\vec{r})\ e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.(\vec{B}-\vec{r})} \\ \psi_c(-\vec{r},\vec{s}) = \Omega\ P(-\vec{r})\ e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.(-\vec{B}-\vec{r})} \\ \psi_d(\vec{r},\vec{s}) = \Omega\ P(\vec{r})\ e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.(-\vec{A}+\vec{r})} \end{cases} \qquad (V\text{-}16)$$

Leur somme donne

$$\Psi_{recombin}(\vec{s},\vec{r}) = 2\ r^2t^2\ \Omega P(\vec{r})\left[e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.\vec{r}}\ \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ \vec{s}.\vec{A}\right) - e^{-\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{s}.\vec{r}}\ \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ \vec{s}.\vec{B}\right)\right] \qquad (V\text{-}17)$$

La séparation angulaire θ entre une source et l'axe de visée de l'interféromètre est petite, les produits scalaires $\vec{s}.\vec{A}$, $\vec{s}.\vec{B}$ et $\vec{s}.\vec{r}$ le sont donc aussi. Ainsi l'équation (V-17) est développé au voisinage de 0 :

$$\Psi(\vec{r},\vec{s}) = 2\ r^2t^2\ \Omega P(\vec{r})\left\{\frac{4\ i\ \pi}{\lambda}\vec{s}.\vec{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\left[\left(\vec{s}.\vec{A}\right)^2 - \left(\vec{s}.\vec{B}\right)^2\right]\right\} \qquad (V\text{-}18)$$

L'intégrale sur la surface de l'étoile de rayon angulaire R_* (cf. équation (V-15)) s'écrit :

$$\iint_{\substack{surface\\ étoile}} \left|\Psi_{recombin}(\vec{r},\vec{s})\right|^2 d\vec{s} = 4\ R^2T^2\ \Omega^2\ P^2(\vec{r})$$
$$\times \int_0^{R_*}\int_0^{2\pi} \left|\frac{4\ i\ \pi}{\lambda}\theta\ r\cos\varphi - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\left[\theta^{\ 2}A^2\cos^2\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) - \theta^{\ 2}B^2\cos^2\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)\right]\right|^2 \theta\ d\theta\ d\varphi \qquad (V\text{-}19)$$

où R et T sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'intensité des deux lames séparatrices.

Ainsi le taux de l'extinction devient

$$Ext = \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{d_{collectrice}}{2}} \left[\frac{(4RT)^2}{16\ S_{collectrice}}\left(\frac{2\pi\ R_*\ r}{\lambda}\right)^2 + \frac{(4RT)^2}{384\ S_{collectrice}}\left(\frac{2\pi\ R_*\ L}{\lambda}\right)^4 P(r)\right] r\ dr\ d\theta \qquad (V\text{-}20)$$

soit

$$Ext = \frac{(4RT)^2}{128}\left(\frac{2\pi\ R_*\ d_{collectrice}}{\lambda}\right)^2 + \frac{(4RT)^2}{384}\left(\frac{2\pi\ R_*\ L}{\lambda}\right)^4 \qquad (V\text{-}21)$$

où $d_{collectrice}$ est le diamètre des pupilles collectrices.

L'expression précédente représente la part d'énergie de la planète contenue dans chacune des quatre voies de sortie de la cascade. Le système optique, décrit dans les chapitres IV.3, V.7.4 et V.7.5, permet de canaliser cette énergie dans une seule voie d'exploitation. La transmission totale devient donc :

$$Ext_{totale} = 4\ Ext \qquad (V\text{-}22)$$

soit

$$Ext_{totale} = \frac{(4RT)^2}{32}\left(\frac{2\ \pi\ R_*\ d_{collectrice}}{\lambda}\right)^2 + \frac{(4RT)^2}{96}\left(\frac{2\ \pi\ R_*\ L}{\lambda}\right)^4 \qquad (V\text{-}23)$$

Le second terme de l'équation (V-23) est le taux de l'extinction réalisé par des pupilles de diamètre négligeable. Le premier terme est la contribution du diamètre des pupilles.

Grâce à l'équation (V-23), il est donc possible de déterminer les valeurs minimales du diamètre d des télescopes suivant la longueur L de la base interférométrique fixé et pour un taux donné de l'extinction. Par exemple, la base de la configuration Robin-Laurance doit varier de 40 à 500 mètres. En effet la résolution angulaire de l'instrument doit être de 0.05 à 0.2 arcsec pour détecter des systèmes planétaires éloigné de 5 à 20 pc.

Le diamètre des télescopes et la longueur de la base

Le taux de l'extinction requis pour la mission Darwin est de 10^{-6}. Ainsi la condition à satisfaire est

$$Ext_{totale} \le 10^{-6} \qquad (V\text{-}24)$$

Cette contrainte est reportée sur les deux termes de l'expression en (V-23) :

$$\frac{(4RT)^2}{32}\left(\frac{2\ \pi\ R_*\ d_{collectrice}}{\lambda}\right)^2 \le Ext_1 \ \text{ et } \quad \frac{(4RT)^2}{96}\left(\frac{2\ \pi\ R_*\ L}{\lambda}\right)^4 \le Ext_2 \qquad (V\text{-}25)$$

où Ext_1 et Ext_2 sont les taux d'extinction réalisés par les deux termes de l'équation (V-23) et satisfont la condition :

$$Ext_1 + Ext_2 = Ext_{totale} = 10^{-6} \qquad (V\text{-}26)$$

Le diamètre d des pupilles et la longueur de base L sont extraits des équations en (V-25) :

$$\begin{cases} d_{collectrice} \le \dfrac{\sqrt{8Ext_1}}{4RT}\dfrac{\lambda}{\pi\ R_*} \\ L \le \dfrac{\sqrt[4]{6Ext_2}}{\sqrt{4RT}}\dfrac{\lambda}{\pi\ R_*} \end{cases} \qquad (V\text{-}27)$$

D'où l'inégalité suivante :

$$\frac{d_{collectrice}}{L} \le \frac{1}{\sqrt{4RT}}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{6}}\frac{\sqrt{Ext_1}}{\sqrt{Ext_{totale} - Ext_1}} \qquad (V\text{-}28)$$

Dans l'hypothèse où les lames séparatrices sont parfaites, les coefficients R et T de réflexion et de transmission pour l'intensité sont tous deux égaux à 0.5 entraînant 4RT=1.

La Figure V-6 illustre les variations du rapport $d_{collectrice}/L$ suivant les valeurs de Ext_1 (équation (V-28)), dans le cas où le taux d'extinction maximum requis Ext_{totale} est 10^{-6}. L'inégalité en (V-28) est satisfaite pour tout rapport $d_{collectrice}/L$ appartenant à la courbe ou à la zone hachurée.
Les valeurs 0 et 10^{-6} de Ext_1 sont interdites car elles traduiraient respectivement l'annulation du premier et second termes écrits en (V-25).

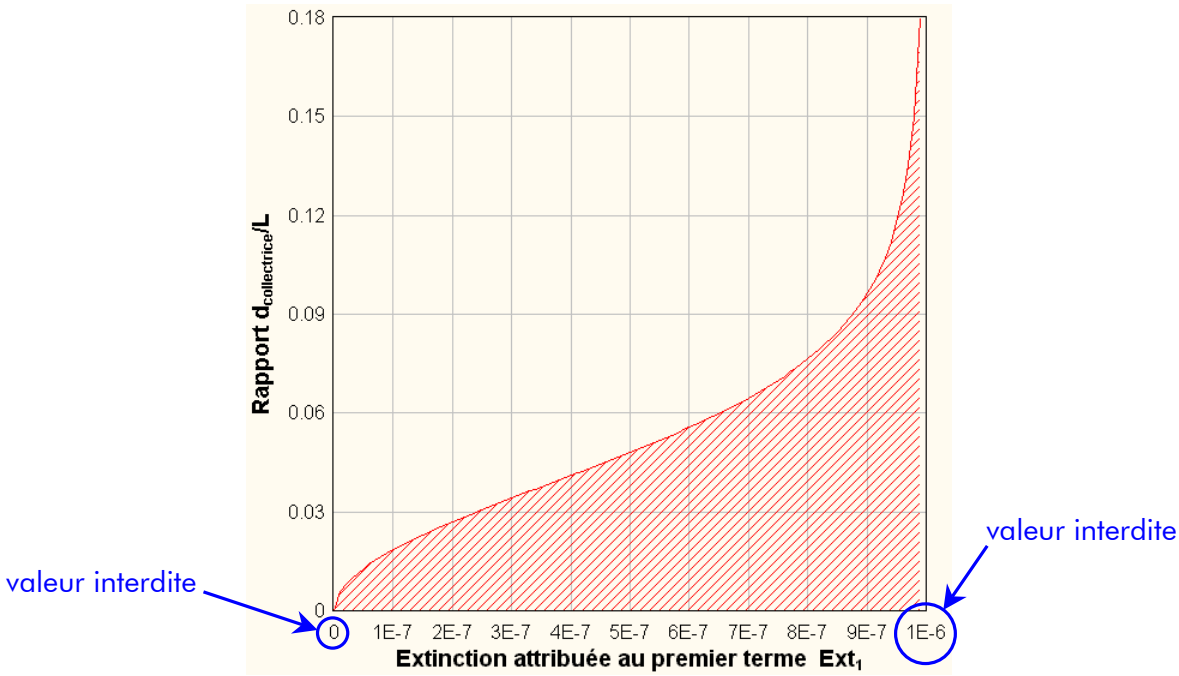


Figure V-6 – Variation du rapport $d_{collectrice}/L$ entre le diamètre $d_{collectrice}$ des pupilles collectrices et la longueur L de la base, suivant l'extinction attribuée au premier terme du taux d'extinction, dont l'expression est donnée en (V-25). Le taux d'extinction final doit être au maximum de 10^{-6}

La configuration interférométrique Robin-Laurance répond à ce critère. En effet les télescopes ont un diamètre de 1.5 mètre et une base variant de 40 à 500 mètres, ce qui implique un rapport $d_{collectrice}/L$ maximum et une valeur de Ext_1 :

$$\begin{cases} \left.\dfrac{d_{collectrice}}{L}\right|_{max} = \dfrac{1{,}5\ mètre}{40\ mètres} = 0{,}0375 \\ Ext_1 \approx 1{,}41.10^{-7} \leq 3{,}50.10^{-7}\ \left(valeur\ lue\ sur\ le\ graphe\right) \end{cases} \qquad (V\text{-}29)$$

Ce calcul est mené dans le cas spécifique de la cascade de CIA (rotation de 180° de deux des quatre pupilles) et vérifie la compatibilité de celle-ci avec la configuration Robin-Laurance. Cette étude peut être appliquée à d'autres configurations en exploitant le graphe ci-dessus.

V.2.2. Nombre requis de cascades et dimensions typiques

Avant de commencer toute étude de faisabilité, il est bon de fixer le nombre de cascades de CIA et leurs dimensions.

Nombre de cascades de CIA

Une cascade permet de recombiner les quatre faisceaux d'un interféromètre GAC (cf. chapitres IV). Les configurations de Robin-Laurance (trois GAC) et bow-tie (deux GAC) (cf. chapitre III, ESA 2000, Absil et al. 2003) nécessitent donc respectivement trois et deux cascades de CIA.

Dimensions des CIA d'une cascade

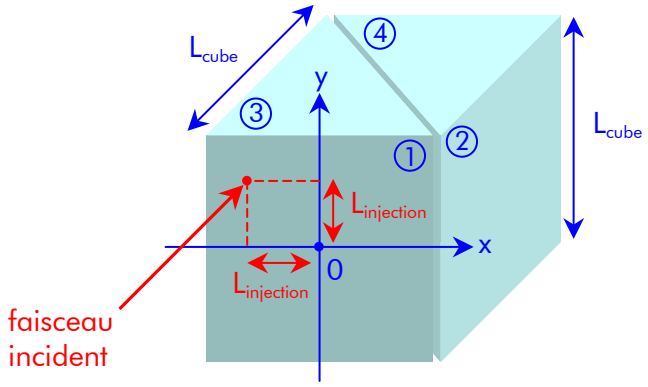
Les dimensions d'un CIA, et *a fortiori* de la cascade, sont régies par trois paramètres :

- le diamètre $D_{faisceaux}$ des faisceaux issus du train optique, dont la valeur maximale est fixée à 20 mm (ESA 2000)
- la taille D_{M2} du miroir M_2 de la voie plan-plan-plan (cf. Figure V-9), elle-même fonction de $D_{faisceaux}$
- la position d'injection $L_{injection}$ des faisceaux sur la face d'entrée du premier CIA (cf. Figure V-7)

De ces trois paramètres découlent, par des relations simples, plusieurs dimensions minimales des composants d'un CIA. La Figure V-7 décrit les dimensions du cube séparateur, la Figure V-8 celles de la voie œil de chat et la Figure V-9 celles de la voie plan-plan-plan.

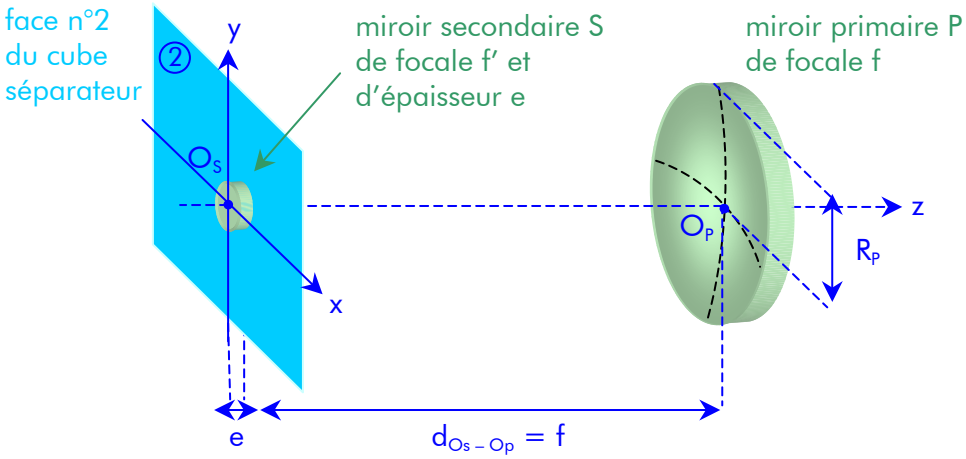
Les valeurs des dimensions des trois composants de la cascade, obtenues à partir des équations présentées dans les Figure V-7, Figure V-8 et Figure V-9, sont minimales. En effet celles-ci doivent être en réalité plus grandes afin de supporter :

- un basculement (tip/tilt) des faisceaux injectés dans la cascade
- la diffraction de Fresnel des fronts d'onde



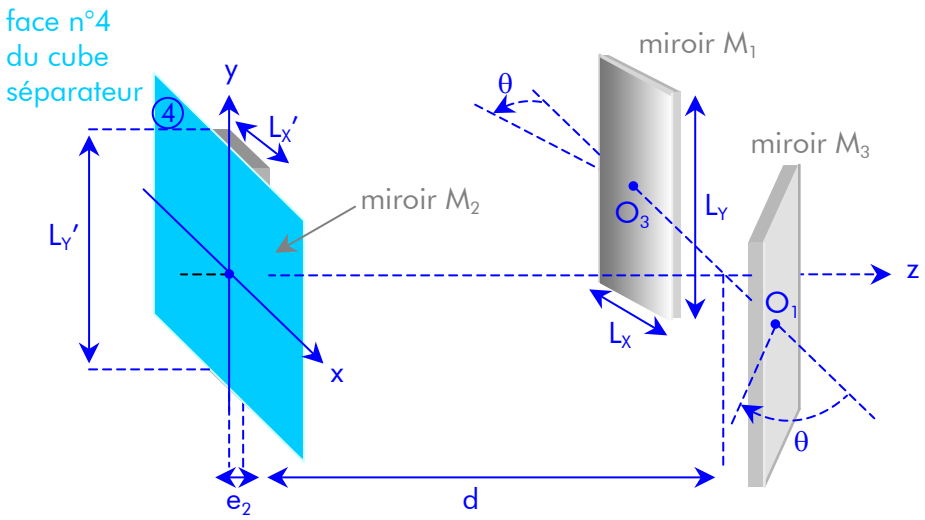
caractéristiques du cube séparateur	expressions associées	valeur pour $D_{faisceaux}$=20mm
longueur L_{cube} des côtés du cube	$L_{cube} = 2\,D_{faisceaux} + D_{M2}$	≈ 71.53 mm
point d'injection $L_{injection}$ sur la face d'entrée	$L_{injection} = \frac{1}{2}\left(L_{cube} - D_{faiceaux}\right)$	22 mm

Figure V-7 - Illustration des paramètres des dimensions considérés pour le cube séparateur. Les faces externes de cube sont numérotées de 1 à 4. Le tableau regroupe les expressions analytiques des dimensions du cube séparateur et leurs valeurs respectives pour un diamètre de faisceaux de 20mm



caractéristiques de la voie œil de chat	expressions associées	valeur pour $D_{faisceaux}$=20mm
rayon R_P du miroir primaire P	$R_P = \frac{L_{cube}}{\sqrt{2}}$	≈ 50.58 mm
focale du miroir primaire P (f)		60 mm
focale f' du miroir secondaire S	$f' = \frac{f}{4}$	15 mm
épaisseur du miroir secondaire S (e)		5 mm
positions (x,y) des centres O_p et O_s des miroirs	(0,0)	(0,0) mm
distance d_{Os-Op} séparant O_p et O_s	f	60 mm

Figure V-8 - Illustration des paramètres dimensionnels considérés pour la voie œil de chat, accolée à la face 2 du cube (cf. Figure V-7). Le tableau regroupe les expressions analytiques des dimensions de la voie œil de chat et leurs valeurs respectives pour un diamètre de faisceaux de 20mm. La focale f' du secondaire est ainsi fixée pour des raisons de conjugaison de pupilles



caractéristiques de la voie plan-plan-plan		expressions associées	valeur pour $D_{faisceaux}$=20mm
miroirs M_1 et M_3	angle d'inclinaison θ	$\theta = a\tan\left(\frac{L_{injection}}{2f}\right)$	≈ 10.39 deg
	dimensions L_x et L_y	$L_x = \frac{D_{faisceaux}}{\cos\theta}$, $L_y = L_{cube}$	(≈ 22.37, ≈ 71.53) mm
	positions (x,y) des centres O_1 et O_3	$(\pm L_{injection}\ ,\ 0)$	(± 22, 0) mm
miroir M_2	dimensions L_x' et L_y'	$L_x' = \frac{D_{faisceaux}}{\cos(2\theta)}$, $L_y' = L_{cube}$	(≈ 23.53, ≈ 71.53) mm
	position (x,y) du centre O_2	(0,0)	(0,0) mm
	épaisseur e_2	$e_2 = e$	5 mm
distance d suivant z séparant O_2 de O_1 et O_3		$d = f - \frac{(L_{injection})^2}{4f}$	≈ 57.98 mm

Figure V-9 - Illustration des paramètres dimensionnels considérés pour la voie plan-plan-plan, accolée à la face 4 du cube (cf. Figure V-7).Le tableau regroupe les expressions analytiques des dimensions de la voie plan-plan-plan et leurs valeurs respectives pour un diamètre de faisceaux de 20mm

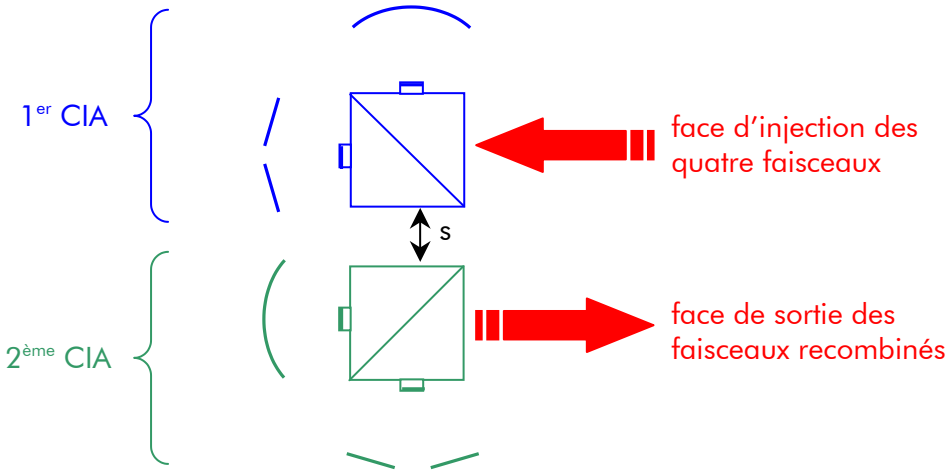
Disposition des CIA et encombrement de la cascade

Afin de compacter au maximum la cascade, les CIA doivent être disposés comme indiqué la Figure V-10. Les cotes de la cascade sont regroupées dans le tableau associé à la figure, dans le cas où le diamètre $D_{faisceaux}$ des faisceaux est de 20 mm.

La longueur de la distance s, qui sépare les deux CIA (cf. Figure V-10), est régie par des critères comme la compacité de la cascade ou son influence sur les réflexions multiples parasites.

Puisque le diamètre des faisceaux fixe la taille des CIA, une seconde option est de les compresser avant de les injecter. Cette solution présente les avantages (▲) et inconvénients (▼) suivants :

- ▲ les CIA sont plus petits, donc moins encombrants et moins lourds
- ▲ les effets des inhomogénéités d'indice de réfraction dans chaque cube séparateur sont d'autant plus réduits
- ▼ la compression de faisceaux amplifie le tilt et exige ainsi un contrôle accru de pointage des faisceaux



Cotes	Expressions	Valeurs
hauteur H	$H = \sqrt{2}\ L_{cube}$	≈ 101.16 mm
largeur L	$L = L_{cube} + e + f$	≈ 136.53 mm
profondeur P	$P = 2\,(L_{cube} + e + f) + s$	≈ 283.06 mm
où s = 10 mm est la distance séparant les deux CIA (cf. figure)		

Figure V-10 - Agencement des CIA afin de réduire au maximum la taille de la cascade. Le tableau regroupe les cotes de la cascade de CIA en considérant un diamètre de faisceaux de 20 mm ($D_{faisceaux}$)

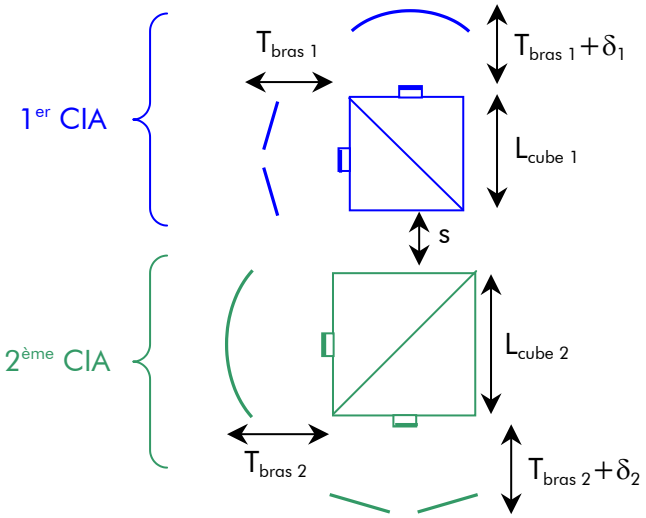
Remarques sur les dimensions des CIA d'une même cascade

Les CIA d'une même cascade peuvent être de tailles différentes sans pour autant dégrader la recombinaison des faisceaux. En revanche il est essentiel que les voies œil de chat et plan-plan-plan d'un CIA soient de longueurs égales.
J'illustre cet aspect en écrivant l'expression du taux d'extinction suivant les dimensions respectives des deux CIA. Les notations sont décrites dans la Figure V-11.

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes a, b, c et d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi\, R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}30)$$

où r et θ sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale dans la section de faisceau.



	1er CIA	2ème CIA
côté d'un cube séparateur	$L_{cube\ 1}$	$L_{cube\ 2}$
longueur totale d'un bras	$L_{bras\ 1}$	$L_{bras\ 2}$
longueur nominale du trajet optique dans un bras	$T_{bras\ 1}$	$T_{bras\ 2}$
différence de marche entre les deux bras d'un même CIA	δ_1	δ_2
écart entre les deux cubes séparateurs		s

Figure V-11 - Notations relatives aux dimensions des deux CIA composant une même cascade

Les longueurs des trajets optiques, empruntés respectivement par les ondes a, b, c et d, sont :

$$\begin{cases} L_a = L_{nominal} + \delta_1 + \delta_2 \\ L_b = L_{nominal} + \delta_1 \\ L_c = L_{nominal} + \delta_2 \\ L_d = L_{nominal} \end{cases} \qquad (V\text{-}31)$$

où $L_{nominal}$ est le trajet total exempt des différences de marche δ_1 et δ_2 :

$$L_{nominal} = 2n\left(L_{cube\ 1} + L_{cube\ 2}\right) + T_{bras\ 1} + T_{bras\ 2} + s \qquad (V\text{-}32)$$

Alors finalement l'extinction est

$$Ext = \frac{R^2T^2}{4}\left| e^{\frac{2i\pi}{\lambda}(\delta_1+\delta_2)} - e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\delta_1} - e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\delta_2} + 1 \right|^2 \qquad (V\text{-}33)$$

L'extinction est donc dégradée par les différences de marche δ_1 et δ_2 existant entre les voies œil de chat et plan-plan-plan d'un même CIA. En revanche la différence de taille relative entre les deux CIA, caractérisée par les longueurs différentes $L_{cube\ 1}$, $L_{bras\ 1}$, $L_{cube\ 2}$ et $L_{bras\ 2}$, n'intervient pas.

V.3. Contraintes sur le positionnement des pupilles

Afin d'assurer la stabilité de la recombinaison, le concept repose sur la superposition des pupilles de sortie des quatre voies interférométriques. Cette partie regroupe l'étude des dégradations de l'extinction lorsque les quatre pupilles de sortie ne sont plus confondues mais présentent des décalages relatifs transverses et longitudinaux. Ces deux aspects sont étudiés respectivement dans la première et seconde partie de ce chapitre.

Une partie supplémentaire décrira la conjugaison des pupilles d'entrée et de sortie réalisée par la cascade, afin de reporter les spécifications instrumentales sur les composants du système.

V.3.1. Décalage transversal des pupilles de sortie dans un plan commun

L'injection des faisceaux dans la cascade doit satisfaire au mieux deux exigences :

- les faisceaux doivent être injectés perpendiculairement à la face d'entrée du premier cube séparateur
- chaque section de faisceaux doit être centrée en un point nominal et contenue dans un quartier de la face d'entrée

Dans le cas optimal où ces points sont parfaitement respectés, les pupilles d'entrée sont idéalement placées et les pupilles de sortie totalement superposées (cf. Figure V-12 en haut). Alors l'extinction obtenue est complète.
Dans le cas réel, au moins un des deux points n'est pas satisfait. Les conséquences sur l'extinction d'une injection de faisceaux non perpendiculaire à la face d'entrée sont étudiées dans les chapitres V.4.2 et V.4.3.

Dans le cas de décalages transverses des faisceaux injectés, les pupilles d'entrée et les pupilles de sortie sont décalées de même. De ce fait, la recombinaison et l'extinction réalisées sont dégradées. La Figure V-12 illustre le cas nominal et le cas perturbé (décalages transverses) en représentant les positions d'injection des sections de faisceaux sur la face d'entrée du cube séparateur et la superposition des pupilles dans le plan pupillaire de sortie de la cascade :

- dans le cas idéal (haut de la figure) : les centres C_k des k pupilles de sortie sont confondus avec le point origine O du référentiel du plan pupillaire de sortie
- dans le cas perturbé : les centres C_k sont décalés transversalement de O de $\vec{\delta}_k \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$

Ce chapitre étudie les pertes du taux d'extinction suivant les décalages transverses des faisceaux sur la face d'entrée de la cascade. Pour cela, il faut écrire son expression analytique dans le cas de pupilles décentrées.

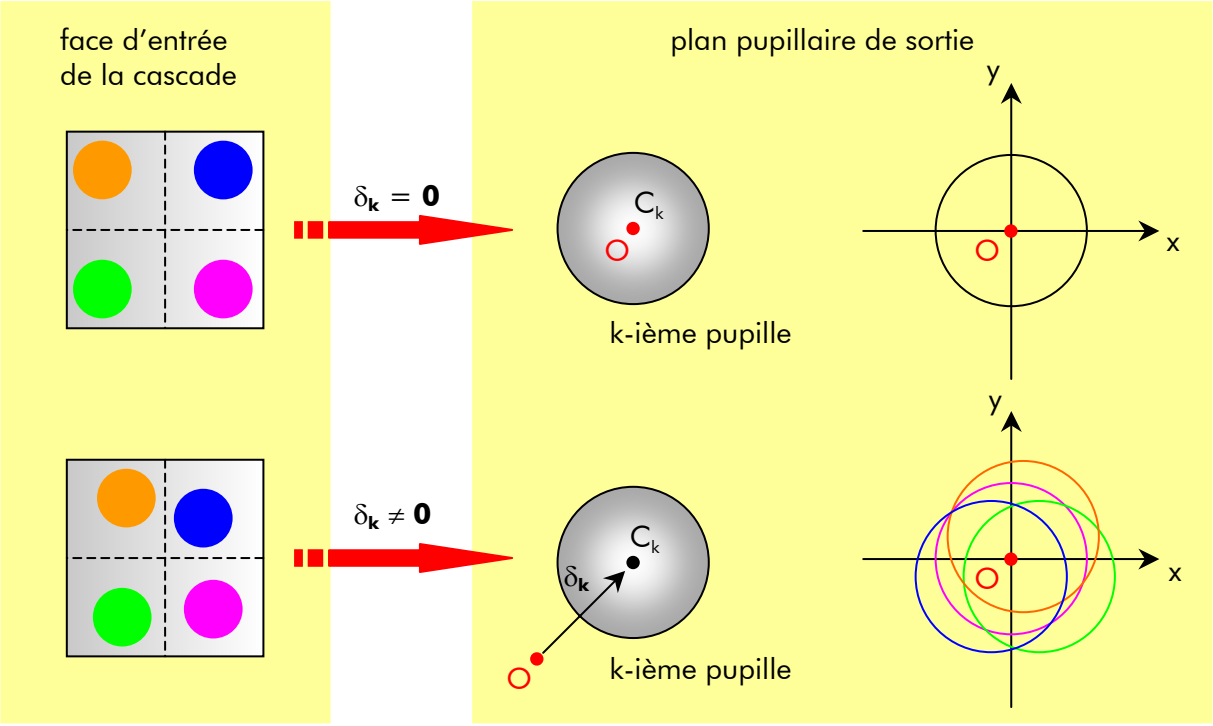


Figure V-12 – En haut : injection optimale faisceaux dans la cascade et superposition parfaite des pupilles de sortie : les k pupilles sont confondues avec l'origine O du plan pupillaire de sortie. En bas : injection imparfaite et superposition partielle des pupilles de sortie : les centres C_k sont décalés par rapport à O de δ_k

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}34)$$

Les amplitudes complexes des quatre ondes s'écrivent

$$\begin{cases} \psi_a(\vec{r}) = P\left(\vec{r} - \vec{\delta}_a\right) e^{i\phi} \\ \psi_b(-\vec{r}) = P\left(-\vec{r} - \vec{\delta}_b\right) e^{i\phi} = P\left(\vec{r} + \vec{\delta}_b\right) e^{i\phi} \\ \psi_c(-\vec{r}) = P\left(-\vec{r} - \vec{\delta}_c\right) e^{i\phi} = P\left(\vec{r} + \vec{\delta}_c\right) e^{i\phi} \\ \psi_d(\vec{r}) = P\left(\vec{r} - \vec{\delta}_d\right) e^{i\phi} \end{cases} \qquad (V\text{-}35)$$

où ϕ est la phase induite par le trajet total L parcouru.

L'intégrale présente dans l'équation (V-34) s'exprime sous forme d'une somme d'intégrales A_{kh}, en développant le module au carré :

$$\iint_{\substack{surface \\ pupille}} \left| \psi_a(\vec{r}) - \psi_b(-\vec{r}) - \psi_c(-\vec{r}) + \psi_d(\vec{r}) \right|^2 d\vec{r} = \sum_{k,h=1}^{4} K_k K_h \, A_{kh} \qquad (V\text{-}36)$$

où

$$A_{kh} = \iint_{\substack{surface \\ pupille}} P\left(\vec{r} - \vec{\delta}_k\right) P\left(\vec{r} - \vec{\delta}_h\right) d\vec{r} \qquad (V\text{-}37)$$

Le coefficient K_k de la k-ième amplitude traduit le déphasage introduit par un ou plusieurs passages par un œil de chat :

$$\begin{cases} K_1 = 1 \\ K_2 = e^{i\pi} = -1 \\ K_3 = e^{i\pi} = -1 \\ K_4 = 1 \end{cases} \qquad (V\text{-}38)$$

L'intégrale A_{kh} (équation (V-37)) représente l'aire commune à la k-ième et la h-ième pupille (aire en jaune de la Figure V-13).

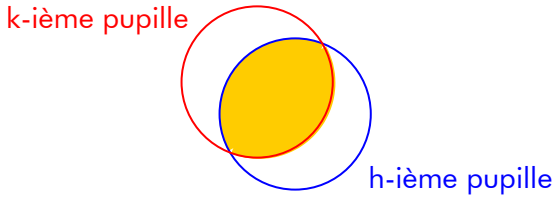


Figure V-13 - Aire commune en jaune à la k-ième et la h-ième pupille

Selon la Figure V-14, le quart de l'aire commune entre deux cercles de même rayon est la différence entre les aires jaune et verte, soit :

$$\frac{A_{commune}}{4} = \pi R_{pup}^2 \frac{\alpha}{2\pi} - \frac{1}{2}\left(R_{pup}\cos\alpha \; R_{pup}\sin\alpha\right) \qquad (V\text{-}39)$$

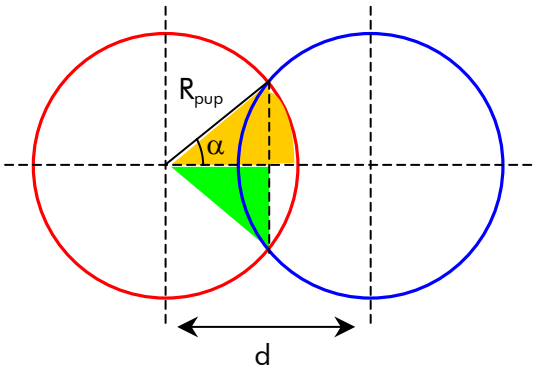


Figure V-14 - Représentation du calcul de l'aire commune entre deux cercles de rayon R_{pup}, dont les centres sont distants de d

Alors l'aire A_{kh} (équation (V-37)) s'écrit :

$$A_{kh} = 2R_{pup}^2 \arccos\left(\frac{d_{kh}}{2R_{pup}}\right) - \frac{d_{kh}}{2}\sqrt{4R_{pup}^2 - d_{kh}^2} \qquad (V\text{-}40)$$

où d_{kh} est la distance séparant les centres de la k-ième et de la h-ième pupille, fonction de δ_k et δ_h :

$$d_{kh} = \sqrt{(x_k - x_h)^2 + (y_k - y_h)^2} \qquad (V\text{-}41)$$

Il apparaît donc les égalités suivantes :

$$\begin{cases} d_{kh} = d_{hk} \quad donc \quad A_{kh} = A_{hk} \\ d_{kk} = 0 \quad donc \quad A_{kk} = \pi R_{pup}{}^2 \end{cases} \qquad (V\text{-}42)$$

Ainsi l'expression de l'extinction en (V-41) devient :

$$Ext = R^2 T^2 \left(1 + \Delta\right) \qquad (V\text{-}43)$$

dans laquelle

$$\Delta = \frac{1}{2\,\pi\, R_{pup}{}^2} \sum_{\substack{k=1 \\ h \rangle\, k}}^{4} K_k K_h \; A_{kh} \qquad (V\text{-}44)$$

où l'aire A_{kh} est donnée en ((V-40)).

Le calcul du taux d'extinction est basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo, comme décrit dans le chapitre V.1.3. La Figure V-15 présente le taux d'extinction moyen suivant les décalages x_k et y_k. Le centre de chaque pupille de sortie doit être maintenu dans un domaine circulaire de rayon $R_{domaine}=x_k=y_k$. Le taux d'extinction est inférieur ou égal à 10^{-6} lorsque $\mathbf{R_{domaine} \approx 250\ nm}$.
Cette contrainte n'est pas spécifique à la cascade mais concerne tous les systèmes de recombinaison pour Darwin.

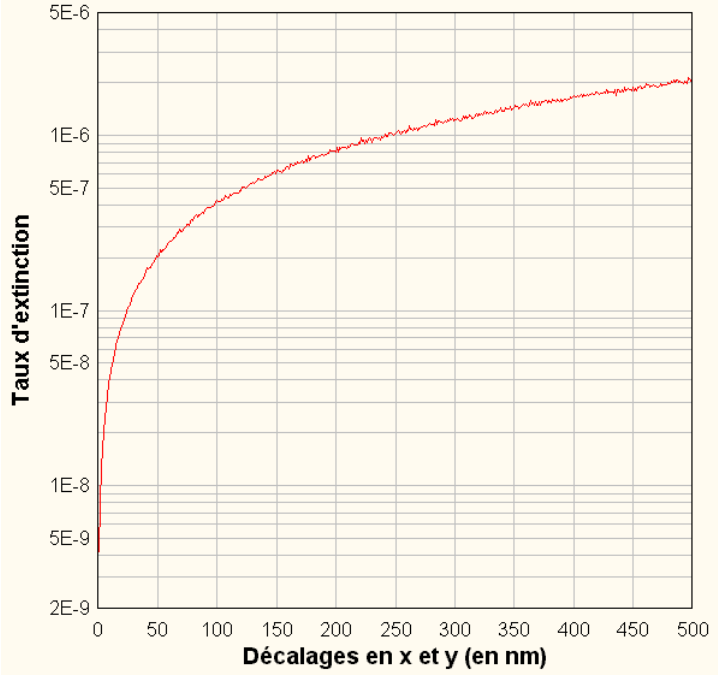


Figure V-15 -Taux d'extinction moyen suivant les décalages transverses x_k et y_k des pupilles de sortie

V.3.2. Décalage sur l'axe optique des pupilles de sortie

Afin de réaliser l'extinction requise de l'étoile, les fronts d'onde doivent être identiques. Il faut donc que les pupilles de sortie de la cascade soient coplanaires. Dans le cas contraire, les fronts d'onde se propagent sur des distances supplémentaires et sont alors déformés.

Plus les fronts d'onde recombinés sont de distributions spatiales différentes, plus l'extinction est dégradée. Afin de conserver un taux d'extinction inférieur ou égal à 10^{-6}, je détermine donc le décalage maximal acceptable des pupilles de sortie de la cascade par rapport à un plan de référence (cf. Figure V-16).

Avant cela, j'exprimerai l'amplitude complexe d'une onde après propagation sur une distance donnée, à l'aide du formalisme de Fresnel.

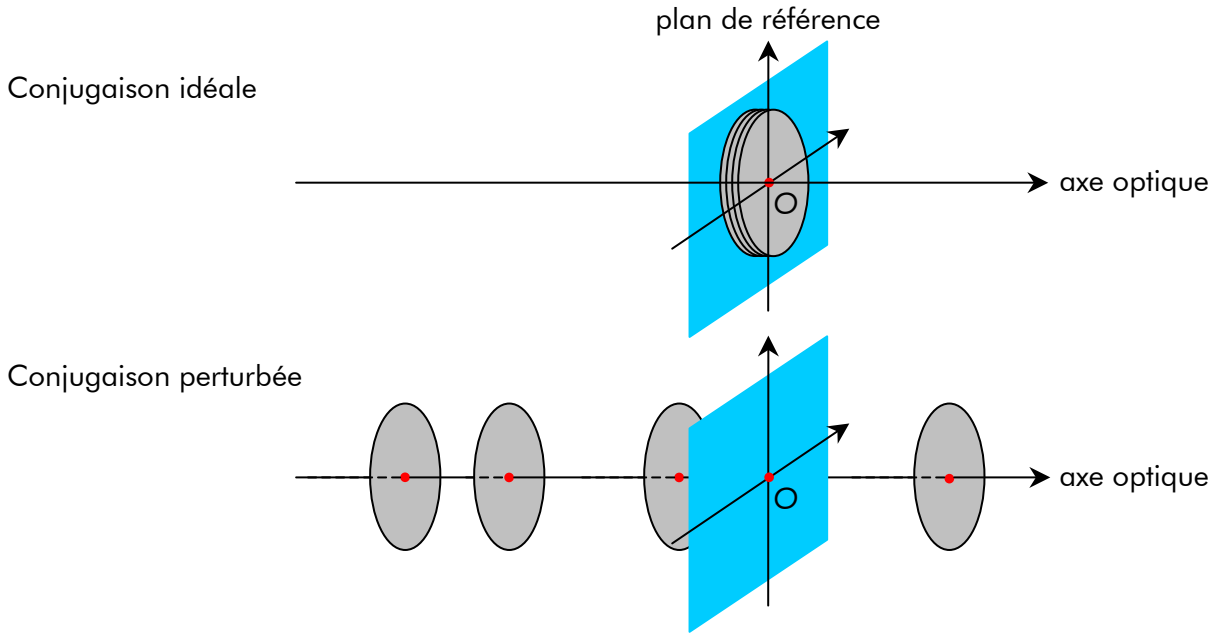


Figure V-16 – Exemple de décalage axial des pupilles de sortie. En haut : conjugaison idéale, les quatre pupilles de sortie sont confondues dans le plan de référence. En bas : conjugaison perturbée, les pupilles sont décalées sur l'axe optique, elles ne sont plus dans le plan de référence.

Expression d'une amplitude complexe après propagation

Soit une pupille de rayon R_{pup}, dont le profil est décrit par la fonction P(**r**) :

$$P(\vec{r}) = \prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) \qquad (V\text{-}45)$$

où

$$\prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) = \begin{cases} 1 & pour \quad 0 \le r \le R_{pup} \\ 0 & ailleurs \end{cases} \qquad (V\text{-}46)$$

où le vecteur $\vec{r}\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$ repère une position dans la pupille.

L'onde se propage d'un plan P à un plan Q, séparés d'une distance z (cf. Figure V-16). Les coordonnées utilisées dans ces deux plans sont représentées dans la Figure V-17.

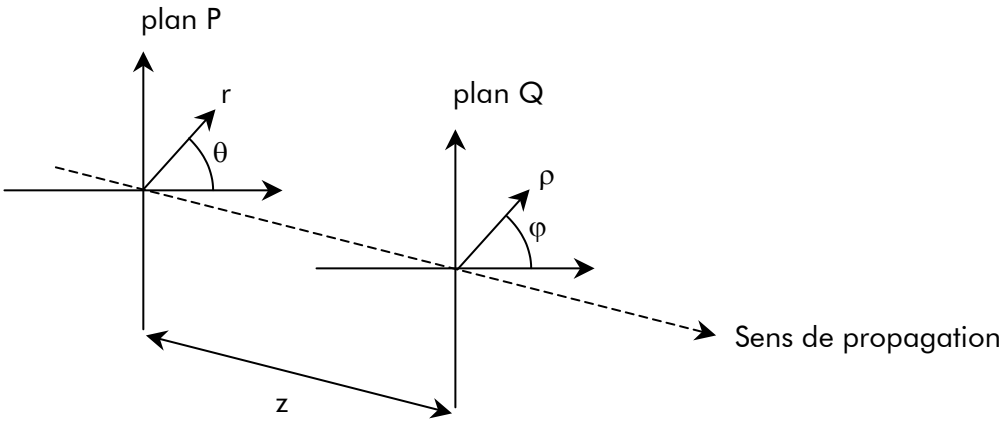


Figure V-17 - Représentation des plans de départ P et d'arrivée Q, séparés d'une distance z, considérés lors de la propagation d'une onde. Les coordonnées polaires employées respectivement dans le plan P sont r et θ , et dans le plan Q ρ et φ

En utilisant le formalisme de Fresnel, l'amplitude complexe de la pupille dans le plan d'arrivée Q s'écrit (Gradshteyn et Ryzhik 2000) :

$$\psi(\rho,z)=\frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z}}{i\lambda z}e^{i\pi\frac{\rho^2}{\lambda z}}\iint P(r)\,e^{i\pi\frac{r^2}{\lambda z}}\,e^{-\frac{2i\pi}{\lambda z}r\rho\cos(\theta-\varphi)}\,r\,dr\,d\theta \qquad (V\text{-}47)$$

Or

$$\int_0^{2\pi}e^{ix\cos\theta}\,d\theta=2\pi\,J_0(x) \qquad (V\text{-}48)$$

où $J_0(x)$ est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0.

Donc l'équation (V-47) devient

$$\psi(\rho,z)=2\pi\,\frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z}}{i\lambda z}e^{i\pi\frac{\rho^2}{\lambda z}}\,M_0(\rho) \qquad (V\text{-}49)$$

où

$$M_0(\rho)=\int_0^{R_{pup}}e^{i\pi\frac{r^2}{\lambda z}}\,J_0\left(\frac{2\pi\,\rho\,r}{\lambda z}\right)r\,dr \qquad (V\text{-}50)$$

Pour calculer l'intégrale radiale $M_0(\rho)$, j'utilise la relation de récurrence des fonctions de Bessel :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{J_k(x)}{x^k}\right)=-\frac{J_{k+1}(x)}{x^k} \qquad (V\text{-}51)$$

Alors, par intégration par partie et en posant

$$H = \frac{\pi \rho^2}{\lambda z} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} \Lambda = \dfrac{2\pi \rho r}{\lambda z} \\ \Lambda_{max} = \dfrac{2\pi R_{pup} \rho}{\lambda z} \end{cases} \qquad (V\text{-}52)$$

l'équation (V-50) se réécrit

$$M_0(\rho) = e^{iH} \left\{ 1 - e^{i\frac{\Lambda_{max}^2}{4H}} J_0(\Lambda_{max}) - M_1(\rho) \right\} \qquad (V\text{-}53)$$

où

$$M_1(\rho) = \int_0^{\Lambda_{max}} e^{i\frac{\Lambda^2}{4H}} J_1(\Lambda) d\Lambda \qquad (V\text{-}54)$$

L'intégrale $M_1(\rho)$ se calcule une nouvelle fois en intégrant par partie et en utilisant la relation de récurrence en (V-51), faisant apparaître l'intégrale $M_2(\rho)$. Ainsi l'amplitude complexe $\psi(\rho,z)$ dans le plan Q, distant de z du plan P de départ, s'écrit sous forme d'une somme de fonctions de Bessel :

$$\psi(\rho, z) = 1 - e^{\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\rho^2 + R_{pup}^2\right)} \sum_{k=0}^{\infty} (-i)^k \left(\frac{\rho}{R_{pup}} \right)^k J_k\left(\frac{2\pi R_{pup} \rho}{\lambda z} \right) \qquad (V\text{-}55)$$

Après propagation sur une distance z, l'expression de l'amplitude complexe comporte un terme constant et un terme complexe quadratique, dont la distribution radiale dépend de z. Ce dernier « sculpte » le front d'onde.

Taux d'extinction suivant le décalage axial des pupilles de sortie

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}56)$$

Initialement distantes du plan de recombinaison de z_a, z_b, z_c et z_d (valeurs algébriques), les fronts d'onde se superposent après une propagation supplémentaire. Leurs amplitudes complexes finales s'expriment donc à l'aide de l'équation (V-55), appliquée à leurs distances de propagation respectives :

$$\begin{cases} \psi_a(\vec{\rho}) = \psi(\rho, z_a) \\ \psi_b(\vec{\rho}) = \psi(\rho, z_b) \\ \psi_c(\vec{\rho}) = \psi(\rho, z_c) \\ \psi_d(\vec{\rho}) = \psi(\rho, z_d) \end{cases} \qquad (V\text{-}57)$$

Les fonctions de Bessel, décrivant l'amplitude $\psi(\rho,z)$ (équation (V-55)), deviennent difficile à calculer numériquement par IDL lorsque leur argument Λ_{max} dépasse 10^4, où

$$\Lambda_{max} = \frac{2\pi R_{pup}\,\rho}{\lambda z} \qquad (V\text{-}58)$$

Les grandes valeurs de Λ_{max} correspondent à des distances z de propagation petites. Pour les valeurs de Λ_{max} supérieures à 10^4, je substitue les fonctions de Bessel par leurs expressions asymptotiques (Abramowitz et Stegun 1970) :

$$J_k(x) \xrightarrow[x\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left(x - \frac{\pi}{4} - k\frac{\pi}{2}\right) \qquad (V\text{-}59)$$

J'utiliserai donc dans ce calcul l'expression suivante de l'amplitude complexe $\psi(\rho,z)$ d'une onde :

$$\begin{cases} \psi(\rho,z) = 1 - e^{\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\rho^2 + R_{pup}^2\right)} \sum_{k=0}^{\infty} (-i)^k \left(\frac{\rho}{R_{pup}}\right)^k J_k(\Lambda_{max}) & ,pour \quad \Lambda_{max} < 10^4 \\ \psi(\rho,z) = 1 - e^{\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\rho^2 + R_{pup}^2\right)} \sum_{k=0}^{\infty} (-i)^k \left(\frac{\rho}{R_{pup}}\right)^k \sqrt{\frac{2}{\pi\Lambda_{max}}}\cos\left(\Lambda_{max} - \frac{\pi}{4} - k\frac{\pi}{2}\right) & ,pour \quad \Lambda_{max} > 10^4 \end{cases} \qquad (V\text{-}60)$$

A titre de vérification, proche de $\Lambda_{max}=10^4$, les valeurs de la somme de fonctions asymptotiques sont identiques 10^{-4} près.

Le calcul du taux d'extinction est basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo, comme décrit dans le chapitre V.1.3. La Figure V-18 illustre le taux d'extinction moyen suivant le décalage axial des pupilles de sortie par rapport au plan de référence à la recombinaison. La longueur d'onde est de 6 µm.

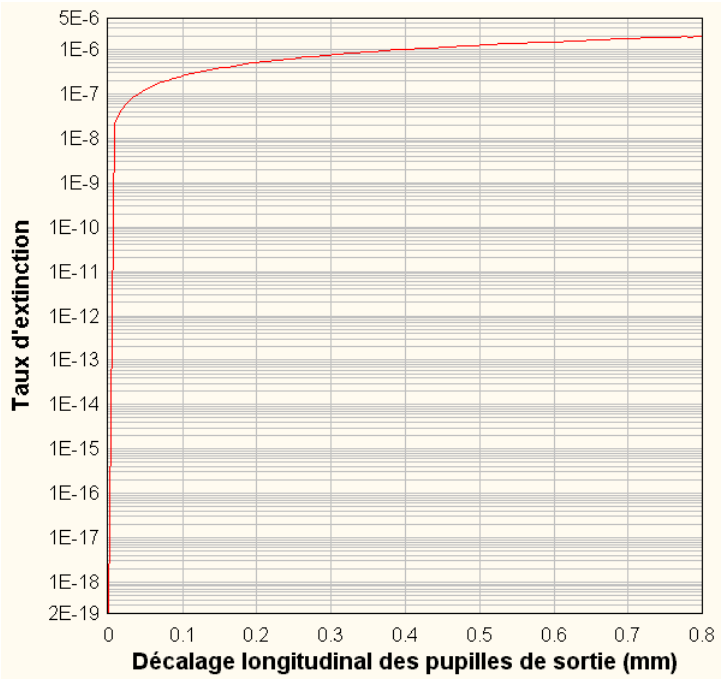


Figure V-18 - Taux d'extinction moyen suivant le décalage axial des pupilles de sortie par rapport au plan de référence

Le taux d'extinction de 10^{-6} est atteint tant que les quatre pupilles de sortie sont placées sur l'axe optique avec une précision de ± **0.4 mm**. Cette contrainte n'est pas spécifique à la cascade mais concerne tous les systèmes de recombinaison pour Darwin.

V.3.3. Gestion des pupilles d'entrée et de sortie de la cascade

Chaque faisceau, injecté dans la cascade, génère quatre faisceaux de trajets différents composés de deux voies (œil de chat et/ou plan-plan-plan), comme le montre la Figure V-1. A chaque trajet correspond une pupille de sortie, on compte donc quatre pupilles de sortie.

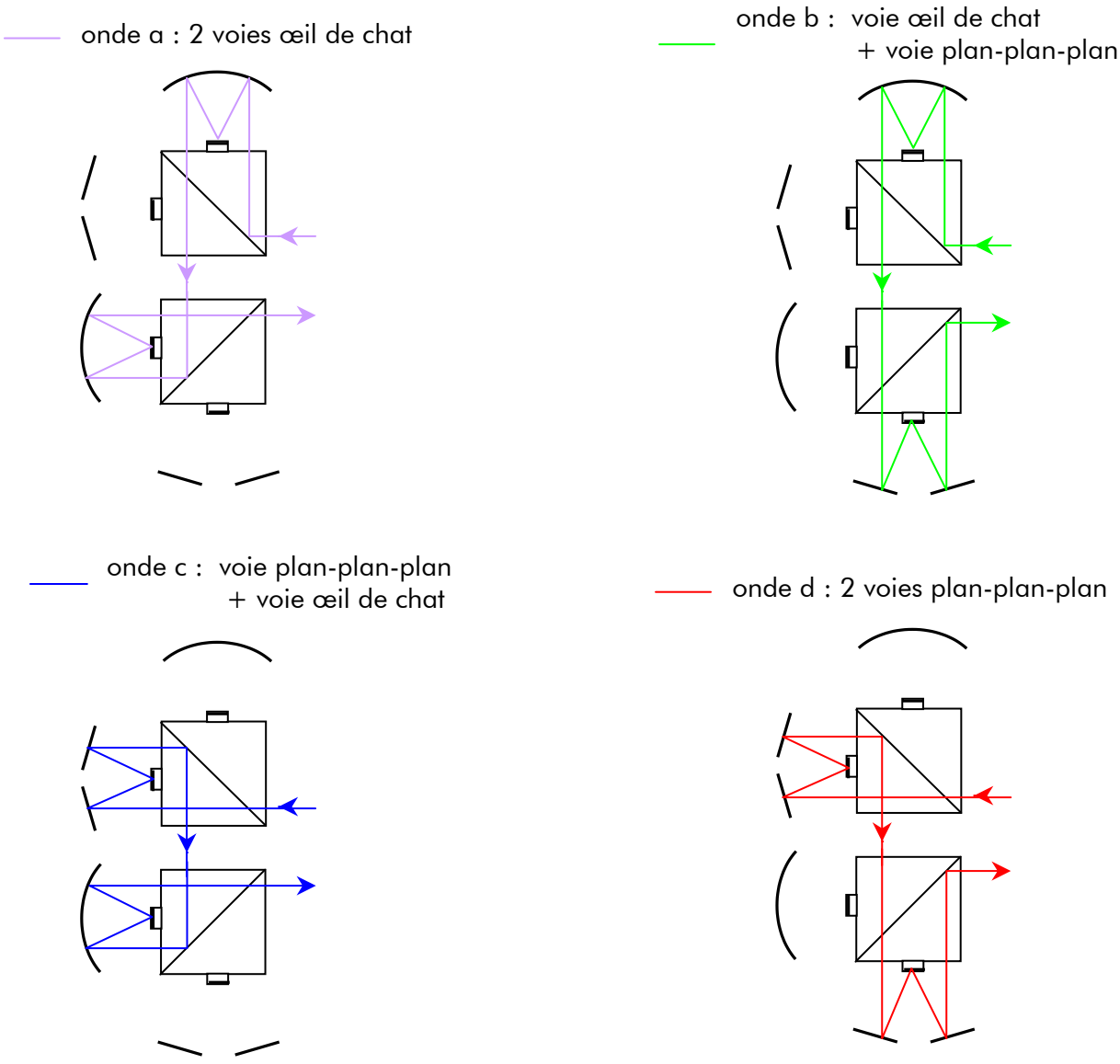


Figure V-19 - Description des quatre trajets optiques différents dans une cascade de CIA

A partir de la contrainte de positionnement des pupilles de sortie sur l'axe optique, définie dans le chapitre précédent dans le but d'atteindre un taux d'extinction de 10^{-6}, il est possible de remonter aux spécifications de certains composants de la cascade (miroirs secondaires des voies œil de chat et plan-plan-plan).

L'annexe X.4 décrit analytiquement les conjugaisons de pupilles de l'œil de chat et du plan-plan-plan et définit les conditions d'existence, rappelées dans la première section de ce chapitre, d'une symétrie entre ces deux voies.
Exploitant cette analyse, une seconde partie définira avec quelle précision positionner sur l'axe optique la pupille d'entrée et les composants de la cascade.

Conditions de symétrie entre les voies œil de chat et plan-plan-plan

Dans la suite, la focale du miroir primaire des voies œil de chat est noté f. Cette partie décrit les comportements relatifs entre les pupilles de sortie des voies œil de chat et plan-plan-plan, suivant les translations axiales δ, Δ_1 et Δ_2 où (cf. annexe X.4) :

- δ est le défaut de positionnement suivant l'axe optique de la pupille d'entrée, dont la position idéale est à une distance f derrière l'œil de chat et le plan-plan-plan (position optimale démontrée dans l'annexe X.4)
- Δ_1 le décalage axial du miroir secondaire de l'œil de chat
- Δ_2 le décalage axial du miroir secondaire M_2 du plan-plan-plan

Soient $X_{\text{sortie OdC}}$ et $X_{\text{sortie PPP}}$ les positions respectives sur l'axe optique des deux pupilles de sortie. Je définis un point de référence d'abscisse :

$$X_{réf} = \frac{X_{sortie\ \ OdC} + X_{sortie\ \ PPP}}{2} \qquad (V\text{-}61)$$

Et l'écart axial relatif entre les deux pupilles de sortie :

$$Ecart_{pup} = \left| X_{sortie\ \ OdC} - X_{sortie\ \ PPP} \right| \qquad (V\text{-}62)$$

Alors je distingue trois cas :

- $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$: le miroir secondaire de l'œil de chat et le miroir M_2 du plan-plan-plan sont parfaitement disposés. Alors

$$\begin{cases} X_{réf} = f\ (\delta) \\ Ecart_{pup} = 0 \quad pour \quad tout \quad \delta \end{cases} \qquad (V\text{-}63)$$

où f(δ) est une fonction de δ.

Les voies œil de chat et plan-plan-plan sont symétriques et les quatre pupilles de sortie sont confondues. En effet si leurs pupilles d'entrée sont placées en

$$X_{entrée} = f + \delta \qquad (V\text{-}64)$$

alors les positions de leurs pupilles de sortie, données par les équations (X-44) et (X-46), sont identiques :

$$X_{sortie\ \ OdC,\Delta=0} = X_{sortie\ \ PPP,\Delta=0} = f - \delta \qquad (V\text{-}65)$$

En particulier dans le cas parfait, où la pupille d'entrée est idéalement placée (δ=0), les pupilles d'entrée et de sortie sont positionnées à la même abscisse :

$$X_{entrée\ \ OdC} = X_{entrée\ \ PPP} = X_{sortie\ \ OdC,\Delta=\delta=0} = X_{sortie\ \ PPP,\Delta=\delta=0} = f \qquad (V\text{-}66)$$

La Figure V-20 décrit la position de la pupille de sortie des voies œil de chat et plan-plan-plan, selon la position de la pupille d'entrée. Les positions des deux pupilles images intermédiaires et le centre de symétrie C sont aussi représentés.

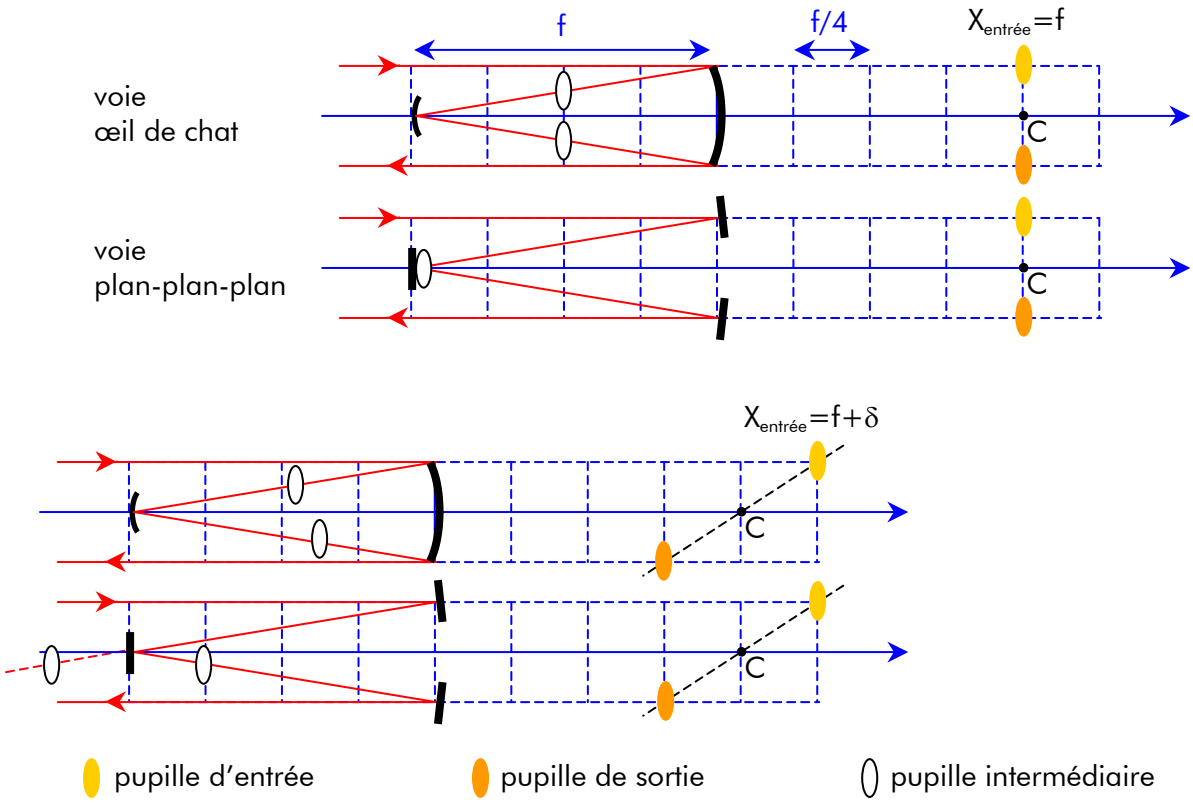


Figure V-20 - Représentation de la position des pupilles de sortie (en orange) suivant deux positions de la pupille d'entrée (en jaune or) en $X_{entrée}=f$ (en haut) et $X_{entrée}=f+\delta$ (en bas)

▼ δ**=0,** $\Delta_1 \neq \Delta_2 \neq$**0** : la pupille d'entrée est parfaitement placée et le miroir secondaire de l'œil de chat et le miroir M_2 du plan-plan-plan sont décalés. Alors

$$\begin{cases} X_{réf} = g\left(\Delta_1, \Delta_2\right) \approx cons\,tan\,te \\ Ecart_{pup} = h\left(\Delta_1, \Delta_2\right) \neq 0 \end{cases} \qquad (V\text{-}67)$$

où $g(\Delta_1,\Delta_2)$ et $h(\Delta_1,\Delta_2)$ sont des fonctions de Δ_1 et Δ_2. La dépendance de $g(\Delta_1,\Delta_2)$ en Δ_1 et Δ_2 est faible pour des valeurs petites de Δ_1 et Δ_2 (de l'ordre du micron ou de la dizaine de micron).
Dès que les miroirs secondaires sont mal placés, la symétrie des voies est brisée. Les positions des pupilles de sortie sont différentes car les équations (X-36) et (X-45) dépendent de Δ_1 et Δ_2 respectivement.

Les décalages Δ_1 et Δ_2 agissent très faiblement sur l'abscisse $X_{réf}$ du point de référence, mais, en revanche, séparent les deux pupilles.

- $\delta \neq \mathbf{0}$, $\Delta_1 \neq \Delta_2 \neq \mathbf{0}$: la pupille d'entrée, le miroir secondaire de l'œil de chat et le miroir M_2 du plan-plan-plan sont décalés. Alors

$$\begin{cases} X_{réf} = g(\delta, \Delta_1, \Delta_2) \approx g(\delta) \\ Ecart_{pup} = h(\delta, \Delta_1, \Delta_2) \approx g(\Delta_1, \Delta_2) \neq 0 \end{cases} \quad (V\text{-}68)$$

La dépendance dominante de $g(\delta,\Delta_1,\Delta_2)$ est en δ, alors que celle de $h(\delta,\Delta_1,\Delta_2)$ est en Δ_1 et Δ_2. Ainsi les décalages Δ_1 et Δ_2 séparent les pupilles de sortie des voies, alors que l'erreur de positionnement δ de la pupille d'entrée déplace le point de référence.

Contrairement au plan-plan-plan, l'œil de chat présente une puissance focale. Un même décalage Δ de leur miroir secondaire respectif ne provoque donc pas un même décalage des pupilles de sortie $X_{écart\ sortie}$.
On déduit $X_{écart\ sortie}$ des équations (X-44) et (X-46) en posant δ nul :

$$\begin{cases} X_{écart\ \ sortie\ \ OdC} = X_{sortie\ \ OdC,\delta=0} - X_{sortie\ \ OdC,\Delta=\delta=0} \\ X_{écart\ \ sortie\ \ PPP} = X_{sortie\ \ PPP,\delta=0} - X_{sortie\ \ PPP,\Delta=\delta=0} \end{cases} \quad (V\text{-}69)$$

Comme $\Delta << f$,

$$\begin{cases} X_{écart\ \ sortie\ \ OdC} = 8\Delta + 16\dfrac{\Delta^2}{f} + 64\dfrac{\Delta^3}{f^2} \\ X_{écart\ \ sortie\ \ PPP} = 2\Delta \end{cases} \quad (V\text{-}70)$$

Ainsi les tolérances sur le décalage Δ des secondaires ne sont pas les mêmes sur l'œil de chat et sur le plan-plan-plan. En première approximation, il faut

$$\frac{\Delta_{OdC}}{\Delta_{PPP}} \approx \frac{1}{4} \quad (V\text{-}71)$$

Ce rapport signifie que le secondaire de l'œil de chat doit être positionné avec une tolérance quatre fois moindre que pour le miroir M_2 du plan-plan-plan.

Décalage axial des pupilles de sortie de la cascade

Comme dans la section précédente, la pupille d'entrée doit être placée à une distance focale derrière l'œil de chat et le plan-plan-plan du premier CIA. Les défauts considérés restent les mêmes dans le cas de la cascade :

- δ est l'écart axial de positionnement de la pupille d'entrée par rapport à la valeur optimale f
- Δ_i sont les décalages axiaux des miroirs secondaires des voies œil de chat et miroirs M_2 des voies plan-plan-plan (i=1,2,3,4)

Un faisceau injecté dans la cascade induit quatre pupilles de sortie, qui correspondent à des trajets différents composés de deux voies (œil de chat et/ou plan-plan-plan, cf. Figure V-1). D'après la partie précédente, les positions des pupilles de sortie dépendent des paramètres δ et Δ_i.
On distingue deux cas, toujours décrits à l'aide du point de référence $X_{réf}$ et de l'écart entre les pupilles $Ecart_{pup}$ (cf. section précédente) :

▼ Δ_i**=0** : les quatre pupilles de sortie restent coplanaires et leur position commune sur l'axe optique ($X_{réf}$) varie suivant δ, comme le montre le graphe de la Figure V-21 :

$$\begin{cases} X_{réf} = f(\delta) \\ Ecart_{pup} = 0 \quad pour \quad tout \quad \delta \end{cases} \qquad (V\text{-}72)$$

où $f(\delta)$ est une fonction de δ.

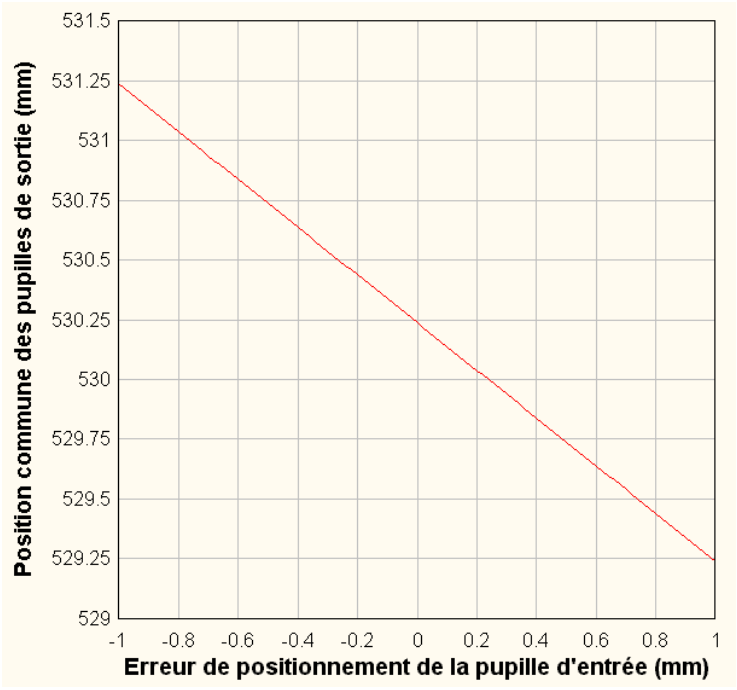


Figure V-21 - Position commune des quatre pupilles de sortie de la cascade suivant l'erreur de positionnement δ de la pupille d'entrée de la cascade. Le point zéro de la position des pupilles de sortie se situe au sommet du miroir primaire de l'œil de chat du second CIA (cf. Figure X-23)

Dans ce cas précis, la tolérance sur δ est donc très relâchée (cf. partie précédente).

▼ $\Delta_i \neq$**0** : les pupilles de sortie sont séparées sur l'axe optique :

$$\begin{cases} X_{réf} = g(\delta, \Delta_i) \approx g(\delta) \\ Ecart_{pup} = h(\delta, \Delta_i) \approx g(\Delta_i) \neq 0 \end{cases} \qquad (V\text{-}73)$$

La fonction $g(\delta,\Delta_i)$ dépend essentiellement de δ, et $h(\delta,\Delta_i)$ de Δ_i.

Quelles sont les valeurs des tolérances sur les décalages Δ_i ? Les positions des pupilles de sortie se calculent en exploitant les expressions de l'annexe X.4. La Figure V-22, Figure V-23, Figure V-24 et Figure V-25 présentent les décalages axiaux des pupilles de sortie par rapport à la position nominale, des quatre voies interférométriques décrites dans la Figure V-19, en fonction des décalages axiaux des deux miroirs secondaires des voies concernées.

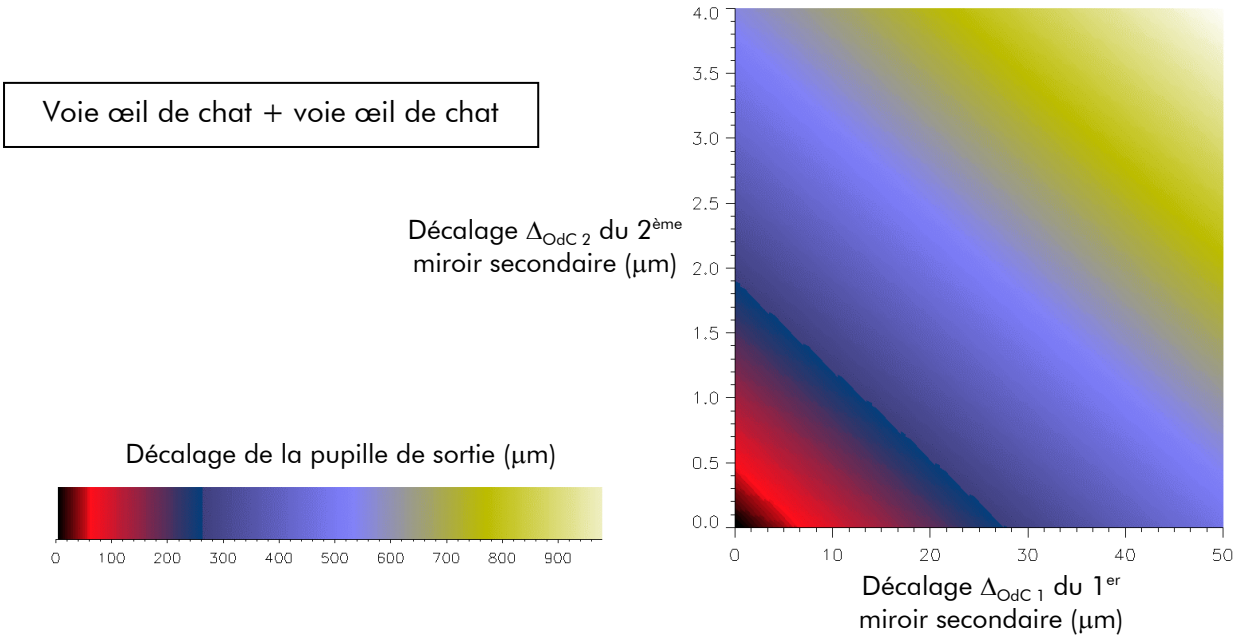


Figure V-22 - Décalage axial de la pupille de sortie, de la voie interférométrique composée de deux voies œil de chat, par rapport à la position nominale en fonction des décalages axiaux des deux secondaires

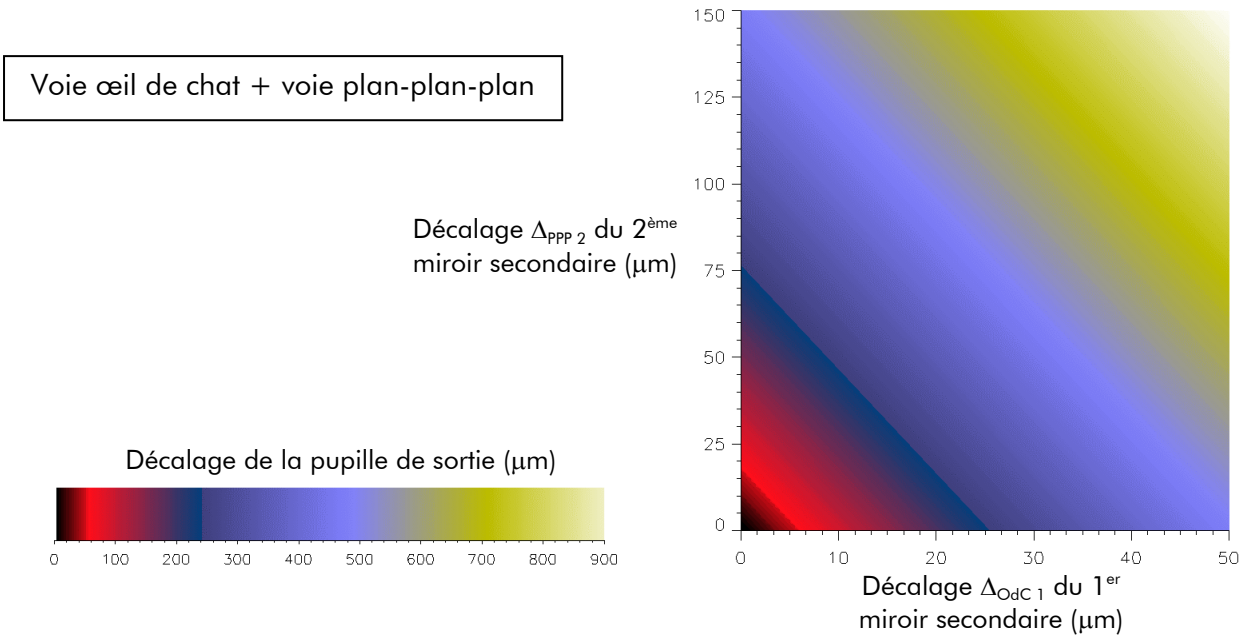


Figure V-23 - Décalage axial de la pupille de sortie, de la voie interférométrique composée de la première voie œil de chat et de la seconde voie plan-plan-plan, par rapport à la position nominale en fonction des décalages axiaux des deux secondaires

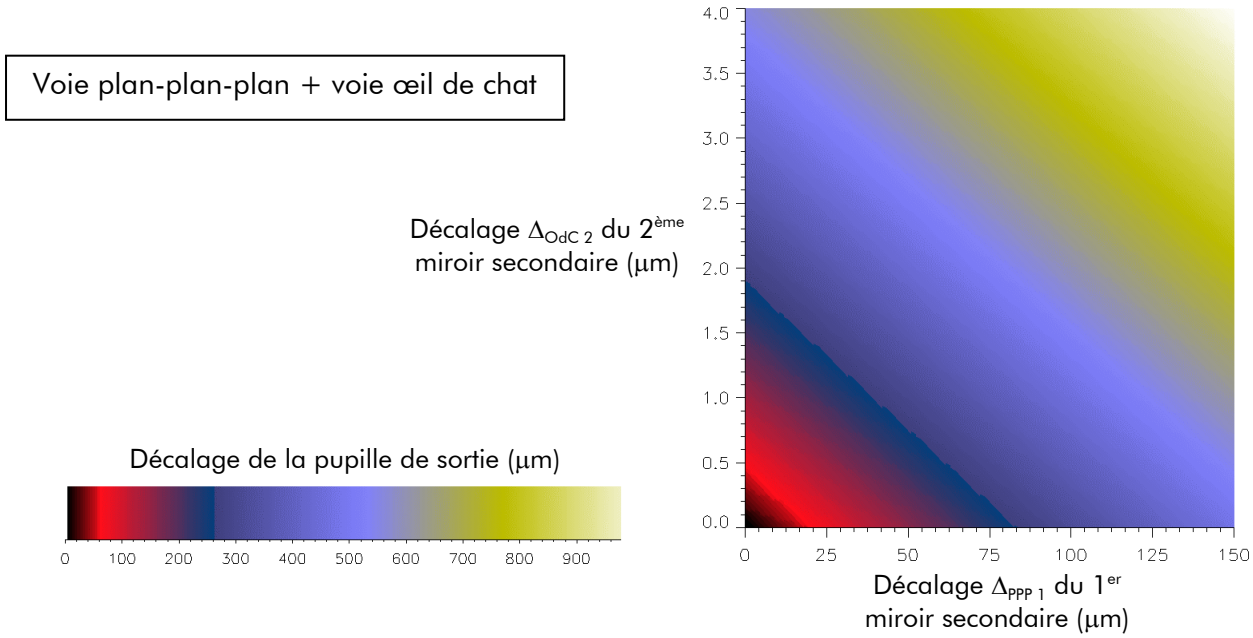


Figure V-24 - Décalage axial de la pupille de sortie, de la voie interférométrique composée de la première voie plan-plan-plan et de la seconde voie œil de chat, par rapport à la position nominale en fonction des décalages axiaux des deux secondaires

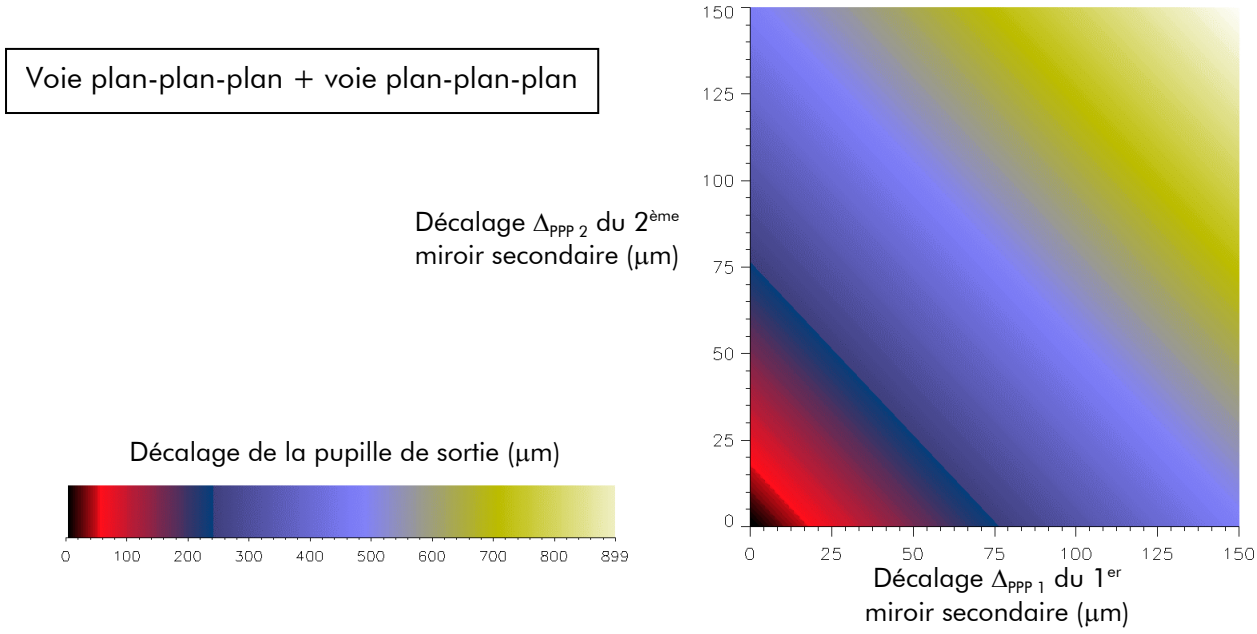


Figure V-25 - Décalage axial de la pupille de sortie, de la voie interférométrique composée de deux voies plan-plan-plan, par rapport à la position nominale en fonction des décalages axiaux des deux secondaires

L'étude du chapitre V.3.2 a établi que le décalage axial des pupilles de sortie ne devait pas dépasser 0.4 mm, pour maintenir un taux d'extinction à 10^{-6}. Les valeurs typiques des décalages des miroirs introduisant sur chaque voie un décalage de 0.4 mm sont déterminées à l'aide des quatre figures précédentes et sont regroupées dans le Tableau V-1. Les tolérances de positionnement de chaque miroir secondaire en sont déduites.

	$\Delta_{OdC\ 1}$	$\Delta_{PPP\ 1}$	$\Delta_{OdC\ 2}$	$\Delta_{PPP\ 2}$
Voie œil de chat + œil de chat	20 µm		2 µm	
Voie œil de chat + plan-plan-plan	20 µm			75 µm
Voie plan-plan-plan + œil de chat		50 µm	2 µm	
Voie plan-plan-plan + plan-plan-plan		60 µm		60 µm
Tolérance typique de positionnement	± **20 µm**	± **50 µm**	± **2 µm**	± **60 µm**

Tableau V-1 - Valeurs typiques des décalages des miroirs introduisant sur chaque voie un décalage de 0.4 mm des pupilles de sortie et tolérances de positionnement de chaque miroir secondaire

Les valeurs des tolérances exposées dans le tableau précédent ne sont pas uniques et peuvent être au besoin optimisées en exploitant les quatre figures précédentes.

V.4. Causes de dégradation de l'extinction

Les dégradations de l'extinction, dues à des positionnements imparfaits des pupilles de sortie des quatre voies interférométriques, ont été étudiées dans le chapitre V.3 précédent. Ces cas particuliers ont été traités en premier afin de considérer dans cette partie que les pupilles de sortie sont parfaitement superposées.

V.4.1. Dispositions relatives des CIA de la cascade

La cascade est composée de deux CIA disposés en série. Leurs positions et attitude relative doivent être ajustées avec une grande précision, afin que l'injection des faisceaux issus du premier CIA, dans le second CIA, se rapproche le plus possible du cas parfait. L'attitude et le positionnement relatifs des CIA se décomposent en trois déplacements élémentaires distincts :

- une rotation différentielle des CIA autour de leur axe optique commun (cf. Figure V-26 pour illustration). Ce cas ne sera pas traité car peu réaliste

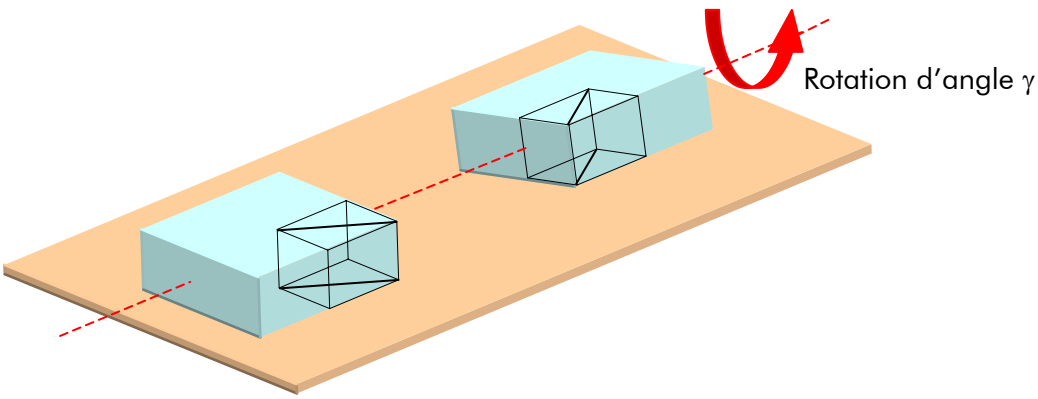


Figure V-26 - Rotation différentielle des CIA d'angle γ autour de l'axe optique commun

- un déplacement transversal relatif des CIA, perpendiculairement à leur axe optique, étudié dans la première partie
- un désalignement relatif des axes optiques des CIA , étudié dans la seconde partie

Un déplacement transversal relatif des CIA

Dans le cas d'un déplacement transversal $\vec{\Gamma}$ relatif des CIA, leurs axes optiques sont parallèles, mais non confondus (cf. Figure V-27 à gauche). Alors les faisceaux, injectés par la face d'entrée du second CIA, ne sont plus en position nominale mais sont tous translatés de $\vec{\Gamma}$ (cf. Figure V-27 à droite). Cette partie analyse la dégradation résultante.

Pour un décalage $\vec{\Gamma}$ donné (cf. Figure V-28 à gauche), les pupilles de sortie restent coplanaires, mais deux pupilles sont translatées transversalement de $\vec{\Gamma}$ et les deux autres translatées transversalement de $-\vec{\Gamma}$, comme illustré dans la Figure V-28 à droite.

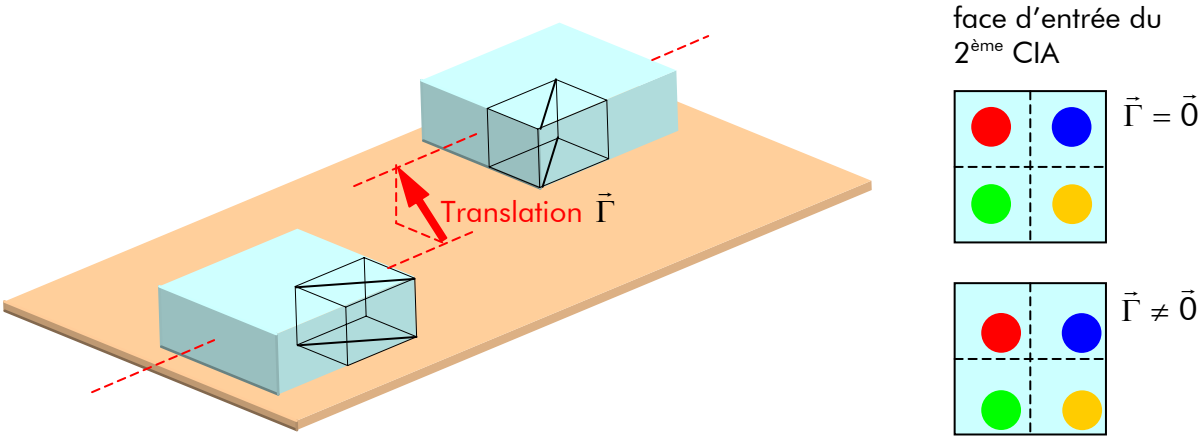


Figure V-27 - Décalage transversal des CIA, représenté par le vecteur $\vec{\Gamma}$

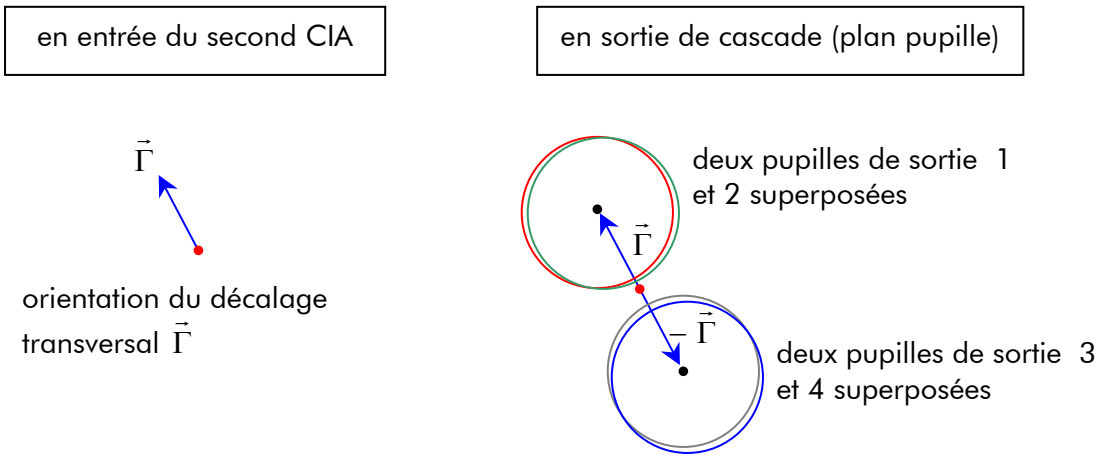


Figure V-28 - Exemple de décalage transversal du second CIA par rapport au premier et conséquence sur les pupilles de sortie

L'expression du taux d'extinction suivant les décalages transverses des pupilles de sortie été déterminée dans le chapitre V.3.1 (équation (V-43)) :

$$Ext = R^2 T^2 \left(1 + \Delta\right) \qquad (V\text{-}74)$$

dans laquelle

$$\Delta = \frac{1}{2\,\pi\,R_{pup}{}^2} \sum_{\substack{k=1 \\ h \rangle\, k}}^{4} K_k K_h \; A_{kh} \qquad (V\text{-}75)$$

où A_{kh} est l'aire commune entre les k-ième et h-ième pupilles séparées d'une distance d_{kh}, et les coefficients K_k :

$$\begin{cases} K_1 = 1 \\ K_2 = e^{i\pi} = -1 \\ K_3 = e^{i\pi} = -1 \\ K_4 = 1 \end{cases} \qquad (V\text{-}76)$$

Ici il apparaît donc les égalités suivantes :

$$\begin{cases} d_{kh} = d_{hk} \quad donc \quad A_{kh} = A_{hk} \\ d_{kk} = 0 \quad donc \quad A_{kk} = \pi\, R_{pup}{}^2 \\ d_{12} = d_{34} = 0 \quad donc \quad \begin{cases} A_{12} = A_{34} = \pi\, R_{pup}{}^2 \\ A_{13} = A_{23} \quad et \quad A_{14} = A_{24} \end{cases} \end{cases} \qquad (V\text{-}77)$$

ce qui, appliqué à l'équation (V-78), entraîne Ext=0. **L'extinction reste donc complète sur l'axe**. En revanche il est fort probable que cette séparation particulière des pupilles de sortie affecte l'extinction d'une source légèrement hors-axe.

Un désalignement relatif des CIA

Si les axes optiques des CIA ne sont pas alignés, ceux-ci forment deux angles, notés α (cf. Figure V-29) et β (cf. Figure V-30). Les perturbations introduites sur les fronts d'onde par les désalignements α et β sont de même nature. Ainsi j'étudie la dégradation de l'extinction suivant le seul désalignement α.

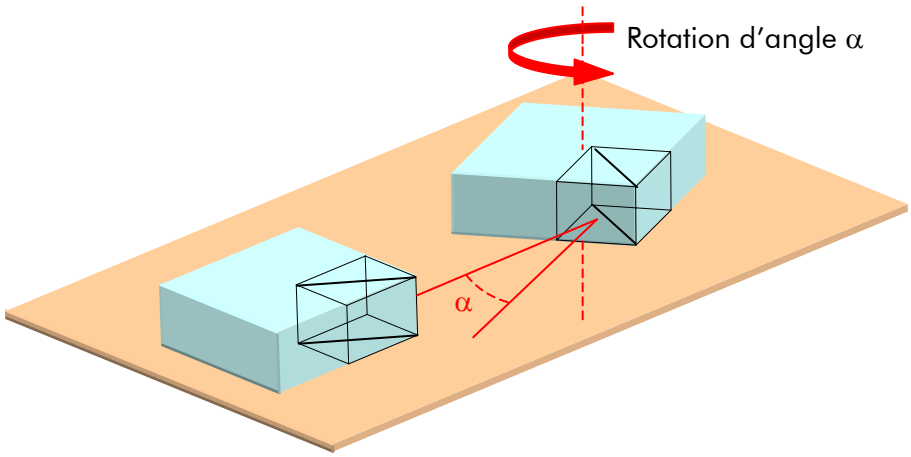


Figure V-29 - Désalignement angulaire des CIA suivant l'angle α formé par les axes optiques des CIA

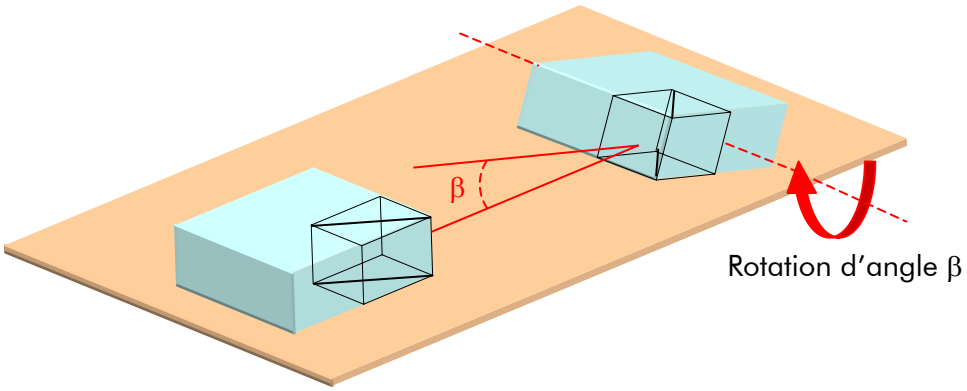


Figure V-30 – Désalignement angulaire des CIA suivant l'angle β formés par les axes optiques des CIA

La Figure V-31 rappelle la loi de correspondance « entrée-sortie » d'un CIA (cf. chapitre IV) : quatre ondes a, b, c et d respectivement d'amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d sont recombinées deux à deux.

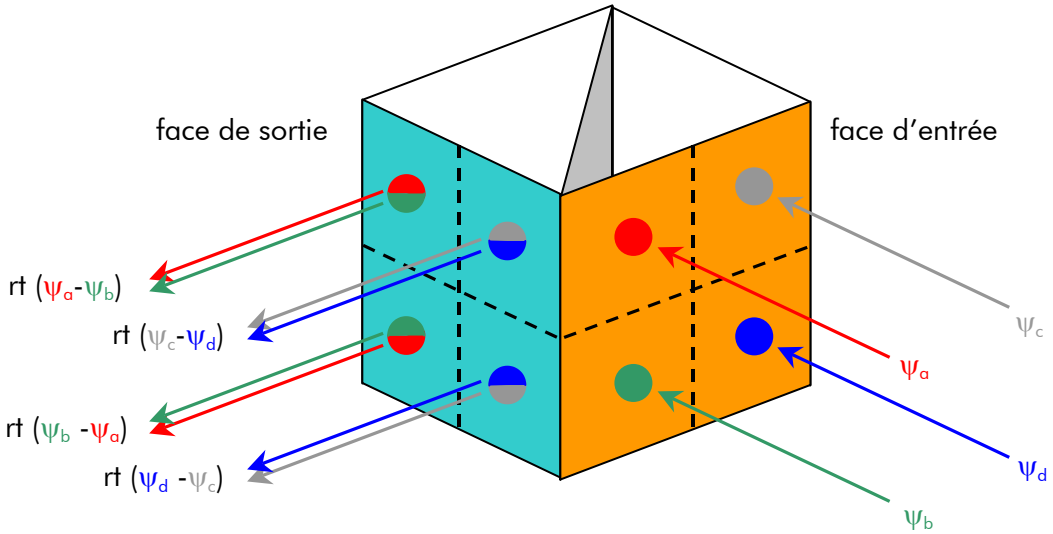


Figure V-31 - Loi de correspondance « entrée-sortie » d'un CIA dans lequel sont injectés quatre faisceaux. En sortie les amplitudes complexes ψ_a et ψ_c sont respectivement recombinées avec ψ_b et ψ_d

La Figure V-32 illustre l'injection dans le second CIA des ondes d'amplitudes $rt(\psi_a-\psi_b)$ et $rt(\psi_c-\psi_d)$, destinées à être recombinées, dans le cas d'un désalignement angulaire α.

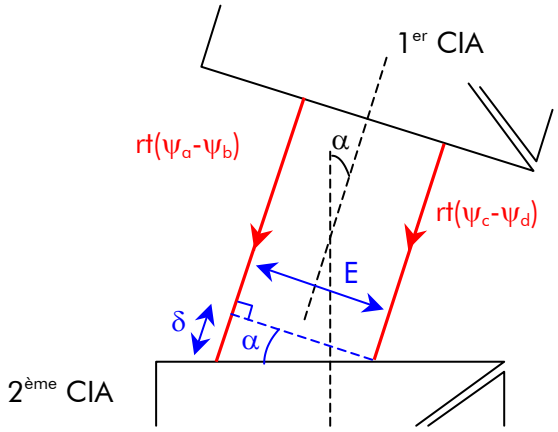


Figure V-32 - Injection dans le second CIA des ondes d'amplitudes $rt(\psi_a-\psi_b)$ et $rt(\psi_c-\psi_d)$, destinées à être recombinées, dans le cas d'un désalignement angulaire α

Dans le plan pupille de sortie de la cascade se manifestent trois effets dégradants :

- un basculement des fronts d'onde : les amplitudes (ψ_a-ψ_b) et (ψ_c-ψ_d) sont affectées respectivement d'une distribution spatiale de phase $\phi(\vec{r})$ et $-\phi(\vec{r})$, fixé par l'angle α. Le signe négatif est introduit par le retournement de 180° de la pupille effectué par une voie œil de chat.

- une différence de marche : les amplitudes ψ_a et ψ_b sont retardées par rapport à ψ_c et ψ_d d'une phase constante Θ due au trajet supplémentaire δ parcouru (cf. Figure V-32)

- une propagation de Fresnel : les fronts d'onde d'amplitudes complexes respectives ψ_a et ψ_b sont affectés d'une déformation $\psi(r,\delta)$ induite par la propagation supplémentaire sur la distance δ.

Ainsi, dans le plan pupille de sortie, les amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_a(\vec{r}) = \psi(r,\delta)\, e^{i\,\phi(\vec{r})}\, e^{i\,\Theta} \\ \psi_b(\vec{r}) = \psi(r,\delta)\, e^{i\,\phi(\vec{r})}\, e^{i\,\Theta} \\ \psi_c(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{-i\,\phi(\vec{r})} \\ \psi_d(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{-i\,\phi(\vec{r})} \end{cases} \qquad (V\text{-}78)$$

où $P(\vec{r})$ est la distribution spatiale uniforme de la pupille.

L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison de ces amplitudes complexes, est (cf. chapitre V.1.2) :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi\, R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}79)$$

où r et θ sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale dans la section de faisceau. En utilisant les expressions des amplitudes complexes en (V-78), l'extinction (équation (V-79)) est nulle. Il apparaît donc que **l'extinction sur l'axe de l'étoile reste totale**. En revanche, il est encore une fois probable que l'extinction d'une source légèrement hors-axe soit affectée.

L'extinction est de même complète dans le cas du désalignement angulaire β des CIA (bas de la Figure V-30). De plus cet angle traduit l'inclinaison du CIA avec la table optique, il est donc raisonnable de penser que sa valeur est négligeable.

V.4.2. Aberrations des fronts d'onde

Lors de la propagation dans un train optique, un front d'onde est déformé par des défauts inhérents à la réalisation et par des défauts de positionnement des composants. Dans le cas de l'instrument Darwin, chaque onde parcourt une voie interférométrique particulière. Les quatre fronts d'onde présentent donc à la recombinaison des distorsions différentes.

Ces distorsions sont décomposées en aberrations, exprimées dans le formalisme de Zernike. Les plus « célèbres » sont *le piston*, traduisant une translation du front d'onde dans la direction de propagation, et *le tilt*, représentant un basculement global du front d'onde. D'autres

aberrations sont souvent présentes dans un système optique, telles que le *defocus*, *l'astigmatisme* ou *la coma*.

Ce chapitre étudie l'impact sur le taux d'extinction de différentes déformations spatiales des fronts d'onde injectés dans la cascade.
Tout d'abord je rappellerai le formalisme de Zernike, qui exprime analytiquement les aberrations du front d'onde, puis j'écrirai l'expression du taux d'extinction associé.
Le piston ayant déjà été considéré lors de l'étude de pré-phase A (ESA 2000), je calculerai la dégradation du taux d'extinction suivant les contributions individuelles des aberrations d'ordres suivants : le tip/tilt et le defocus.
Enfin je simulerai le taux d'extinction selon la contribution simultanée des aberrations d'ordres supérieurs, telles que l'astigmatisme, la coma, la coma triangulaire et l'aberration sphérique.

Dans les calculs je suppose que les pupilles de sortie des quatre bras interférométriques sont parfaitement superposées.

Décomposition de la phase aberrante du front d'onde par les polynômes de Zernike

Les défauts d'optiques déforment le front d'onde en introduisant un écart de phase par rapport au front d'onde idéal. Cette distribution spatiale de la phase est décomposée en une somme de *polynômes de Zernike* :

$$\phi(\vec{r}) = \sum_i a_i Z_i(\vec{r}) \qquad (V\text{-}80)$$

Ce formalisme est approprié car les polynômes sont orthonormés sur un support circulaire :

$$\left\langle Z_i(\vec{r})\, Z_j(\vec{r}) \right\rangle_{surface} = \delta_{ij} \qquad (V\text{-}81)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Les polynômes de Zernike, indicés par i et notés Z_i, traduisent chacun une aberration donnée. Ils sont définis sur un disque de rayon unité et sont sans dimension. Le poids a_i, associé à chaque Z_i, représente la « force » de l'aberration et est exprimée en radian.
Les polynômes sont composés d'une fonction de la variable radiale r et d'une fonction de la variable azimutale θ (Born et Wolf 1998) :

$$\begin{cases} Z_{ipair} = R_n^m(r)\cos(m\theta) & , m \neq 0 \\ Z_{iimpair} = R_n^m(r)\sin(m\theta) & , m \neq 0 \\ Z_i = R_n^m(r) & , m = 0 \end{cases} \qquad (V\text{-}82)$$

où

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s!\left[\frac{n+m}{2} - s\right]!\left[\frac{n-m}{2} - s\right]!}\, r^{n-2s} \qquad (V\text{-}83)$$

L'indexation des polynômes employée est celle de Noll (Noll 1976).

L'expression analytique des premiers polynômes est simple. Le Tableau V-2 détaille les polynômes jusqu'à l'ordre radial 4 inclus. Les variables n et m désignent respectivement le

degré radial et le degré azimutal du polynôme Z_i et suivent la loi $0 \le m \le n$. A chaque couple (n,m) correspond donc un ou deux polynômes, selon que m est respectivement nul ou pas. Indicés par le numéro i, ils sont classés par degré radial croissant, et pour un degré radial donné, par ordre azimutal croissant.

Les polynômes de Zernike sont exprimés et orthonormés sur une pupille pleine. En revanche si la pupille est pondérée (par exemple par le mode fondamental projeté d'une fibre lors d'un filtrage spatial ou par une obstruction centrale) ceux-ci ne forment plus une base orthogonale : ils sont corrélés. Algébriquement, la matrice de corrélation des polynômes n'est plus diagonale (Ruilier 1999).
Mais seuls les polynômes de même nature sont corrélés : dans les ordres les plus bas, c'est notamment le cas du piston, du defocus et de l'aberration sphérique.

Degré radial n	**Degré azimutal m**			
	0	1	2	3
0	*Piston* $Z_1 = 1$			
1		*Tilt* $\begin{cases} Z_2 = r\cos\theta \\ Z_3 = r\sin\theta \end{cases}$		
2	*Défocalisation* $Z_4 = 2r^2 - 1$		*Astigmatisme* $\begin{cases} Z_5 = r^2\cos 2\theta \\ Z_6 = r^2\sin 2\theta \end{cases}$	
3		*Coma* $\begin{cases} Z_7 = \left(3r^3 - 2r\right)\cos\theta \\ Z_8 = \left(3r^3 - 2r\right)\sin\theta \end{cases}$		*Coma triangulaire* $\begin{cases} Z_9 = r^3\cos 3\theta \\ Z_{10} = r^3\sin 3\theta \end{cases}$
4	*Aberration sphérique* $Z_{11} = 6r^4 - 6r^2 + 1$			

Tableau V-2 - Expression des polynômes de Zernike jusqu'à l'ordre 4 inclus

Expression du taux d'extinction suivant une aberration donnée

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2T^2}{4\pi R_{pup}^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\,dr\,d\theta \qquad (V\text{-}84)$$

La déformation globale d'un front d'onde est traduite par une distribution spatiale de phase sur la surface de la pupille (cf. partie précédente). Analytiquement cette phase est exprimée en une somme de polynômes de Zernike (équation (V-80)), représentant chacun une aberration particulière.
Chaque onde parcourt un trajet optique particulier. Les quatre fronts d'onde sont donc affectés de déformations, et donc d'une distribution spatiale de phase $\phi(\vec{r})$, différentes (équation (V-80)). Alors leurs amplitudes complexes s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_a(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{i\,\phi_a(\vec{r})} \\ \psi_b(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{i\,\phi_b(\vec{r})} \\ \psi_c(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{i\,\phi_c(\vec{r})} \\ \psi_d(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{i\,\phi_d(\vec{r})} \end{cases} \qquad (V\text{-}85)$$

Alors le taux l'extinction est

$$Ext = \frac{R^2 T^2}{4\pi\, R_{pup}} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| e^{i\,\phi_a(r,\theta)} - e^{i\,\phi_b(r,\theta+\pi)} - e^{i\,\phi_c(r,\theta+\pi)} + e^{i\,\phi_d(r,\theta)} \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}86)$$

J'appliquerai, dans les sections suivantes, l'expression analytique précédente du taux d'extinction (équation (V-86)) au tip/tilt, au defocus et à la contribution simultanée de l'astigmatisme, la coma, la coma triangulaire et l'aberration sphérique. Pour cela il suffit d'exprimer la distribution de phase $\phi(\vec{r})$ selon l'aberration ou les aberrations considérées.

Perte d'extinction due au tip/tilt

La présence d'un tip/tilt se traduit par une injection des fronts d'onde non perpendiculaire à la face d'entrée de la cascade. A la recombinaison, dans le cas général, les fronts d'onde :

- sont décalés transversalement et ne superposent donc plus parfaitement
- présentent des différences de marche
- sont basculés les uns par rapport aux autres

Dans l'hypothèse où un imageur (cf. chapitre VII.1.1) superpose les pupilles de sortie et où la recombinaison est réalisée dans un plan pupille, les décalages transversaux des fronts d'onde sont éliminés. De plus en considérant les corrections des lignes à retard, les différences de marche sont annulées. Ainsi la taux d'extinction est uniquement dégradé par les basculements relatifs des fronts d'onde.

Les distributions spatiales introduites sur un front d'onde par un tip et un tilt (cf. Figure V-33) sont traduits analytiquement par les polynômes de Zernike Z_2 et Z_3 (cf. Tableau V-2) :

$$\begin{cases} Z_2(r,\theta) = \dfrac{r}{R_{pup}} \cos\theta \\ Z_3(r,\theta) = \dfrac{r}{R_{pup}} \sin\theta \end{cases} \qquad (V\text{-}87)$$

Alors la distribution spatiale de la phase, introduite par un tip/tilt sur la surface d'un front d'onde, est

$$\phi(r,\theta) = a_2 Z_2(r,\theta) + a_3 Z_3(r,\theta) \qquad (V\text{-}88)$$

Les quatre voies interférométriques étant différentes, chaque front d'onde est affecté d'un tip/tilt et a fortiori de poids a_2 et a_3 propres. Les distributions $\phi(r,\theta)$ s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \phi_a(r,\theta) = a_{2a} Z_2(r,\theta) + a_{3a} Z_3(r,\theta) \\ \phi_b(r,\theta+\pi) = -\phi_b(r,\theta) = -a_{2b} Z_2(r,\theta) - a_{3b} Z_3(r,\theta) \\ \phi_c(r,\theta+\pi) = -\phi_c(r,\theta) = -a_{2c} Z_2(r,\theta) - a_{3c} Z_3(r,\theta) \\ \phi_d(r,\theta) = a_{2d} Z_2(r,\theta) + a_{3d} Z_3(r,\theta) \end{cases} \qquad (V\text{-}89)$$

Tip (polynôme Z_2) Tilt (polynôme Z_3)

Figure V-33 - Distributions spatiales de phase introduites sur un font d'onde par un tip (à gauche) et un tilt (à droite)

Lorsque les pupilles sont « tiltées », l'expression du taux d'extinction est donc obtenue en appliquant les distributions de phase, données ci-dessus, à l'expression (V-86).
Le calcul du taux d'extinction est basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo, comme décrit dans le chapitre V.1.3. La Figure V-34 illustre le taux d'extinction moyen suivant l'angle du tip et du tilt. La longueur d'onde est de 6 µm. Les angles α du tip et β du tilt sont respectivement exprimés selon les poids de Zernike a_2 et a_3 (en radian) :

$$\alpha = \frac{\lambda a_2}{2\pi R_{pup}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\lambda a_3}{2\pi R_{pup}} \qquad (V\text{-}90)$$

L'angle maximal du tip et du tilt est de ± **0.2 arcsec**.

Les angles α du et β étant faibles, je peux considérer la phase $\phi(r,\theta)$ petite, ce qui autorise un développement des exponentielles de l'équation (V-86) au voisinage de zéro. J'obtiens une expression analytique approchée de l'extinction :

$$Ext_{tip/tilt} = \left(\frac{RT}{2}\frac{\pi}{\lambda}R_{pup}\right)^2 \left(\delta_{tip}^2 + \delta_{tilt}^2\right) \qquad (V\text{-}91)$$

où

$$\begin{cases} \delta_{tip} = \alpha_a + \alpha_b + \alpha_c + \alpha_d \\ \delta_{tilt} = \beta_a + \beta_b + \beta_c + \beta_d \end{cases} \qquad (V\text{-}92)$$

La précision de cette approximation est de 10^{-8} par rapport à la simulation exacte, présentée dans la Figure V-34.

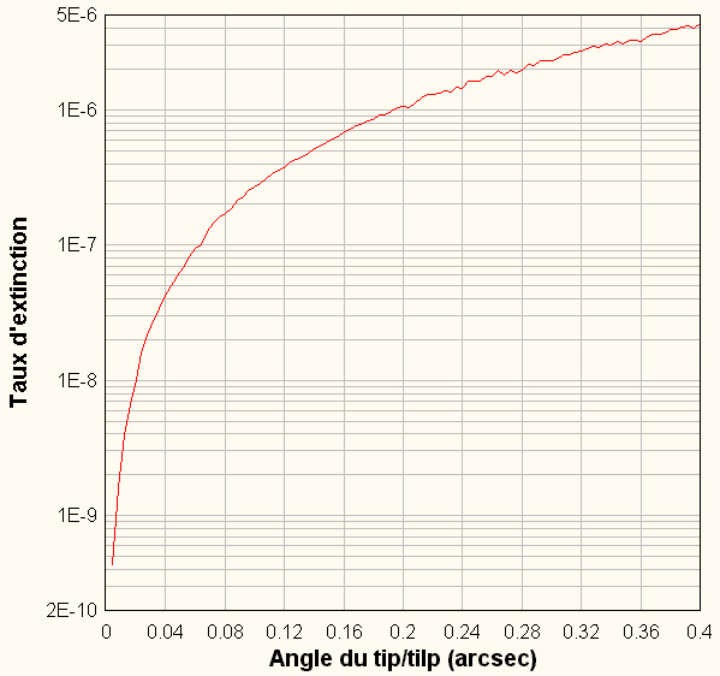


Figure V-34 - Taux d'extinction moyen suivant l'angle du tip et du tilt (arcsec) à la longueur d'onde 6 μm

Si les pupilles de sortie ne sont pas superposées, l'extinction est affectée d'une dégradation supplémentaire. En effet, au basculement des fronts d'onde s'ajoute un décalage transversal (cf. chapitre V.3.1) et une déformation des fronts d'onde (propagation de Fresnel, cf. chapitre V.3.2), d'autant plus grands que les pupilles de sortie sont séparées axialement.

Perte d'extinction due à la défocalisation

La distribution spatiale induite sur un front d'onde par un defocus (Figure V-35) est décrite analytiquement par le polynôme de Zernike Z_4 (cf. Tableau V-2) :

$$Z_4(r) = 2\frac{r^2}{R_{pup}^2} - 1 \qquad (V\text{-}93)$$

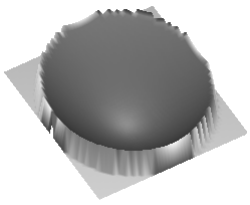


Figure V-35 - Distribution spatiale induite sur un front d'onde par un defocus (polynôme Z_4)

Cette fois-ci la distribution spatiale de la phase, introduite sur la surface d'un front d'onde est

$$\phi(r,\theta) = \phi(r) = a_4 Z_4(r) \qquad (V\text{-}94)$$

Comme précédemment, les quatre fronts d'onde sont affectés de defocus de poids a_4 différents. Les distributions $\phi(r,\theta)$ s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \phi_a(r) = a_{4a} Z_4(r) \\ \phi_b(r) = a_{4b} Z_4(r) \\ \phi_c(r) = a_{4c} Z_4(r) \\ \phi_d(r) = a_{4d} Z_4(r) \end{cases} \qquad (V\text{-}95)$$

Le calcul du taux d'extinction, réalisé à partir des équations (V-86) et (V-95), est de nouveau basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo (cf. V.1.3). La Figure V-36 représente la variation du taux d'extinction suivant la courbure de la surface des fronts d'onde (équation (V-96)), induit par le defocus et son poids a_4 :

$$Courbure = \frac{2}{R_{pup}^2} \frac{a_4 \lambda}{\pi} \qquad (V\text{-}96)$$

La courbure maximale d'un front d'onde est de ± **5.10^{-4} m^{-1}**.

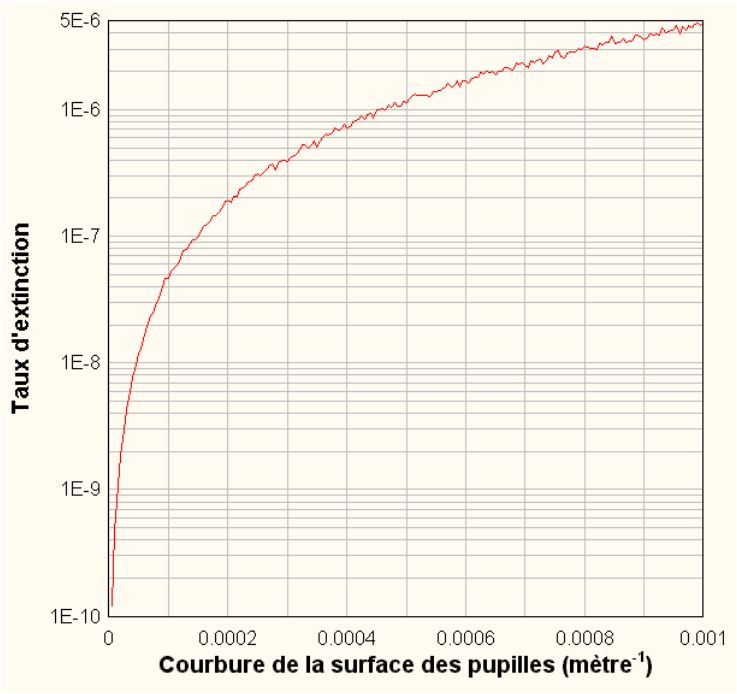


Figure V-36 - Taux d'extinction suivant la courbure de la surface des pupilles (équation (V-96)), induit par le defocus et son poids a_4 à la longueur d'onde de 6 µm

Le rayon de courbure étant faible, je peux encore une fois considérer les phases $\phi(r)$ petites et développer les exponentielles de l'équation (V-86) autour de zéro. Ainsi j'obtiens l'expression analytique approchée de l'extinction :

$$Ext_{defocus} = \frac{1}{3}\left(\frac{RT}{4}\frac{\pi R_{pup}^2}{\lambda}\right)^2 \left(C_a - C_b - C_c + C_d\right)^2 \qquad (V\text{-}97)$$

où C_a, C_b, C_c et C_d sont les courbures respectives des pupilles a, b, c et d.

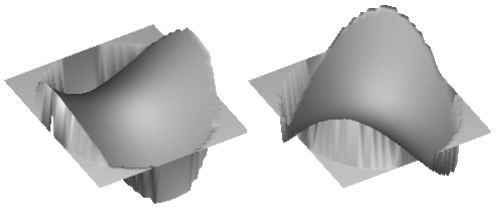
La précision de cette approximation est de 10^{-8} par rapport à la simulation exacte, présentée dans la Figure V-36.

Perte d'extinction due à contribution globale de l'astigmatisme, de la coma, de la coma triangulaire et de l'aberration sphérique

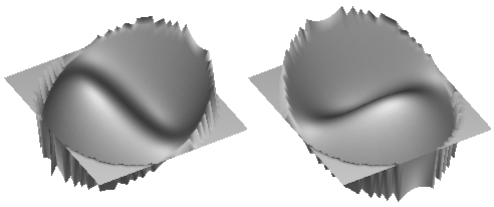
Cette fois-ci, la distribution spatiale de phase d'un front d'onde résulte de la somme des polynômes de Zernike relatifs à chaque aberration :

$$\phi(r,\theta) = \sum_{i=5}^{11} a_i Z_i(r,\theta) \qquad (V\text{-}98)$$

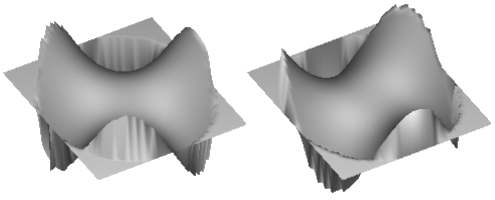
L'astigmatisme est représentée par les polynômes de Zernike Z_5 et Z_6, la coma par Z_7 et Z_8, la coma triangulaire par Z_9 et Z_{10} et l'aberration sphérique par Z_{11} (cf. Tableau V-2). Les distributions spatiales introduites sur un front d'onde par ces différentes aberrations sont représentées dans la Figure V-37.



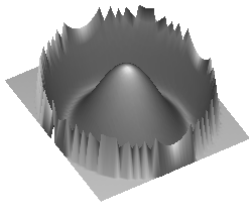
Astigmatisme (polynômes Z_5 et Z_6)



Coma (polynômes Z_7 et Z_8)



Coma triangulaire (polynômes Z_9 et Z_{10})



Aberration sphérique (polynôme Z_{11})

Figure V-37 - Distributions spatiales introduites sur un front d'onde par l'astigmatisme (en haut à gauche), par la coma (en haut à droite), par la coma triangulaire (en bas à gauche) et l'aberration sphérique (en bas à droite)

Alors les distributions de phase des quatre fronts d'onde s'écrivent :

$$\begin{cases} \phi_a(r,\theta) = a_{5a}Z_5(r,\theta) + a_{6a}Z_6(r,\theta) + a_{7a}Z_7(r,\theta) + a_{8a}Z_8(r,\theta) \\ \qquad + a_{9a}Z_9(r,\theta) + a_{10a}Z_{10}(r,\theta) + a_{11a}Z_{11}(r,\theta) \\ \phi_b(r,\theta+\pi) = a_{5b}Z_5(r,\theta) + a_{6b}Z_6(r,\theta) - a_{7b}Z_7(r,\theta) - a_{8b}Z_8(r,\theta) \\ \qquad - a_{9b}Z_9(r,\theta) - a_{10b}Z_{10}(r,\theta) + a_{11b}Z_{11}(r,\theta) \\ \phi_c(r,\theta+\pi) = a_{5c}Z_5(r,\theta) + a_{6c}Z_6(r,\theta) - a_{7c}Z_7(r,\theta) - a_{8c}Z_8(r,\theta) \\ \qquad - a_{9c}Z_9(r,\theta) - a_{10c}Z_{10}(r,\theta) + a_{11c}Z_{11}(r,\theta) \\ \phi_d(r,\theta) = a_{5d}Z_5(r,\theta) + a_{6d}Z_6(r,\theta) + a_{7d}Z_7(r,\theta) + a_{8d}Z_8(r,\theta) \\ \qquad + a_{9d}Z_9(r,\theta) + a_{10d}Z_{10}(r,\theta) + a_{11d}Z_{11}(r,\theta) \end{cases} \quad (V\text{-}99)$$

La déformation globale du front d'onde résulte de la contribution d'aberrations de natures différentes. Je calcule donc le taux d'extinction suivant la WFE[27]. Le taux d'extinction est représenté, dans la Figure V-38, par sa moyenne ainsi que par ses valeurs à ±2σ. Seul environ 1% des points sont en dehors de la région définie entre les courbes maximale et minimale (valeurs à ±2σ), validant ainsi l'approche statistique.

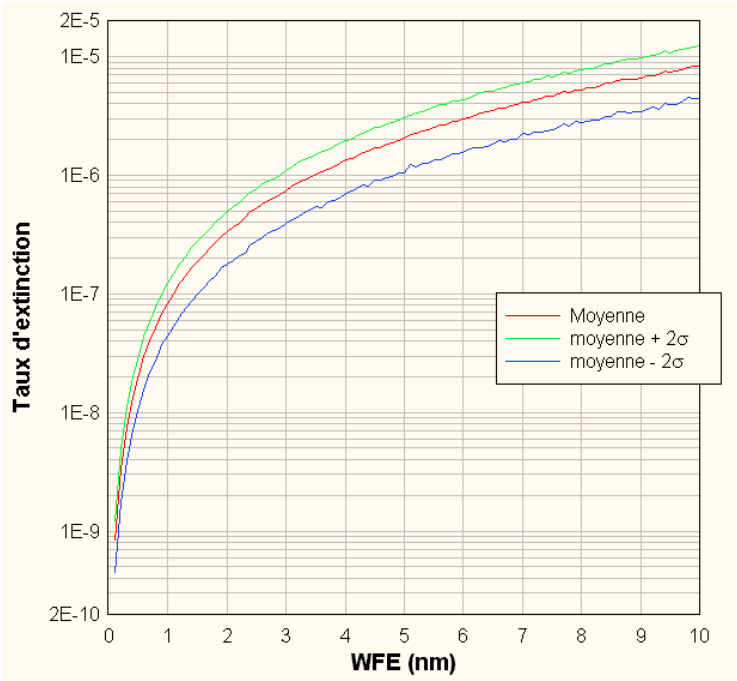


Figure V-38 - Taux d'extinction représenté par sa moyenne ainsi que par ses valeurs à ±2σ. Seul environ 1% des points sont en dehors de la région définie entre les courbes maximale et minimale (valeurs à ±2σ). La longueur d'onde est de 6 µm

V.4.3. Différence de marche créée dans la cascade par un « tilt » en entrée

Cette partie quantifie les différences de marche, entre les quatre voies interférométriques, générées uniquement dans la cascade par un basculement des faisceaux

[27] Wave Front Error : écart-type des défauts par rapport à la moyenne du front d'onde

en entrée. L'étude ne tient pas compte du trajet supplémentaire introduit en amont de la face d'entrée (cf. Figure V-39), car celui-ci est commun à tout système optique.

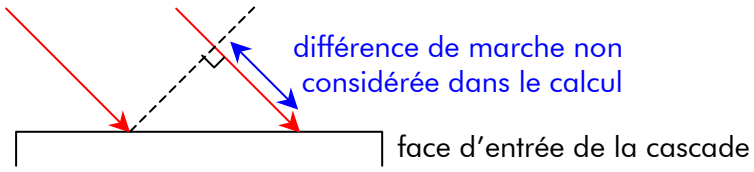


Figure V-39 - Illustration de différence de marche non considérée dans le calcul, introduite en amont de la cascade par un tilt

Les différences de marche proviennent des trajets géométriques internes à la cascade, décrits dans la Figure V-40, devenus différents par suite du basculement des fronts d'onde. Dans cette étude, je considère que la cascade est composée de deux CIA idéalement réalisés.

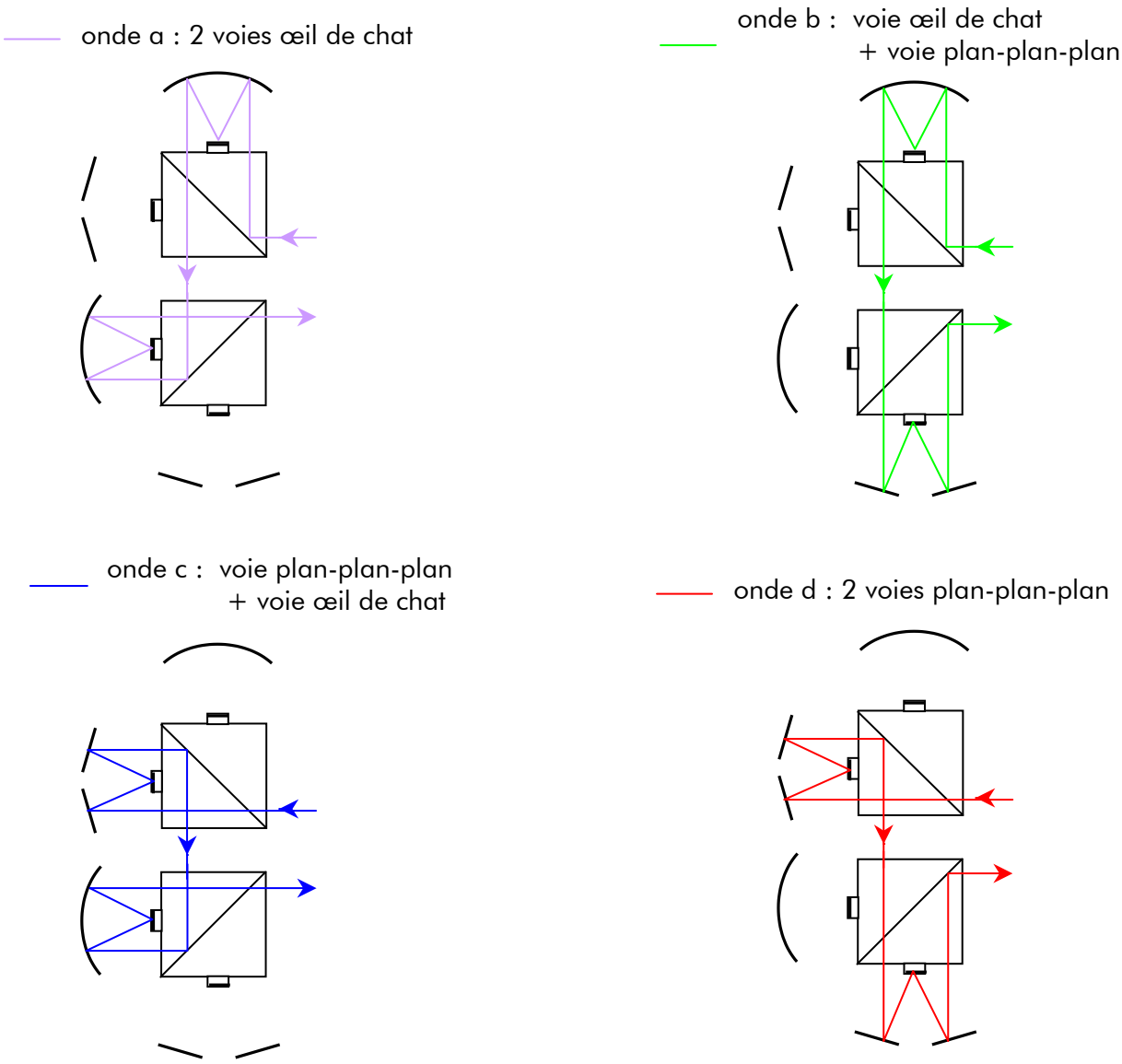


Figure V-40 - Description des quatre trajets optiques différents dans une cascade de CIA

Une première partie déterminera les composants d'un CIA idéal dans lesquels sont générées ces différences de marche. Une deuxième partie quantifiera les différences de marche des quatre fronts d'onde présents en sortie de cascade.

Composants d'un CIA idéal générant des différences de marche

Les longueurs des trajets optiques $T_{réfléchi}$ et $T_{transmis}$, parcourus par les faisceaux respectivement réfléchi et transmis dans un cube séparateur parfait, ont même expression (cf. annexe X.1) :

$$T_{réfléchi} = T_{transmis} = \frac{L_{cube}}{\cos\theta_r} \qquad (V\text{-}100)$$

où θ_r est l'angle réfracté à l'interface air-matière.

La longueur du trajet ne dépend que de la valeur absolue de l'angle d'injection car ce dernier intervient par son cosinus.
De plus un faisceau injecté avec un angle η est renvoyé respectivement par l'œil de chat avec un angle η et par le plan-plan-plan avec un angle $-\eta$. Lors de la propagation dans la cascade, les injections successives des faisceaux dans les cubes présentent donc un angle de même valeur absolue.
En conclusion, dans le cas d'une cascade parfaite, les trajets dans les cubes séparateurs ont toujours même longueur. Les différences de marche entre les quatre voies interférométriques sont générées par les voies œil de chat et plan-plan-plan.

Différences de marche entre les voies interférométriques

Les annexes X.1, X.2 et X.3 présentent les expressions analytiques des trajets parcourus respectivement dans un cube parfait, dans une voie œil de chat et dans une voie plan-plan-plan, suivant l'angle et la position d'injection.
Ces expressions permettent de simuler à l'aide d'IDL les trajets des quatre voies interférométriques. La Figure V-41 représente l'écart à la longueur nominale (930.48 mm) des chemins optiques de chacune des voies suivant l'angle d'injection du faisceaux dans la cascade. Les courbes relatives aux voies en mauve et bleu dans la Figure V-40 et aux voies en vert et rouge (même figure) sont respectivement très proches.

Pour réaliser un taux d'extinction de 10^{-6}, la différence de marche maximale acceptable, déterminée lors de la pré-phase A, est de l'ordre de la dizaine de nanomètres. Comme le montre la Figure V-41, cette valeur est obtenue pour un angle de tilt de l'ordre de la minute d'arc.
Or un tel tilt n'est jamais atteint car la tolérance des angles du tip et du tilt, fixée dans le chapitre V.4.2, est de $\pm$ 0.2 arcsec, qui correspond à une différence de marche de l'ordre de 10^{-3} nm. **La cascade reste donc neutre et ne créé pas de différences de marche significatives par suite de basculements des fronts d'onde injectés**.

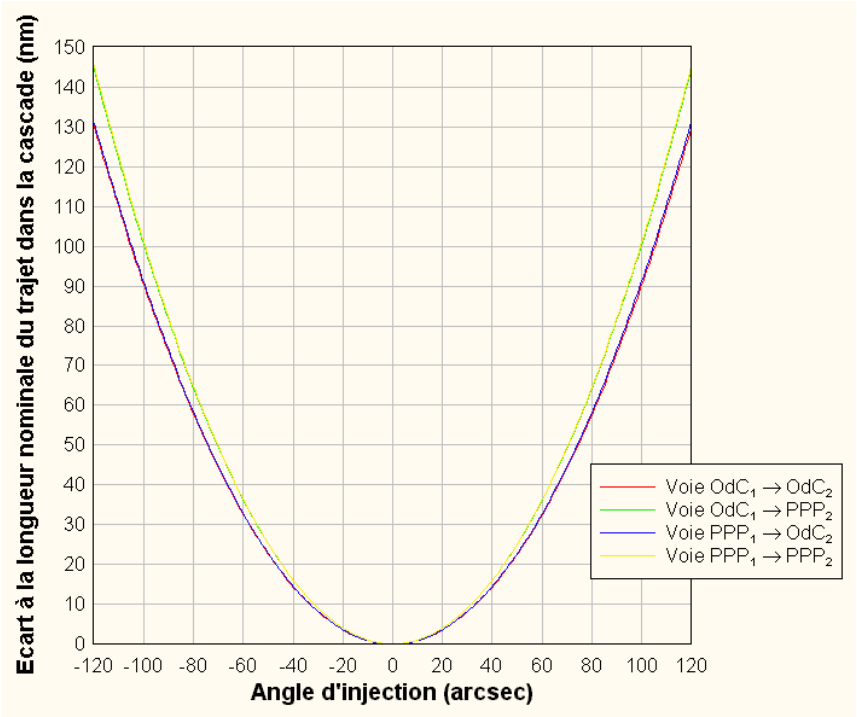


Figure V-41 - Ecart à la longueur nominale des chemins optiques des voies suivant l'angle d'injection du faisceaux dans la cascade. Les voies œil de chat et plan-plan-plan sont respectivement notés OdC et PPP. Les indices 1 et 2 correspondent respectivement au premier et au second CIA

V.4.4. Polarisation : déphasage et rotation

Les champs collectés par les quatre télescopes d'un interféromètre (GAC par exemple) doivent suivre des voies interférométriques identiques (par exemple même nombre de composants de chaque nature) afin de limiter, entre autres, les effets différentiels sur les polarisations.
Lors de la propagation dans un train optique, une onde « voit » chacune de ses composantes s et p, dont les directions sont respectivement perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence, retardée d'une phase propre et son plan de polarisation tourné. Ainsi, à la recombinaison, deux sources de dégradation de l'extinction sont à considérer :

- les composantes s (respectivement les composantes p) des quatre ondes sont retardées entre elles
- les plans de polarisation des quatre ondes sont affectés de rotations d'angles différents

Ces deux cas sont illustrés dans les Figure V-42 (retard de phase) et Figure V-43 (rotation), en schématisant les quatre voies interférométriques allant des télescopes jusqu'à la recombinaison. Les trains optiques respectifs sont symbolisés par des « boîtes noires ». Ceux-ci sont identiques par le nombre et la nature des optiques les composant, mais les amplitudes de leurs effets sur la polarisation sont différentes.

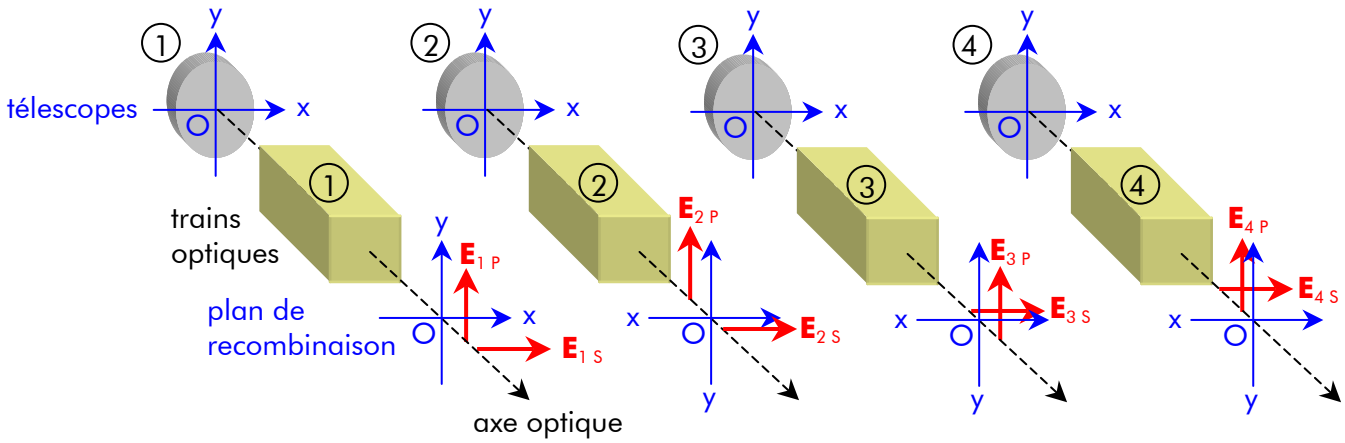


Figure V-42 - Représentation des retards de phase introduits sur les composantes s et p par les trains optiques des quatre voies interférométriques, allant des télescopes jusqu'à la recombinaison

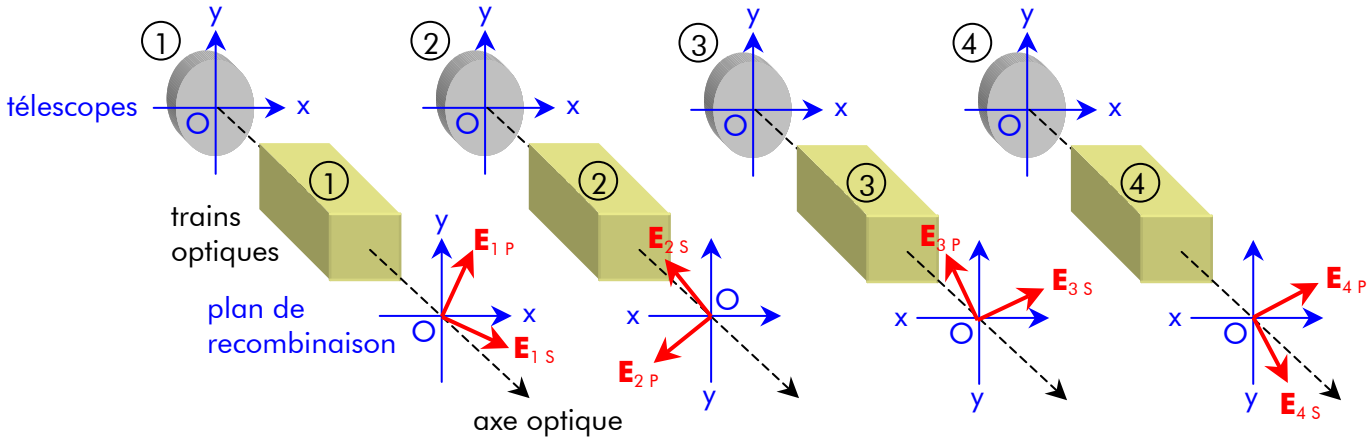


Figure V-43 - Rotations des plans de polarisation introduits par les trains optiques des quatre voies interférométriques, allant des télescopes jusqu'à la recombinaison

Perte d'extinction due à des retards de phase des états de polarisation

La dégradation du taux d'extinction due aux différences de marche entre les bras interférométrique a été analysée lors de la pré-phase A (cf. chapitre III, ESA 2000). Le calcul fait concerne le vecteur champ, les résultats se conservent pour chaque état de polarisation pris séparément. La tolérance résultante, en terme de différence de marche, est donc inchangée et est **de l'ordre de la dizaine de nanomètres rms**.

Perte d'extinction due à des rotations des plans de polarisation

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\alpha) - \psi_b(r,\alpha+\pi) - \psi_c(r,\alpha+\pi) + \psi_d(r,\alpha) \right|^2 r\, dr\, d\alpha \qquad (V\text{-}101)$$

où r et α sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale dans la section de faisceau et où R_{pup} est le rayon de la pupille.

Dans cette étude, l'extinction dépend de l'orientation θ du champ injecté et est exprimée dans le repère fixe (Oxy) de référence du laboratoire (cf. Figure V-43) :

$$Ext(\theta) \propto \int_{\substack{surface \\ pupille}} \left[\left| \; contribution \quad selon \quad x \; \right|^2 + \left| \; contribution \quad selon \quad y \; \right|^2 \right] r \, dr \, d\alpha \qquad (V\text{-}102)$$

où les contributions en x et y au taux d'extinction sont

$$\begin{cases} contribution \quad selon \quad x = E_{x\,a} - E_{x\,b} - E_{x\,c} + E_{x\,d} \\ contribution \quad selon \quad y = E_{y\,a} - E_{y\,b} - E_{y\,c} + E_{y\,d} \end{cases} \qquad (V\text{-}103)$$

Les champs $\mathbf{E_a}$, $\mathbf{E_b}$, $\mathbf{E_c}$ et $\mathbf{E_d}$ correspondent aux ondes a, b, c et d.

Soit un champ **E** unitaire et d'orientation θ. Dans le repère fixe (Oxy), celui-ci se décompose en les composantes E_x et E_y :

$$\vec{E} = E_x \; \hat{x} + E_y \; \hat{y} \qquad \text{où} \qquad \left\| \vec{E} \right\| = 1 \qquad (V\text{-}104)$$

Le champ **E** peut être aussi décrit dans un repère lié au plan d'incidence (Osp) par les composantes $\mathbf{E_s}$ et $\mathbf{E_p}$, dont les directions sont respectivement perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence (cf. Figure V-44) :

$$\vec{E} = E_s \; \hat{s} + E_p \; \hat{p} \qquad \text{où} \qquad \left\| \vec{E} \right\| = 1 \qquad (V\text{-}105)$$

Si le plan de polarisation de la lumière incidente n'a pas tourné, (Oxy) et (Osp) sont confondus (cf. Figure V-44 à gauche), et alors

$$\begin{cases} E_x = E_s = \cos\theta \\ E_y = E_p = \sin\theta \end{cases} \qquad (V\text{-}106)$$

Dans le cas d'une rotation d'un angle δ (Figure V-44 à droite), l'expression de **E** reste la même dans le repère (Osp). En revanche, son expression dans le repère (Oxy) devient :

$$\begin{cases} E_x = E_s \cos\delta - E_p \sin\delta = \cos(\theta + \delta) \\ E_y = E_s \sin\delta + E_p \cos\delta = \sin(\theta + \delta) \end{cases} \qquad (V\text{-}107)$$

Les composantes E_x et E_y sont indépendantes de la position dans la section de faisceau, décrite par les coordonnées r et α. Alors le taux d'extinction (équations en (V-102) et (V-103)) s'écrit :

$$Ext(\theta) = \frac{R^2 T^2}{4} \left[\left| E_{x\,a} - E_{x\,b} - E_{x\,c} + E_{x\,d} \right|^2 + \left| E_{y\,a} - E_{y\,b} - E_{y\,c} + E_{y\,d} \right|^2 \right] \qquad (V\text{-}108)$$

La lumière collectée par les télescopes est naturelle, elle apparaît comme une superposition d'un grand nombre d'états de polarisation. Alors elle est représentée par une onde constituée

de deux ondes polarisées rectilignement orthogonales qui sont incohérentes. De ce fait le taux d'extinction total est la somme des taux Ext(0) et Ext(π/2) :

$$Ext_{total} = Ext(0) + Ext\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (V\text{-}109)$$

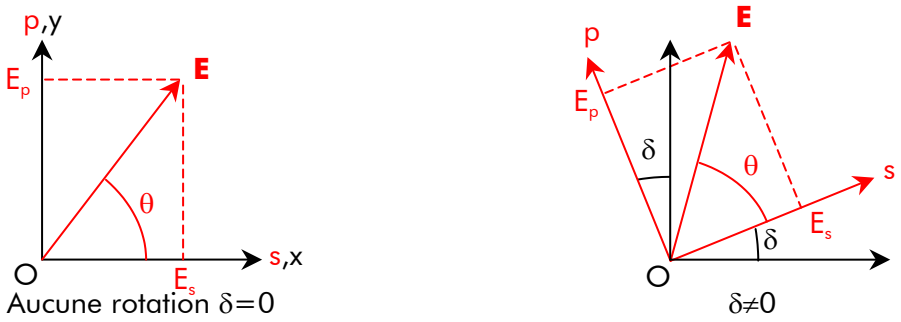


*Figure V-44 - Représentation dans les repères (Osp) et (Oxy) du champ **E**, d'azimut θ, injecté dans la cascade. A gauche, les deux repères sont confondus. A droite, le plan de polarisation a tourné d'un angle δ*

Le calcul du taux d'extinction est basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo, comme décrit dans le chapitre V.1.3. La Figure V-45 présente le taux d'extinction (équations (V-108) et (V-109)) selon les angles δ de rotation des plans de polarisation des quatre ondes.

L'angle maximal de rotation tolérables des plans de polarisation est donc de ±**18 arcmin** (≈ ±5.10^{-3} radian). Cette spécification d'alignement est du même ordre que celle trouvée dans le cas de la recombinaison de deux ondes (entre 10^{-3} et 10^{-2} radian). Cette contrainte n'est pas spécifique à la cascade mais concerne tous les systèmes de recombinaison pour Darwin.

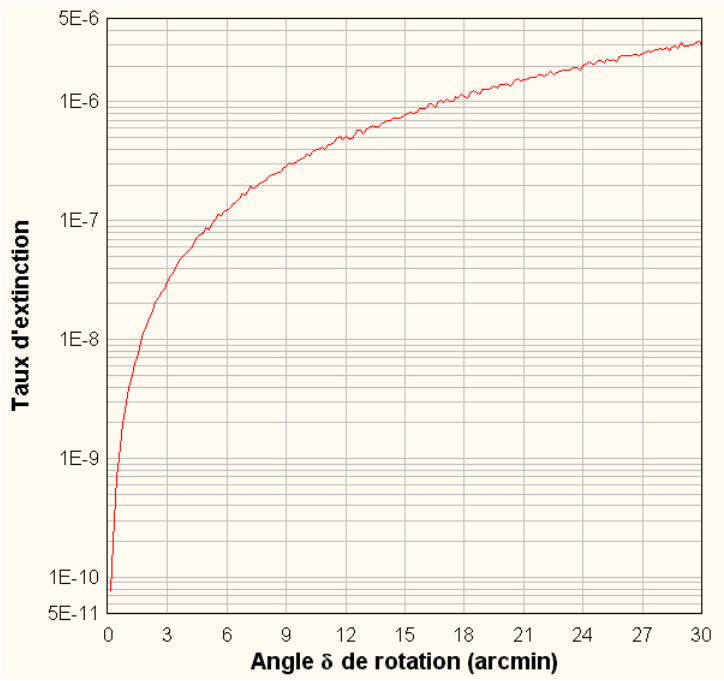


Figure V-45 - Taux d'extinction moyen suivant les angles δ de rotation des plans de polarisation des quatre ondes recombinées

Les angles de rotation δ étant faibles, je peux développer les fonctions cosinus et sinus de l'équation (V-107) autour de zéro. Alors j'obtiens une expression analytique approchée du taux d'extinction (donnée en (V-108)) :

$$Ext = \frac{R^2 T^2}{4} \Delta_\delta^2 \qquad (V\text{-}110)$$

où

$$\Delta_\delta = \delta_a - \delta_b - \delta_c + \delta_d \qquad (V\text{-}111)$$

La précision de cette approximation est de 10^{-8} par rapport à la simulation exacte, présentée dans la Figure V-45.

V.4.5. Dispersion d'incidence

La recombinaison des faisceaux n'est pas perturbée tant que les miroirs sont identiques dans les différents bras d'un interféromètre. Or les voies d'un CIA présentent des surfaces différentes :

- la voie plan-plan-plan est formée de trois miroirs plans : l'angle d'incidence sur ces surfaces est uniforme au sein de la section de faisceau
- la voie œil de chat est composée de deux miroirs paraboliques : l'angle d'incidence sur le miroir primaire varie suivant la position dans la section de faisceau

De ce fait, la redistribution des états de polarisation d'une onde est différente suivant la voie empruntée. Les interférences réalisées entre les quatre ondes en sortie de cascade ne sont donc plus parfaitement destructives, ce qui dégrade le taux d'extinction.

Dans un premier temps, je présenterai le formalisme du changement de polarisation d'un champ incident au passage de l'œil de chat et du plan-plan-plan, en écrivant analytiquement les champs en sortie de chacun d'eux. Puis je déduirai l'expression du taux d'extinction dans le cas de réflexions métalliques. Enfin je calculerai ce taux dans le cas de deux dépôts métalliques, l'or et l'aluminium.

Expression du champ en sortie d'un œil de chat

Un faisceau incident est collimaté et parallèle à l'axe optique du miroir primaire sphérique de l'œil de chat (cf. Figure V-46).

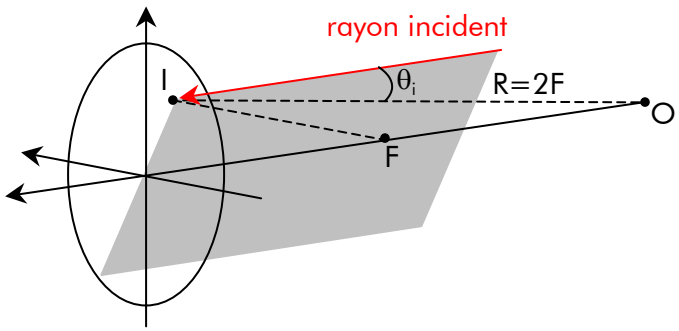


Figure V-46 - Description du dioptre sphérique où F est sa focale, R=2F son rayon de courbure. Un rayon incident arrive en un point d'impact I avec un angle d'incidence θ_i. Le plan d'incidence est le plan de couleur grise

Pour éviter les déphasages différentiels liés aux protections des miroirs par couche diélectrique ainsi que pour assurer un total achromatisme, les miroirs à réflexion métallique ont été préférés. Dans ces conditions les coefficients de réflexion sont donnés par les formules de Fresnel dans lesquelles on fait intervenir l'indice complexe n_c du métal concerné :

$$n_c = n + ik \qquad (V\text{-}112)$$

Les valeurs de n et k sont mesurées en laboratoire.

Les formules de Fresnel, donnant les coefficients de réflexion pour l'amplitude des deux états s et p de la polarisation, respectivement perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence, s'écrivent (Born et Wolf 1998) :

$$\rho_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad \text{et} \quad \rho_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \qquad (V\text{-}113)$$

L'angle fictif de réfraction θ_t de l'onde transmise est donné par la relation de Snell-Decartes :

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{\sin\theta_i}{n_c}\right) \qquad (V\text{-}114)$$

L'angle θ_t n'a pas la même signification que dans le cas d'une réflexion vitreuse et n'est qu'un simple raccord du formalisme.

Puisque le dioptre est courbe (parabolique), l'angle d'incidence θ_i, et *a fortiori* les coefficients de réflexion pour l'amplitude des deux polarisations s et p, sont différents suivant le point d'impact I (cf. Figure V-46). Ainsi au sein du faisceau incident, les valeurs de θ_i se distribuent spatialement, induisant une distribution non uniforme de l'amplitude réfléchie pour chaque polarisation. L'amplitude totale, obtenue en sortie du dioptre, est donc la somme des amplitudes, relatives aux divers points d'impact.

La géométrie complexe du système demande un repérage, incluant la localisation des points d'impact et l'orientation des polarisations incidentes et du plan d'incidence (cf. Figure V-47) :

- un point d'impact I est repéré par les coordonnées polaires (r, α) à partir du centre de la section de faisceau, localisé par a et φ=0 (cf. Figure V-47 à gauche). L'origine du référentiel est le centre du dioptre (sommet de la parabole)
- le champ incident est représenté par le vecteur **E**, dont les directions respectivement parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence sont illustrées par les vecteurs unitaires **p** et **s** (cf. Figure V-47 à droite)
- l'inclinaison du plan d'incidence est donnée par l'angle φ

La démarche du calcul est la suivante :

- le champ incident **E** est décrit dans le repère (Oxy) par les composantes E_x et E_y
- le champ **E** est exprimé par E_s et E_p dans le repère (Osp) en entrée et en sortie de l'œil de chat
- le champ **E** en sortie est de nouveau exprimé par E_x et E_y dans le repère (Oxy)

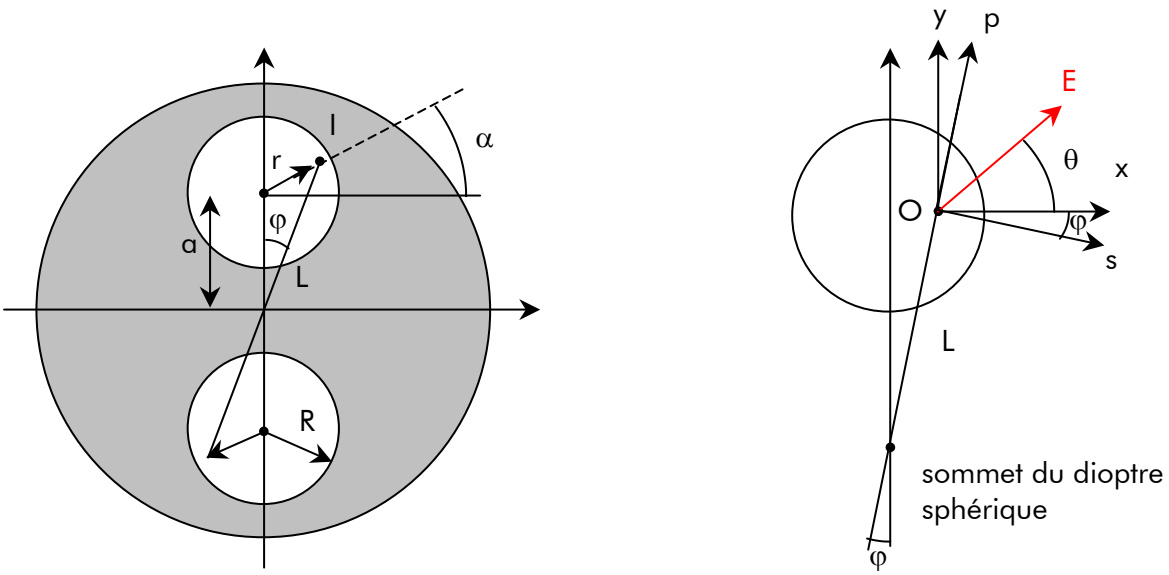


*Figure V-47 - A gauche : un point d'impact I est localisé par r et α, à partir du point central du faisceau incident repéré par a et φ=0. A droite : le champ incident est représenté par le vecteur **E**, Les vecteurs unitaires p et s sont les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence, d'orientation φ.*

L'énergie incidence étant normalisée à 1 ($\left\| \vec{E} \right\| = 1$), le champ **E** dans le repère (Oxy) s'écrit :

$$\begin{cases} E_x = \cos\theta \\ E_y = \sin\theta \end{cases} \qquad (V\text{-}115)$$

Alors les composantes du champ E_s et E_p se déduisent de E_s et E_p par simple rotation d'angle φ :

$$\begin{cases} E_p = -\sin\varphi\ E_x + \cos\varphi\ E_y = \sin(\varphi - \theta) \\ E_s = \cos\varphi\ E_x + \sin\varphi\ E_y = \cos(\varphi - \theta) \end{cases} \qquad (V\text{-}116)$$

Ainsi l'expression du champ **E** dans le repère (Ops) est

$$\vec{E} = \sin(\varphi - \theta)\,\hat{p} + \cos(\varphi - \theta)\,\hat{s} \qquad (V\text{-}117)$$

Les coefficients totaux de réflexion de l'œil de chat, pour les composantes s et p, sont respectivement notés $\rho_{s\ total}$ et $\rho_{p\ total}$. Les incidences successives étant (θ_i , $2\theta_i$, θ_i), $\rho_{s\ total}$ et $\rho_{p\ total}$ sont

$$\begin{cases} \rho_{p\ total} = \left[\rho_p(\theta_i)\right]^2 \rho_p(-2\theta_i) \\ \rho_{s\ total} = \left[\rho_s(\theta_i)\right]^2 \rho_s(-2\theta_i) \end{cases} \qquad (V\text{-}118)$$

Le champ issu du passage par les trois dioptres formant l'œil de chat est noté $\mathbf{E_{OdC}}$ et s'écrit :

$$\vec{E}_{OdC} = E_{p\ OdC}\ \hat{p} + E_{s\ OdC}\ \hat{s} = \rho_{p\ total} \sin(\varphi - \theta)\,\hat{p} + \rho_{s\ total} \cos(\varphi - \theta)\,\hat{s} \qquad (V\text{-}119)$$

L'expression de $\mathbf{E_{OdC}}$ dans le repère (Oxy) est déduite par rotation du référentiel d'un angle -φ :

$$\vec{E}_{OdC} = E_{x\,OdC}\ \hat{x} + E_{y\,OdC}\ \hat{y} \qquad (V\text{-}120)$$

où

$$\begin{cases} E_{x\,OdC}(x,y,\theta) = -\sin\varphi\ \sin(\varphi-\theta)\rho_{p\ total} + \cos\varphi\ \cos(\varphi-\theta)\rho_{s\ total} \\ E_{y\,OdC}(x,y,\theta) = \cos\varphi\ \sin(\varphi-\theta)\rho_{p\ total} + \sin\varphi\ \cos(\varphi-\theta)\rho_{s\ total} \end{cases} \qquad (V\text{-}121)$$

Les réflexions successives sur les miroirs paraboliques de l'œil de chat redistribuent donc les états de polarisation (composantes en (V-115) et (V-121)) d'un champ **E**.

Expression du champ en sortie d'un plan-plan-plan

La géométrie plane de la voie plan-plan-plan facilite le calcul. En effet le plan d'incidence est d'orientation constante et nulle (φ=0). De plus l'angle d'incidence θ_i est le même quelle que soit la position (Oxy) du point d'impact I. Les coefficients $\rho_{s\ total}$ et $\rho_{p\ total}$ le sont donc aussi.

Le formalisme, développé dans le cas de l'œil de chat, est donc simplifié. Le champ $\mathbf{E_{PPP}}$, issu du plan-plan-plan, ne dépend que de l'orientation θ du champ **E** incident et s'écrit :

$$\vec{E}_{PPP} = E_{x\,PPP}\ \hat{x} + E_{y\,PPP}\ \hat{y} \qquad (V\text{-}122)$$

avec

$$\begin{cases} E_{x\,PPP}(\theta) = \cos\varphi\ \ \rho_{s\ total} \\ E_{y\,PPP}(\theta) = -\sin\varphi\ \ \rho_{p\ total} \end{cases} \qquad (V\text{-}123)$$

La propagation, à travers la voie plan-plan-plan, modifie donc aussi les états de polarisation (composantes en (V-115) et (V-123)) du champ **E** injecté, mais cette redistribution est différente de celle induite par la voie œil de chat (composantes en (V-121)).

L'extinction réalisée par la cascade de CIA

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2T^2}{4\pi\,R_{pup}^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{R_{pup}} \left|\ \psi_a(r,\alpha) - \psi_b(r,\alpha+\pi) - \psi_c(r,\alpha+\pi) + \psi_d(r,\alpha)\ \right|^2 r\,dr\,d\alpha \qquad (V\text{-}124)$$

où r et α sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale dans la section de faisceau, et où R_{pup} est le rayon de la pupille.

Dans cette étude, l'extinction dépend de l'orientation θ du champ injecté et doit être exprimé suivant les composantes en x et y :

$$Ext(\theta) \propto \int_{pupille}^{surface}\left[\ \left|\ contribution\ \ selon\ \ x\ \right|^2 + \left|\ contribution\ \ selon\ \ y\ \right|^2\right] r\,dr\,d\alpha \qquad (V\text{-}125)$$

Les ondes a, b, c et d, d'amplitudes complexes respectives ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, parcourent des trajets optiques propres, rappelés dans la Figure V-48. Les redistributions de leurs états de polarisation sont donc différentes puisque :

- l'onde a se propage à travers deux voies œil de chat. Le champ en sortie est noté $\mathbf{E}_{\mathbf{OdC + OdC}}$
- l'onde b à travers une voie œil de chat puis une voie plan-plan-plan. Le champ en sortie est noté $\mathbf{E}_{\mathbf{OdC + PPP}}$
- l'onde c à travers une voie plan-plan-plan puis une voie œil de chat. Le champ en sortie est noté $\mathbf{E}_{\mathbf{PPP + OdC}}$
- l'onde d à travers deux voies plan-plan-plan. Le champ en sortie est noté $\mathbf{E}_{\mathbf{PPP + PPP}}$

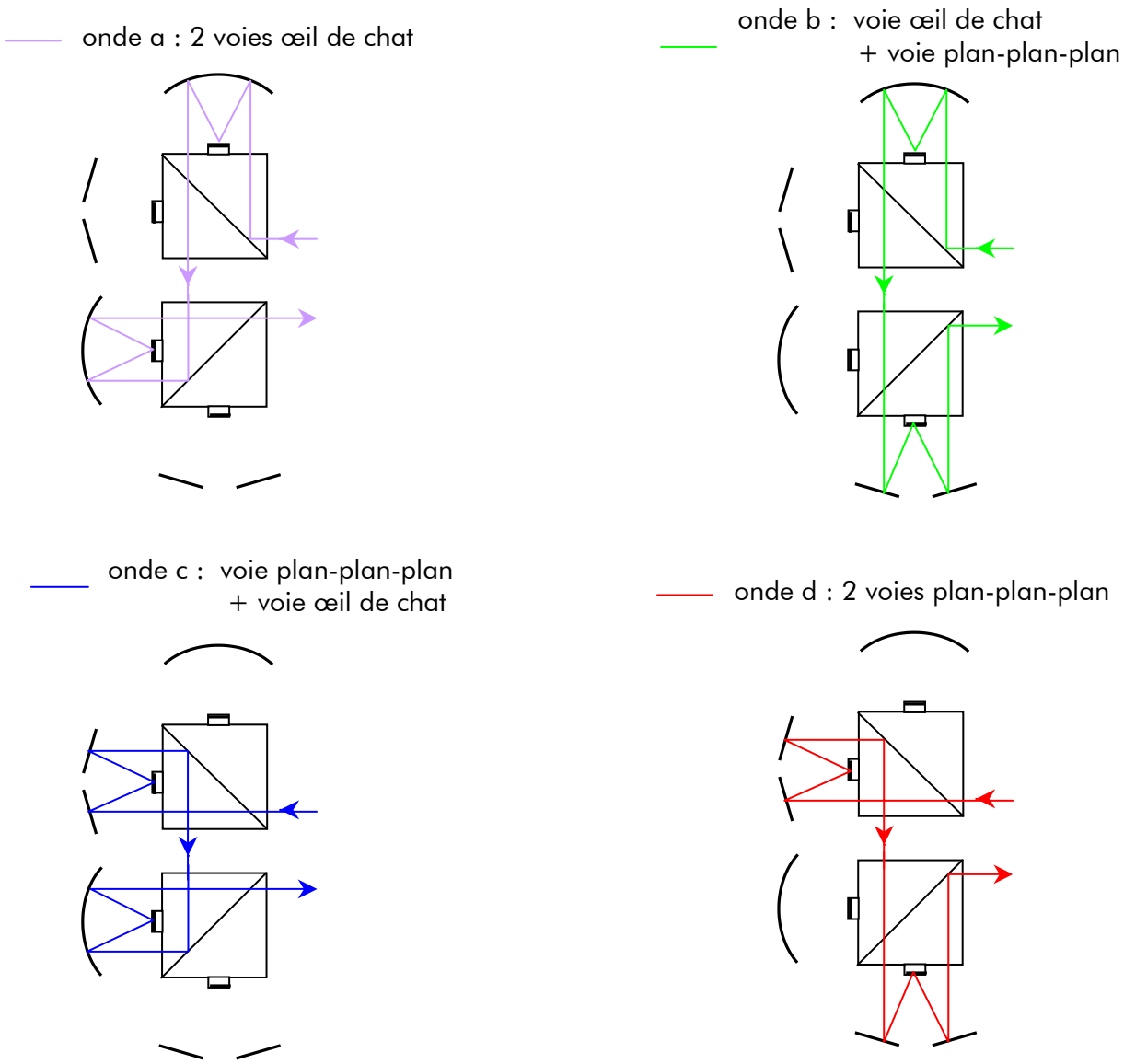


Figure V-48 - Description des quatre trajets optiques différents dans une cascade de CIA

Les quatre champs de sortie ($\mathbf{E}_{\mathbf{OdC + OdC}}$, $\mathbf{E}_{\mathbf{OdC + PPP}}$, $\mathbf{E}_{\mathbf{PPP + OdC}}$ et $\mathbf{E}_{\mathbf{PPP + PPP}}$) sont exprimés en utilisant à la suite les équations des champs $\mathbf{E}_{\mathbf{odc}}$ et $\mathbf{E}_{\mathbf{ppp}}$ suivant le trajet considéré (composantes en (V-121) et (V-123)). Alors les contributions en x et y au taux d'extinction, écrites en (V-125), sont

$$\begin{cases} contribution \quad selon \quad x = E_{x\ OdC + OdC} - E_{x\ OdC + PPP} - E_{x\ PPP + OdC} + E_{x\ PPP + PPP} \\ contribution \quad selon \quad y = E_{y\ OdC + OdC} - E_{y\ OdC + PPP} - E_{y\ PPP + OdC} + E_{y\ PPP + PPP} \end{cases} \qquad (V\text{-}126)$$

L'expression du taux d'extinction est fonction de l'indice complexe n_c (équation (V-112)) du dépôt utilisé. Ainsi je calculerai, dans les sections suivantes, la valeur du taux d'extinction pour deux éléments :

- l'or, très bon réflecteur dans la bande infrarouge
- l'aluminium, à titre de comparaison

La lumière collectée par les télescopes est naturelle, elle apparaît comme une superposition d'un grand nombre d'états de polarisation. Alors elle est représentée par une onde constituée de deux ondes polarisées rectilignement orthogonales qui sont incohérentes. De ce fait le taux d'extinction total est la somme des taux Ext(0) et Ext(π/2) :

$$Ext_{total} = Ext(0) + Ext\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (V\text{-}127)$$

Taux d'extinction dans le cas d'un dépôt d'or

Le dépôt d'or est réputé pour être très bon réflecteur dans l'infrarouge thermique (réflexion obtenue est proche de 99%, American Institute of Physics 1972). L'indice de réfraction complexe n_c (équation (V-112)) est mesuré en laboratoire. Le Tableau V-3 regroupe les parties réelles n et imaginaires k déterminées aux longueurs d'onde 7.90 μm, 9.90 μm et 12.11 μm (American Institute of Physics 1972).

longueur d'onde (μm)	**n**	**k**
7.90	17.6	43.2
9.90	25.2	55.9
12.11	32.4	69.2

Tableau V-3 - Valeurs des parties réelles n et imaginaires k de l'indice complexe de l'or, mesurées à 7.90 μm, 9.90 μm et 12.11 μm

La Figure V-49 illustre la variation, selon angle d'incidence θ_i, des coefficients de réflexion en intensité $|\rho_p|^2$ et $|\rho_s|^2$ (équations en (V-113)), des composantes parallèle et perpendiculaire. Le calcul est réalisé à la longueur d'onde de 9.9 μm.

Les angles d'incidence sur les dioptres le l'œil de chat et du plan-plan-plan sont de l'ordre de quelques degrés. Dans cet intervalle, les coefficients de réflexion en intensité $|\rho_p|^2$ et $|\rho_s|^2$ ont même valeur 0.987.

Le taux d'extinction (équations (V-125) et (V-126)) est calculé aux longueurs d'onde 7.90 μm, 9.90 μm et 12.11 μm. Les valeurs calculées sont regroupées dans le Tableau V-4 et restent inférieures au taux d'extinction exigé de 10^{-6}, la dégradation due aux dépôts d'or est donc acceptable.

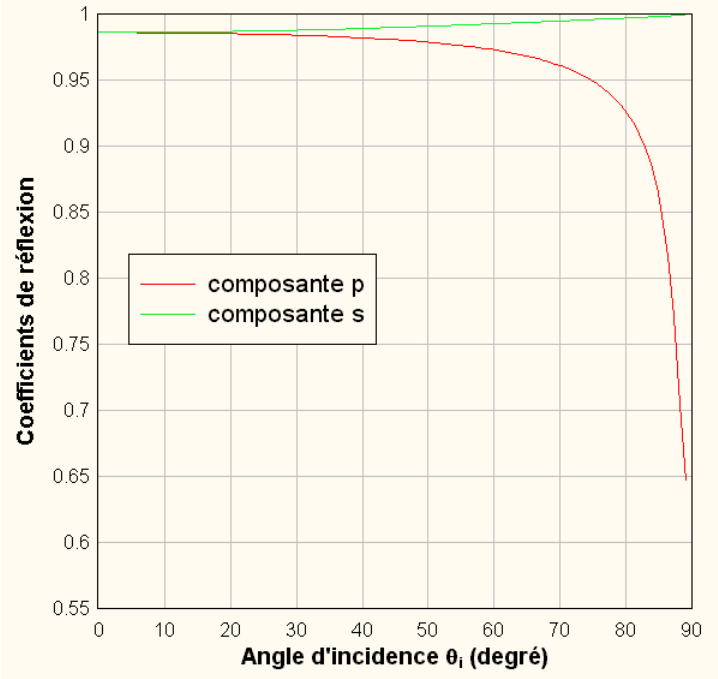


Figure V-49 - Variation des coefficients de réflexion en intensité des composantes parallèle et perpendiculaire, suivant l'angle d'incidence d'une onde sur le dioptre, dans le cas de dépôts d'or. La longueur d'onde est de 9.9 µm

longueur d'onde (µm)	taux d'extinction
7.90	$4.02\ 10^{-7}$
9.90	$2.40\ 10^{-7}$
12.11	$1.59\ 10^{-7}$

Tableau V-4 - Valeurs du taux d'extinction calculées à 7.90 µm, 9.90 µm et 12.11 µm, dans le cas où les miroirs sont recouverts d'un dépôt d'or

Taux d'extinction dans le cas d'un dépôt d'aluminium

A titre de comparaison, le taux d'extinction est calculé dans le cas de dépôts d'aluminium, dont le coefficient de réflexion est aussi élevé dans l'infrarouge thermique.
Le Tableau V-5 regroupe les valeurs mesurées en laboratoire (American Institute of Physics 1972) des parties réelles et imaginaires de l'indice de réfraction complexe aux longueurs d'onde 8 µm, 10 µm et 12 µm.

longueur d'onde (µm)	n	k
8.00	17.0	55.0
10.00	25.4	67.3
12.00	33.8	76.6

Tableau V-5 - Valeurs des parties réelles n et imaginaires k de l'indice complexe de l'aluminium, mesurées à 8 µm, 10 µm et 12 µm

A la longueur d'onde de 10 µm et sous angle d'incidence de l'ordre du degré, les coefficients de réflexion en intensité $|\rho_p|^2$ et $|\rho_s|^2$ sont de 0.990.

Comme pour l'or, le taux d'extinction (équations (V-125) et (V-126)) est calculé aux longueurs d'onde 8 μm, 10 μm et 12 μm. Les valeurs sont regroupées dans le Tableau V-6.

longueur d'onde (μm)	**taux d'extinction**
8.00	$2.84\ 10^{-7}$
10.00	$1.83\ 10^{-7}$
12.00	$1.35\ 10^{-7}$

Tableau V-6 - Valeurs du taux d'extinction calculées à 8 μm, 10 μm et 12 μm, dans le cas où les miroirs sont recouverts d'un dépôt d'aluminium

A la vue des résultats, on peut constater que les valeurs du taux d'extinction sont inférieures à 10^{-6} pour les longueurs d'onde considérées (cf. Tableau V-3 et Tableau V-5), aussi bien dans le cas d'un dépôt d'or que dans celui d'un dépôt d'aluminium. Le choix sur ces deux métaux n'affecte donc pas significativement les performances d'extinction. En revanche, même si l'or et l'aluminium ont un coefficient de réflexion proche, l'or reste un meilleur candidat car son efficacité de réflexion reste inaltérée, alors que l'aluminium s'oxyde dans le temps.

V.4.6. Biréfringence

Afin de minimiser les pertes énergétiques par réflexions de Fresnel sur les faces externes des deux cubes séparateurs de la cascade, l'indice du matériau choisi doit être le plus faible possible. Certains de ces matériaux (MgF_2 par exemple) sont biréfringents. Il importe donc d'analyser les problèmes potentiels posés par leur usage. Dans ce chapitre, je ne considèrerai que les milieux uniaxes, c'est-à-dire présentant un axe optique unique.

Lors de la propagation d'une onde dans un tel milieu, deux effets sont à prendre en compte :

- les vitesses de propagation des états de polarisation peuvent être différentes
- les états de polarisation sont susceptibles d'être propagés selon deux voies distinctes

Ces effets sont conditionnés par l'orientation de la direction de propagation de l'onde par rapport à l'axe optique du milieu uniaxe.

Dans le cas du CIA où les faisceaux sont injectés perpendiculairement à la face d'entrée du cube séparateur, ces effets sont minimisés quand les axes optiques sont colinéaires à l'arête des prismes. Si leur orientation n'est pas parfaite, les états de polarisation de chaque onde de propagent à des vitesses et dans des directions différentes, atténuant par la même l'efficacité de la recombinaison. Ce chapitre étudie donc la dégradation du taux d'extinction due à des alignements imparfaits des axes optiques des prismes composant les cubes séparateurs de la cascade.

Les deux premières parties de ce chapitre présentent respectivement les matériaux biréfringents uniaxes et les conditions de séparation des états de polarisation lors de la propagation d'une onde dans un tel milieu.

Le phénomène global, observé dans la cascade et induit par des défauts d'orientation des axes optiques des prismes, se révèle très complexe à traduire analytiquement. Il est donc nécessaire de séparer les deux effets exposés plus haut. Ainsi la troisième partie donne

l'expression des champs réfléchi et transmis dans un cube séparateur uniaxe, affectés uniquement par des retards de phase.

La quatrième partie présente la variation de l'extinction, obtenue en sortie de cascade, suivant le désalignement angulaire à la direction nominale des axes optiques des quatre prismes composant les deux cubes séparateurs. Le calcul est réalisé à partir du formalisme exposé dans la section précédente.

La cinquième partie décrit le phénomène total observé lors de la propagation des champs dans les cubes séparateurs et au niveau de la recombinaison.

Les milieux biréfringents uniaxes

Un milieu anisotrope est décrit dans son repère propre (Oxyz), où le tenseur permittivité [ε] est diagonal (Huard 1994), par les indices de réfraction principaux n_x, n_y et n_z. Je considère une onde plane dont la direction de propagation est donnée par le vecteur unitaire û et dont le vecteur d'onde est $\vec{k} = k\,\hat{u}$.
L'étude de la propagation de cette onde dans un tel milieu passe par la résolution de l'équation de Fresnel, issue des équations de Maxwell (Huard 1994). Celle-ci montre que pour une direction de propagation û donnée, il existe deux valeurs possibles de l'indice de réfraction, donnant naissance à la notion de biréfringence.
Ces valeurs d'indice dépendent de û et des constantes optiques du milieu considéré. Il est alors commode d'introduire une surface indicatrice, appelée surface des indices, lieu géométrique des points M tels que $\overline{O}\vec{M} = n\,\hat{u}$.

Le milieu uniaxe, décrit par l'indice ordinaire n_o et l'indice extraordinaire n_e, reflète le cas particulier où deux des trois indices principaux sont égaux, par exemple $n_x=n_y=n_o$. Alors la surface des indices est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe Oz (cf. Figure V-50).
Il existe alors deux états propres de polarisation rectilignes et orthogonaux, l'un noté E_o et dit ordinaire, l'autre noté E_e et dit extraordinaire (cf. Figure V-50). Leurs orientations sont données par les axes de l'ellipse en bleu dans la Figure V-50, section de l'ellipsoïde des indices avec le plan d'onde.

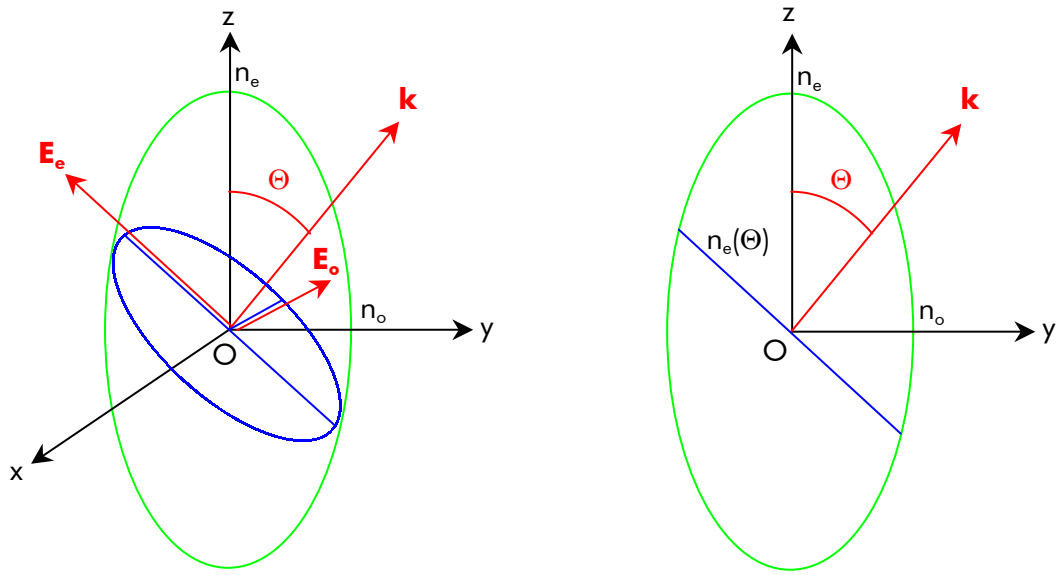


Figure V-50 - Ellipsoïde des indices dans le cas d'un milieu uniaxe et coupe de celle-ci. Un champ se propage selon le vecteur ***k***

De par la symétrie de révolution de l'ellipsoïde, l'indice ordinaire n_o, correspondant à l'état de polarisation E_o, est constant quelle que soit l'inclinaison Θ du vecteur d'onde par rapport à l'axe optique. En revanche l'indice extraordinaire n_e, associé à l'état de polarisation E_e, dépend de Θ et satisfait la relation (Huard 1994) :

$$\frac{1}{n_e^2(\Theta)} = \frac{\cos^2\Theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2\Theta}{n_e^2} \qquad (V\text{-}128)$$

soit

$$n_e\left(\hat{k}, \hat{ao}\right) = \frac{n_e}{\sqrt{1-\left(\hat{k}.\hat{ao}\right)^2\left(1-\frac{n_e^2}{n_o^2}\right)}} \quad \text{où} \quad \hat{k}.\hat{ao} = \cos\Theta \qquad (V\text{-}129)$$

Ainsi l'état de polarisation ordinaire E_o se propage dans un milieu d'indice n_o et l'état extraordinaire E_e dans un milieu d'indice compris dans l'intervalle $[n_o, n_e]$.

Déviation de la vibration extraordinaire

La séparation des états de polarisation ordinaire et extraordinaire d'une onde à une interface air/matière dépend de la nature du matériau (isotrope ou anisotrope).

Dans le cas d'un milieu isotrope, la valeur de l'indice de réfraction est la même pour les deux états de polarisation dans toutes les directions de propagation. Ainsi ces derniers sont affectés d'une même déviation et ne sont donc pas séparés.

En revanche dans un milieu biréfringent uniaxe, seul l'état de polarisation ordinaire « voit » un milieu isotrope. La valeur de l'indice correspondant à l'état extraordinaire varie suivant l'ellipsoïde des indices (cf. section précédente) dont l'orientation est fixée par l'axe optique. Alors les déviations des deux états sont différentes occasionnant leur séparation.
Pour illustration, je considère un milieu uniaxe, dont l'axe optique n'est ni parallèle ni perpendiculaire à la face d'entrée (cf. Figure V-51).

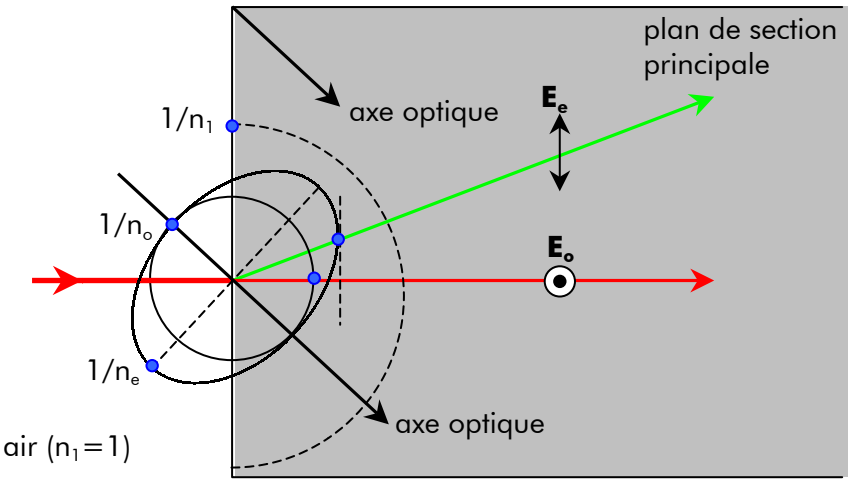


Figure V-51 – Illustration, à l'aide de la construction d'Huygens, de la séparation induite par un milieu uniaxe des états de polarisation ordinaire et extraordinaire

Le rayon incident est contenu dans le plan de section principale (plan formé par l'axe optique et la normale à la surface d'entrée).
A l'aide de la construction d'Huygens (Pérez 2000) sont tracés :

- la surface sphérique relative au milieu incident (ici l'air)
- les surfaces radiales des deux nappes sphérique et ellipsoïdale relative au milieu uniaxe
- les faisceaux réfractés à l'interface air/matière

Champs réfléchi et transmis dans un cube séparateur uniaxe, sans considérer la séparation des états de polarisation

Les arêtes du cube séparateur forment les trois axes du repère (Oxyz) considéré dans cette section (cf. Figure V-52). Un champ **E**, dont la direction de propagation est donnée par le vecteur d'onde $\hat{k}$, est injecté sous incidence normale. Les coordonnées de $\hat{k}$ sont donc (1,0,0).

Afin de limiter les retards de phase entre les deux états de polarisation, les axes optiques des deux primes, respectivement notés ao et ao', doivent être perpendiculaires à la direction $\hat{k}$ et plus particulièrement parallèles à l'axe Oz. Deux raisons à ce choix :

- l'état de polarisation ordinaire se propage alors toujours dans un milieu d'indice n_o et l'état extraordinaire dans un milieu d'indice n_e, même après transmission ou réflexion par la séparatrice.
- l'état extraordinaire n'est pas déviée (cf. partie précédente)

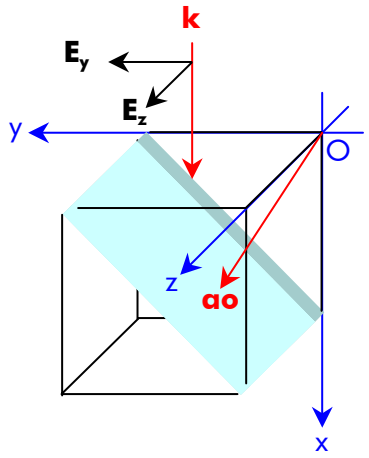


*Figure V-52 - Représentation du repère (Oxyz) dans lequel sont placés le cube séparateur, l'axe optique ao du premier prisme et le champ **E** injecté*

Dans le cas réel, les axes optiques ne sont pas parfaitement colinéaires à l'axe Oz. Dans le premier prisme, la direction de l'axe optique ao est repérée par les angles α et β. Ces deux angles étant supposés petits, les coordonnées de ao dans le repère (Oxyz) sont $(\alpha,\beta,\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2})$ (cf. Figure V-53). De même dans le second prisme, les coordonnées de l'axe optique ao' sont $(\alpha',\beta',\sqrt{1-\alpha'^2-\beta'^2})$.

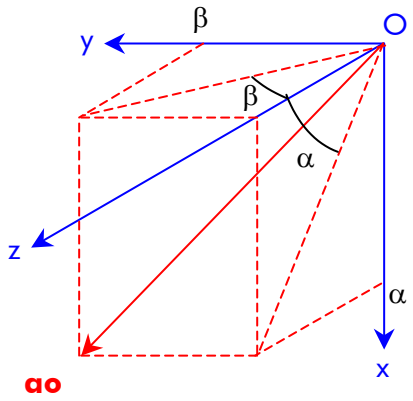


Figure V-53 - Direction de l'axe optique du premier prisme, repérée par les angles α et β et par les coordonnées $(\alpha,\beta,\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2})$

Dans le repère (Oxyz), le champ **E**, d'orientation θ et normé à l'unité, s'écrit :

$$\vec{E}(\theta) = E_z\ \hat{z} + E_y\ \hat{y} = \cos\theta\ \hat{z} + \sin\theta\ \hat{y} \qquad \text{où} \qquad \left\| \vec{E} \right\| = 1 \tag{V-130}$$

L'onde se propage dans le premier prisme d'axe optique ao. Afin d'identifier les composantes ordinaire E_o et extraordinaire E_e, le champ **E** est projeté dans le repère propre de l'axe optique $(Ox_{ao}y_{ao}z_{ao})$ par rotation d'angle β :

$$\begin{cases} E_{z_{ao}} = \cos\beta\ E_z + \sin\beta\ E_y = \cos(\theta-\beta) \\ E_{y_{ao}} = -\sin\beta\ E_z + \cos\beta\ E_y = \sin(\theta-\beta) \end{cases} \tag{V-131}$$

Les composantes $E_{y_{ao}}$ et $E_{z_{ao}}$ se propagent respectivement dans un milieu d'indice n_o et $n_e(\alpha)$ d'équation (cf. équation (V-129)) :

$$n_e(\alpha) = \frac{n_e}{\sqrt{1-\alpha^2\left(1-\dfrac{n_e^2}{n_o^2}\right)}} \quad \text{où} \qquad \hat{k}.\hat{a}o = \cos\beta\,\sin\alpha \approx \alpha \tag{V-132}$$

L'onde arrive sur la séparatrice après avoir parcouru une distance L et s'écrit alors :

$$\begin{cases} E_{z_{ao}} = \cos(\theta-\beta)\, e^{ik n_e(\alpha) L} \\ E_{y_{ao}} = \sin(\theta-\beta)\, e^{ik n_o L} \end{cases} \quad \text{où} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{V-133}$$

Ces expressions considèrent uniquement les retards de phase introduits sur chaque état de polarisation par le désalignement de l'axe optique ao par rapport à l'axe Oz.

Au niveau de la séparatrice :

- une part de l'onde est transmise dans le second prisme d'axe optique ao'
- l'autre part est réfléchie et reste dans le premier prisme d'axe optique ao

La part transmise du champ **E** (équations en (V-131)) dans le second prisme doit être écrite dans le repère propre $(Ox'_{ao}y'_{ao}z'_{ao})$ de ao' en appliquant une rotation d'angle β'. Alors les composantes du champ $\mathbf{E}_{\mathbf{transmis}}$ sont :

$$\begin{cases} E_{z'_{ao}\ transmis} = \left[\cos(\beta' - \beta)\, E_{z_{ao}} + \sin(\beta' - \beta)\, E_{y_{ao}}\right] e^{i\,k\,n_e(\alpha')\,L'} \\ E_{y'_{ao}\ transmis} = \left[-\sin(\beta' - \beta)\, E_{z_{ao}} + \cos(\beta' - \beta)\, E_{y_{ao}}\right] e^{i\,k\,n_o\,L'} \end{cases} \qquad (V\text{-}134)$$

où L' est la distance parcourue par l'onde entre la séparatrice et la face de sortie du cube.

Exprimé dans le repère (Oxyz) par rotation d'angle -β', le champ finalement transmis $\mathbf{E}_{\mathbf{transmis}}$ se réécrit :

$$\begin{cases} E_{z\ transmis} = E_{z'_{ao}\ transmis} \cos\beta' - E_{y'_{ao}\ transmis} \sin\beta' \\ E_{y\ transmis} = E_{z'_{ao}\ transmis} \sin\beta' + E_{y'_{ao}\ transmis} \cos\beta' \end{cases} \qquad (V\text{-}135)$$

Soit

$$\begin{cases} E_{z\ transmis}(\theta) = T_{e,e,z}\, e^{ik[n_e(\alpha)L + n_e(\alpha')L']} + T_{o,e,z}\, e^{ik[n_o L + n_e(\alpha')L']} \\ \qquad + T_{e,o,z}\, e^{ik[n_e(\alpha)L + n_o L']} - T_{o,o,z}\, e^{ikn_o(L+L')} \\ E_{y\ transmis}(\theta) = T_{e,e,y}\, e^{ik[n_e(\alpha)L + n_e(\alpha')L']} + T_{o,e,y}\, e^{ik[n_o L + n_e(\alpha')L']} \\ \qquad - T_{e,o,y}\, e^{ik[n_e(\alpha)L + n_o L']} + T_{o,o,y}\, e^{ikn_o(L+L')} \end{cases} \qquad (V\text{-}136)$$

où

$$\begin{cases} T_{e,e,z} = \cos(\theta - \beta)\cos(\beta' - \beta)\cos\beta' \\ T_{o,e,z} = \sin(\theta - \beta)\sin(\beta' - \beta)\cos\beta' \\ T_{e,o,z} = \cos(\theta - \beta)\sin(\beta' - \beta)\sin\beta' \\ T_{o,o,z} = \sin(\theta - \beta)\cos(\beta' - \beta)\sin\beta' \end{cases} \qquad (V\text{-}137)$$

et

$$\begin{cases} T_{e,e,y} = \cos(\theta - \beta)\cos(\beta' - \beta)\sin\beta' \\ T_{o,e,y} = \sin(\theta - \beta)\sin(\beta' - \beta)\sin\beta' \\ T_{e,o,y} = \cos(\theta - \beta)\sin(\beta' - \beta)\cos\beta' \\ T_{o,o,y} = \sin(\theta - \beta)\cos(\beta' - \beta)\cos\beta' \end{cases} \qquad (V\text{-}138)$$

La part réfléchie du champ **E** reste dans le premier prisme mais « voit » cette fois-ci un milieu dont la direction de l'axe optique ao est $(\beta, \alpha, \sqrt{1-\beta^2-\alpha^2})$ dans le repère (Oxyz). Les équations (V-136), (V-137) et (V-138) écrites dans le cas d'une transmission sont donc encore applicables, il suffit de poser le changement de variables :

$$\begin{cases} \alpha' = \beta \\ \beta' = \alpha \end{cases} \qquad (V\text{-}139)$$

Les expressions des composantes des champs réfléchis et transmis (équations (V-136), (V-137), (V-138) et (V-139)) dépendent uniquement de l'orientation θ du champ incident et non de la position dans la section de faisceau.

Pertes d'extinction dues aux désalignements des axes optiques des quatre prismes, sans considérer la séparation des états de polarisation

Le formalisme, exposé dans la section précédente, permet d'étudier la dégradation du taux d'extinction due aux désalignements angulaires des axes optiques des quatre prismes de la cascade. Cette étude ne tient pas compte des déviations successives de l'état de polarisation extraordinaire, à chaque réflexion et transmission de la séparatrice. La dégradation de l'extinction est induite par les retards de phase introduits entre les états ordinaires et entre les états extraordinaires des quatre ondes recombinées.

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\alpha) - \psi_b(r,\alpha+\pi) - \psi_c(r,\alpha+\pi) + \psi_d(r,\alpha) \right|^2 r\, dr\, d\alpha \qquad (V\text{-}140)$$

où r et α sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale dans la section de faisceau.

Dans cette étude, l'extinction dépend de l'orientation θ du champ injecté et doit être exprimé suivant les composantes en z et y :

$$Ext(\theta) \propto \int_{\substack{surface \\ pupille}} \left[\left| (contribution \quad selon \quad z) \right|^2 + \left| (contribution \quad selon \quad y) \right|^2 \right] r\, dr\, d\alpha \qquad (V\text{-}141)$$

Les ondes a, b, c et d, d'amplitudes complexes respectives ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, parcourent des trajets optiques propres, rappelés dans la Figure V-55.

Les redistributions de leurs états de polarisation sont donc différentes. Les quatre champs de sortie, notés $\mathbf{E_{OdC + OdC}}$, $\mathbf{E_{OdC + PPP}}$, $\mathbf{E_{PPP + OdC}}$ et $\mathbf{E_{PPP + PPP}}$, sont exprimés en utilisant à la suite les équations des champs établies dans la section précédente, suivant le trajet considéré. Alors les contributions en z et y au taux d'extinction, écrit en (V-141), sont

$$\begin{cases} contribution \quad selon \quad z = E_{z\ OdC + OdC} - E_{z\ OdC + PPP} - E_{z\ PPP + OdC} + E_{z\ PPP + PPP} \\ contribution \quad selon \quad y = E_{y\ OdC + OdC} - E_{y\ OdC + PPP} - E_{y\ PPP + OdC} + E_{y\ PPP + PPP} \end{cases} \qquad (V\text{-}142)$$

Le taux d'extinction dépend uniquement de l'orientation θ du champ injecté dans la cascade, car les expressions des champs réfléchi et transmis (équations (V-136), (V-137), (V-138) et (V-139)) sont indépendantes de la position (r,α) dans la section de faisceau. Alors l'intégrale, présente dans l'équation (V-140), est égale à πR_{pup}^2 et le taux d'extinction se réécrit :

$$Ext_{\lambda=6\mu m}(\theta) = \frac{R^2T^2}{4}\left\{ \left| E_{z\ OdC\ +\ OdC}(\theta) - E_{z\ OdC\ +\ PPP}(\theta) - E_{z\ PPP\ +\ OdC}(\theta) + E_{z\ PPP\ +\ PPP}(\theta) \right|^2 \right.$$
$$\left. + \left| E_{y\ OdC\ +\ OdC}(\theta) - E_{y\ OdC\ +\ PPP}(\theta) - E_{y\ PPP\ +\ OdC}(\theta) + E_{y\ PPP\ +\ PPP}(\theta) \right|^2 \right\} \quad (V\text{-}143)$$

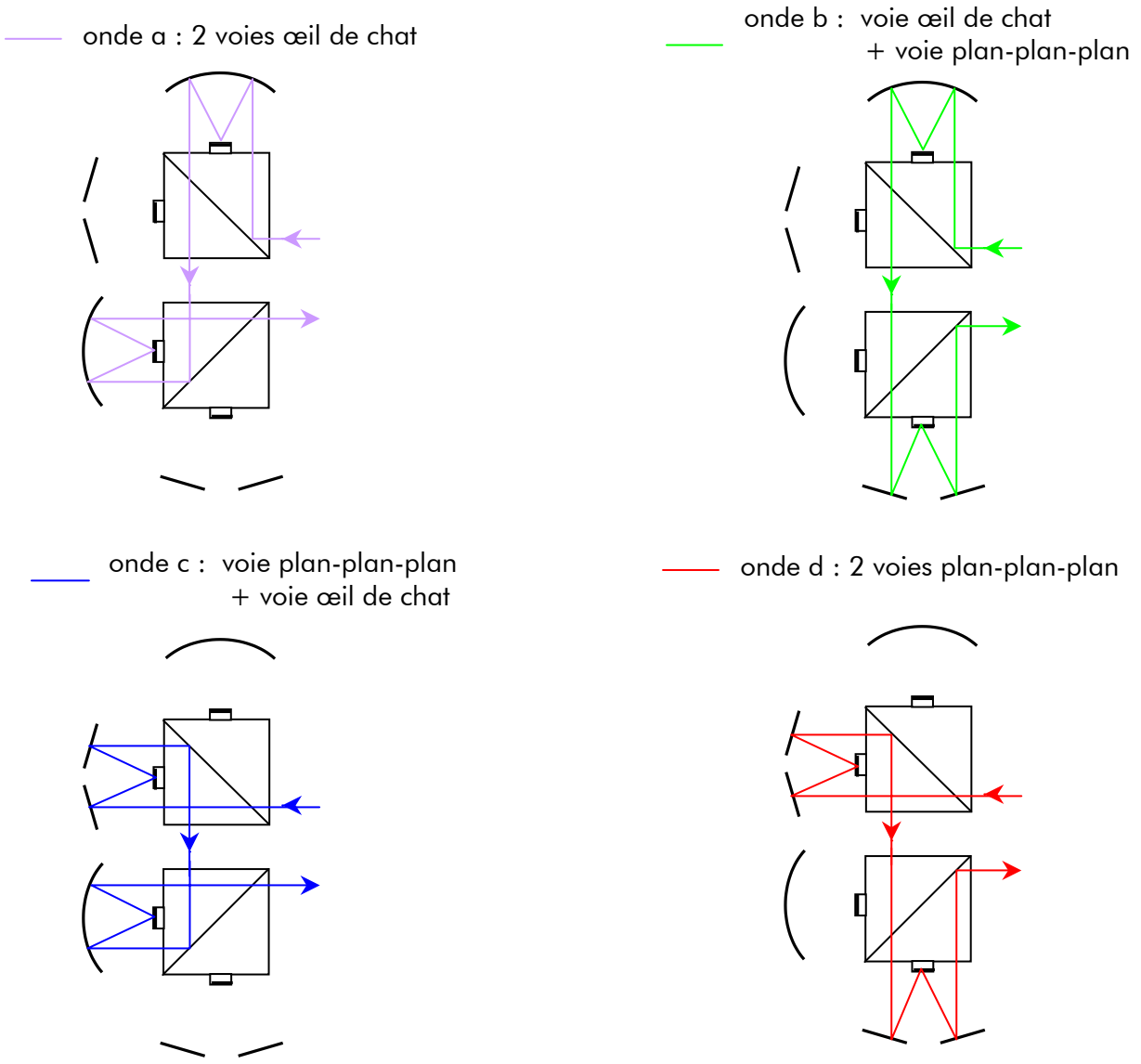


Figure V-54 - Description des quatre trajets optiques différents dans une cascade de CIA

La lumière collectée par les télescopes est naturelle, elle apparaît comme une superposition d'un grand nombre d'états de polarisation. Alors elle est représentée par une onde constituée de deux ondes polarisées rectilignement orthogonales qui sont incohérentes. De ce fait le taux d'extinction total est la somme des taux Ext(0) et Ext(π/2) :

$$Ext_{total} = Ext(0) + Ext\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (V\text{-}144)$$

Le calcul du taux d'extinction est basé sur la méthode statistique de Monte-Carlo, comme décrit dans le chapitre V.1.3. La Figure V-55 représente le taux d'extinction (équation précédente) calculé suivant le désalignement angulaire des axes optiques des quatre prismes, par rapport à leur direction nominale. Le désalignement d'un axe optique est traduit par ses composantes α et β. Le calcul est réalisé à une longueur d'onde de 6 µm.

Le matériau biréfringent considéré à titre d'exemple est le MgF_2. Celui-ci possède des indices de réfraction faibles mais ne présente pas la transmission souhaitée sur la bande spectrale de Darwin (6 – 18 µm). Les indices ordinaire n_o et extraordinaire n_e dépendent de la longueur d'onde et s'écrivent (Gray et al. 1972) :

$$\begin{cases} n_o(\lambda) = 1.36957 + \dfrac{0.0035821}{\lambda - 0.14925} \\ n_e(\lambda) = 1.38100 + \dfrac{0.0037415}{\lambda - 0.14947} \end{cases} \qquad (V\text{-}145)$$

où la longueur d'onde λ est exprimée en micromètre.

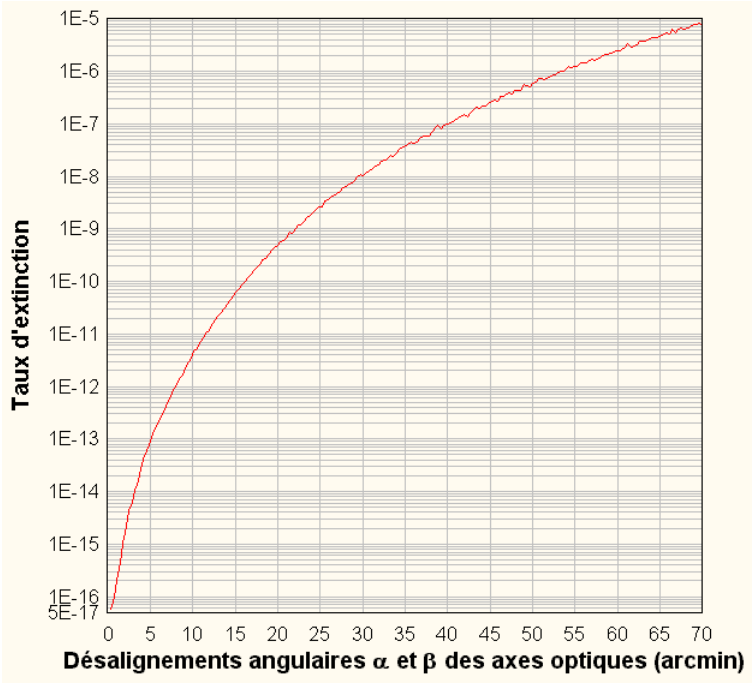


Figure V-55 - Taux d'extinction suivant le désalignement angulaire α et β des axes optiques des quatre prismes, par rapport à leur direction nominale

Dans le cas où l'on ne considère pas de séparation des états de polarisation, les axes optiques, des quatre prismes composant les cubes séparateurs de la cascade, doivent être alignés à la direction nominale (cf. deuxième section) avec une précision angulaire de 53 arcmin dans chaque direction α et β (cf. Figure V-53).

Bilan des sources de dégradation du taux d'extinction induites par des axes optiques mal orientés

Outre les retards de phase introduits entre les vibrations ordinaires et entre les vibrations extraordinaires, les désalignements des axes optiques induisent une déviation de la composante extraordinaire à chaque réflexion et transmission par une séparatrice.

Dans le cas où les axes optiques des prismes ne sont pas exactement alignés, tout état de polarisation vibration, qu'il soit ordinaire ou extraordinaire, pénètre dans un nouveau milieu uniaxe à chaque passage par une séparatrice (réflexion ou transmission). Alors il se redistribue en deux nouvelles vibrations ordinaire et extraordinaire, qui se séparent spatialement, en raison de la déviation.

En sortie de cascade, tous les états de vibration, issues de ces divisions successives, ne sont donc :

- plus superposées
- affectées d'un basculement propre
- retardées les unes par rapport aux autres

Ces effets se conjuguent à la dégradation du taux d'extinction calculée dans la section précédente et représentée dans la Figure V-55. La tolérance angulaire d'alignement de 55 arcmin semble donc très optimiste. En effet, bien que les retards de phase soient minimisés par les lignes à retard, les chapitres V.4.2 et V.3.1 montrent que le basculement et surtout le décentrement des pupilles sont de fortes sources de perte d'extinction. **Les matériaux biréfringents sont donc inadaptées à la réalisation de la cascade de CIA**.

V.5. Réflexions multiples

Une onde traversant une interface air/matière n'est pas totalement transmise, car une partie de l'énergie est réfléchie, générant ainsi un nouveau faisceau. Plus le milieu est réfringent, plus la part d'énergie ainsi réfléchie est grande. Le matériau du cube séparateur doit donc être le moins réfringent possible, car à chaque interface, une nouvelle perte d'énergie est occasionnée et un nouveau faisceau réfléchi est créé.

Au gré des réflexions et transmissions, certains de ces faisceaux, dits « parasites », parviennent en sortie de cascade et induisent une distribution énergétique supplémentaire, qui réduit la dynamique de mesure et dégrade l'extinction de l'étoile. Ce chapitre présente l'étude de la lumière parasite générée par les réflexions multiples dans la cascade.

Dans un CIA le nombre N d'ondes parasites est très grand de par les multiples combinaisons possibles de réflexions secondaires sur les faces du cube séparateur. Dans une cascade de deux CIA, ce nombre devient supérieur à N^2. Simuler avec une précision suffisante cette intensité parasite, exige donc de générer un grand nombre de faisceaux. Plusieurs outils de calculs sont exploitables :

- le logiciel de tracé de rayons ASAP permet de considérer un très grand nombre de faisceaux (de l'ordre du million). Cependant aucune variation des paramètres n'est possible. Ainsi représenter l'intensité parasite suivant la variation simultanée de plusieurs défauts du système, demande de relancer le programme m^p fois, m étant

l'échantillonnage des p défauts considérés. Cette méthode demande donc un temps conséquent, d'autant plus long que les nombres de rayons et d'échantillons sont grands

- le logiciel de calcul numérique IDL permet de calculer l'intensité parasite selon la variation simultanée de plusieurs paramètres, mais le nombre d'ondes parasites dépend de la complexité du calcul (nombre d'opération à effectuer, nombre de passages par des dioptres à considérer simultanément)

Deux intensités parasites sont à discerner.

La première s'annule dans le cas d'une cascade parfaite, car générée par des ondes parasites qui subissent l'interférence destructive. Cette intensité varie suivant certains défauts géométriques du système et d'injection des faisceaux.
Je simulerai cette variation à l'aide d'IDL dans la seconde partie de ce chapitre, après avoir défini au préalable, dans une première partie, les trajets des ondes parasites considérées. Afin de vérifier les hypothèses établies dans cette simulation, des valeurs seront confirmées par le logiciel ASAP, montrant ainsi la convergence des deux méthodes de calcul.

La seconde distribution parasite ne s'annule jamais, car induite par des ondes qui échappent à l'interférence destructive, et est indépendante de la précision de réalisation de la cascade. La variation des paramètres instrumentaux étant inutile, cette intensité sera uniquement étudiée à l'aide de ASAP dans une troisième partie.

Les dimensions des CIA sont décrites dans le chapitre V.2.2.

V.5.1. Ondes parasites annulables

L'analyse est faite dans le plan de section principale du cube séparateur. Simuler à l'aide d'IDL une intensité parasite représentative de la réalité demande d'identifier les ondes selon quatre critères :

- le nombre d'ondes parasites doit être suffisamment grand pour obtenir une description réaliste du phénomène
- les ondes doivent être les plus énergétiques, c'est-à-dire celles dont les trajets dans la cascade présentent un nombre minimal de réflexions
- les ondes doivent parvenir en sortie de cascade
- les ondes passent par deux voies distinctes, qu'elles soient œil de chat et/ou plan-plan-plan

Dans la suite, je qualifierai de « directe » l'onde qui, entrant par la face supérieure du cube séparateur, ne subit aucune réflexion parasite lors de son trajet (Figure V-56).

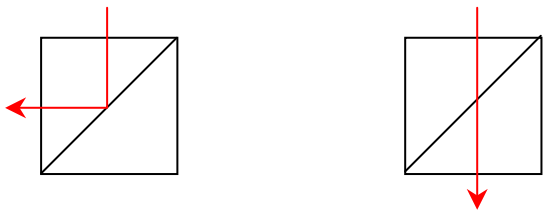


Figure V-56 - Trajets directs lors d'un passage par le cube séparateur, i.e. sans réflexion parasite sur les faces du cube

Trajets parasites dans un cube séparateur

Pour qu'une onde parasite ressorte du cube, il faut un minimum de deux réflexions parasites et trois passages par la séparatrice, qui peuvent être à chaque fois une réflexion ou une transmission.
Huit trajets, décrits dans la Figure V-57, sont ainsi identifiés. Les angles de réflexion sont volontairement exagérés, afin de représenter clairement le phénomène.

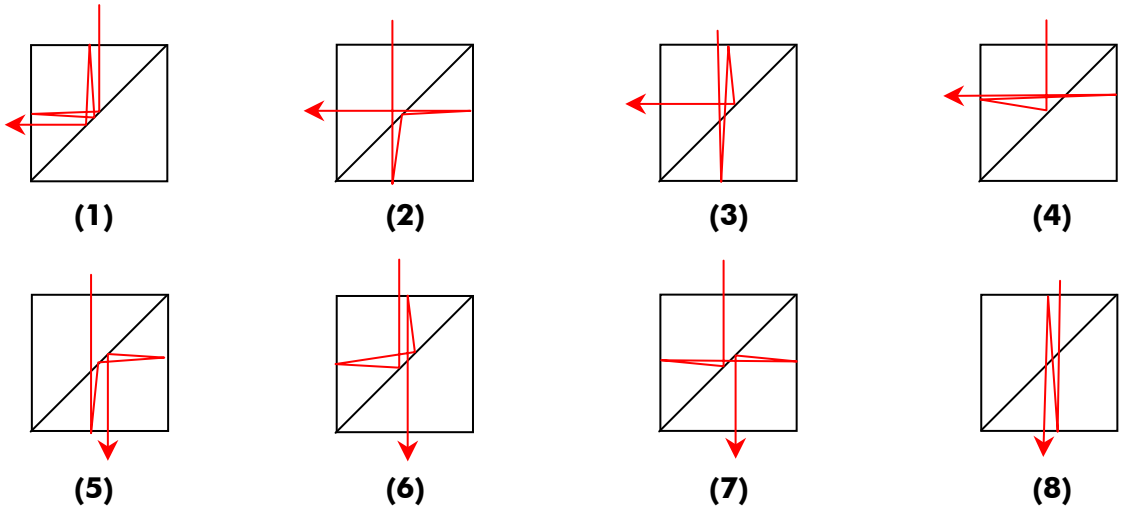


Figure V-57 - Trajets des 8 ondes parasites les plus énergétiques, générées dans un cube séparateur

Trajets parasites dans un seul CIA

Les ondes les plus énergétiques, présentes en sortie de CIA, parcourent des trajets optiques de deux types :

- seize ondes suivent un trajet parasite (cf. Figure V-57) lors de l'un des deux passages dans le cube séparateur (dans un CIA, une onde passe deux fois par le cube) et ont un trajet direct dans la voie œil de chat ou plan-plan-plan. Par exemple deux ondes parasites suivent un trajet (cf. Figure V-58) composé du trajet parasite n°1 de la Figure V-57 et du trajet direct n°2 de la Figure V-56.

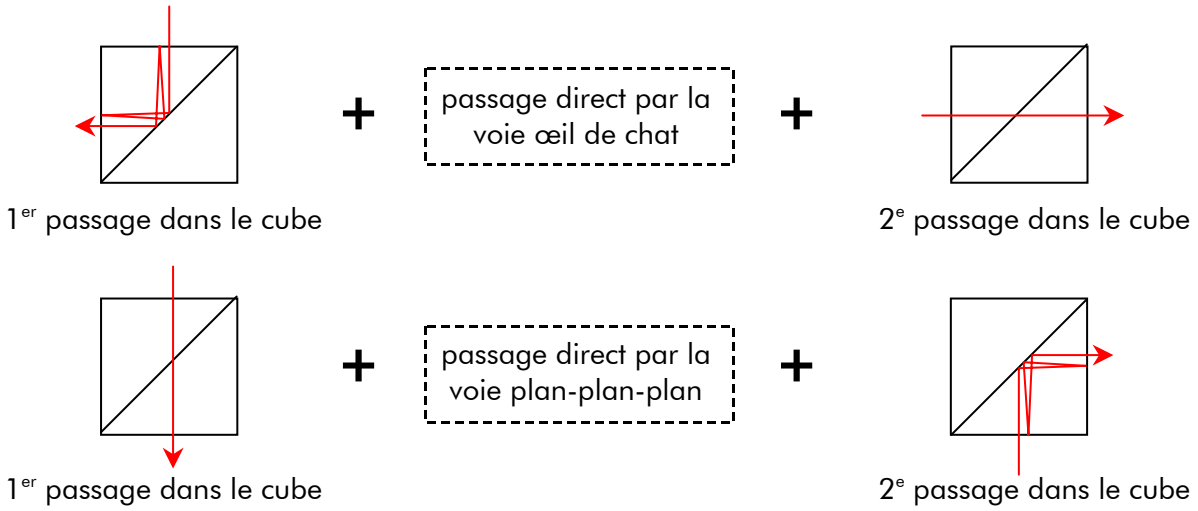
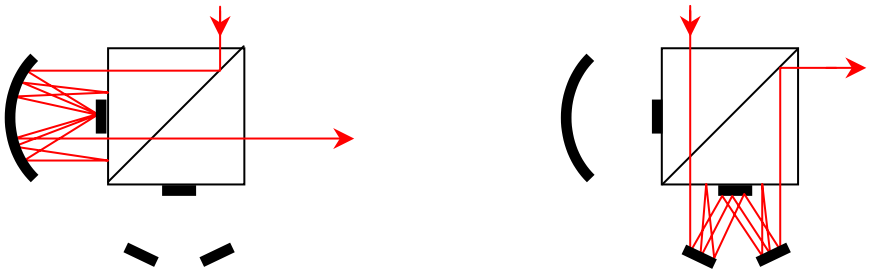


Figure V-58 – Trajets suivis par deux ondes parasites, présentes en sortie de CIA, composés du trajet parasite n°1 de la Figure V-57 et du trajet direct n°2 de la Figure V-56

- deux ondes parasites sont créées respectivement dans la voie œil de chat et la voie plan-plan-plan par deux réflexions sur les faces externes du cube (cf. Figure V-59).



onde parasite dans la voie œil de chat

onde parasite dans la voie plan-plan-plan

Figure V-59 - Trajets des ondes parasites générées dans les deux bras du CIA

Ces 18 ondes parasites majeures, générées dans un CIA, sont regroupées sous l'acronyme OP (Ondes Parasites). De la même manière, les deux ondes directes, sortant du CIA sans avoir subi de réflexion parasites, sont notées OD (Ondes Directes).

Trajets parasites dans une cascade de CIA

Les ondes parasites les plus énergétiques, créées dans la cascade (deux CIA en série), présentent quatre trajets types distincts :

- Les ondes directes OD du premier CIA créent des ondes parasites OP dans le second CIA
- les ondes parasites OP du premier CIA induisent des ondes directes OD dans le deuxième CIA
- Les ondes directes OD du premier CIA sont « piégées » par deux réflexions parasites entre les deux cubes séparateurs, puis créent des ondes directes OD dans le deuxième CIA (cf. Figure V-60)

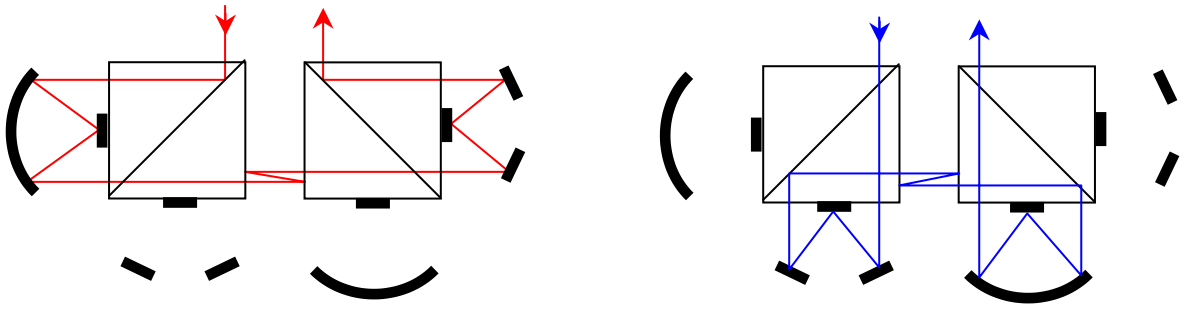


Figure V-60 - Trajets des deux ondes parasites, générées entre les deux cubes séparateurs par deux réflexions parasites

- les ondes parasites OP du premier CIA génèrent elles-mêmes des ondes parasites OP dans le second CIA

Le Tableau V-7 regroupe la dénomination et le nombre d'ondes parasites des différentes classes et décrit la nature, directe ou parasite, de leur trajet type dans chaque CIA.

Type d'ondes générées		Nombre	Dénomination de la classe
dans le 1er CIA	dans le 2e CIA		
OD	OP	$18 \times 2 = 36$	OD-OP
OP	OD	$18 \times 2 = 36$	OP-OD
OP	OP	$18 \times 18 = 324$	OP-OP
OD + parasite entre les deux cubes	OD	$2 \times 2 = 4$	OD-OP-OD
			TOTAL : 400 ondes parasites

Tableau V-7 – Dénomination, nombre des ondes et nature, directe ou parasite, du trajet type dans chaque CIA des différentes classes d'ondes parasites

V.5.2. Intensité parasite annulable et variable en sortie de cascade

Une onde injectée dans la cascade est divisée à part égale en deux ondes symétriques, déphasées de π et parcourant la même longueur de chemin optique. De la même manière, chacune des 400 ondes parasites, définies précédemment, possède son onde « jumelle » de signe opposé. Alors dans le cas où la cascade est parfaite, ces ondes s'annulent et ne génèrent aucune intensité résiduelle.

En effet si N est le nombre total d'onde parasites, alors il existe N/2 couples d'ondes jumelles, de mêmes module et phase mais de signe opposé. Alors l'intensité résultante s'écrit :

$$I = \left| \sum_{i=1}^{N} A_i \; e^{i\phi_i} \right|^2 = \left| \sum_{k=1}^{N/2} \left(A_k \; e^{i\phi_k} + A_k \; e^{i\phi_k} e^{i\pi} \right) \right|^2 = 0 \qquad (V\text{-}146)$$

où A_i et ϕ_i sont respectivement l'amplitude et la phase de la i-ème onde et A_k et ϕ_k respectivement l'amplitude et la phase du k-ème couple.

En revanche, dans le cas de défauts géométriques de la cascade et d'injection des faisceaux, les trajets optiques et positions d'émergence de la cascade ne sont plus identiques. Les ondes parasites d'un même couple sont retardées et décalées transversalement entre elles. Alors leur somme génère une intensité parasite en sortie de cascade.
Cette intensité variable est simulée, à l'aide d'IDL, suivant l'angle d'injection θ_i des faisceaux dans la cascade (cf. Figure V-61) et deux défauts géométriques des cubes séparateurs.

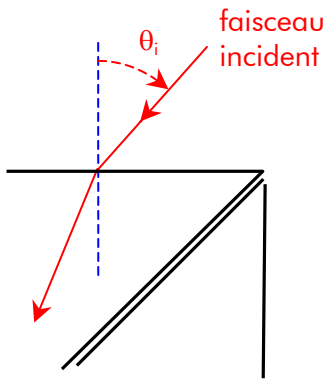


Figure V-61 - Angle d'injection θ_i des faisceaux sur la face d'entrée du cube séparateur du premier CIA

Les défauts géométriques des cubes séparateurs

Dans le cas idéal, le cube séparateur est composé de deux prismes dont la section principale est un triangle rectangle isocèle. Dans le cas réel, le triangle n'est ni rectangle, ni isocèle, mais présente (cf. Figure V-62) :

- un défaut angulaire $\delta_\perp$ de l'angle droit
- une différence de longueur δ_L des côtés

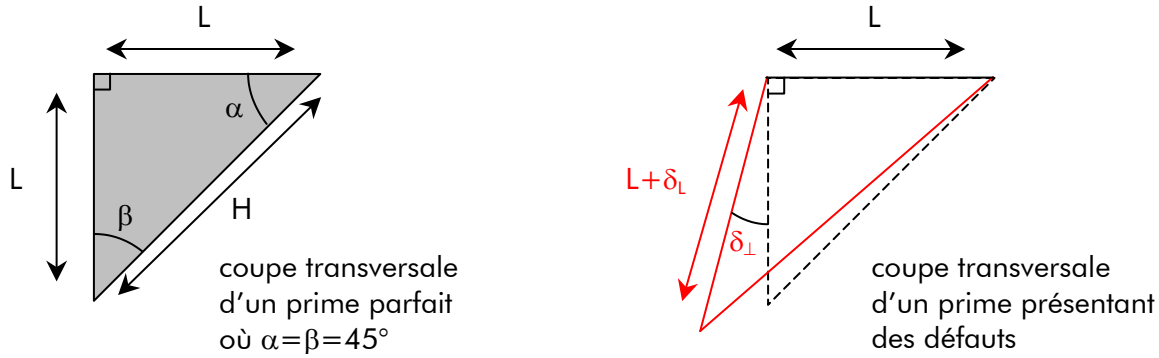


Figure V-62 - Coupes transversales d'un prisme parfait et d'un prisme présentant un écart $\delta_\perp$ à l'angle droit et différence de longueur δ_L des côtés

Expressions analytiques des trajets optiques dans la cascade

Afin de simuler les trajets des 400 ondes parasites dans la cascade, il est nécessaire de modéliser les longueurs des chemins optiques, positions et angles d'émergence dans le cube séparateur et dans les voies œil de chat et plan-plan-plan suivant θ_i, $\delta_\perp$ et δ_L. Les différentes expressions analytiques sont décrites dans les annexes I, II et III.

Intensité parasite au centre du champ en sortie de cascade

L'intensité, générée par les 400 ondes parasites définies précédemment, est représentée dans la Figure V-63 suivant les défauts géométriques $\delta_\perp$ et δ_L pour plusieurs valeurs discrètes du défaut angulaire θ_i d'injection des faisceaux. Afin de considérer le cas le plus sévère, le calcul est réalisée à 6 µm, longueur d'onde minimale de la bande spectrale de Darwin (6 – 18 µm).

La position et la forme du minimum d'intensité (tache au centre noir et contour bleu) varient suivant le défaut θ_i d'injection des faisceaux. Ceci traduit une compensation mutuelle des défauts géométriques $\delta_\perp$ et δ_L et d'injection θ_i.
De plus, plus les défauts $\delta_\perp$, δ_L et θ_i s'accroissent, plus les faisceaux parasites sont dispersés spatialement en sortie de cascade.

Ainsi afin de définir des spécifications réalisables et pertinentes, il faut restreindre la tolérance angulaire d'injection. Par exemple l'intensité est inférieure ou égale à 10^{-6} pour :

- un angle d'injection maximal $\theta_{i\,max}$ des faisceaux de **2 arcmin**
- un écart angulaire maximal $\delta_{\perp\,max}$ de l'angle droit des prismes de **1.5 arcmin**
- un écart de longueur maximal $\delta_{L\,max}$ des côtés des prismes de **0.05 µm**

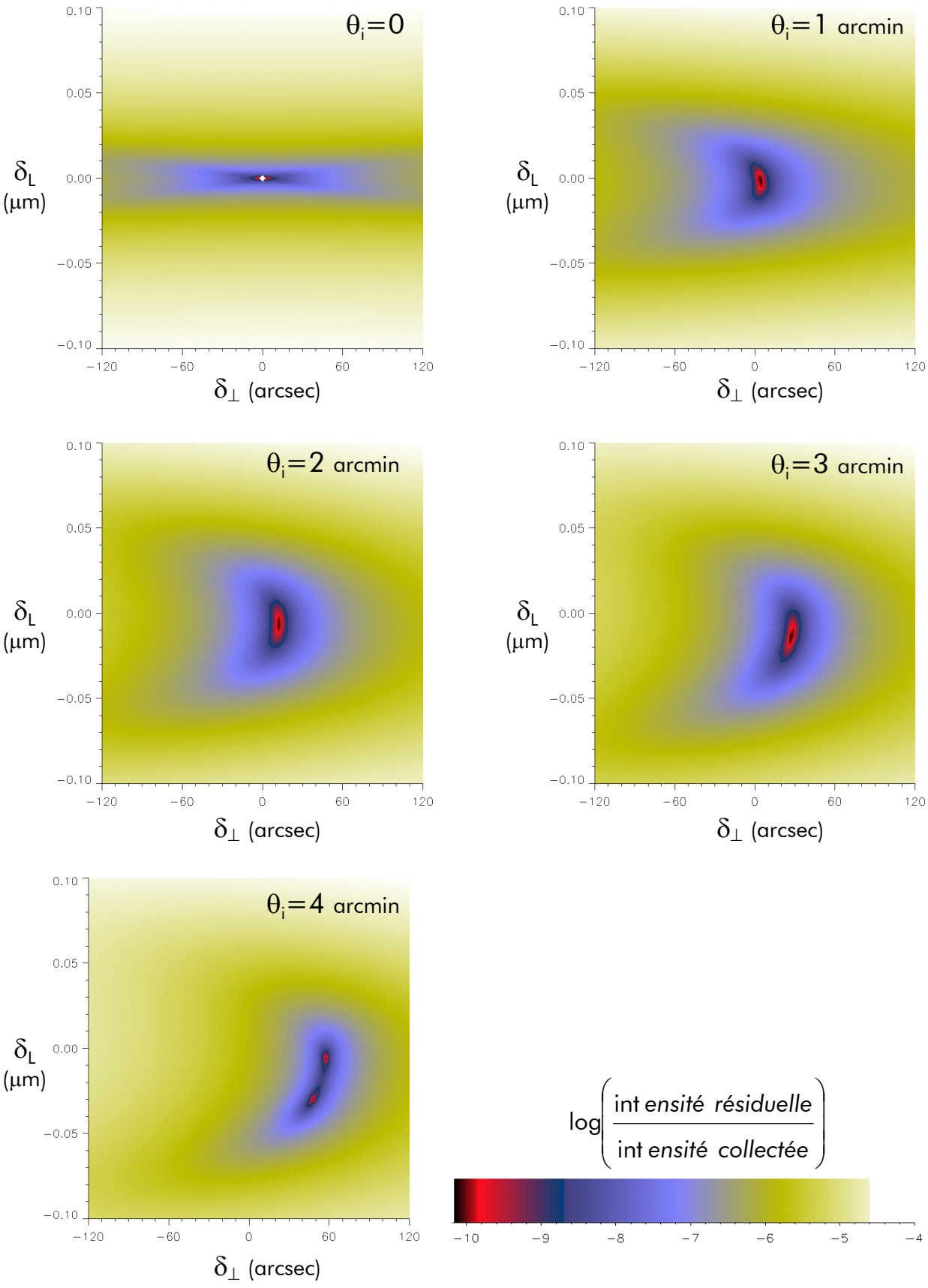


Figure V-63 - Intensité parasite (logarithme) suivant l'écart angulaire $\delta_\perp$ de l'angle droit et l'écart δ_L de longueur des côtés pour plusieurs valeurs discrète de l'angle d'injection θ_i des faisceaux

V.5.3. Intensité parasite non annulable en sortie de cascade

Seules les ondes parasites passant par des voies œil de chat et plan-plan-plan sont susceptibles d'être annulées par leur onde « jumelle » (cf. partie précédente). Ainsi les ondes, piégées dans les cubes séparateurs et ne se propageant jamais dans les voies œil de chat et plan-plan-plan, n'interfèrent pas destructivement et génèrent une intensité parasite non annulable.

Ne considérant pas de variation de paramètres dans ce cas, j'ai simulé, à l'aide du logiciel de tracé de rayons ASAP, la distribution énergétique présente en sortie de deux cubes séparateurs disposés en série, comme illustré dans la Figure V-64. Le calcul est toujours réalisé à la longueur d'onde de 6 µm.

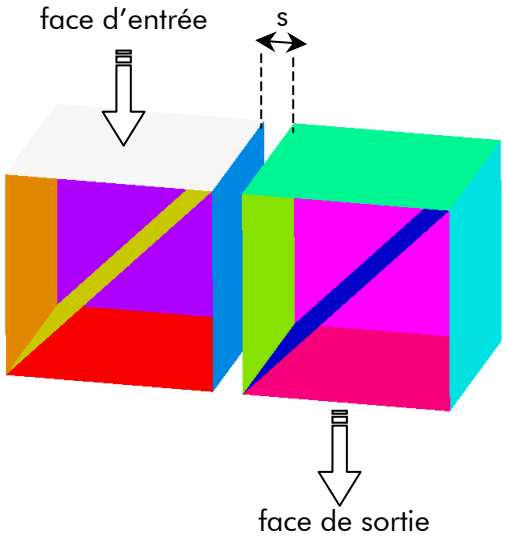


Figure V-64 - Modélisation par ASAP des deux cubes séparateurs d'une cascade, distants l'un de l'autre de s

Quelle que soit la distance s séparant les deux cubes (variation de s réalisée entre 10 µm et 10 cm), l'intensité parasite moyenne par pixel, et donc au centre du champ, reste de l'ordre de $\mathbf{5.10^{-7}}$.

Supprimer deux interfaces air/matière, en taillant les deux cubes en un seul bloc (cf. Figure V-65), permet d'éliminer les ondes parasites générées entre les deux cubes. Alors :

- le nombre de faisceaux parasites est réduit
- les faisceaux sont plus énergétiques car ils rencontrent moins de dioptres

Finalement, cette configuration génère une intensité moyenne parasite par pixel identique ou supérieure au cas précédent.

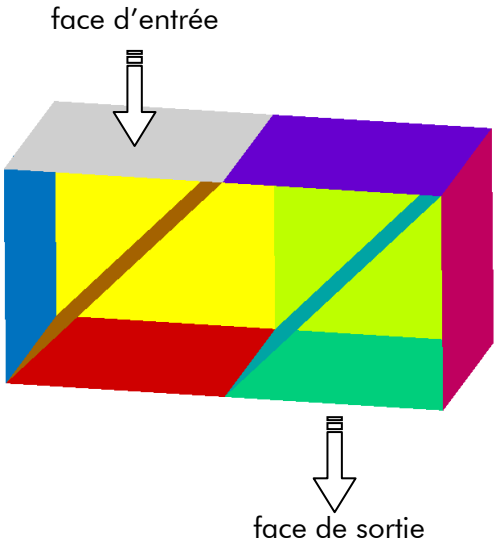


Figure V-65 - Modélisation par ASAP de deux cubes séparateurs regroupé en un seul

V.5.4. Intensité parasite totale en sortie de cascade

Lorsque la cascade est idéale ($\delta_{\perp}=\delta_{L}=\theta_{i}=0$), l'intensité parasite variable, étudiée dans le chapitre V.5.2, est nulle. Ainsi seule l'intensité parasite constante, simulée dans le chapitre V.5.3, est présente en sortie de recombinaison.

En revanche, dans le cas réel où la cascade est réalisée avec une spécification fixée ($\delta_{\perp}\neq\delta_{L}\neq\theta_{i}\neq0$), l'intensité parasite totale résulte de la somme incohérente des intensités variable et constante.

Cette étude permet de décrire la phénoménologie de la distribution énergétique induite par des réflexions multiples dans la cascade et de quantifier l'intensité résiduelle parasite présente à la recombinaison.

Les simulations ont été réalisées conjointement avec le logiciel de calcul IDL et le logiciel de tracé de rayons ASAP. L'analyse des trajets des ondes parasites a été menée dans le plan de section principale des cubes séparateurs. Il faudrait aussi tenir compte de défauts géométriques présents dans le plan perpendiculaire. De prime abord, ceux-ci devraient générer une intensité parasite au maximum du même ordre que celle étudiée dans ce chapitre, je n'ai donc pas étudié ce cas.

V.6. Lumière diffusée

Outre une extinction insuffisante de l'étoile, des distributions énergétiques parasites constantes sont présentes à la recombinaison. Celles-ci induisent un bruit qui réduit la dynamique de mesure et dégrade l'extinction de l'étoile. Par exemple j'ai simulé, dans le chapitre V.5 précédent, la quantité d'énergie générée par les réflexions multiples dans la cascade de CIA.

Une autre contribution parasite est la lumière diffusée par les impuretés et défauts surfaciques des miroirs. Son intensité et sa distribution spatiale, présente en fin de train optique, dépendent essentiellement :

- de la courbure (convergente, divergente, sphérique, plane), de la qualité et du nombre de miroirs
- de l'intensité de la source sur l'axe de l'interféromètre mais aussi de celles présentes, hors-axe, dans le champ de vue des télescopes

Au stade actuel de l'analyse instrumentale de la mission Darwin, le nombre et la forme des miroirs ne sont pas encore fixés. De ce fait, ce chapitre se borne à décrire le phénomène d'un point de vue général et identifie les différents aspects à considérer dans une future étude.

V.6.1. Diffusion d'un miroir

Les sources de diffusion d'un miroir sont de deux natures :

- particulaire, générée par la présence de parties sombres sur la surface (cf. Figure V-66 à gauche)
- granulaire, régie par la qualité de polissage de la surface (cf. Figure V-66 à droite)

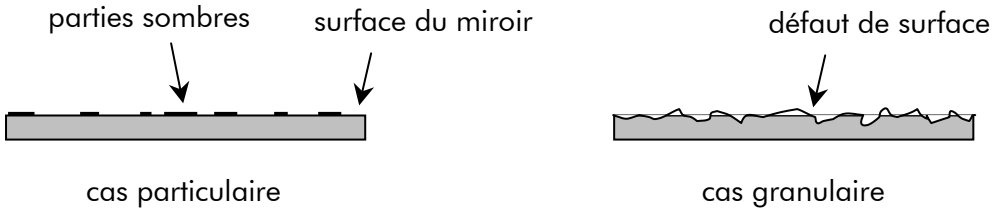


Figure V-66 - Représentation de la surface d'un miroir induisant à gauche une diffusion particulaire, et à droite une diffusion granulaire

Dans le cas d'une mission spatiale, les miroirs sont contaminés lors du lancement, puis par les propulseurs destinés à maintenir la position du satellite. Les miroirs présentent alors des surfaces sombres, dont la densité surfacique, noté ppm (parties par millions), croît avec le temps puisque aucun nettoyage n'est possible. Dans le cas de la mission Darwin, la diffusion particulaire est prédominante.

La distribution sur l'angle solide de la diffusion particulaire, notée BSDF (Bidirectionnal Scattering Distribution Function), est définie par le rapport :

$$BSDF = \frac{Luminance\ de\ la\ lumière\ diffusée}{Eclairement\ de\ la\ surface\ par\ la\ source} \qquad (V\text{-}147)$$

Le modèle de Harvey exprime la BDSF suivant l'angle de diffusion θ_s pour un angle d'incidence θ_i donné (documentation du logiciel de tracé de rayons ASAP) :

$$BSDF(\beta) = b\left(\frac{|\beta - \beta_0|}{\beta_p}\right)^m \qquad (V\text{-}148)$$

où

$$\begin{cases} \beta = \sin\theta_s \\ \beta_0 = \sin\theta_i \\ \beta_p = \sin\theta_{s\min} \approx 0.01 \ \textit{rad en général} \\ b = BDSF(\beta_0) \ \textit{avec} \ \theta_i = 0 \\ m = \textit{pente de la BDSF sur les graphes} \ \log-\log \end{cases} \qquad (V\text{-}149)$$

Le pourcentage du flux de l'étoile diffusé par une surface infinitésimale est exprimé par le TIS (Total Integrated Scattering), résultant de l'intégrale de la BDSF sur le demi-espace (π stéradian) (documentation du logiciel de tracé de rayons ASAP) :

$$TIS_{particulaire} = 10^{-2} \frac{2\pi\, b}{T} \left(\frac{1-\beta_p^{2+m}}{2+m} \right) \qquad (V\text{-}150)$$

où T est la transmission de l'optique :

$$T = 1 - ppm \qquad (V\text{-}151)$$

Le Tableau V-8 présente le pourcentage de flux de l'étoile diffusé pour plusieurs angles d'incidence θ_i et plusieurs degrés de contamination surfacique du miroir (minimale : ppm=300 ; moyenne : ppm=1000 ; maximale : ppm=5000).

Angle d'incidence θ_i (degré)		0	15	30	45	60	75	90
TIS (%)	ppm=300	0.0572	0.0565	0.0543	0.0506	0.0451	0.0375	0.0303
	ppm=1000	0.1908	0.1884	0.1811	0.1686	0.1504	0.1249	0.1010
	ppm=5000	0.9592	0.9421	0.9055	0.8431	0.7518	0.6246	0.5051

Tableau V-8 - Valeurs du TIS (équation (V-150)) suivant l'angle d'incidence θ_i et pour trois degrés de contamination de la surface du miroir (ppm=300, ppm=1000 et ppm=5000)

Plus la contamination de la surface du miroir est élevée, plus la part d'énergie de l'étoile diffusée est importante. Pour une contamination moyenne (ppm=1000, cf. Tableau V-8), 0.2% environ du flux de l'étoile est diffusé.

La surface, considérée par le modèle de Harvey (équations (V-148) et (V-150)), est infinitésimale. Ainsi la part totale d'énergie diffusée par un miroir nécessite une intégration spatiale supplémentaire, différente suivant la courbure du miroir :

- si le miroir est plan, l'angle d'incidence θ_i est constant sur toute sa surface. Alors l'intégrale spatiale est un coefficient multiplicatif
- si le miroir est courbe, θ_i varie spatialement. Alors l'intégrale spatiale dépend de la courbure particulière du miroir

V.6.2. Diffusion dans le train de miroirs de la flottille de satellites

La première diffusion est induite par le miroir primaire des télescopes. Les miroirs plus en aval dans le train optique tiennent deux rôles :

- le rôle de diaphragme : à chaque miroir, seule la lumière qui atteint la surface du miroir continue de se propager dans le train optique
- le rôle de diffuseur : à chaque miroir, une partie de l'énergie de l'étoile est à nouveau diffusée par les impuretés du miroir

A chaque réflexion, la contribution du rayonnement diffusé est à la fois réduite (rôle de diaphragme), et cumulée à la diffusion d'une nouvelle part de l'énergie collectée de l'étoile (rôle de diffusion). Néanmoins la majorité de l'énergie diffusée reste distribuée au voisinage angulaire de la direction de propagation (direction du spéculaire), le rôle de diaphragme semble donc négligeable. La part d'énergie diffusée est donc augmentée à chaque réflexion par effet de cumul.

Dans le cas de la mission Darwin, il est important de noter que la contamination des miroirs est différente suivant le satellite considéré :

- un « flyer » (cf. chapitre III et ESA 2000), portant un télescope, est ouvert et expose ainsi fortement les optiques à la contamination induite au moment du lancement et par les propulseurs. Cette pollution est tout de même réduite par la présence de « baffle »
- le « hub », regroupant le traitement des faisceaux, est clos et protège davantage les optiques de la contamination

V.6.3. Sources présentes dans le champ de vue

Toutes les étoiles présentes dans le champ de vue des télescopes sont autant de sources dont une part du flux collecté est diffusée par les miroirs. Ainsi plus le nombre d'étoiles du champ est grand, plus la diffusion est intense.
Mais cet aspect ne paraît pas contraignant dans le cas de Darwin, où le champ de vue est très faible et peut être encore réduit par le « baffle ». Ainsi la majeure partie de la lumière diffusée provient de l'étoile pointée par l'instrument.

V.7. Transmission énergétique de la cascade : étoile et planète

Le but principal du mode coronographique de Darwin est d'éteindre l'étoile, mais il est aussi essentiel de transmettre l'énergie de la planète extra-solaire. Ce chapitre quantifie la transmission « planétaire » maximale accessible de la cascade, en étudiant

- ses dégradations causées par la position hors-axe de la planète sur le ciel (chapitre V.7.1), les réflexions de Fresnel (chapitre V.7.2) et le chromatisme des lames séparatrices (chapitre V.7.3). L'extinction de l'étoile est aussi considéré dans ces cas
- la recombinaison des quatre voies de sortie de la cascade afin de rassembler, sur toute la bande 6 – 18 μm (chapitre V.7.4) ou en mode dichroïque (chapitre V.7.5), toute l'énergie de la planète dans une seule voie d'exploitation. Cette étude est reprise dans le cas d'une modulation interne réalisée entre deux interféromètres (chapitre V.7.7)

V.7.1. Transmission énergétique maximale pour la planète

L'étoile, placée sur l'axe de l'interféromètre, est éteinte par interférence destructive, par introduction d'un déphasage de π achromatique sur deux des quatre voies interférométriques recombinées.

Dès que la source n'est plus sur l'axe de l'interféromètre, son rayonnement n'est plus totalement rejeté, car la distance angulaire la séparant du centre du champ introduit un déphasage supplémentaire. La source parcourt ainsi la carte de transmission jusqu'à atteindre le maximum de transmission (frange brillante). Le déphasage supplémentaire introduit est alors de π. Les déphasages achromatiques de π introduits entre les voies interférométriques sont totalement compensés et l'interférence devient donc constructive.

Dans le cas idéal où la frange brillante est parfaitement placée sur la planète, il est intéressant de déterminer sa transmission énergétique à travers la cascade. Je définis la transmission énergétique de la planète comme le rapport de l'énergie canalisée par les interférences constructives et l'énergie totale injectée dans la cascade :

$$T_{planète} = \frac{E_{canalisée}}{E_{injectée}} \qquad (V\text{-}152)$$

Notons que ce formalisme est similaire à celui qui a conduit à définir l'expression du taux d'extinction (cf. chapitre V.1).

La quantité $E_{canalisée}$ représente l'énergie véhiculée dans une seule des quatre voies de sortie de la cascade (au mieux un quart de l'énergie totale collectée par l'interféromètre). Le système optique, qui permet de rassembler toute l'énergie « planétaire » dans une seule voie d'exploitation, est décrit dans les chapitres IV.3, V.7.4 et V.7.5. Dans ce cas, la transmission énergétique pour la planète devient

$$T_{planète\ totale} = 4\, T_{planète} \qquad (V\text{-}153)$$

L'énergie totale $E_{injectée}$, somme de l'énergie collectée par les $N_{collectrice}$ télescopes, s'écrit

$$E_{injectée} = E_{collectée} = N_{collectrice}\ \pi\ R^2_{collectrice} \int_{6\ \mu m}^{18\ \mu m} F_*(\lambda)\, d\lambda \qquad (V\text{-}154)$$

où $N_{collectrice}$ et $R_{collectrice}$ sont respectivement le nombre et le rayon des pupilles collectrices de l'interféromètre, $F_*(\lambda)$ le flux reçu de l'étoile à la longueur d'onde λ.
Supposant que la frange brillante est parfaitement positionnée sur la planète, les champs a, b, c et d, issus des télescopes, interfèrent constructivement. Alors l'amplitude résultant de la recombinaison, réalisée par la cascade de CIA, s'écrit :

$$\Psi_{recombin}(\vec{r},\lambda) = r^2 t^2 \left[\psi_a(\vec{r},\lambda) + \psi_b(-\vec{r},\lambda) + \psi_c(-\vec{r},\lambda) + \psi_d(\vec{r},\lambda) \right] \qquad (V\text{-}155)$$

où r et t sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude des deux lames séparatrices.

Les ondes b et c passent une seule fois par une voie œil de chat, c'est pourquoi leurs amplitudes complexes respectives sont de dépendance en -**r**, due au retournement de 180°

des pupilles. Cette rotation change les coordonnées polaires (r,θ) en (r,θ+π). La transmission pour un canal de sortie s'écrit donc :

$$T_{planète} = \frac{R^2 T^2}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\theta) + \psi_b(r,\theta+\pi) + \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta) \right|^2 r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}156)$$

où r et θ sont les coordonnées respectivement radiale et angulaire dans la section de faisceau et R et T respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour l'intensité des deux lames séparatrices.

La planète, hors-axe et superposée à la frange brillante, est à une distance angulaire $\alpha_{optimal}$ du centre du champ de l'instrument. De ce fait le front d'onde arrive sur les collecteurs basculé de $\alpha_{optimal}$. Cet angle est amplifié par la compression des faisceaux, dont le facteur de grandissement est

$$g = \frac{d}{D} \qquad (V\text{-}157)$$

où D est le diamètre des miroirs collecteurs (1.5 m) et d le diamètre des faisceaux au niveau de la recombinaison (au maximum 20 mm).

Les fronts d'onde sont donc injectés dans la cascade basculés d'un angle $\alpha_{optimal}/g$, ce qui est traduit analytiquement, à l'aide du formalisme de Zernike, par un écart de phase par rapport au front d'onde idéal :

$$\phi(r,\theta) = a_2 Z_2(r,\theta) \qquad (V\text{-}158)$$

où Z_2, polynôme de Zernike qui représente analytiquement le tilt, et a_2, son poids, s'écrivent (cf. chapitre V.4.2) :

$$Z_2(r,\theta) = \frac{r}{R_{pup}} \cos\theta \quad \text{et} \quad a_2 = \frac{2\pi}{\lambda} R_{pup} \frac{\alpha_{optimal}}{g} \qquad (V\text{-}159)$$

Alors les amplitudes complexes des ondes a, b, c et d, s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_a(r,\theta) = P(r)\, e^{i\,\phi(r,\theta)} \\ \psi_b(r,\theta+\pi) = P(r)\, e^{-i\,\phi(r,\theta)} \\ \psi_c(r,\theta+\pi) = P(r)\, e^{-i\,\phi(r,\theta)} \\ \psi_d(r,\theta) = P(r)\, e^{i\,\phi(r,\theta)} \end{cases} \qquad (V\text{-}160)$$

Et la transmission énergétique de la planète :

$$T_{planète} = \frac{4R^2 T^2}{\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} \cos^2(\phi(r,\theta)) r\, dr\, d\theta \qquad (V\text{-}161)$$

L'intégrale double se résout en utilisant deux propriétés des fonctions de Bessel (Gradshteyn et Ryzhik 2000) :

$$\int_0^{2\pi} e^{i x \cos\theta} d\theta = 2\pi J_0(x) \qquad (V\text{-}162)$$

et

$$x J_{n-1}(x) = \frac{d}{dx}\left[x J_n(x)\right] \qquad (V\text{-}163)$$

Alors finalement la transmission énergétique de la planète s'écrit :

$$T_{planète} = 2R^2T^2 \left[1 + \frac{g\lambda}{2\pi R_{pup}\,\alpha_{optimal}} J_1\left(\frac{4\pi R_{pup}}{g\lambda}\alpha_{optimal}\right)\right] \qquad (V\text{-}164)$$

L'équation (V-164) précédente montre que la part d'énergie transmise par la cascade dépend de la position $\alpha_{optimal}$ de la planète sur le ciel. En effet, dans le plan pupille de recombinaison, les quatre fronts d'onde ne sont plus coplanaires : deux fronts d'onde sont basculés de $\alpha_{optimal}/g$ et deux de $-\alpha_{optimal}/g$ (cf. Figure V-67).

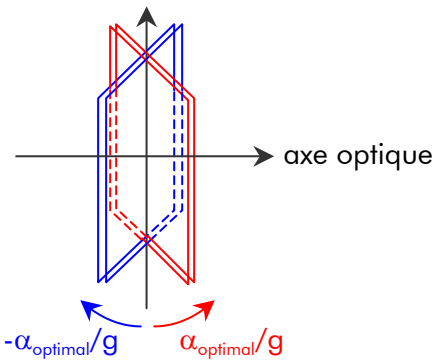


Figure V-67 - Basculement relatif des fronts d'onde, dans le plan pupille de recombinaison de la cascade de CIA, due à la position angulaire $\alpha_{optimal}$ de la planète sur le ciel : deux fronts d'onde sont basculés de $\alpha_{optimal}$ et deux de $-\alpha_{optimal}$

Selon l'équation (V-164), la transmission est donc maximale pour $\alpha_{optimal}=0$ ce qui n'est pas physiquement réaliste, car la planète et la frange brillante seraient alors sur l'axe de l'instrument… Il existe donc une valeur minimale de $\alpha_{optimal}$ qui dépend du type d'étoile observée. Dans le cas d'un système Soleil-Terre éloigné au maximum de 25 pc, $\alpha_{minimale}$ est de 0.04 arcsec environ.

La Figure V-68 illustre la variation de la transmission $T_{planète\ totale}$ (équations (V-153) et (V-164)) suivant la position angulaire $\alpha_{optimal}$ sur le ciel de la planète parfaitement superposée à la frange brillante. La zone hachurée correspond au cas physiquement non réaliste, c'est-à-dire à des valeurs de $\alpha_{optimal}$ trop petites. La longueur d'onde considérée est 6 µm (borne inférieure de la bande spectrale de Darwin), afin de représenter le cas le plus sévère.

Pour un système Soleil-Terre distant de nous de 10 pc, la séparation angulaire sur le ciel est alors d'environ 0.1 arcsec. A ce chiffre correspond la transmission énergétique maximale de la planète qui, selon le graphe de la Figure V-68, est d'**environ 96.5 %**.

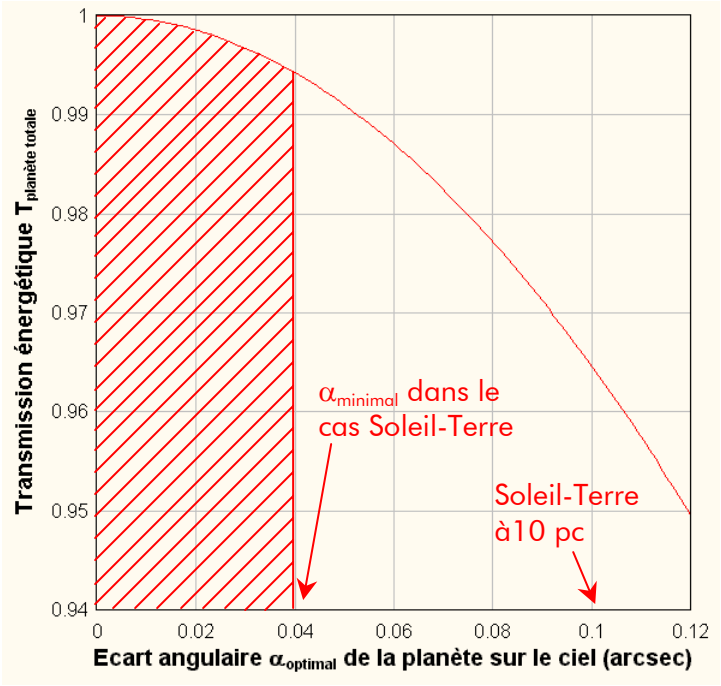


Figure V-68 - Variation de la transmission $T_{planète\ totale}$ suivant la position angulaire $\alpha_{optimal}$ sur le ciel de la planète parfaitement superposée à la frange brillante, à la longueur d'onde 6 µm. La zone hachurée correspond au cas physiquement non réaliste correspondant à des valeurs de $\alpha_{optimal}$ trop petites. La valeur minimale $\alpha_{minimal}$ physiquement acceptable est indiquée dans le cas d'un système Soleil-Terre, ainsi que la valeur de $\alpha_{optimal}$ pour un tel système distant de nous de 10 pc

Cette étude a été faite dans l'hypothèse où la frange brillante est parfaitement placée sur la planète, ce qui n'est en réalité possible qu'à une longueur d'onde donnée, car la carte de transmission est chromatique.
La transmission énergétique calculée par cette méthode doit donc être affectée, à une longueur d'onde donnée, d'une dégradation supplémentaire fixée par le déplacement de la frange brillante de la position de la planète.

V.7.2. Réduction de la transmission par les réflexions de Fresnel

Dans le cas de la cascade les pertes énergétiques sont occasionnées par :

- l'absorption à la réflexion sur les miroirs
- les réflexions de Fresnel sur les faces des cubes séparateurs
- l'absorption du matériau constituant les cubes séparateurs

Devant l'incertitude actuelle sur le choix du matériau dans l'infrarouge thermique, je suppose que celui-ci n'est pas absorbant.

Dans un premier temps je présenterai les coefficients des réflexions de Fresnel, qui expriment la part d'énergie réfléchie et transmise à l'interface air/matière. Dans un deuxième temps, je calculerai l'extinction de l'étoile et la transmission énergétique pour la planète, réalisées par la cascade, suivant la valeur de l'indice de réfraction.
L'architecture de la cascade et les notations, considérées dans cette étude, sont présentées dans le chapitre V.1. La cascade est exempte de tout défaut et l'injection des faisceaux est perpendiculaire à la face d'entrée. Ainsi les longueurs des quatre chemins optiques sont

identiques, égales à L (équation (V-165)), et n'interviennent donc pas dans le calcul de l'extinction l'étoile et de la transmission énergétique de la planète.

$$L = 2\left(2nL_{cube} + L_{bras}\right) + s \qquad (V\text{-}165)$$

où L_{cube} est la longueur des côtés des cubes séparateurs, L_{bras} la longueur du trajet optique parcouru dans les bras œil de chat ou plan-plan-plan et s la distance séparant les deux CIA (cf. chapitre V.1).

Les réflexions de Fresnel

Une onde se propage du milieu d'indice n_1 vers celui d'indice n_2. les formules de Fresnel concernent les deux états de polarisation s et p, respectivement perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence. Les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ pour l'amplitude des composantes s et p à l'interface sont (Born et Wolf 1998) :

$$\begin{cases} \rho_{p\ Fresnel} = \dfrac{\tan\left(\theta_i - \theta_t\right)}{\tan\left(\theta_i + \theta_t\right)} \quad et \quad \rho_{s\ Fresnel} = -\dfrac{\sin\left(\theta_i - \theta_t\right)}{\sin\left(\theta_i + \theta_t\right)} \\ \tau_{p\ Fresnel} = \dfrac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin\left(\theta_i - \theta_t\right)\cos\left(\theta_i - \theta_t\right)} \quad et \quad \tau_{s\ Fresnel} = \dfrac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin\left(\theta_i + \theta_t\right)} \end{cases} \qquad (V\text{-}166)$$

où θ_i et θ_t sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction à l'interface. Lorsque θ_i et θ_t sont faibles, on peut écrire (relation de Snell-Descartes) :

$$n_1\theta_i = n_2\theta_t \qquad (V\text{-}167)$$

Alors les équations de Fresnel en (V-166) deviennent :

$$\begin{cases} \rho_{\ Fresnel} = \rho_{p\ Fresnel} = \rho_{s\ Fresnel} = -\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \\ \tau_{\ Fresnel} = \tau_{p\ Fresnel} = \tau_{s\ Fresnel} = \dfrac{2n_1}{n_2 + n_1} \end{cases} \qquad (V\text{-}168)$$

Or $\left|\rho_{\ Fresnel}\right|^2 + \left|\tau_{\ Fresnel}\right|^2 \neq 1$, car l'onde incidente et l'onde transmise n'ont pas la même vitesse de phase. Ainsi $\left|\tau_{\ Fresnel}\right|^2 \neq T_{\ Fresnel}$, où $T_{Fresnel}$ est le coefficient de transmission pour l'intensité à l'interface air/matière (Born et Wolf 1998, Pérez 2000).

Afin de respecter la loi de conservation de l'énergie, je déduis les coefficients pour l'amplitude ρ et τ des coefficients pour l'intensité $R_{Fresnel}$ et $T_{Fresnel}$. L'intensité I d'une onde lumineuse, dont l'amplitude complexe est notée ψ et se propageant dans un milieu d'indice n_{milieu}, est

$$I = n_{milieu}\left|\Psi\right|^2 \qquad (V\text{-}169)$$

Alors $R_{Fresnel}$ et $T_{Fresnel}$ s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{Fresnel} = \dfrac{n_1 \left|\Psi_{onde\ réfléchie}\right|^2}{n_1 \left|\Psi_{onde\ incidente}\right|^2} = \left|\rho_{Fresnel}\right|^2 \\ T_{Fresnel} = \dfrac{n_2 \left|\Psi_{onde\ transmise}\right|^2}{n_1 \left|\Psi_{onde\ incidente}\right|^2} = \dfrac{n_2}{n_1}\left|\tau_{Fresnel}\right|^2 \end{cases} \qquad (V\text{-}170)$$

Réflexions de Fresnel considérées dans la cascade

Les faisceaux traversent des interfaces air/verre et verre/air, de coefficients de transmission respectifs τ et τ' pour l'amplitude (cf. Figure V-69) :

$$\begin{cases} \tau = \sqrt{n_{verre}}\,\dfrac{2}{n_{verre}+1} \\ \tau' = \dfrac{1}{\sqrt{n_{verre}}}\,\dfrac{2\,n_{verre}}{1+n_{verre}} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \left|\tau\right|^2 = \left|\tau'\right|^2 = \frac{4\,n_{verre}}{\left(n_{verre}+1\right)^2} \qquad (V\text{-}171)$$

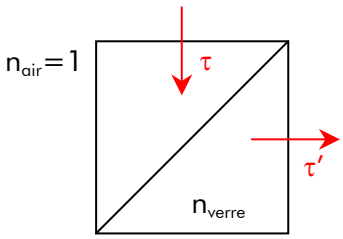


Figure V-69 - Illustration des coefficients de transmission respectifs τ et τ' pour l'amplitude respectivement aux interfaces air/verre et verre/air dans un cube séparateur

Extinction de l'étoile

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des champs a, b, c et d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2 T^2}{4\pi\,R_{pup}^2} \int_0^{2\pi}\int_0^{R_{pup}} \left|\psi_a(r,\theta) - \psi_b(r,\theta+\pi) - \psi_c(r,\theta+\pi) + \psi_d(r,\theta)\right|^2 r\,dr\,d\theta \qquad (V\text{-}172)$$

En considérant l'égalité $\left|\tau\right|^2 = \left|\tau'\right|^2$ et en tenant compte du coefficient de réflexion pour l'intensité $R_{miroirs}$ des miroirs des bras, le taux d'extinction de l'étoile s'écrit :

$$Ext_{étoile}\left(n_{verre}\right) = \left|\tau\right|^{16} R_{miroirs}^6\ Ext_{\lambda=6\mu m} \qquad (V\text{-}173)$$

Dans le cas idéal où les télescopes pointent dans la même direction et où les longueurs des différentes voies interférométriques sont égales, les quatre amplitudes complexes ψ_k sont identiques. Alors

$$Ext_{étoile}(n_{verre}) = 0 \qquad (V\text{-}174)$$

Quelque soit le matériau composant les deux cubes séparateurs, l'interférence destructive n'est pas affectée.

Transmission énergétique pour la planète

La transmission énergétique pour la planète est définie dans le chapitre V.7.1 (équation (V-156)) et s'écrit, en tenant compte des coefficients τ, τ' et $R_{miroirs}$:

$$T_{planète} = \frac{R^2 T^2 |\tau|^{16} R_{miroirs}^6}{4\pi R_{pup}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{pup}} |\psi_a + \psi_b + \psi_c + \psi_d|^2 r\, dr\, d\alpha \qquad (V\text{-}175)$$

Les amplitudes complexes ψ_k étant identiques, l'équation (V-175) devient :

$$T_{planète}(n_{verre}) = 4R^2 T^2 |\tau|^{16} R_{miroirs}^6 \qquad (V\text{-}176)$$

La quantité $T_{planète}$ quantifie l'énergie véhiculée dans une seule des quatre voies de sortie de la cascade (au mieux un quart de l'énergie totale collectée par l'interféromètre). Le système optique, qui permet de rassembler toute l'énergie « planétaire » dans une seule voie d'exploitation, est décrit dans les chapitres IV.3, V.7.4 et V.7.5. Dans ce cas, la transmission énergétique pour la planète devient

$$T_{planète\ totale}(n_{verre}) = 4\ T_{planète}(n_{verre}) \qquad (V\text{-}177)$$

soit

$$T_{planète\ totale}(n_{verre}) = (4RT)^2 |\tau|^{16} R_{miroirs}^6 \qquad (V\text{-}178)$$

La Figure V-70 présente la variation de $T_{planète\ totale}$ (équation précédente) suivant la valeur de l'indice de réfraction du matériau. La courbe en rouge reflète le cas idéal où la réflexion des miroirs est totale ($R_{miroirs}=1$). La courbe en vert concerne le cas d'un dépôt d'or ($R_{miroirs}=0.987$ dans l'infrarouge thermique, American Institute of Physics 1972 et valeur calculée dans le chapitre V.4.5), souvent choisi en optique pour sa réflexion très élevée.

Afin de minimiser les pertes par réflexion sur les faces externes des deux cubes séparateurs de la cascade, il est préférable de choisir des matériaux d'indice faible. Néanmoins certains d'entre eux comme le MgF_2, sont biréfringents. Une étude sur les pertes de l'extinction dues à la biréfringence est présentée dans le chapitre V.4.6.
La valeur de l'indice de réfraction d'un matériau ne doit pas être le seul critère de sélection. Outre la biréfringence, certains sont hygroscopiques (KCl par exemple) ou très difficiles à tailler.
Deux solutions permettent d'accroître la transmissions aux interfaces air/verre :

- les multi-couches. Mais cette technique introduit des déphasages différentiels entre les voies
- les réseaux sub-lambda. Cette approche prometteuse est actuellement à l'étude et une description en est faite dans le chapitre VIII.2

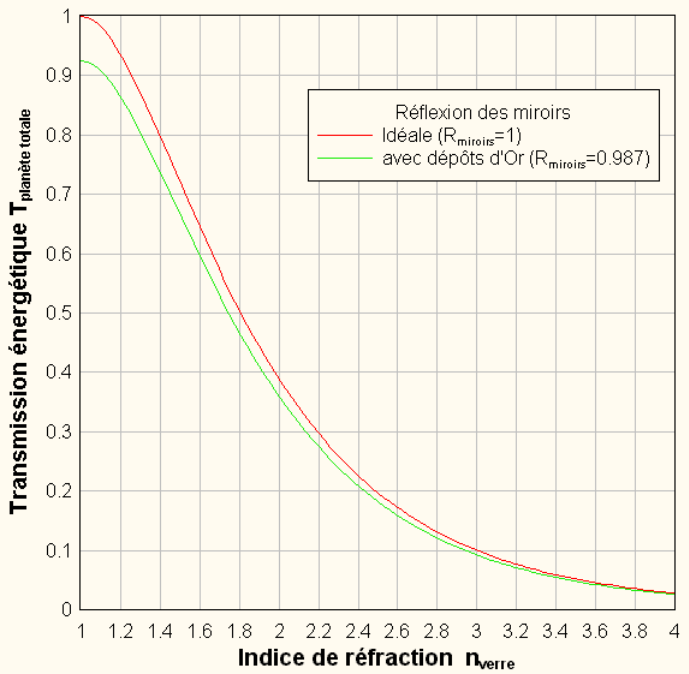


Figure V-70 - Variation de l'énergie transmise $T_{planète\ totale}$ suivant la valeur de l'indice de réfraction n_{verre} du matériau. La courbe en rouge reflète le cas idéal où la réflexion des miroirs est totale ($R_{miroirs}=1$). La courbe en vert concerne le cas d'un dépôt d'or ($R_{miroirs}=0.987$)

V.7.3. Chromatisme des lames séparatrices

Un composant vital de la cascade de CIA est le cube séparateur. Sa présence induit une division énergétique d'un faisceau incident, caractérisée par des coefficients pour l'intensité de réflexion R et de transmission T. Idéalement R et T sont égaux et valent ½. En réalité, leurs valeurs sont susceptibles de varier sur la bande spectrale large de Darwin (6 – 18 µm).
Ce chapitre étudie les effets, sur l'extinction de l'étoile et sur la transmission énergétique pour la planète, d'un déséquilibre chromatique des coefficients R et T des deux lames séparatrices de la cascade.
A cette fin, je suppose que la cascade est exempte de tout défaut géométrique. Ainsi les trajets parcourus par les faisceaux (cf. chapitre V.1) sont tous de longueur L :

$$L = 2\left(2nL_{cube} + L_{bras}\right) + s \qquad (V\text{-}179)$$

où L_{cube} est la longueur des côtés des cubes séparateurs, L_{bras} la longueur du trajet optique parcouru dans les bras œil de chat ou plan-plan-plan et s la distance séparant les deux CIA (cf. chapitre V.2.2).

Extinction de l'étoile

Les définitions des pupilles, des trajets suivis dans la cascade et du taux d'extinction sont détaillées dans le chapitre V.1. L'expression du taux d'extinction, résultant de la recombinaison des amplitudes complexes ψ_a, ψ_b, ψ_c et ψ_d, est :

$$Ext_{\lambda=6\mu m} = \frac{R^2T^2}{4\pi R_{pup}^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{R_{pup}} \left| \psi_a(r,\alpha) - \psi_b(r,\alpha+\pi) - \psi_c(r,\alpha+\pi) + \psi_d(r,\alpha) \right|^2 r\,dr\,d\theta \qquad (V\text{-}180)$$

Sur large bande spectrale, l'équation précédente se réécrit :

$$Ext(\lambda) = \frac{R^2(\lambda)T^2(\lambda)}{4\pi R_{pup}^2}\iint_{pupille}^{surface} \left| \psi_a(\vec{r}) - \psi_b(-\vec{r}) - \psi_c(-\vec{r}) + \psi_d(\vec{r}) \right|^2 d\vec{r} \qquad (V\text{-}181)$$

Dans le cas idéal où les télescopes pointent dans la même direction et où les longueurs des différentes voies interférométriques sont égales, les quatre amplitudes complexes ψ_k sont identiques. Alors l'extinction est parfaite sur toute la bande spectrale 6 – 18 µm, quel que soit le déséquilibre entre les coefficients R et T des lames séparatrices.

Transmission énergétique pour la planète

La transmission énergétique pour la planète est définie dans le chapitre V.7.1 (équation (V-156)) et s'écrit, sur large bande spectrale :

$$T_{planète}(\lambda) = R^2(\lambda)T^2(\lambda)\iint_{pupille}^{surface} \left| \psi_a + \psi_b + \psi_c + \psi_d \right|^2 d\vec{r} \qquad (V\text{-}182)$$

Les quatre fronts d'onde étant identiques, la transmission énergétique est donc

$$T_{planète}(\lambda) = 4\,R^2(\lambda)\left[1 - R(\lambda)\right]^2 \qquad (V\text{-}183)$$

L'expression précédente représente la part d'énergie de la planète contenue dans chacune des quatre voies de sortie de la cascade. Le système optique, décrit dans les chapitres IV.3, V.7.4 et V.7.5, permet de canaliser cette énergie dans une seule voie d'exploitation. La transmission totale devient donc :

$$T_{planète\ totale}(n) = 4\,T_{planète}(n) \qquad (V\text{-}184)$$

soit

$$T_{planète\ totale}(\lambda) = \left\{4\,R(\lambda)\left[1 - R(\lambda)\right]\right\}^2 \qquad (V\text{-}185)$$

L'expression du coefficient R(λ) d'une lame, d'épaisseur e et d'indice relatif n (rapport entre l'indice $n_{séparatrice}$ de la séparatrice et l'indice n_{verre} du verre composant le cube séparateur) est issue de la somme des réflexions successives internes à la lame (Figure V-71).

Ainsi, dans le chapitre V.7.4, j'ai écrit les expressions du coefficient de réflexion r en amplitude d'une lame pour les deux états de polarisation s et p, respectivement perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence :

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{2\rho_s}{1-\rho_s^2\,e^{-i\varphi}}\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)\ e^{i\frac{\pi}{2}}\,e^{-i\,\Phi} \\ r_p = \dfrac{2\rho_p}{1-\rho_p^2\,e^{-i\varphi}}\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)\ e^{i\frac{\pi}{2}}\,e^{-i\,\Phi} \end{cases} \qquad (V\text{-}186)$$

où

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}\left[n\, e \cos\theta_r - \frac{e}{2}\frac{\cos(2\theta_i)}{\cos\theta_i} \right] \qquad (V\text{-}187)$$

et

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} n\, e \cos\theta_r \qquad (V\text{-}188)$$

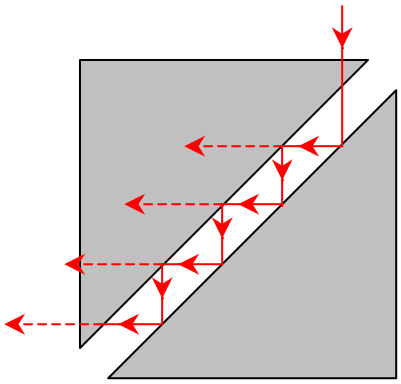


Figure V-71 - Réflexions successives internes à la lame

Les coefficients de réflexion ρ_p et ρ_s sont donnés par les formules de Fresnel (Born et Wolf 1998) :

$$\rho_p = -\frac{\tan(\theta_i - \theta_r)}{\tan(\theta_i + \theta_r)} \quad \text{et} \quad \rho_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_r)}{\sin(\theta_i + \theta_r)} \qquad (V\text{-}189)$$

Les angles θ_i et θ_r sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction de l'onde arrivant sur la lame. Dans le cas du cube séparateur :

$$\begin{cases} \theta_i = 45° \\ \theta_r = \arcsin\left(\dfrac{1}{n\sqrt{2}}\right) \quad (Snell - Descartes) \end{cases} \qquad (V\text{-}190)$$

Suivant l'équation (V-183), une lame présente donc deux transmissions énergétiques $T_{\text{planète totale s}}$ et $T_{\text{planète totale p}}$, propre à chaque polarisation. Considérant la lumière non polarisée, je définis, à l'aide des équations (V-185), (V-186), (V-187) et (V-188), la transmission monochromatique totale $\widetilde{T}_{\text{planète totale}}$, résultant de la contribution des deux états de polarisation :

$$\widetilde{T}_{\text{planète totale}}(\lambda) = \frac{1}{2}\left(T_{\text{planète totale p}}(\lambda) + T_{\text{planète totale s}}(\lambda)\right) \qquad (V\text{-}191)$$

J'exprime aussi la transmission (équation ci-dessus) intégrée sur la bande spectrale $\Delta\lambda$ de Darwin :

$$\widetilde{T}_{\text{planète totale }\Delta\lambda} = \frac{1}{2\Delta\lambda}\int_{6\ \mu m}^{18\ \mu m}\left(T_{\text{planète totale p}}(\lambda) + T_{\text{planète totale s}}(\lambda)\right) d\lambda \qquad (V\text{-}192)$$

Comme le montrent les équations (V-186) et (V-188), les coefficients de réflexion et de transmission dépendent de l'indice de réfraction relatif n et de l'épaisseur e de la lame.
L'indice n est aussi lié à la longueur d'onde. Néanmoins à l'heure actuelle, les lois de variation de l'indice $n(\lambda)$ des matériaux dans la bande spectrale de Darwin (6 – 18 µm) sont encore mal connues. Alors, à titre d'évaluation, je considère un indice n constant et indépendant de la longueur d'onde.

La Figure V-72 représente alors la transmission énergétique intégrée $\widetilde{T}_{planète\ totale\ \Delta\lambda}$ de la lame (équation (V-190)) suivant l'indice relatif n et l'épaisseur e. Cette simulation permet de choisir la lame optimale : la transmission $\widetilde{T}_{planète\ totale\ \Delta\lambda}$ maximale obtenue est de **0.7**, ce qui correspond à une lame dont l'épaisseur est environ e ≈ 1 µm et d'indice relatif n ≈ 2.7 (cf. Figure V-72).

La variation chromatique de la transmission $\widetilde{T}_{planète\ totale}$ (équation (V-191)) de cette lame sur la bande 6 – 18 µm est représentée dans la Figure V-73. La courbe reste très proche de 1 sur la majeure partie du spectre, ce qui confère à la lame une transmission optimale.

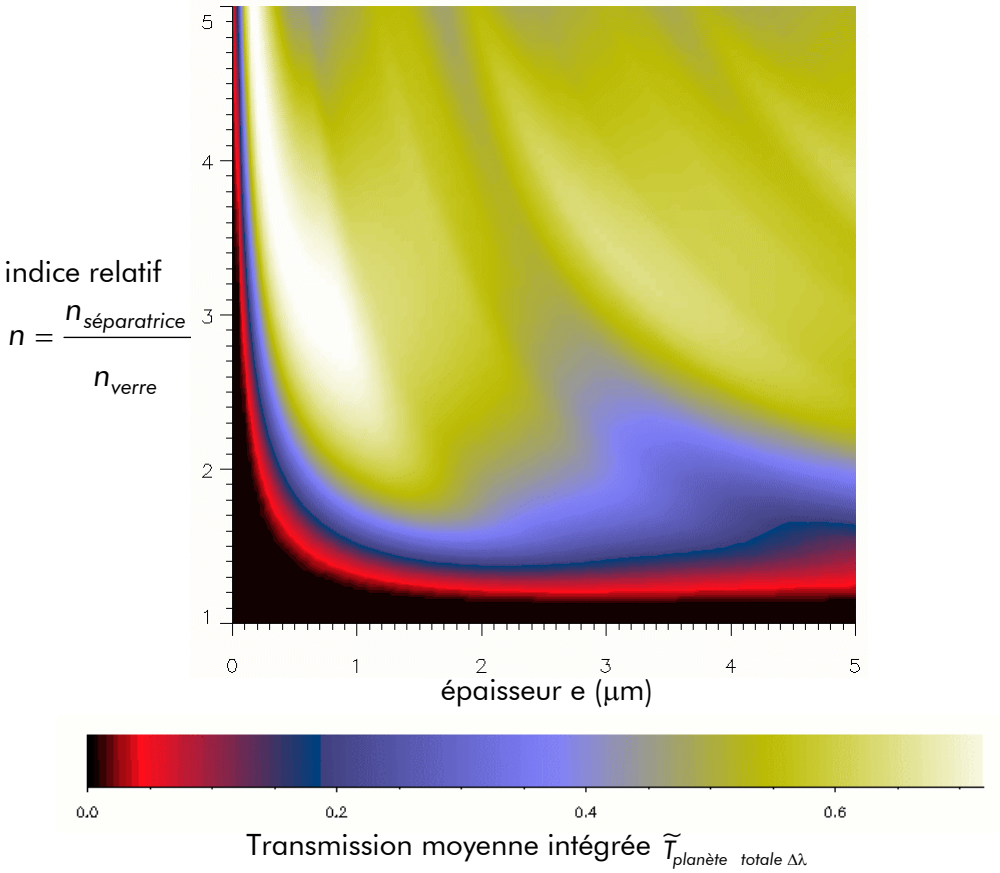


Figure V-72 - Transmission intégrée $\widetilde{T}_{planète\ totale\ \Delta\lambda}$ suivant l'indice relatif n et l'épaisseur e de la lame. La surface présente un maximum à environ 0.7 pour une épaisseur e ≈ 1µm et un indice n ≈ 2.7

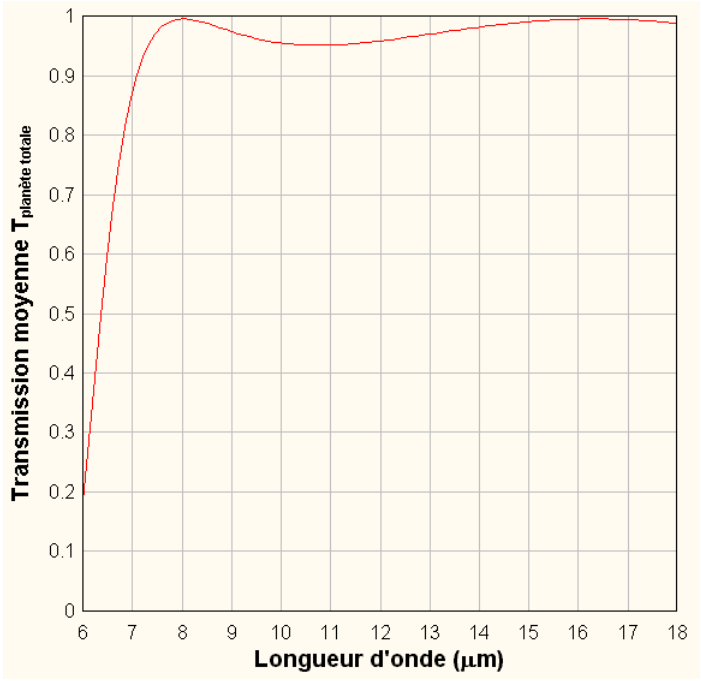


Figure V-73 – Variation de la transmission monochromatique $\widetilde{T}_{planète\ totale}$ (équation (V-191)) sur la bande spectrale 6 – 18 µm de Darwin

Pour illustration, la Figure V-74 présente la variation sur la bande spectrale 6 – 18 µm des coefficients pour l'intensité de réflexion R_{moyen} et de transmission T_{moyen} (équation (V-193)) de cette lame, résultant de la contribution des deux états de polarisation :

$$\begin{cases} R_{moyen} = \frac{1}{2}\left(R_s + R_p\right) \\ T_{moyen} = 1 - R_{moyen} \end{cases} \qquad (V\text{-}193)$$

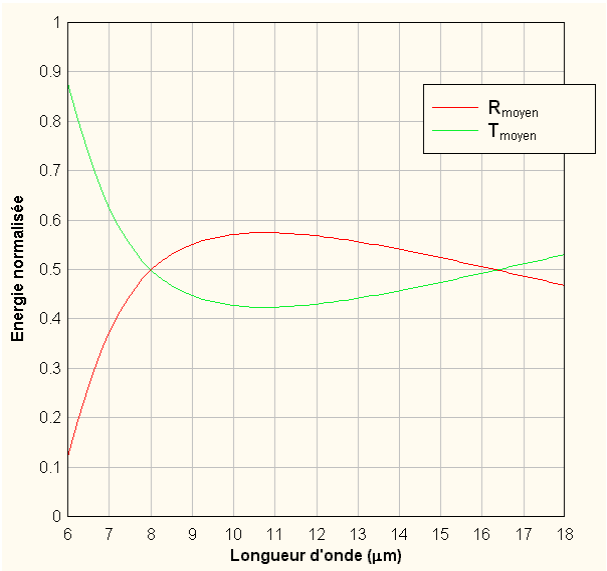


Figure V-74 - Variation des coefficients pour l'intensité de réflexion R_{moyen} et de transmission T_{moyen} (équation (V-193)) sur la bande spectrale 6 – 18 µm de Darwin

V.7.4. Recombinaison des voies de sortie de la cascade

L'énergie de la planète, répartie dans les voies de sortie de la cascade (au maximum un quart de l'énergie par voie, cf. chapitre IV), peut être rassemblée à l'aide d'un système composé de deux lames, décrit dans le chapitre IV.3, afin de disposer de tous les photons « planétaires » dans une seule voie d'exploitation.
La lame, dont une propriété est d'introduire un déphasage de $\pi/2$ entre l'onde réfléchie et l'onde transmise, permet de regrouper l'énergie transportée par deux ondes d'amplitudes complexes a et b, si l'une d'elle est préalablement déphasée de $\pi/2$ (cf. Figure V-75 à gauche). En effet dans une voie de sortie, a et b sont alors déphasées de π et interférent destructivement. Dans la seconde voie, a et b sont en phase et interférent constructivement.

Le schéma à droite de la Figure V-75 décrit schématiquement le système complet, permettant de regrouper l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie, notées A, B, C et D, de la cascade.

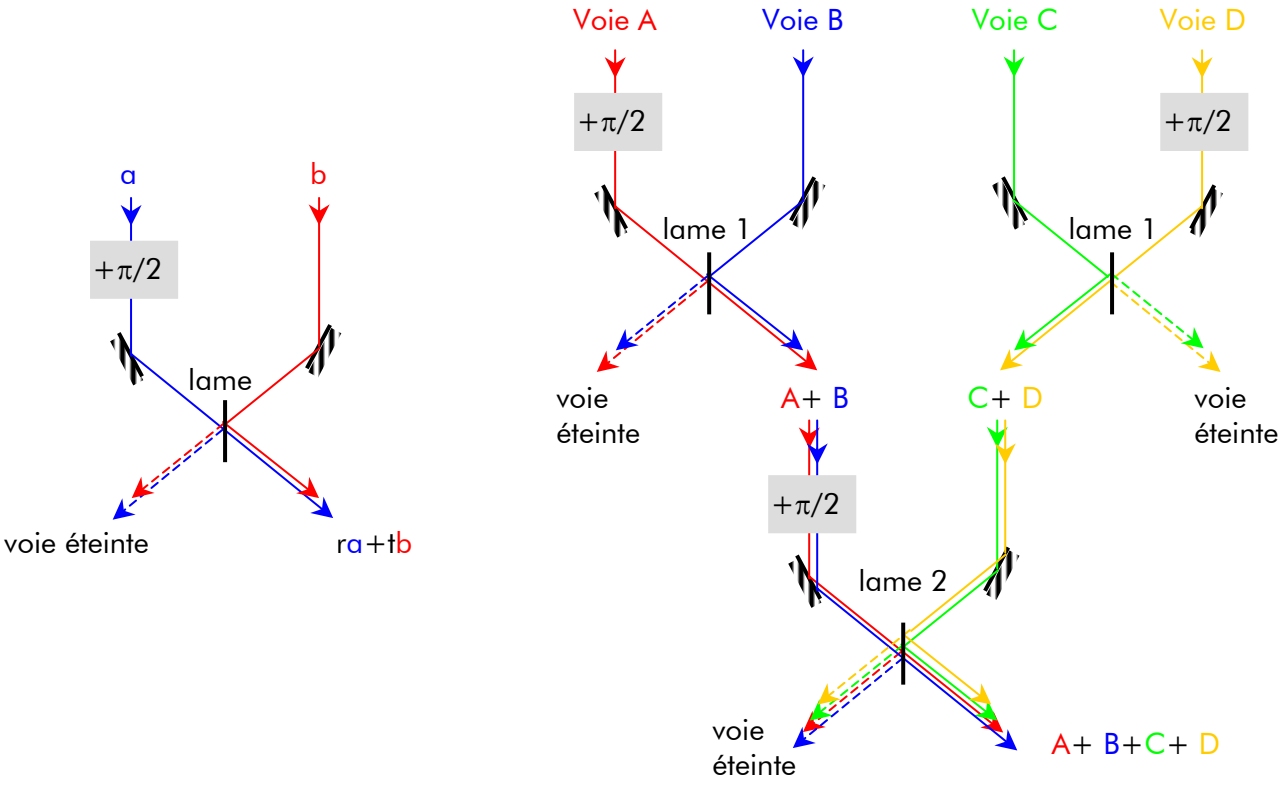


Figure V-75 – A gauche : principe de regroupement de l'énergie de deux voies dans en une voie de sortie à l'aide d'une lame. A droite : schéma de principe de regroupement de l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie A, B, C et D de la cascade dans une voie d'exploitation A+B+C+D

La description faite de ce principe est implicitement monochromatique. Il est essentiel d'étudier son application sur la bande spectrale large de Darwin (6 – 18 µm). Tout d'abord je rappellerai le formalisme liée aux ondes réfléchie et transmise par la lame. Ensuite j'étudierai le comportement chromatique du déphasage de $\pi/2$ introduit par celle-ci. Enfin j'optimiserai le regroupement des voies.

Lors des études de faisabilité de Darwin, une séparation du spectre a été envisagée dans la perspective d'un filtrage spatial des fronts d'onde par fibre monomode, dont la largeur du domaine spectrale d'utilisation est limitée.
Le chapitre suivant montrera l'exploitation du mode « dichroïque » de ce principe, grâce au comportement chromatique du déphasage de $\pi/2$: le domaine spectral peut être réparti sur deux voies distinctes sans dichroïque.

Formalisme des coefficients de réflexion et transmission d'une lame

Soit une onde, d'amplitude complexe a, incidente à une lame d'épaisseur e et d'indice de réfraction n. Les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude de chaque dioptre sont notés ρ et τ dans le sens air/matière, et ρ' et τ' dans le sens matière/air (Figure V-76). Ils sont liés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \rho = -\rho' \quad et \quad \tau = \tau' \\ \rho^2 + \tau\tau' = 1 \end{cases} \qquad (V\text{-}194)$$

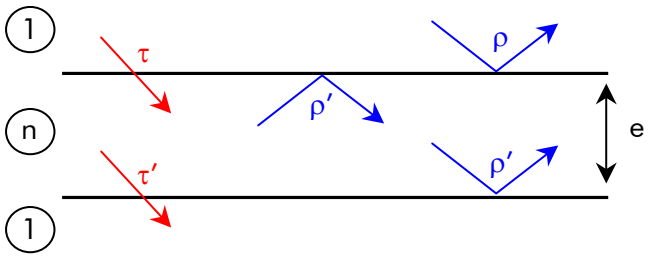


Figure V-76 - Description des paramètres de la lame mince considérés dans le formalisme

La première amplitude réfléchie par la lame est $a\rho$. Puis les réflexions internes successives (cf. Figure V-77) induisent une somme géométrique. Par suite, l'amplitude réfléchie totale s'écrit :

$$ar = a\rho + a\rho'\tau\tau' e^{-i\varphi} + a\rho'^3\tau\tau' e^{-2i\varphi} + \ldots = a\left[\rho + \tau\tau' e^{-i\varphi}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\rho'^2 e^{-i\varphi}\right)^k\right] \qquad (V\text{-}195)$$

où φ est le déphasage introduit entre deux ondes successivement réfléchies par le chemin optique parcouru lors d'une double traversée de la lame.

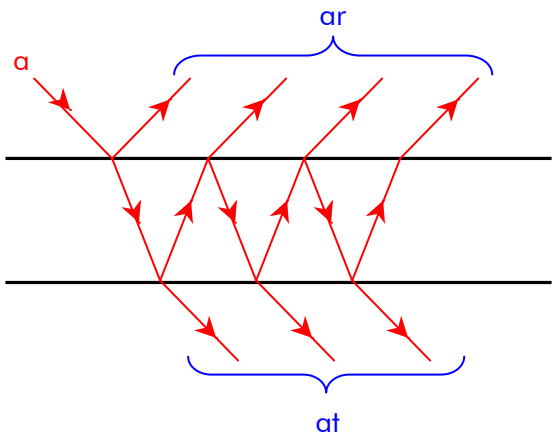


Figure V-77 - Illustration des ondes successivement réfléchies et transmises par la lame, dont les sommes respectives créent l'amplitude totale réfléchie ar et transmise at

La première onde transmise est $\alpha\tau\tau' e^{-i\frac{\varphi}{2}}$. Les réflexions internes successives (cf. Figure V-77) font apparaître la même somme géométrique :

$$at = \alpha\tau\tau' e^{-i\frac{\varphi}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\rho'^2 e^{-i\varphi}\right)^k \qquad (V\text{-}196)$$

Les équations (V-195) et (V-196) et les relations en (V-194) permettent de déduire les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude de la lame :

$$\begin{cases} r = 2i\rho e^{-i\frac{\varphi}{2}} \dfrac{\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}{1-\rho^2 e^{-i\varphi}} \\ t = e^{-i\frac{\varphi}{2}} \dfrac{1-\rho^2}{1-\rho^2 e^{-i\varphi}} \end{cases} \qquad (V\text{-}197)$$

Les deux inconnues de ces équations sont ρ et φ. Je distingue les deux états p et s de la polarisation, respectivement parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence. L'expression de ρ est donnée par les formules de Fresnel :

$$\rho_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_r)}{\tan(\theta_i + \theta_r)} \quad \text{et} \quad \rho_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_r)}{\sin(\theta_i + \theta_r)} \qquad (V\text{-}198)$$

où θ_i et θ_r sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction de l'onde sur le dioptre air/matière.

Le déphasage φ est introduit entre deux ondes successivement réfléchies ou transmises et s'écrit, selon la Figure V-78 :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left[n(IJ + JL) - IH\right] = \frac{4\pi}{\lambda} ne\cos\theta_r \qquad (V\text{-}199)$$

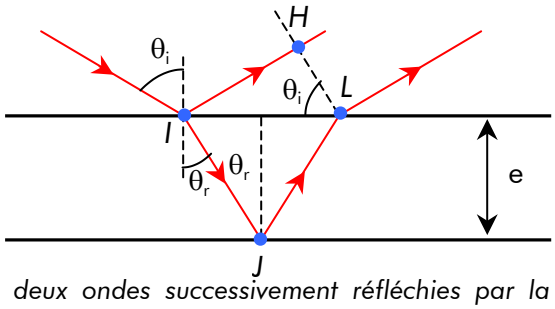


Figure V-78 - Schéma de deux ondes successivement réfléchies par la lame, l'une directement par premier dioptre, la seconde après une réflexion interne sur le second dioptre

Par souci de symétrie, le plan de référence est choisi à mi-distance des deux dioptres (Figure V-79).

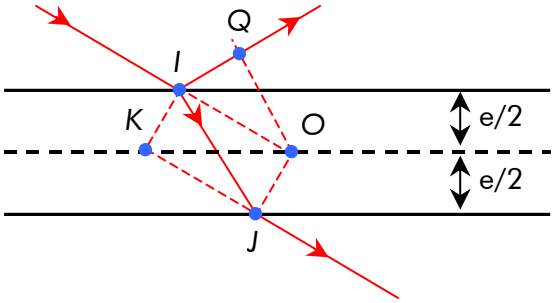


Figure V-79 – Trajets parcourus par les ondes réfléchie et transmise par la lame

Les phases Φ_r et Φ_t des nouvelles expressions des coefficients r et t (équations en (V-197)) sont :

$$\begin{cases} \Phi_r = \dfrac{\varphi}{2} + \dfrac{2\pi}{\lambda} IQ \\ \Phi_t = \dfrac{2\pi}{\lambda}(nIJ - KJ + IO) \end{cases} \qquad (V\text{-}200)$$

où, selon la Figure V-79, les distances IQ, IJ, KJ et IO s'écrivent :

$$\begin{cases} IQ = -\dfrac{e}{2}\dfrac{\cos(2\theta_i)}{\cos\theta_i} \\ IJ = \dfrac{e}{\cos\theta_r} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} KJ = e\dfrac{\cos(\theta_i - \theta_r)}{\cos\theta_r} \\ IO = \dfrac{e}{2\cos\theta_i} \end{cases} \qquad (V\text{-}201)$$

Alors en posant

$$\Phi = \Phi_r = \Phi_t = \frac{2\pi}{\lambda}\left[ne\cos\theta_r - \frac{e}{2}\frac{\cos(2\theta_i)}{\cos\theta_i}\right] \qquad (V\text{-}202)$$

Les nouvelles expressions des coefficients r et t (équations en (V-197)), d'indice s ou p suivant l'état de polarisation s ou p considéré, sont :

$$\begin{cases} r_{s,p} = \dfrac{2\rho_{s,p}}{1-\rho_{s,p}^2 e^{-i\varphi}} \sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right) e^{i\frac{\pi}{2}} e^{-i\Phi} \\ t_{s,p} = \dfrac{1-\rho_{s,p}^2}{1-\rho_{s,p}^2 e^{-i\varphi}} e^{-i\Phi} \end{cases} \qquad (V\text{-}203)$$

On remarque la présence du terme $e^{i\frac{\pi}{2}}$ dans l'expression de r, illustrant le déphasage de $\pi/2$. Dans la section suivante, celles-ci permettent d'étudier le comportement, en fonction de la longueur d'onde, du déphasage de $\pi/2$ introduit entre l'onde réfléchie et l'onde transmise.

Changement de signe du déphasage de π/2 selon la longueur d'onde

Le signe du déphasage de π/2, introduit entre l'onde réfléchie et l'onde transmise, est donné par l'argument du rapport r/t. Le déphasage dépend donc de la longueur d'onde, de l'épaisseur e et de l'indice de réfraction relatif n de la lame.
La variation du déphasage de π/2 est représentée dans la Figure V-80 suivant la longueur d'onde λ et l'épaisseur e, pour plusieurs indices n. L'angle d'incidence de l'onde sur la lame est de 15° et je considère les deux états de polarisation, donc deux coefficients de réflexion r_p et r_s et deux coefficients de transmission t_p et t_s pour l'amplitude (équations en (V-203)).

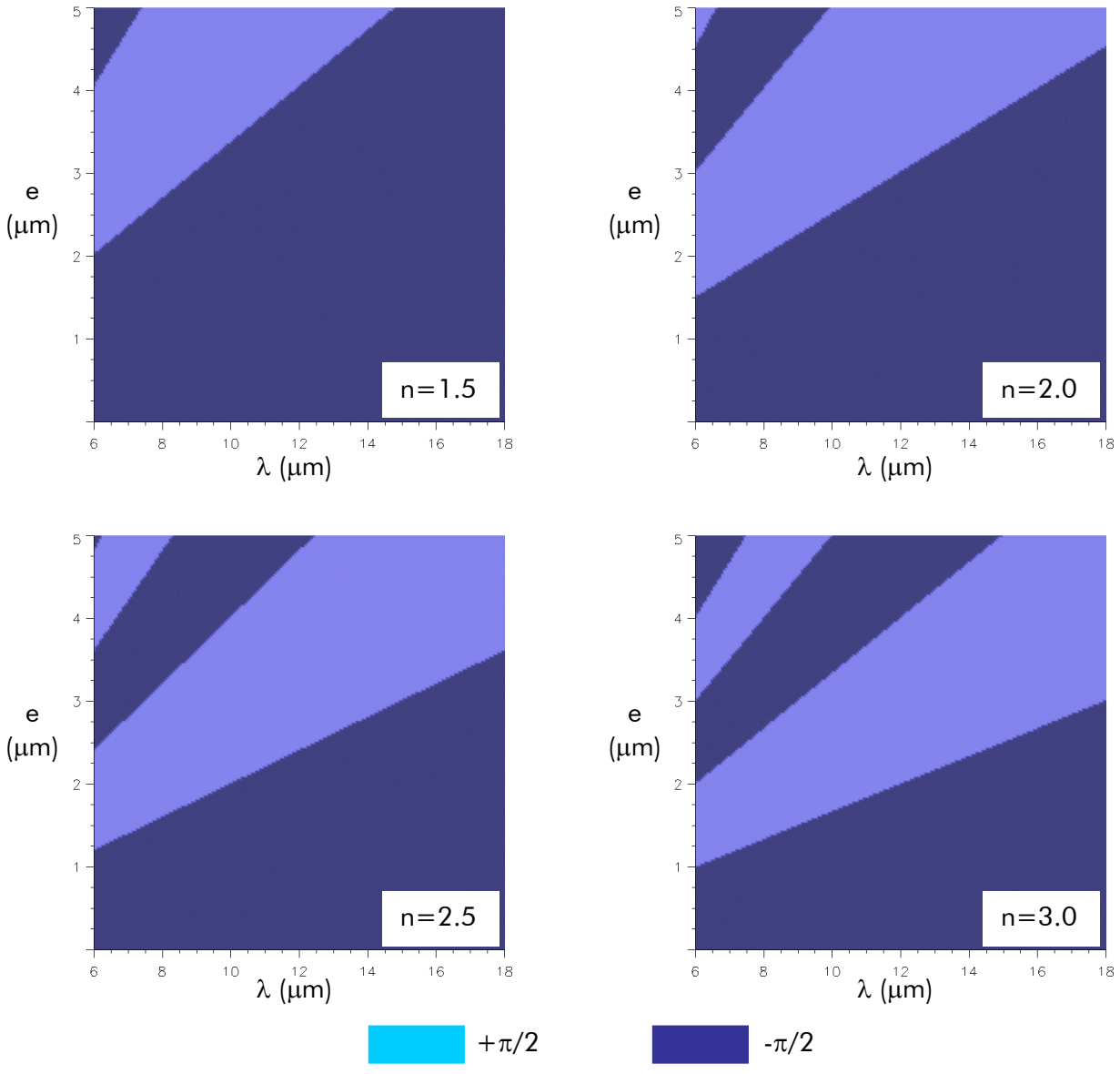


Figure V-80 - Changement du signe du déphasage de π/2 introduit par une lame entre l'onde réfléchie et l'onde transmise. Le variation est représentée suivant la longueur d'onde λ et l'épaisseur e, pour plusieurs indices relatifs n différents

Les matériaux fonctionnant dans l'infrarouge thermique sont actuellement à l'étude et les lois de variation de l'indice suivant la longueur d'onde sont encore mal connues. Par conséquent,

l'indice de réfraction considéré dans le calcul est supposé indépendant de la longueur d'onde, ce qui, dans ce domaine spectral, n'est pas substantiel pour le propos de cette partie.

Pour illustration, la Figure V-81 présente les changements successifs de signe du déphasage de $\pi/2$ suivant la longueur d'onde, pour une lame d'épaisseur e=4 µm et d'indice de réfraction relatif n=3.

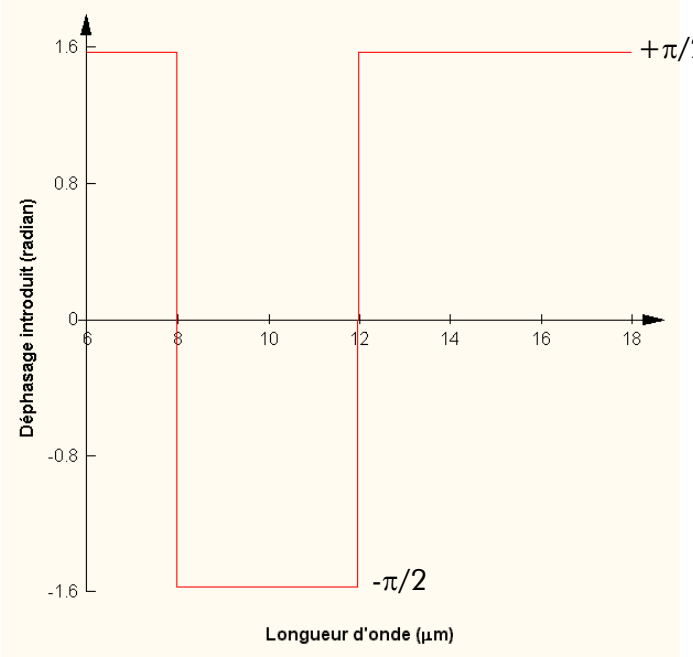


Figure V-81 – Changement du signe du déphasage de $\pi/2$, introduit par la lame entre les amplitudes réfléchie et transmise, sur l'intervalle spectral 6 – 18 µm. L'épaisseur de la lame est e=4 µm et son indice de réfraction n=3

Stabiliser le signe du déphasage de $\pi/2$, sur la bande 6 – 18 µm, exige une lame de faible épaisseur, typiquement de 1.5 à 2 µm (cf. Figure V-80). Une telle lame n'est pas concevable sans substrat, ce qui conduit à utiliser deux lames dont on ajuste les épaisseurs respectives pour parvenir à l'épaisseur fonctionnelle recherchée.

Si le signe du déphasage change à une longueur d'onde donnée, la bande spectrale est séparée. Comme nous le verrons dans le chapitre V.7.5 suivant, cet aspect peut être exploité dans le cadre d'un filtrage spatial des fronts d'onde par fibre monomode, dont la largeur du domaine spectral d'utilisation est limitée.

Regroupement des voies de sortie sur une voie et sur toute la bande spectrale

Pour diriger toute l'énergie collectée dans une seule voie, l'interférence constructive doit être réalisée sur une seule voie et **sur toute la bande spectrale.** Il est donc nécessaire que le signe du déphasage de $\pi/2$ reste le même sur tout l'intervalle 6 – 18 µm.

La variation du déphasage de $\pi/2$ a été calculée dans la section précédente suivant la longueur d'onde λ, l'indice de réfraction relatif n et l'épaisseur e de la lame. Les résultats, présentés dans la Figure V-80, montre par exemple qu'une lame d'épaisseur e=1.5 µm et d'indice n=2 convient. Cependant plusieurs autres lames introduisent un déphasage constant

sur la bande spectrale. Un critère de sélection est l'efficacité d'une lame de type Michelson, qui traduit la capacité d'une lame à transmettre l'énergie :

$$E = 4RT = 4R(1-R) \qquad (V\text{-}204)$$

où R et T sont les coefficients pour l'intensité de réflexion et de transmission de la lame.

Considérant les deux états de polarisation, je définis deux efficacités E_p et E_s :

$$E_p = 4R_p(1-R_p) \quad \text{et} \quad E_s = 4R_s(1-R_s) \qquad (V\text{-}205)$$

où

$$R_p = |r_p|^2 \quad et \quad R_s = |r_s|^2 \qquad (V\text{-}206)$$

Les coefficients pour l'amplitude r_p et r_s sont décrits en (V-203).

L'efficacité totale, résultant de la contribution des deux états de polarisation est donc :

$$E(\lambda) = \frac{1}{2}(E_p + E_s) \qquad (V\text{-}207)$$

Le critère de sélection est la maximisation de l'efficacité totale intégrée sur la bande spectrale 6 – 18 μm de largeur $\Delta\lambda$:

$$E = \frac{1}{2\Delta\lambda}\int_{6\mu m}^{18\mu m}(E_p + E_s)\,d\lambda \qquad (V\text{-}208)$$

La Figure V-82 représente la carte de l'efficacité totale intégrée suivant l'épaisseur e et l'indice de réfraction n de la lame. Le maximum (>0.987, zone de couleur blanche) est atteint pour une lame dont les caractéristiques sont :

$$\begin{cases} e \approx 1\,\mu m \\ n \approx 2.5 \end{cases} \qquad (V\text{-}209)$$

La Figure V-83 illustre la variation de l'efficacité totale dans l'intervalle 6 – 18 μm, propre à cette lame. Le déphasage de $\pi/2$ est de signe constant sur tout le spectre, toute l'énergie est bien dirigée sur une seule voie. L'efficacité reste très proche de 1 (cf. Figure V-83), la transmission énergétique est donc maximale.

Dans cette partie, j'ai montré que les quatre voies de sortie de la cascade pouvaient être théoriquement réunies dans une seule voie sur le domaine spectral de Darwin, grâce à un système optique dédié. Pour cela, les lames adéquates doivent être symétriques et de faible épaisseur (ordre du micron), ce qui rend leur conception difficile sans substrat.

Si la lame choisie ne répond pas aux exigences posées en terme d'épaisseur et d'indice, le bande spectrale est divisée. Une telle division du spectre peut être exploitée dans le cadre d'un filtrage spatial des fronts d'onde par fibre monomode, dont la largeur du domaine spectral d'utilisation est limitée.

Le chapitre V.7.6 illustre les transmissions énergétiques et les rôles alloués aux lames dans le cas de la recombinaison des voies de sortie sur toute la bande spectrale 6 – 18 μm.

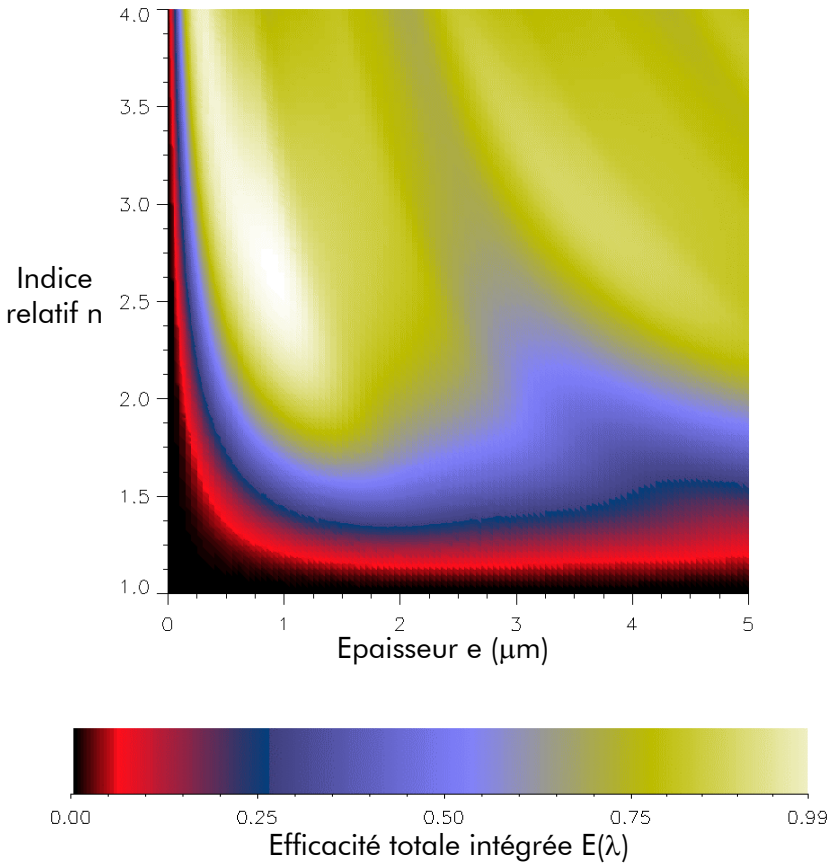


Figure V-82 – Variation de l'efficacité totale intégrée sur la bande spectrale 6 – 18 µm suivant l'épaisseur e et l'indice de réfraction relatif n de la lame

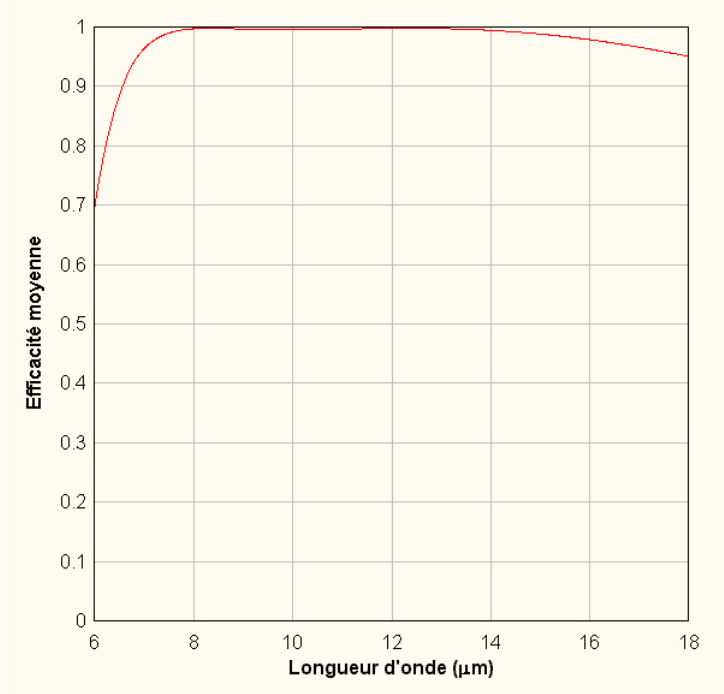


Figure V-83 - Variation de l'efficacité moyenne d'une lame, de type Michelson, d'épaisseur 1 µm et d'indice de réfraction 2.5, dans l'intervalle 6 – 18 µm

V.7.5. Recombinaison en mode dichroïque

Scinder en deux la bande spectrale de Darwin se révèle décisif dans l'utilisation d'un filtrage spatial des fronts d'onde par fibre optique. En effet de telles fibres se limitent à l'octave et se révèlent inefficaces sur un si large domaine spectral.

Le système optique décrit dans le chapitre précédent (cf. Figure V-75), permettant de rassembler les quatre voies de sortie de la cascade en une seule voie d'exploitation, peut fonctionner en « mode dichroïque » et ainsi séparer la bande spectrale 6 – 18 μm de Darwin en deux domaines. Pour cela il faut placer la transition de signe du déphasage de π/2, introduit par la seconde lame, à la longueur d'onde de séparation voulue.

Dans un premier temps j'expliquerai comment disposer le changement de signe à une longueur d'onde donnée. Dans un deuxième temps, j'analyserai les performances des lames ainsi choisies. Dans un troisième temps, je décrirai le principe de regroupement de l'énergie de la planète dans deux voies d'exploitation, allouée chacune à l'un des deux sous-domaines spectraux de la bande 6 – 18 μm de Darwin.

Comment séparer en deux le spectre en changeant le signe du déphasage de π/2 ?

Le comportement chromatique du déphasage de π/2 dépend de l'épaisseur e et de l'indice de réfraction n de la lame. Ainsi, diviser la bande spectrale 6 – 18 μm en deux domaines 6 - $\lambda_{séparation}$ et $\lambda_{séparation}$ – 18 μm revient à placer le changement de signe à la longueur d'onde $\lambda_{séparation}$ en choisissant une lame particulière.

L'exploitation de la Figure V-80 (page 170), qui illustre la transition de signe du déphasage de π/2 en fonction de λ, e et n, permet de déterminer à $\lambda_{séparation}$ donnée les épaisseurs et indices des lames adéquates.
Par exemple, je sépare la bande spectrale 6 – 18 μm de Darwin en deux intervalles 6 – 10 μm et 10 – 18 μm. Le signe du déphasage de π/2 doit donc changer à la longueur d'onde de 10 μm. Toute une série de lames convient, leurs épaisseurs décroissent quand leurs indices croissent. J'en identifie trois dont les épaisseurs et indices sont regroupés dans le Tableau V-9.

	indice de réfraction relatif n	épaisseur e (μm)
lame 1	2.5	2
lame 2	2	2.5
lame 3	1.5	3.4

Tableau V-9 – Caractéristiques de trois lames permettant de séparer en deux le domaine spectral 6 – 18 μm de Darwin à la longueur d'onde de 10 μm

Pour les trois lames, comme le montre la Figure V-84, le déphasage de π/2 est constant dans les deux intervalles et la transition de signe intervient bien à 10 μm.

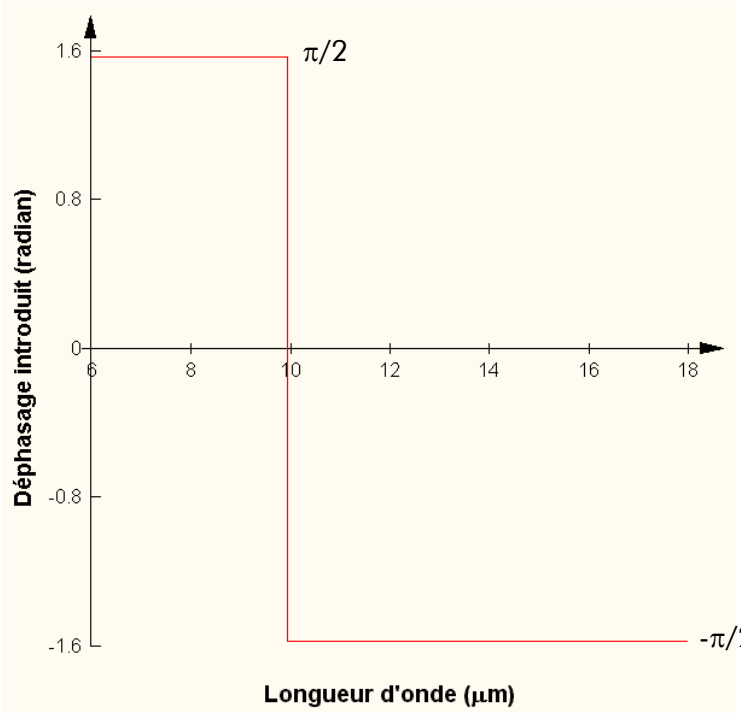


Figure V-84 – Déphasage de π/2 suivant la longueur d'onde, introduit par une lame d'épaisseur e=2 µm et un indice de réfraction relatif n=2.5. Le changement de signe apparaît à la longueur d'onde de 10 µm

Une erreur de réalisation des lames, en termes d'épaisseur ou d'indice, change la longueur d'onde de séparation de la bande spectrale 6 – 18 µm. Le domaine spectral alloué à chaque fibre est donc modifié. Or la borne inférieure de la bande spectrale d'utilisation du filtrage spatial est fixée par la longueur d'onde de coupure $\lambda_{coupure}$ de fibre employée (cf. chapitre VI). Ainsi tout front d'onde de longueur d'onde inférieure à $\lambda_{coupure}$ ne sera pas filtré.

La séparation de la bande spectrale de Darwin, les fibres employées et les tolérances de conception des lames doivent donc être définies en commun. Ce point est traité dans le chapitre VI, dédié au filtrage spatial par fibre optique.

La séparation du domaine spectral de Darwin n'est pas encore fixée. La souplesse de cette étude permet d'envisager une multitude de partitions possibles. Ainsi nous pouvons ajuster les domaines spectraux aux caractéristiques des fibres optiques qui assurent le filtrage spatial ultérieur et dont l'efficacité ne saurait dépasser de l'octave.
L'utilisation des lames en tant que dichroïque pourrait être limitée par leurs performances, par l'existence du matériau adéquat et par la possibilité de réaliser une lame d'épaisseur aussi faible (de l'ordre du micromètre).

Les performances et critères de sélection des lames

Je conserve l'exemple de la partie précédente : la bande spectrale est divisée à part égale en deux intervalles 6 – 10 µm et 10 – 18 µm. Les épaisseurs et indices de réfraction relatifs des trois lames considérés sont présentés dans le Tableau V-9. Toute autre séparation de la bande spectrale, et *a fortiori* toute autre lame, peut être étudiée de la même manière.

Le premier critère de performance est la maximisation de l'efficacité totale (4RT) de la lame, qui traduit la capacité d'une lame à transmettre l'énergie. L'efficacité totale intégrée sur

la bande spectrale 6 – 18 µm (équation (V-208)) est calculée pour les trois lames considérées et les valeurs sont regroupées dans le Tableau V-10.

	indice de réfraction n	épaisseur e (µm)	efficacité totale intégrée
lame 1	2.5	2	0.761
lame 2	2	2.5	0.613
lame 3	1.5	3.4	0.230

Tableau V-10 – Efficacité totale intégrée des trois lames permettant de séparer en deux le domaine spectral 6 – 18 µm de Darwin à la longueur d'onde de 10 µm

Ces lames présentent des efficacités très différentes. Ainsi ce critère privilégie les lames de faibles épaisseurs (lame 1).
Dans le cas d'autres lames, la Figure V-82 (p. 173) permet de visualiser la valeur de l'efficacité totale intégrée suivant l'épaisseur e et l'indice n.

La Figure V-85 présente la variation, pour les trois lames considérées, de l'efficacité totale suivant la longueur d'onde et permet d'identifier la cause des différences dans les valeurs de l'efficacité, constatée dans le Tableau V-10. Plus les décroissances et croissances sont abruptes autour de la longueur d'onde de 10 µm, relative au changement de signe du déphasage de $\pi/2$, plus l'efficacité totale intégrée est proche de 1. Ainsi la lame la plus performante est la première (courbe en rouge dans la Figure V-85), d'épaisseur 2 µm et d'indice relatif 2.5.

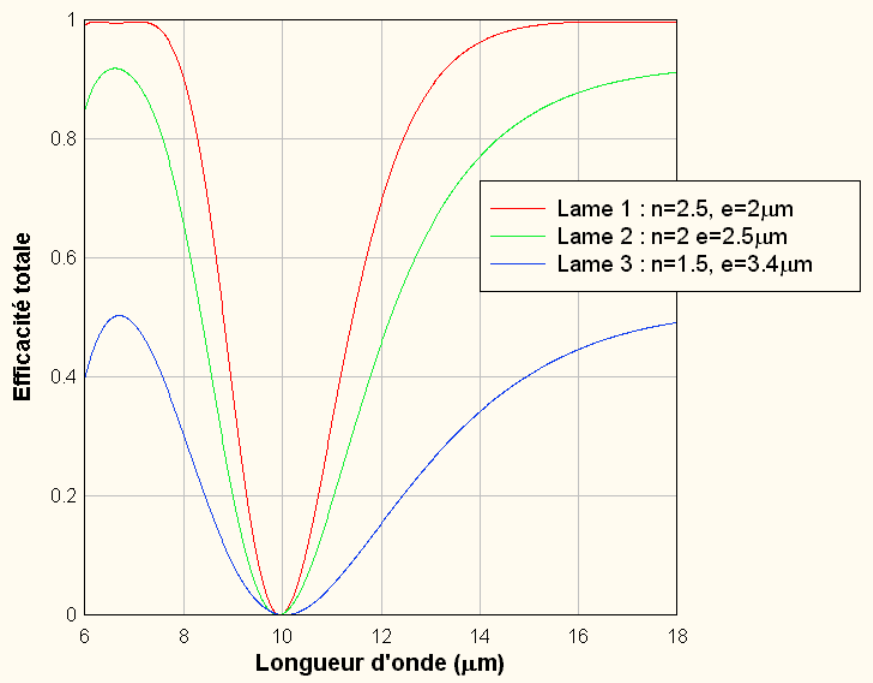


Figure V-85 – Variation de l'efficacité totale de trois lames permettant de séparer en deux le domaine spectral 6 – 18 µm de Darwin à la longueur d'onde de 10 µm

Le deuxième critère de performance est la maximisation du bilan énergétique de recombinaison, qui traduit la capacité d'une lame à « ventiler » l'énergie dans les deux sorties. Pour les états p et s de la polarisation, le bilan s'écrit :

$$B_{p,\delta} = \left| r_p + i\delta\ t_p \right|^2 \quad \text{et} \quad B_{s,\delta} = \left| r_s + i\delta\ t_s \right|^2 \qquad (V\text{-}210)$$

où r_p et t_p sont les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude de la composante parallèle et r_s et t_s ceux de la composante perpendiculaire (équations en (V-203)). Le facteur i est introduit par le déphasage généré par la lame entre l'onde réfléchie et l'onde transmise. Le facteur δ traduit le signe du déphasage de $\pi/2$ et prend les valeurs +1 ou –1.

Le bilan de recombinaison total résulte de la contribution des deux états de polarisation :

$$B_\delta(\lambda) = \frac{1}{2}\left(B_{p,\delta} + B_{s,\delta}\right) \qquad (V\text{-}211)$$

Alors le second critère de performance de la lame est la maximisation de B_δ, qui est l'intégrale normée de $B_\delta(\lambda)$ sur la bande spectrale $\Delta\lambda$ définie entre 6 et 18 µm :

$$B_\delta = \frac{1}{2\Delta\lambda}\int_{6\,\mu m}^{18\,\mu m}\left(B_{p,\delta} + B_{s,\delta}\right)d\lambda \qquad (V\text{-}212)$$

Pour illustration, la Figure V-86 décrit la variation de $B_{+1}(\lambda)$ et $B_{-1}(\lambda)$ suivant la longueur d'onde, pour la lame 1 d'épaisseur 2 µm et d'indice 2.5. Les courbes rouge (B_{+1}) et verte (B_{-1}) représentent respectivement l'énergie distribuée dans les voies 1 et 2 de sortie.
La recombinaison devient constructive lorsque l'énergie disponible sur une des voies (1 ou 2) dépasse la valeur 1. Ainsi l'interférence est constructive sur la voie 1 dans l'intervalle 6 – 10 µm et sur la voie 2 dans l'intervalle 10 – 18 µm.

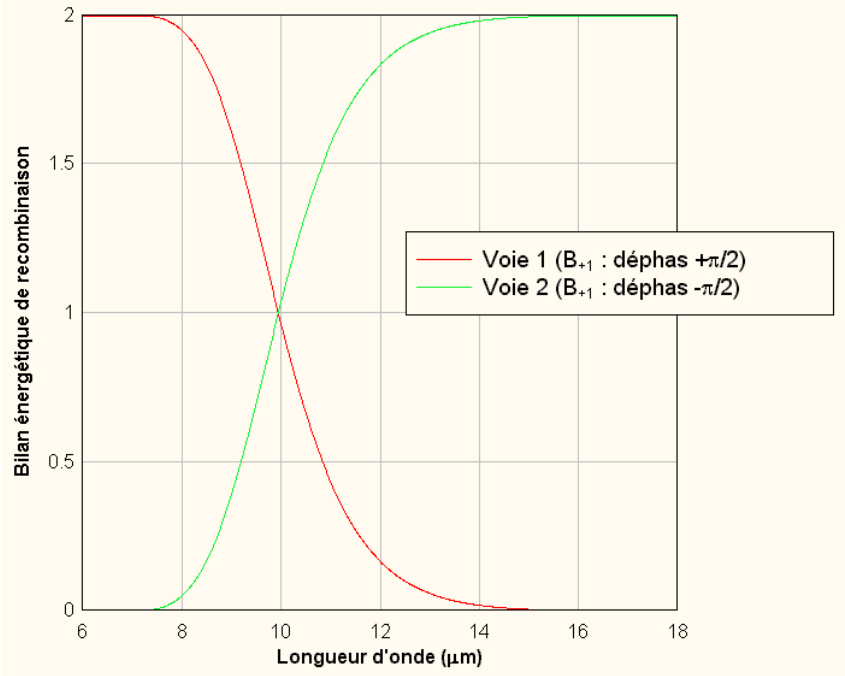


Figure V-86 – Amplitudes de recombinaison réalisées dans les deux voies, correspondant chacune à un intervalle spectral, en utilisant une lame d'épaisseur 2 µm et l'indice de réfraction relatif 2.5

Cependant les profils de transition entre 0 et 2 ne sont pas identiques pour les deux voies, comme le montrent les courbes de $B_{+1}(\lambda)$ et $B_{-1}(\lambda)$ (cf. Figure V-86). Ce déséquilibre, noté D, est quantifié par le rapport B_{+1}/ B_{-1}, où B_{+1} et B_{-1} sont les bilans de recombinaison intégrés sur le domaine spectral 6 – 18 μm (équation (V-212)). Ce rapport doit être normalisée par le rapport des largeurs $\Delta\lambda_1$ et $\Delta\lambda_2$ des deux domaines :

$$D = \frac{B_{+1} / B_{-1}}{\Delta\lambda_1 / \Delta\lambda_2} \tag{22}$$

Les valeurs de D, calculées pour les trois lames définies dans le Tableau V-9, sont reportées dans le Tableau V-11. Puisque dans cet exemple la bande spectrale de Darwin est scindée en deux domaines 6 – 10 μm et 10 – 18 μm :

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2} = 0.5 \tag{23}$$

Le déséquilibre de distribution énergétique dans les deux intervalles est moindre pour la lame 1. Cependant, même si D doit être minimum, la recombinaison réalisée est constructive et l'extinction est déjà effectuée. Les conséquences sont donc minimes sur la détection du signal d'une planète extra-solaire.

	indice de réfraction n	épaisseur e (μm)	B_{+1}	B_{-1}	B_{+1}/ B_{-1}	D
lame 1	2.5	2	0.684	1.316	0.520	1.04
lame 2	2	2.5	0.714	1.286	0.555	1.11
lame 3	1.5	3.4	0.820	1.180	0.695	1.39

Tableau V-11 – Rapport D des trois lames permettant de séparer en deux le domaine spectral 6 – 18 μm de Darwin à la longueur d'onde de 10 μm

La bande spectrale de Darwin peut être répartie, sans dichroïque, en deux intervalles spectraux, dont le choix des largeurs n'est pas, *a priori*, trop contraint. En effet à chaque séparation correspond une famille de lames. Leurs épaisseurs croissent quand leurs indices de réfraction décroissent. Une lame est sélectionnée parmi une famille particulière grâce à ses performances, en terme d'efficacité et de bilan de distribution énergétique dans les deux voies de sortie.

Le chapitre V.7.6 suivant illustre les transmissions énergétiques et les rôles alloués aux lames dans le cas de la recombinaison des voies de sortie en mode dichroïque.

V.7.6. Illustration des transmissions énergétiques des deux modes de recombinaison des voies de sortie

La recombinaison des quatre voies en sortie de cascade doit être réalisée par deux lames (cf. Figure V-75). A chaque étape du regroupement, le rôle de chaque lame est décrit par un schéma symbolique, couplée à une représentation de la quantité d'énergie présente dans les différentes voies.

Transmission énergétique de la cascade

Les quatre voies de sortie de la cascade, notées A, B, C et D, contiennent chacune l'extinction de l'étoile (où encore quelques photons) et au maximum un quart de l'énergie totale collectée de la planète. La quantité d'énergie, injectée dans la cascade puis présente dans chaque voie de sortie, est illustrée dans la Figure V-87.

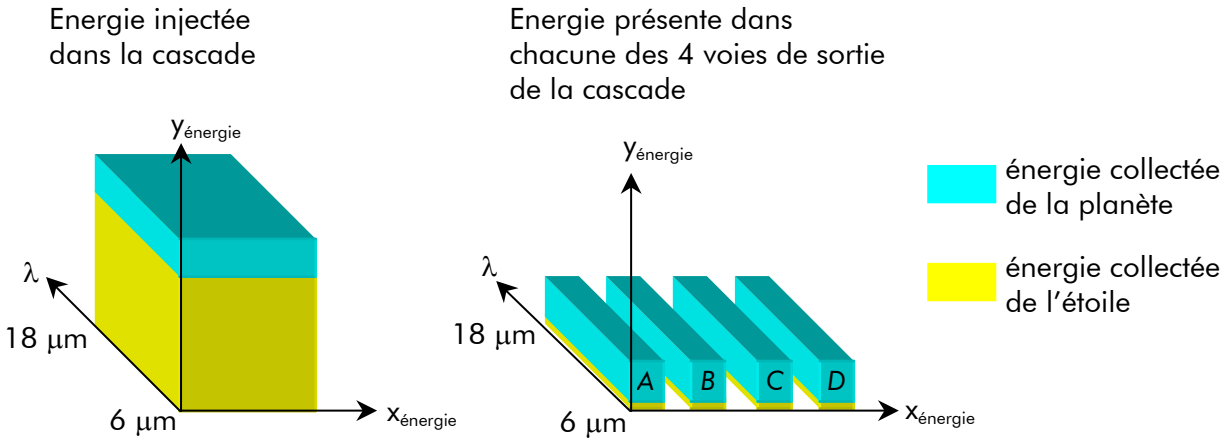


Figure V-87 - Illustration de la quantité d'énergie injectée dans cascade puis présente dans chaque voie de sortie de la cascade

Transmission énergétique de la première lame

La première lame regroupe, sur toute la bande 6 – 18 µm, les voies A, B, C et D deux à deux et induit deux voies de sortie, formées respectivement des sommes A+B et C+D. Le schéma descriptif et la quantité d'énergie véhiculée dans chaque voie de sortie sont présentés dans la Figure V-88.

Transmissions énergétiques de la seconde lame

Dans le cas où la recombinaison des faisceaux est suivie d'un filtrage spatial des fronts d'onde par fibres optiques, la bande spectrale 6 – 18 µm doit être séparée en deux domaines, comme par exemple 6 – 10 µm et 10 – 18 µm (tout autre division du spectre peut être traitée de la même manière).
Alors, comme le montre la Figure V-89, la deuxième lame regroupe les voies A+B et C+D dans une voie de sortie sur l'intervalle 6 – 10 µm, et dans l'autre voie de sortie sur l'intervalle 10 – 18 µm (cf. chapitre V.7.5).

Dans le cas contraire, la deuxième lame réunit les voies A+B et C+D dans une seule voie de sortie sur toute la bande 6 – 18 µm (cf. chapitre V.7.4), comme décrit dans la Figure V-90.

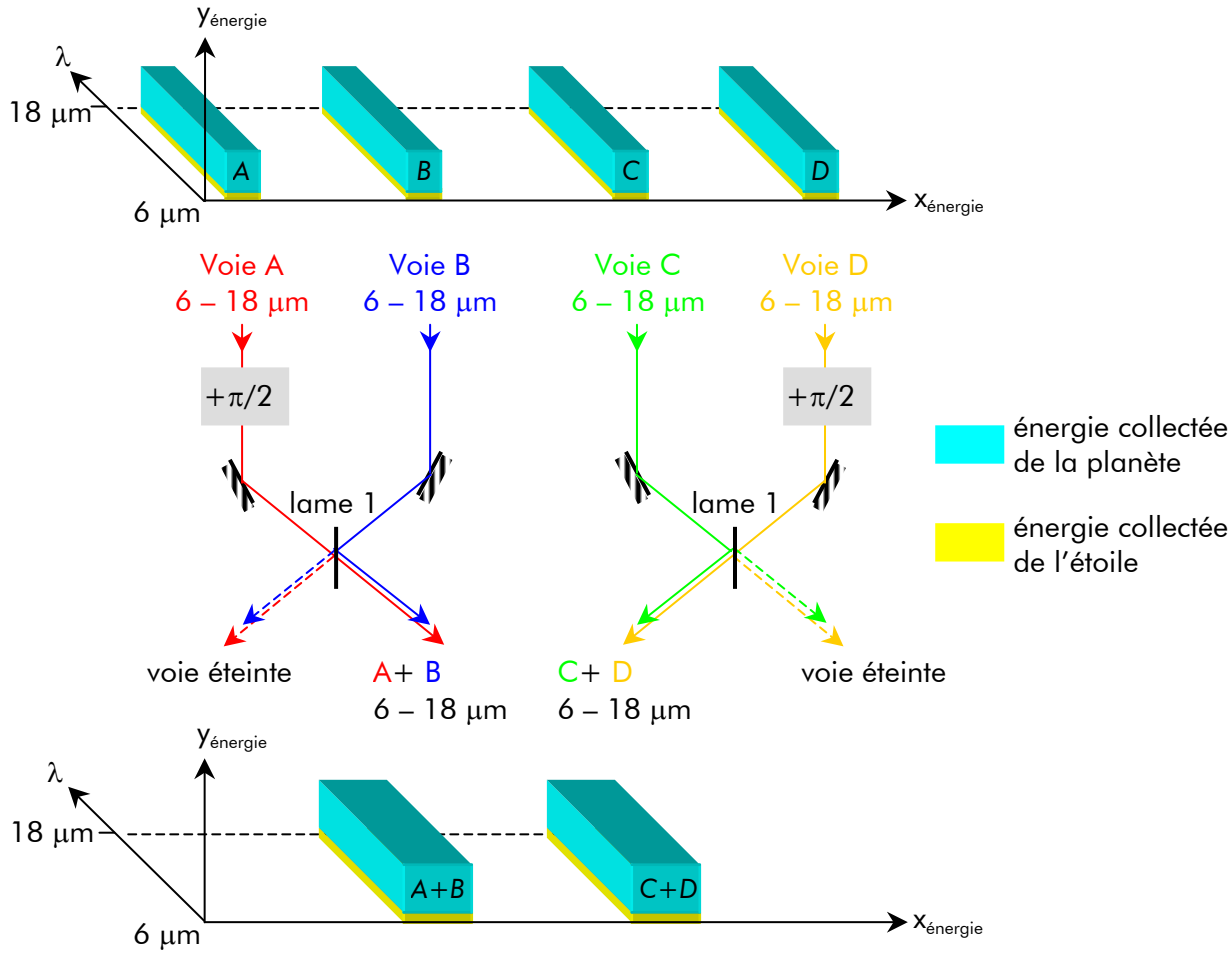


Figure V-88 - Schéma de regroupement des voies A, B, C et D en deux voies A+B et C+D et quantité d'énergie contenue dans chacune des voies d'entrée et de sortie

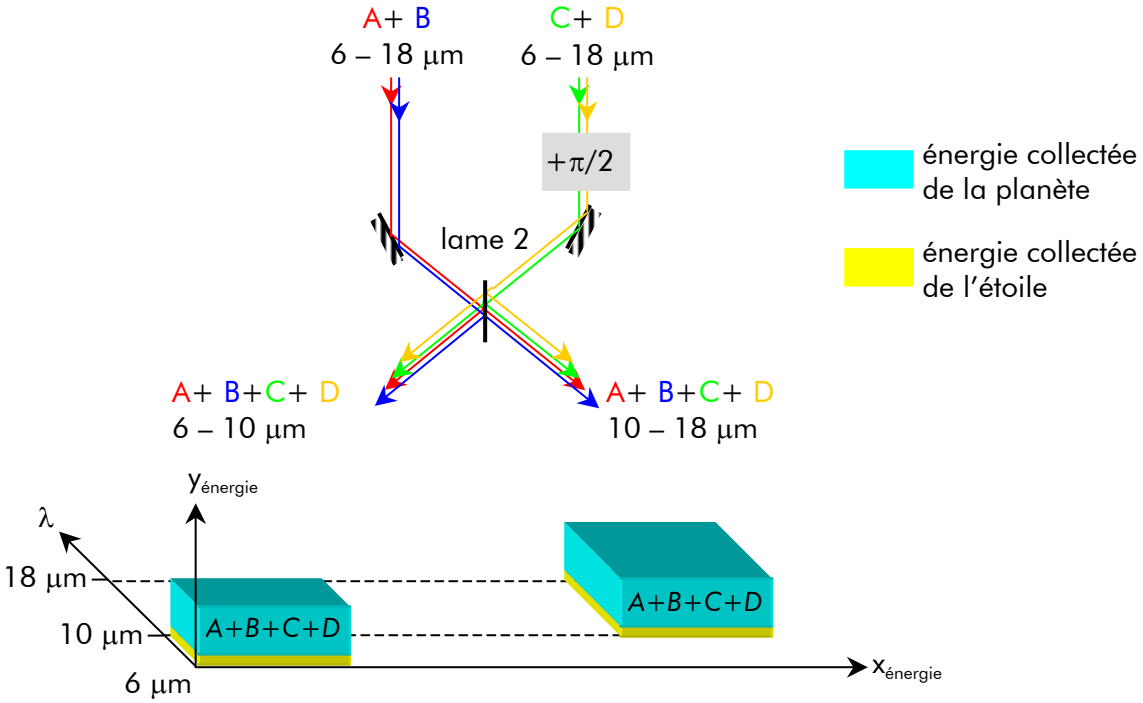


Figure V-89 - Schéma de regroupement des voies A+B et C+D dans une voie de sortie sur l'intervalle 6 – 10 µm, et dans l'autre voie de sortie sur l'intervalle 10 – 18 µm. Chaque voie est associée à la quantité d'énergie qu'elle contient

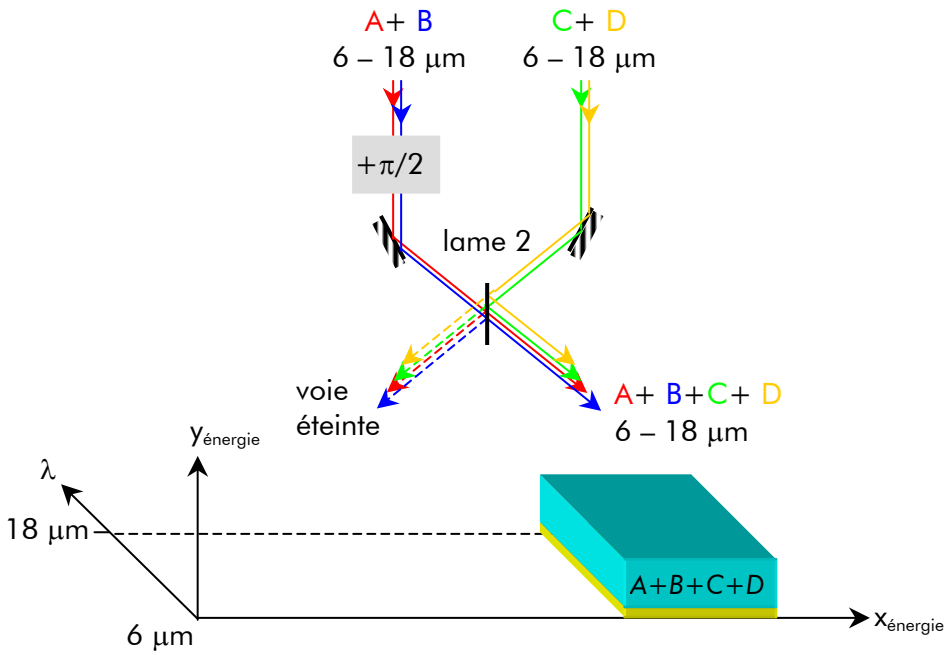


Figure V-90 - Schéma de regroupement des voies A+B et C+D dans une seule voie de sortie sur toute la bande 6 – 18 µm et quantité d'énergie contenue dans chacune des voies d'entrée et de sortie

V.7.7. Recombinaison des voies de sortie dans le cas d'une modulation interne

La modulation interne imaginée pour Darwin nécessite deux voies de sortie de chaque interféromètre. Dans un tel cas, il n'est plus utile de regrouper les quatre voies de sortie de la cascade en une seule, comme décrit dans les chapitres V.7.4, V.7.5 et V.7.6, mais uniquement de les rassembler deux à deux, à l'aide d'une seule lame (cf. Figure V-91).

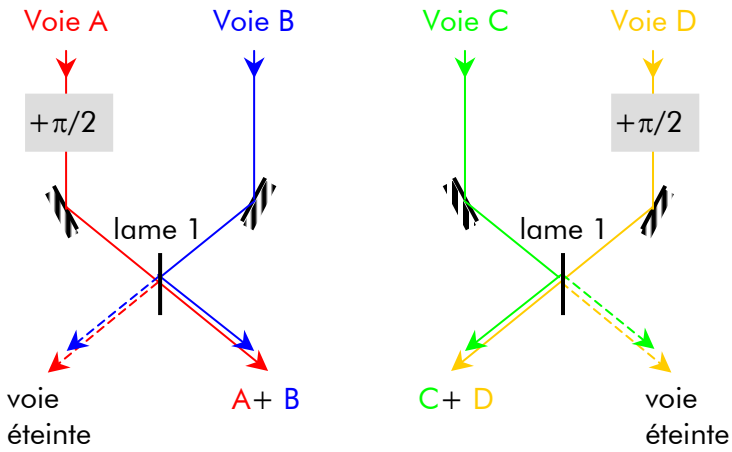


Figure V-91 –schéma de principe de regroupement de l'énergie contenue dans les quatre voies de sortie A, B, C et D de la cascade dans deux voies d'exploitation identiques A+B et C+D

Comme précédemment, cette recombinaison peut-être effectuée sur toute la bande spectrale de Darwin (cf. chapitres V.7.4 et V.7.6) ou en mode dichroïque (cf. chapitres V.7.5 et V.7.6).

Ce chapitre est dédié à l'étude des contraintes que posent l'application de la cascade au mode coronographique de Darwin et à l'établissement, par différentes modélisations, des spécifications instrumentales associées.
Les spécifications établies sont accessibles par les savoir-faire technologiques actuels, en dépit de la sévérité de certaines d'entre elles. Cette étude de faisabilité révèle que ce mode de recombinaison semble compatible avec les exigences de Darwin.
Certaines des études présentées dans ce chapitre concernent non seulement la cascade de CIA, mais aussi tout autre système de recombinaison appliqué au mode coronographique de Darwin.
Le bilan de ces spécifications est dressé dans le chapitre VII. Mais avant cela, le chapitre VI examine l'apport d'un filtrage spatial sur les performances de la recombinaison.

Chapitre VI

Intérêt du filtrage spatial

L'interférométrie à frange noire permet de rejeter suffisamment la lumière provenant de l'étoile parente et ainsi de révéler la présence d'une planète. Si les fronts d'onde issus de chaque voie interférométrique étaient parfaits, l'efficacité de leur recombinaison serait optimale, induisant ainsi une extinction totale de l'étoile. Mais des distorsions dues aux aberrations et effets similaires dégradent l'efficacité de la recombinaison et accentuent les contraintes instrumentales.

Un filtrage spatial des fronts d'onde s'avère donc important afin de se rapprocher de la situation idéale et permettrait de relâcher certaines contraintes de réalisation (cf. chapitre III et ESA 2000).
Deux méthodes sont envisageables :

- la première solution consiste à placer un trou au foyer d'un télescope. Seul le lobe central de la PSF[28] est transmis en amplitude et en phase. Mais le front d'onde en sortie reste déformé par les phases à basses fréquences non filtrées, issues d'aberrations affectant la partie centrale de la tache de diffraction
- la seconde solution est de recourir aux fibres optiques. Une fibre dite « monomode », disposée au foyer d'un télescope, délivre en sortie un front d'onde épuré de toutes distorsions

Dans le domaine de la spectro-imagerie, les fibres optiques multimodes, couplées aux télescopes, remplacent communément les trains optiques, facilitant ainsi l'acheminement des faisceaux. L'exploitation des fibres monomodes en tant que filtre spatial a débuté depuis quelques années en interférométrie (IOTA/FLUOR, Ruilier 1999).

Ce chapitre décrit les performances d'un filtrage spatial par fibre monomode appliqué au cas de la mission Darwin .
Dans un premier temps, je décrirai la fibre optique monomode et présenterai le formalisme associé au filtrage spatial. Dans un deuxième temps, je calculerai la dégradation de la transmission énergétique du filtrage, due à l'obstruction centrale des collecteurs. Dans un troisième temps, j'étudierai l'efficacité du filtrage spatial, en termes de transmission énergétique et de retard de phase, suivant les distorsions des fronts d'onde recombinés. Cette étude est faite dans le cas monochromatique. Dans un quatrième temps, je déterminerai la variation de la perte d'énergie transmise par la fibre suivant la longueur d'onde d'utilisation.

[28] PSF : Point Spread Function – Fonction d'étalement du Point en amplitude (FEP en français), c'est la figure de diffraction

Les différentes transmissions énergétiques du filtrage spatial, calculées dans les parties suivantes seront normalisées par leur valeur maximale respective, afin d'être utilisées en tant que coefficients multiplicatifs. De leur produit résultera la transmission énergétique totale :

$$T_{filtrage} = T_{fondamental}\ T_{distorsions}\ T_{chromatisme} \qquad (VI\text{-}1)$$

où $T_{fondamental}$ est la transmission maximale accessible fixée par l'obstruction centrale des collecteurs (cf. chapitre VI.3), $T_{distorsions}$ celle relative aux distorsions du front d'onde (cf. chapitre VI.4) et $T_{chromatisme}$ celle relative à la variation de la longueur d'onde (cf. chapitre VI.6).

VI.1. Les fibres optiques monomodes

VI.1.1. Description d'une fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique est un cylindre diélectrique d'indice de réfraction n_{coeur} placé dans un milieu de réfraction n_{gaine}. Le cylindre central, de rayon a, est le *cœur* de la fibre. Il est placé dans une couronne cylindrique d'indice n_g et de rayon extérieur b, nommée *gaine optique*. La protection et la rigidité de l'ensemble est assuré par la *gaine mécanique* (cf. Figure VI-1).
La fibre est alors dite « à saut d'indice ». La présente étude concernent ces fibres ayant un cœur à section circulaire.

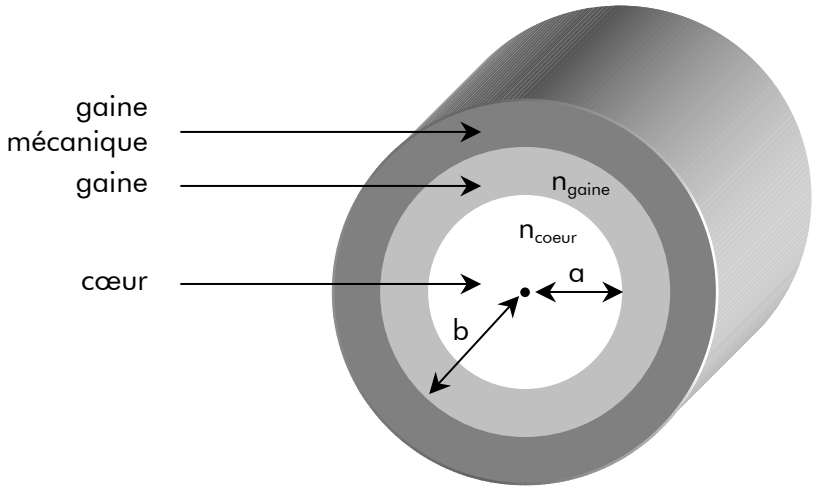


Figure VI-1 - Coupe d'une fibre optique. Du centre vers l'extérieur, on trouve le cœur (rayon a et indice n_{coeur}), la gaine (rayon a et indice n_{gaine}) et la gaine mécanique

Lors de la propagation dans la fibre, une onde lumineuse reste localisée au voisinage de l'axe du cylindre si le triplet (n_{coeur}, n_{gaine}, a) est convenablement choisi.

VI.1.2. Eléments théoriques clé d'une fibre

Les propriétés d'une fibre optique sont déterminées par le triplet (n_{coeur}, n_{gaine}, a) (cf. section précédente). En particulier une fibre tient le rôle de guide d'onde lorsque la lumière est injectée à l'intérieur d'un cône dit d'acceptance, dont l'angle α_{lim} est fixé par n_{coeur} et n_{gaine} (cf. Figure VI-2). Alors l'onde se propage dans le cœur par réflexions totales successives à l'interface cœur-gaine. En revanche si l'angle d'injection est supérieur à α_{lim}, l'onde fuit dans la gaine.

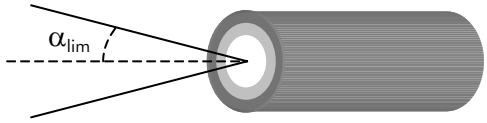


Figure VI-2 - Représentation du cône d'acceptance d'une fibre optique

L'ouverture numérique ON, définie par le sinus de l'angle α_{lim}, est le paramètre couramment utilisé et s'écrit aussi :

$$ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \qquad (VI\text{-}2)$$

L'onde, de longueur d'onde λ, est transmise par la fibre suivant plusieurs modes. Le nombre de modes est lié à un paramètre appelé fréquence normalisée V :

$$V = \frac{2\pi a ON}{\lambda} \qquad (VI\text{-}3)$$

Lorsque $V \leq 2.405$ (Neumann 1988), seul le mode fondamental se propage et la fibre est dite « monomode ». Dans le cas contraire, elle est dite « multimode ». En effet l'équation (VI-3) montre qu'une fibre, de rayon de cœur a et d'ouverture numérique ON fixes, n'est pas intrinsèquement monomode ou multimode, car le nombre de modes dépend de la longueur d'onde.
Ainsi cette fréquence minimale fixe la longueur d'onde minimale, dit longueur d'onde de coupure λ_c, du domaine spectral d'utilisation de la fibre monomode :

$$\lambda_c = \frac{2\pi\, a\, ON}{2.405} \qquad (VI\text{-}4)$$

La limite supérieure n'est pas intrinsèquement bornée. Toutefois elle peut être fixée par la transmission énergétique minimale souhaitée de la fibre, comme nous le verrons dans le chapitre VI.6.

VI.1.3. Profil du mode fondamental de la fibre monomode

Le profil du champ du mode fondamental découle de la résolution de l'équation d'onde dans une fibre (Neumann 1988). Présentant une symétrie de révolution, il est exprimé selon des fonctions de Bessel J et K d'ordres 0 et 1. Le champ est décrit par deux équations, définies respectivement dans le cœur et dans la gaine :

$$\begin{cases} E(r \leq a) = J_0\left(\dfrac{Ur}{a}\right) \\ E(r \rangle a) = \dfrac{J_0(U)}{K_0(W)} K_0\left(\dfrac{Wr}{a}\right) \end{cases} \qquad (VI\text{-}5)$$

où r est la coordonnée radiale. Les paramètres U et W , sans dimension, sont régis par les conditions aux limites à l'interface cœur-gaine (Neumann 1988) :

$$\begin{cases} U^2 + W^2 = V^2 \\ U\dfrac{J_1(U)}{J_0(U)} = W\dfrac{K_1(W)}{K_0(W)} \end{cases} \qquad (VI\text{-}6)$$

Au voisinage de la longueur d'onde de coupure, le profil du mode fondamental peut-être exprimé, avec une bonne approximation, par une gaussienne, comme le montre la Figure VI-3.

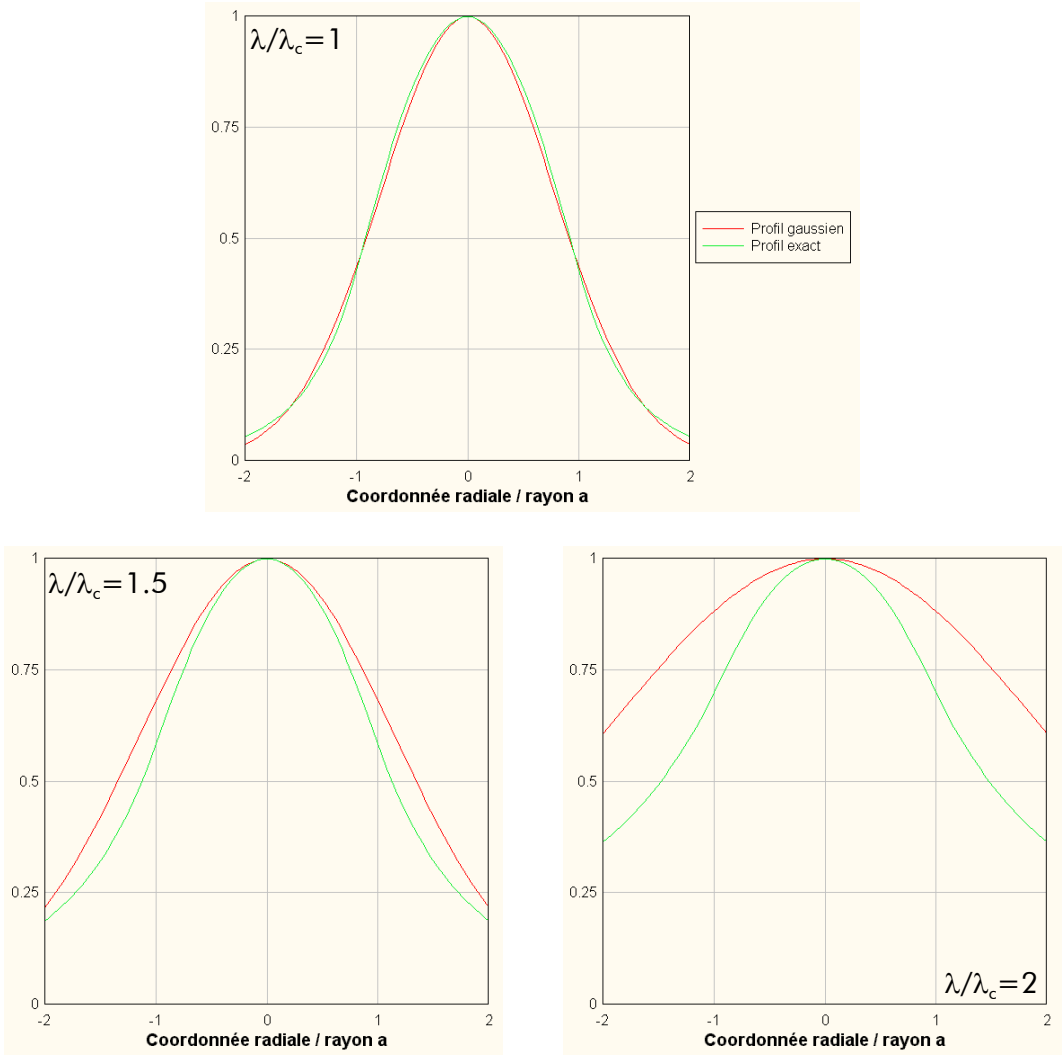


Figure VI-3 – Comparaison du profil exact du mode fondamental et de son approximation gaussienne, pertinente près de la longueur d'onde de coupure de la fibre ($\lambda/\lambda_c=1$). La rayon a est le rayon de cœur de la fibre

L'expression du champ devient alors :

$$E(r) \propto e^{-\frac{r^2}{\omega_0^2}} \qquad (VI\text{-}7)$$

où ω_0 est le rayon du mode fondamental, demi-largeur de la gaussienne à la hauteur $E(r) = 1/e$. Son expression dépend de V (Neumann 1988) :

$$\omega_0 \approx a\left(0.65 + \frac{1.619}{V^{3/2}} + \frac{2.879}{V^6}\right) \qquad (VI\text{-}8)$$

la validité de l'approximation gaussienne (équation (VI-7)) suivant la longueur d'onde, en la comparant au profil exact du mode fondamental (équations en (VI-5)).

VI.2. Le formalisme du filtrage spatial

VI.2.1. Notations

Soit un faisceau, de diamètre D et de longueur d'onde λ, injectée dans la fibre par une optique de focale f (Figure VI-4).

Le profil du mode fondamental de la fibre est $F_{fibre}(\mathbf{x})$ dans le plan focal, et $E_{fibre}(\mathbf{r})$ dans le plan pupille. La distribution de champ au foyer du télescope est décrite dans le plan focal par la fonction $F_{pup}(\mathbf{x})$, et dans le plan pupille par

$$E_{pup}(\vec{r}) = P(\vec{r})\, e^{i\phi(\vec{r})} \qquad (VI\text{-}9)$$

où $P(\mathbf{r})$ est la transmittance de la pupille et $\phi(\mathbf{r})$ la phase induite par les aberrations du front d'onde.

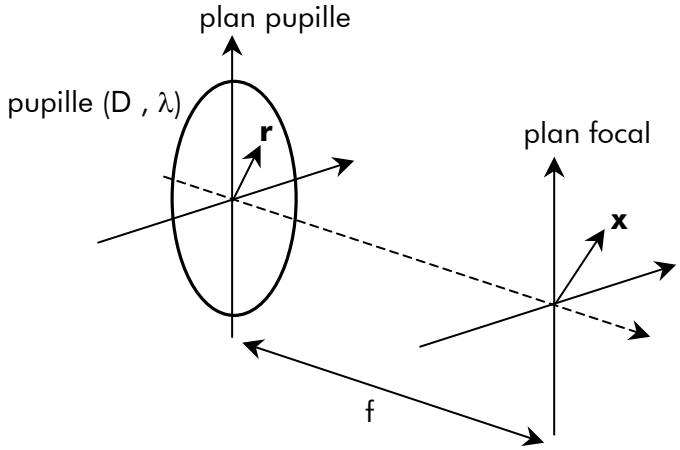


Figure VI-4 - Représentation des notations associées aux plans pupille et focal considérés

L'intégrale de recouvrement (produit scalaire de fonctions) et la norme, sont symbolisées respectivement par $\langle\ \rangle$ et $\|\ \|$ et s'écrivent :

$$\langle X(\vec{s}) | Y(\vec{s}) \rangle = \iint X(\vec{s})\, Y^*(\vec{s})\, d\vec{s} \qquad (VI\text{-}10)$$

$$\|X(\vec{s})\| = \sqrt{\langle X(\vec{s}) | X(\vec{s}) \rangle} \qquad (VI\text{-}11)$$

VI.2.2. L'amplitude complexe couplée

Afin de réaliser un filtrage spatial, l'entrée de la fibre monomode est placée au foyer de l'instrument. Lors de l'injection, le mode fondamental de la fibre est excité par la distribution de champ de la PSF[29]. Le degré de similitude entre le champ incident sur la fibre et le champ guidé dans la fibre détermine la fraction d'énergie couplée et transmise.

Ainsi le paramètre clé du filtrage spatial par fibre optique monomode est **l'amplitude complexe couplée**. Celle-ci traduit l'adéquation des deux champs, elle est définie formellement par l'intégrale de recouvrement des champs complexes $F_{pup}(\mathbf{x})$ et $F_{filtre}(\mathbf{x})$ (cf. paragraphe précédent) en plan focal. Cette intégrale peut-être aussi exprimée dans le plan pupille, grâce au théorème de Parseval-Plancherel. Ainsi l'amplitude complexe couplée A s'écrit (Neumann 1988) :

$$A = \frac{\left\langle F_{fibre}(\vec{x}) \middle| F_{pup}(\vec{x}) \right\rangle}{\left\| F_{fibre}(\vec{x}) \right\| \left\| F_{pup}(\vec{x}) \right\|} = \frac{\left\langle E_{fibre}(\vec{r}) \middle| E_{pup}(\vec{r}) \right\rangle}{\left\| E_{fibre}(\vec{r}) \right\| \left\| E_{pup}(\vec{r}) \right\|} \qquad (VI\text{-}12)$$

A la longueur d'onde de coupure et en utilisant l'approximation gaussienne du champ guidé dans la fibre, l'amplitude complexe couplée s'exprime par l'intégrale simple d'une gaussienne sur un domaine d'intégration borné et évite ainsi un calcul analytique plus complexe, demandant de manipuler des fonctions de Bessel.

VI.2.3. L'efficacité de couplage et le retard de phase

L'efficacité de couplage ρ quantifie le rapport d'énergie (entre 0 et 1) transmis dans la fibre :

$$\rho = |A|^2 \qquad (VI\text{-}13)$$

Si le champ injecté et le champ guidé sont identiques en amplitude et en phase, ρ est égale à 1.

Le retard de phase ϕ_A du mode fondamental, introduit par les distorsions du front d'onde, est déduit par :

$$\phi_A = \arg(A) \qquad (VI\text{-}14)$$

Ce retard de phase se traduit par un effet de piston. Si le front d'onde est exempt d'aberration, aucun retard n'est induit.

VI.3. Part d'énergie transmise en fonction de l'obstruction centrale des collecteurs

La qualité du filtrage spatial est fixée par le degré de similitude du champ de diffraction propre à l'instrument, et du champ guidé défini par la nature de la fibre (cf. chapitre précédent). Dans le cas de télescopes, l'obstruction centrale de la pupille renforce les lobes de la tache de diffraction. Pour une obstruction donnée, il est possible d'optimiser le filtrage

[29] PSF : Point Spread Function – Fonction d'étalement du Point en amplitude (FEP en français), c'est la figure de diffraction

spatial en choisissant la fibre dont le profil du mode fondamental soit le plus similaire possible au champ de la PSF (recouvrement maximum).
Cette optimisation porte sur la transmission d'un maximum d'énergie à travers la fibre. L'étude consiste donc à calculer l'efficacité de couplage (cf. chapitre précédent), en l'absence d'aberration, suivant la nature de la fibre et le taux d'obstruction centrale α (rapport des diamètres). Analytiquement elle s'écrit (Ruilier 1999) :

$$\rho_\alpha(\beta) = 2\left(\frac{\exp(-\beta^2) - \exp(-\beta^2\alpha^2)}{\beta\sqrt{1-\alpha^2}}\right)^2 \quad \text{où} \quad \beta = \frac{\pi}{2}\frac{D}{f}\frac{\omega_0}{\lambda} \qquad (VI\text{-}15)$$

Cette efficacité de couplage $\rho_\alpha(\beta)$ est exprimée en plan pupille et à la longueur d'onde de coupure de la fibre, permettant ainsi d'approximer le profil du mode fondamental par une gaussienne, sur lequel est projeté la tache de diffraction.

Comme je le montrerai dans le chapitre VI.6, la transmission énergétique d'une fibre limite la largeur spectrale d'utilisation. C'est pourquoi, dans le cas de la mission Darwin, il est envisagé de scinder en deux la bande spectrale 6 – 18 µm. Les largeurs de ces intervalles sont exprimées en fraction de λ_c, qui doivent être minimales et équilibrées. La séparation paraît être optimale à 10 µm, car ainsi les bandes 6 – 10 µm et 10 – 18 µm s'étalent respectivement sur $1.7\lambda_c$ et $1.8\lambda_c$.
Deux fibres sont donc nécessaires, chacune allouée à l'un des domaines spectraux. Leurs longueurs d'onde de coupure respectives sont 6 et 10 µm.

La Figure VI-5 représente la variation de la part d'énergie transmise $\rho_{\alpha=20\%}$ pour des fibres de longueurs d'onde de coupure 6 et 10 µm, suivant leur rayon du mode fondamental ω_0. Les valeurs des paramètres instrumentaux utilisés sont regroupées dans le Tableau VI-1 (ESA 2000).

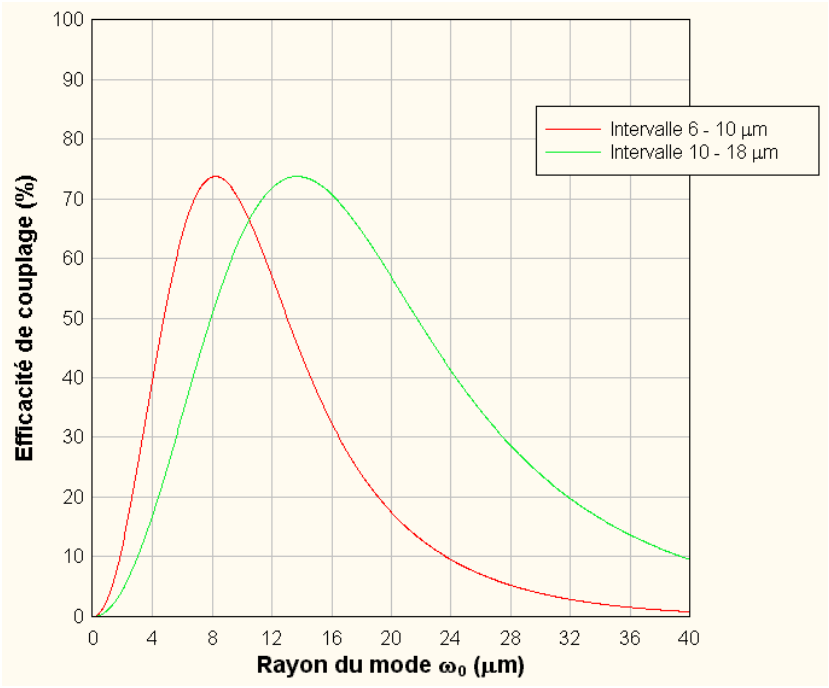


Figure VI-5 - Efficacité de couplage selon de rayon du mode fondamental des deux fibres, dont les longueurs d'onde de coupures sont 6 et 10 µm. Le calcul est réalisé en l'absence d'aberration, pour un taux d'obstruction centrale de 20 %

taux d'obstruction centrale circulaire α (rapport des diamètres)	20 %
ouverture f/D	2
rayon de la pupille	20 mm
longueur d'onde de coupure λ_c de la fibre pour la bande 6 – 10 µm	6 µm
longueur d'onde de coupure λ_c de la fibre pour la bande 10 – 18 µm	10 µm

Tableau VI-1 - Valeurs des paramètres instrumentaux pour la mission Darwin

Dans le cas d'une obstruction centrale de 20% (cas de la mission Darwin), la part d'énergie transmise atteint au maximum 74%. Les valeurs optimales correspondantes $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$ du rayon du mode fondamental des deux fibres, sont regroupées dans le Tableau VI-2.

Bande spectrale d'utilisation de la fibre	Rayon optimal $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$
6 – 10 µm	8.21 µm
10 – 18 µm	13.68 µm

Tableau VI-2 - Valeurs optimales $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$ du rayon du mode fondamental des deux fibres, correspondant à une transmission maximale en présence d'une obstruction centrale de 20%

Les valeurs optimales $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$ du rayon du mode fondamental sont calculées aux longueur d'onde de coupure de 6 et 10 µm. Généralisé à toute ouverture et à toute longueur d'onde de coupure , $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$ s'écrit :

$$\omega_{0\ opt,\alpha=20\%} = 0.684\frac{\lambda f}{D} \qquad (VI\text{-}16)$$

La fibre adéquate est décrite par son rayon de cœur a et son ouverture numérique ON. En effet, à la longueur d'onde de coupure λ_c, le rayon du mode de la gaussienne et ON s'écrivent (cf. chapitre précédent) :

$$\begin{cases} \omega_{0\ opt,\alpha=20\%} \approx a\left(0.65 + \dfrac{1.619}{(2.405)^{3/2}} + \dfrac{2.879}{(2.405)^{6}}\right) \\ ON_{opt,\alpha=20\%} = \dfrac{2.405}{2\pi}\dfrac{\lambda_c}{a} \end{cases} \qquad (VI\text{-}17)$$

Ainsi les caractéristiques des deux fibres optimales sont présentées dans le Tableau VI-3.

	Fibre d'intervalle 6 – 10 µm	Fibre d'intervalle 10 – 18 µm
Rayon optimal $\omega_{0\ opt,\alpha=20\%}$ du mode fondamental	≈ 8.2 µm	≈ 13.7 µm
Rayon du cœur $a_{opt,\alpha=20\%}$	≈ 7.5 µm	≈ 12.4 µm
Ouverture numérique $ON_{opt,\alpha=20\%}$	≈ 0.307	≈ 0.307

Tableau VI-3 - Caractéristiques des deux fibres dédiées respectivement aux intervalles spectraux d'utilisation 6 – 10 µm et 10 – 18 µm

Si le rayon du cœur ou l'ouverture numérique diffèrent des valeurs optimales regroupées dans le Tableau VI-3, le rayon du mode fondamental n'est plus nominal. La transmission énergétique de la fibre, dont la variation suivant le rayon du mode est représentée dans la Figure VI-5, n'est alors plus maximale.

Pour illustration, la Figure VI-6 présente la variation de l'efficacité de couplage (équation (VI-15)) suivant la valeur du taux d'obstruction centrale, à la longueur d'onde de coupure de 6 µm. La fibre considérée est optimisée pour une obstruction de 20 % (cf. Tableau VI-3). L'allure de la courbe est similaire dans le cas de la seconde fibre.

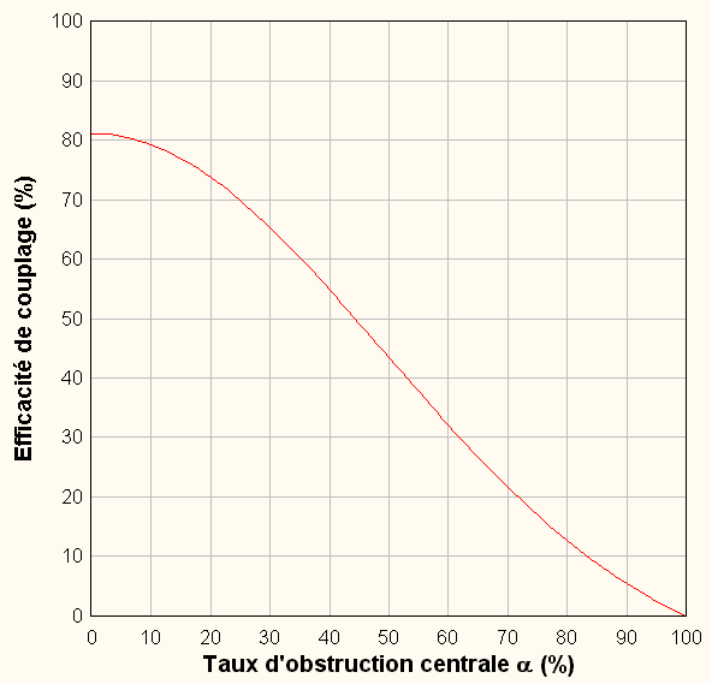


Figure VI-6 - Efficacité de couplage (équation (VI-15)) suivant la valeur de l'obstruction centrale, à la longueur d'onde de coupure de 6 µm, d'une fibre optimisée par son rayon du mode pour un taux d'obstruction de 20 %

VI.4. Part d'énergie transmise en présence d'aberrations du front d'onde

La transmission du filtrage spatial dépend de la similitude des champs injecté et guidé dans la fibre. Ainsi toute source de déformation du champ injecté dans la fibre diminue la part d'énergie transmise.

Le chapitre précédent montre que la configuration instrumentale de la mission Darwin (taux d'obstruction centrale des télescopes de 20%) fixe la transmission énergétique maximale du filtrage à 74%. A présent il faut tenir compte des inévitables aberrations du front d'onde, qui dégradent une nouvelle fois la transmission énergétique, et introduisent un retard de phase dans la fibre. Ce dernier aspect est abordé dans le chapitre suivant.

Les aberrations sont traduites analytiquement par les polynômes de Zernike (Noll 1976, Born et Wolf 1998). Le formalisme est présenté dans le chapitre V.4.2, dédié à l'étude des pertes d'extinction due à la présence d'aberrations dans les fronts d'onde recombinés.

Le protocole d'étude reste le même. Dans un premier temps, le tip/tilt et la défocalisation étant, hormis le piston, les aberrations les plus présentes et contraignantes dans un système interférométrique, je calculerai la dégradation de l'efficacité de couplage (équation (VI-13)) suivant leurs contributions individuelles. Dans un deuxième temps, je simulerai l'efficacité de couplage selon la contribution simultanée des aberrations d'ordres supérieurs, telles que l'astigmatisme, la coma, la coma triangulaire et l'aberration sphérique.

Dans cette étude, je ne considère pas le piston, car celui-ci traduit une translation globale du front d'onde. Sa présence ne dégrade donc pas la transmission énergétique de la fibre, mais doit tout de même être contrôlée pour garantir une efficacité d'interférences suffisamment élevée (cf. chapitre III).
Les paramètres de calcul restent les mêmes et optimisés pour la configuration instrumentale de Darwin (cf. chapitre VI.3) :

- l'efficacité de couplage est calculée dans le plan pupille
- les simulations sont monochromatiques et réalisées aux longueurs d'onde de coupure de 6 et 10 μm, des deux fibres décrites dans le Tableau VI-3
- le profil du mode guidé de chaque fibre est approximé par une gaussienne
- les deux fibres sont optimisées respectivement pour les intervalles 6 – 10 μm et 10 – 18 μm par la valeur du rayon du mode fondamental $\omega_{0\ opt,\ \alpha=20\%}$

VI.4.1. Perte de transmission énergétique due au tip/tilt

La perte de transmission énergétique, suivant une aberration, est donnée par le module au carré de l'amplitude complexe couplée dans le plan pupille. Dans ce plan, les champs de la pupille et du mode guidée dans la fibre s'écrivent (cf. chapitres VI.1 et VI.2) :

$$\begin{cases} E_{pup}(\vec{r}) = P(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})} \\ E_{fibre}(r) = \sqrt{2\pi\omega_0}\, e^{-\left(\frac{\pi\,\omega_0}{\lambda f} r\right)^2} \end{cases} \qquad (VI\text{-}18)$$

Le vecteur $\vec{r}\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$ repère une position dans la pupille.
La fonction P(**r**) traduit la transmittance de la pupille, de rayon R_{pup}, et s'écrit :

$$P(\vec{r}) = \prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) \qquad (VI\text{-}19)$$

où

$$\prod\left(\frac{\vec{r}}{2R_{pup}}\right) = \begin{cases} 1 & pour \quad 0 \le r \le R_{pup} \\ 0 & ailleurs \end{cases} \qquad (VI\text{-}20)$$

J'isole la dégradation de l'efficacité de couplage due aux aberrations en normalisant l'amplitude complexe couplée par celle calculée en l'absence d'aberration. Au final, cette méthode permettra de déterminer la dégradation totale de l'efficacité de couplage en multipliant les différentes dégradations entre elles.

Puisque $\left\| E_{pup}(\vec{r}) \right\| = \left\| P(\vec{r}) \right\| = \left\| P(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})} \right\|$, l'efficacité de couplage normalisée est :

$$\tilde{\rho} = \left| \frac{A_{\phi \neq 0}}{A_{\phi = 0}} \right|^2 = \left| \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\alpha R_{pup}}^{R_{pup}} E_{fibre}(r) e^{i\phi(r,\theta)} r \, dr \, d\theta}{2\pi \int_{\alpha R_{pup}}^{R_{pup}} E_{fibre}(r) r \, dr} \right|^2 \qquad (VI\text{-}21)$$

où α est le taux d'obstruction centrale de la pupille (rapport des diamètres).
La distribution spatiale de phase $\phi(\mathbf{r})$ est introduite sur la surface du front d'onde par les aberrations du front d'onde. Dans le cas du tip/tilt, elle devient :

$$\phi(r,\theta) = a_2 Z_2(r,\theta) + a_3 Z_3(r,\theta) \qquad (VI\text{-}22)$$

où Z_2 et Z_3 sont les polynômes de Zernike associés au tip et au tilt, de poids a_2 et a_3 :

$$Z_2(r,\theta) = \frac{r}{R_{pup}} \cos\theta \quad et \quad Z_3(r,\theta) = \frac{r}{R_{pup}} \sin\theta \qquad (VI\text{-}23)$$

Je considère le cas pire en supposant que le tip et le tilt sont présents avec une même force. Leur poids, et *a fortiori* leurs angles respectifs β et γ, sont donc égaux :

$$a_2 = a_3 \quad et \quad \beta = \gamma = \frac{\lambda a_2}{2\pi R_{pup}} = \frac{\lambda a_3}{2\pi R_{pup}} \qquad (VI\text{-}24)$$

La Figure VI-7 illustre l'efficacité de couplage normalisée $\tilde{\rho}$ (équation (VI-21)) selon l'angle β du tip et γ du tilt (équation en (VI-24)), pour des fibres dont les longueurs d'onde de coupure sont respectivement 6 et 10 µm.

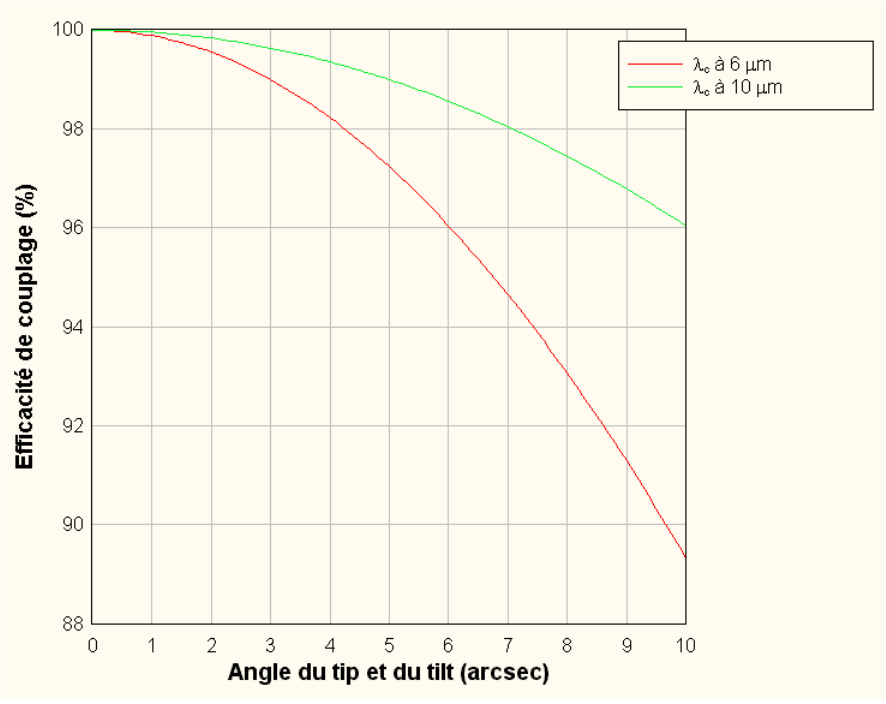


Figure VI-7 - Efficacité de couplage normalisée $\tilde{\rho}$ tracée suivant l'angle du tip et du tilt (en arcsec), réalisée par des fibres de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10 µm

La courbe la plus critique correspond à la longueur d'onde la plus faible (6 µm) car la force de l'aberration est fonction de l'inverse de la longueur d'onde.

VI.4.2. Perte de transmission énergétique due à la défocalisation

La distribution spatiale de phase induite sur une pupille par la défocalisation s'écrit

$$\phi(r,\theta) = \phi(r) = a_4 Z_4(r) \qquad (VI\text{-}25)$$

avec

$$Z_4(r) = 2\frac{r^2}{R_{pup}^2} - 1 \qquad (VI\text{-}26)$$

La Figure VI-8 représente l'efficacité de couplage normalisée $\tilde{\rho}$ (équation (VI-21)) suivant la longueur de défocalisation ε induite par le defocus, pour les deux fibres considérées.

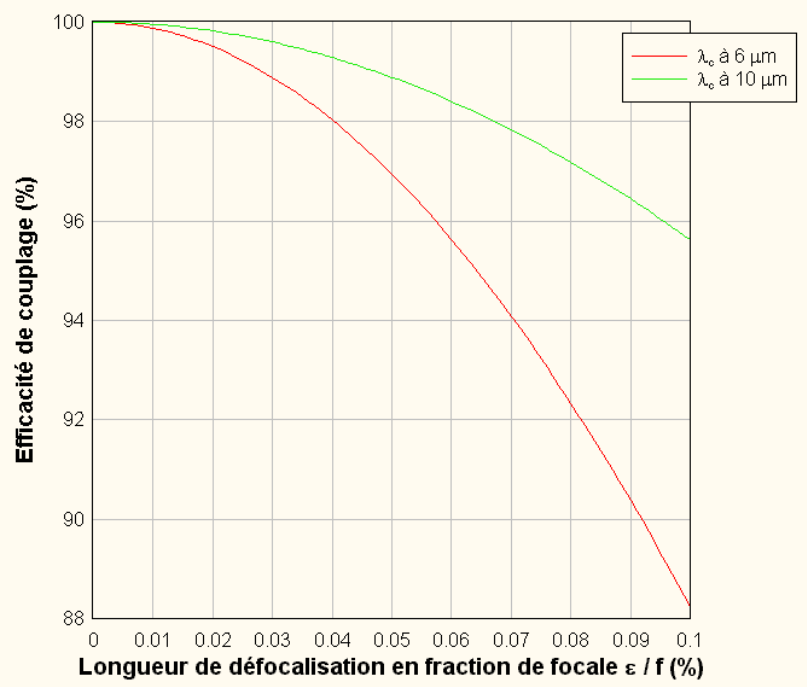


Figure VI-8 - Efficacité de couplage normalisée $\tilde{\rho}$ tracée suivant la longueur de défocalisation ε / f introduite par le defocus, exprimée en fraction de focale et réalisée par des fibres de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10 µm

VI.4.3. Perte de transmission énergétique due à la contribution globale de l'astigmatisme, de la coma, de la coma triangulaire et de l'aberration sphérique

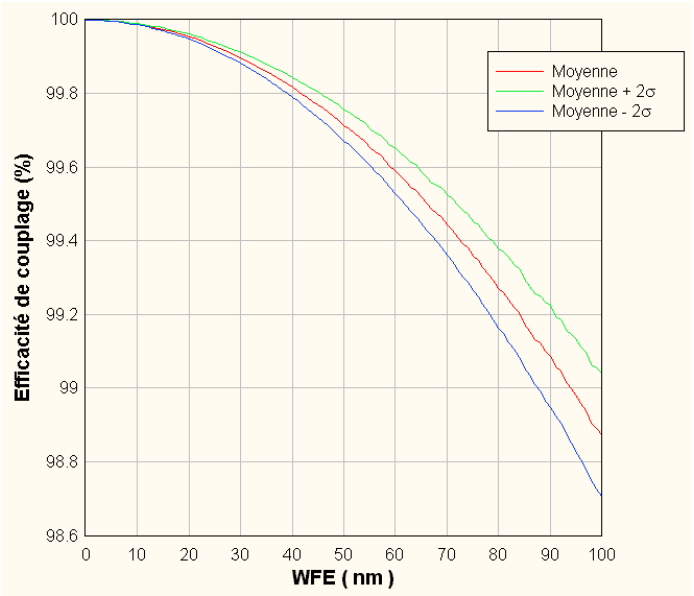
Cette fois-ci la distribution spatiale de phase d'une pupille résulte de la somme des polynômes de Zernike relatifs à chaque aberration :

$$\phi(r,\theta) = \sum_{i=5}^{11} a_i Z_i(r,\theta) \qquad (VI\text{-}27)$$

L'astigmatisme est représentée par les polynômes de Zernike Z_5 et Z_6, la coma par Z_7 et Z_8, la coma triangulaire par Z_9 et Z_{10} et l'aberration sphérique par Z_{11} (cf. Tableau V-2 p.113).

La déformation globale du front d'onde résulte de la contribution d'aberrations de natures différentes. Je calcule donc l'efficacité de couplage normalisée (équation (VI-21)) suivant la WFE[30]. L'efficacité de couplage est représenté par sa moyenne ainsi que par ses valeurs à $\pm 2\sigma$. Seul environ 1% des points sont en dehors de la région définie entre les courbes maximale et minimale (valeurs à $\pm 2\sigma$). La Figure VI-9 illustre l'utilisation de fibres dont les longueurs d'onde de coupure sont respectivement 6 µm et 10 µm.

fibre de longueur d'onde de coupure λ_c=6µm



fibre de longueur d'onde de coupure λ_c=10µm

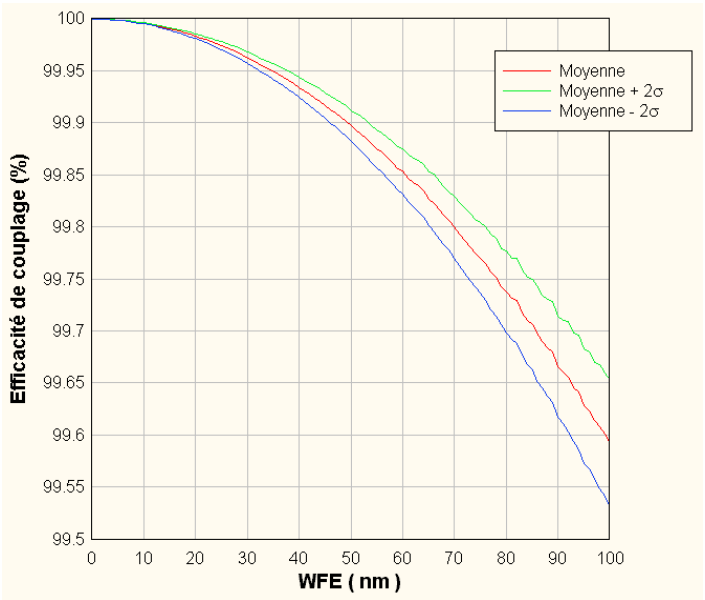


Figure VI-9 - Efficacité de couplage selon la WFE du front d'onde, représentée par sa moyenne ainsi que par ses valeurs à ± 2σ, pour deux fibres, de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10µm

[30] Wave Front Error : écart-type des défauts par rapport à la moyenne du front d'onde

VI.5. Différence de marche introduite dans la fibre par les aberrations du front d'onde

Certaines aberrations introduisent un retard ou une avance de phase dans la fibre. La plus connue est bien sûr le piston, qui traduit une translation globale du front d'onde.
Dans la configuration instrumentale de Darwin, la pupille est pondérée par l'obstruction centrale et par le mode fondamental projeté de la fibre. En conséquence les polynômes de Zernike ne sont plus orthogonaux et sont corrélés (cf. chapitre V.4.2). De ce fait toutes les aberrations corrélées au piston induisent aussi un retard ou une avance de phase dans la fibre.

Le retard de phase est donné par l'argument de l'amplitude complexe couplée A, qui traduit le degré de similitude entre le champ incident sur la fibre et le champ guidé dans la fibre par leur intégrale de recouvrement (cf. chapitre VI.2). Ainsi une aberration introduit un retard de phase si la partie imaginaire de l'amplitude complexe couplée A, exprimée ici en plan pupille, est non nulle (Ruilier 1999) :

$$\mathrm{Im}(A) \propto \int r\, E_{fibre}(r) \int \mathrm{Im}\left(e^{i\phi(r,\theta)}\right) d\theta \; dr \qquad (VI\text{-}28)$$

où E_{fibre} est le profil du mode fondamental de la fibre exprimé en plan pupille :

$$E_{fibre}(r) = e^{-\left(\frac{\pi\,\omega_0}{\lambda f} r\right)^2} \qquad (VI\text{-}29)$$

et $\phi(r,\theta)$ la phase introduite par une aberration :

$$\mathrm{Im}\left(e^{i\phi(r,\theta)}\right) = \begin{cases} \sin\left(a_i R_n^m(r)\sqrt{n+1}\right) & si \;\; m = 0 \\ \sin\left(a_i R_n^m(r)\sqrt{2(n+1)}\,\cos(m\theta)\right) & si \;\; m \neq 0 \;\; et \;\; i \;\; pair \\ \sin\left(a_i R_n^m(r)\sqrt{2(n+1)}\,\sin(m\theta)\right) & si \;\; m \neq 0 \;\; et \;\; i \;\; impair \end{cases} \qquad (VI\text{-}30)$$

L'intégrale sur r n'est jamais nulle puisqu'elle ne dépend que du champ gaussien guidé par la fibre, réel et à symétrie circulaire. En revanche l'intégrale sur θ est nulle pour $m \neq 0$.

Ainsi le retard de phase est introduit dans la fibre par les aberrations décomposables sur des polynômes d'ordre azimutal nul tels que le piston (Z_1), le defocus (Z_4) et l'aberration sphérique (Z_{11}). Le polynôme suivant étant Z_{22}, je ne considérerai dans cette étude que ces trois premiers.

VI.5.1. Différence de marche introduite par le piston

Le piston est transmis dans son intégralité, puisqu'il représente une translation du front d'onde. La fibre n'ajoute pas de piston supplémentaire.

VI.5.2. Différence de marche introduite par la défocalisation

Le retard de phase est donné par l'argument de l'amplitude complexe couplée, définie dans le chapitre VI.2. Si $E_{pup}(r)$ et $E_{fibre}(r)$ expriment respectivement les distributions de champ de la PSF et du mode fondamental de la fibre en plan pupille, alors le retard de phase s'écrit :

$$\Delta\phi = \arg\left\{\int_0^{2\pi}\int_{\alpha R_{pup}}^{R_{pup}} E_{fibre}(r)e^{i\phi(r,\theta)} r\,dr\,d\theta\right\} \qquad (VI\text{-}31)$$

où $\phi(r,\theta)$ est la distribution de phase supplémentaire introduite par la défocalisation :

$$\phi(r,\theta) = \phi(r) = a_4\left(\frac{r^2}{R_{pup}^2} - 1\right) \qquad (VI\text{-}32)$$

La Figure VI-10 représente la différence de marche introduite par le defocus selon la longueur de défocalisation ε, pour les deux fibres considérées, dont les longueurs d'onde de coupure respectives sont de 6 et 10 µm.

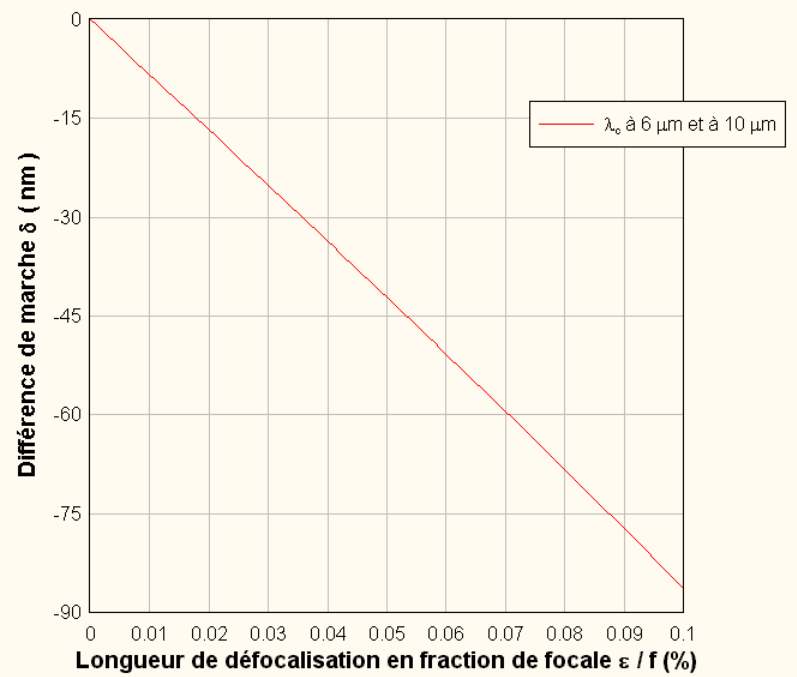


Figure VI-10 - Différence de marche introduite par le defocus, suivant la longueur de défocalisation ε / f rapportée à la focale, dans des fibres de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10 µm. Les deux courbes sont confondues

VI.5.3. Différence de marche introduite par l'aberration sphérique

Je considère à nouveau le retard de phase donné par l'équation (VI-33). Cette fois la distribution spatiale de phase introduite par l'aberration sphérique, sur la surface de la pupille, est :

$$\phi(r,\theta) = \phi(r) = a_{11}Z_{11} \qquad (VI\text{-}33)$$

où

$$Z_{11} = 6\frac{r^4}{R_{pup}^4} - 6\frac{r^2}{R_{pup}^2} + 1 \qquad (VI\text{-}34)$$

La Figure VI-11 représente la différence de marche introduite par l'aberration sphérique suivant le poids de Zernike, dans des fibres dont les longueurs d'onde de coupure respectives sont 6 et 10 µm.

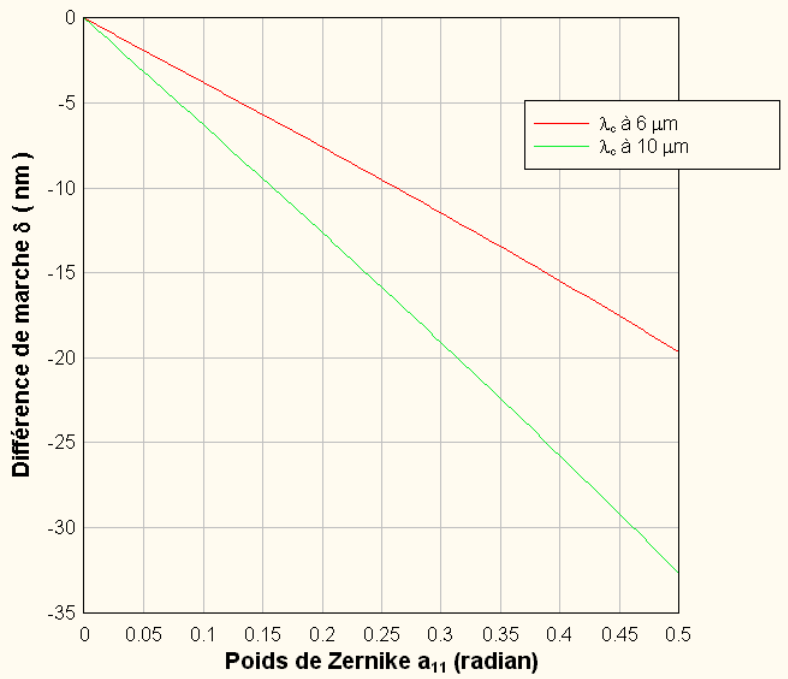


Figure VI-11 - Différence de marche introduite par l'aberration sphérique, suivant le poids de Zernike dans des fibres de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10 µm

A poids de Zernike a_{11} égal, la différence de marche, introduite par l'aberration sphérique (Figure VI-11), est supérieure à 6 µm qu'à 10 µm, car la force de l'aberration est proportionnelle à l'inverse de la longueur d'onde. En revanche les courbes des différences de marche, introduite par la défocalisation à 6 et 10 µm (Figure VI-10), sont confondues car elles sont représentées suivant la longueur de défocalisation ε et non selon les poids de Zernike a_4.

La phénoménologie reste la même ,car un ε donné correspond à un poids de Zernike plus petit à 6 µm qu'à 10 µm. La longueur d'onde de 6 µm demeure donc bien le cas pire.

VI.6. Chromatisme de la transmission énergétique de la fibre

La transmission énergétique de la fibre dépend aussi de la longueur d'onde d'utilisation. En effet la fibre choisie transmet le maximum d'énergie à la longueur d'onde de coupure λ_c : les distributions du mode fondamental de la fibre et de la PSF sont le plus similaires possibles à cette longueur d'onde.
Plus la longueur d'onde croît et s'éloigne de la longueur d'onde de coupure λ_c, moins les champs sont semblables et moins leur recouvrement est efficace (Figure VI-12).

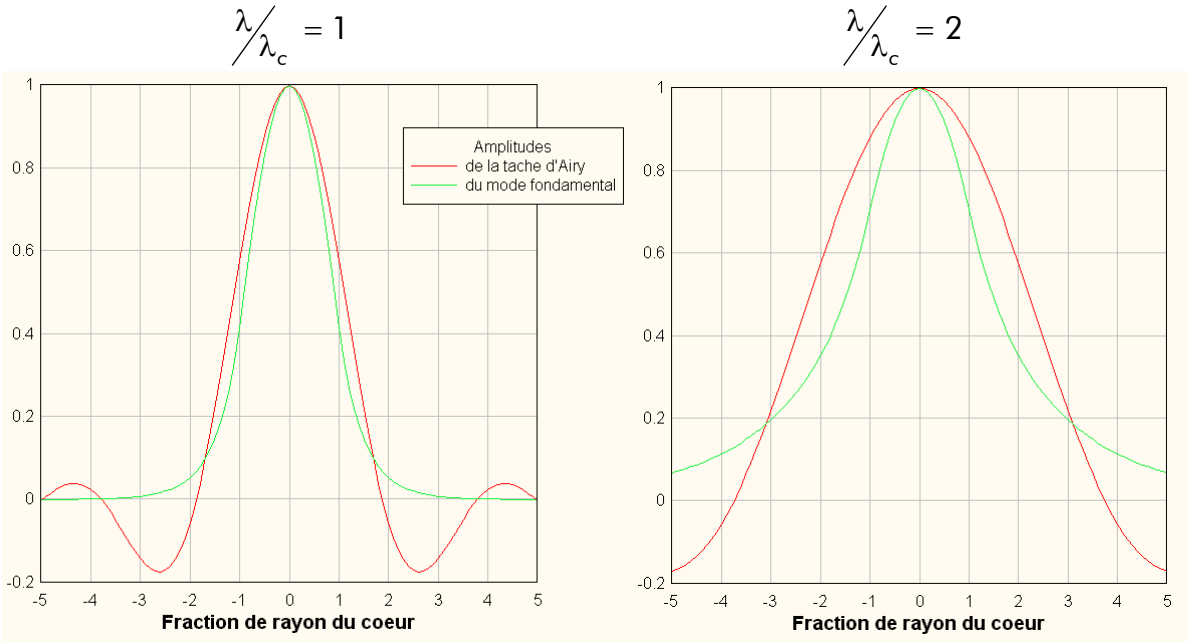
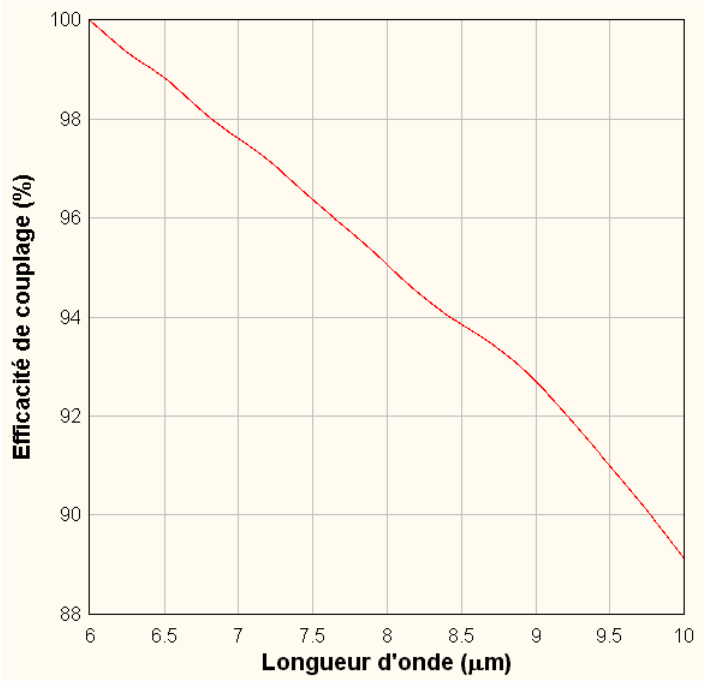


Figure VI-12 - Superposition des distributions d'amplitude de la tache d'Airy et du mode fondamental de la fibre à la longueur d'onde de coupure λ_c et à la longueur d'onde $2\lambda_c$

Ainsi l'efficacité de couplage est d'autant plus dégradée que la longueur d'onde est éloignée de la longueur d'onde de coupure. C'est pourquoi il est préférable de scinder la bande spectrale de Darwin en deux intervalles de largeurs équivalentes en fraction de λ_c, afin de réaliser deux filtrages spatiaux de transmissions énergétiques les plus proches possibles.
Dans l'étude du filtrage spatial, j'ai considéré les domaines 6 – 10 µm et 10 – 18 µm, de largeurs $1.7\lambda_c$ et $1.8\lambda_c$ approximativement égales (cf. Tableau VI-3).

La Figure VI-13 représente la variation de l'efficacité de couplage selon la longueur d'onde, pour les deux fibres de longueurs d'onde de coupure respectives 6 et 10 µm (cf. Tableau VI-2). Le calcul est réalisé en plan image, en utilisant les expressions exactes du profil du mode fondamental (équation (VI-5)), car l'approximation gaussienne n'est valable qu'au voisinage de λ_c (cf. Figure VI-3).
Cette dégradation chromatique, quasi linéaire, présente des oscillations. En effet l'intégrale spatiale de recouvrement du champ de la PSF et du champ guidé dans la fibre est réalisée sur un support fini. Ainsi le nombre d'oscillations de l'amplitude de la tache d'Airy, pris en compte dans le calcul, varie suivant la longueur d'onde, induisant par la même les distorsions constatées dans la Figure VI-13.

fibre de longueur d'onde de coupure λ_c=6µm



fibre de longueur d'onde de coupure λ_c=10µm

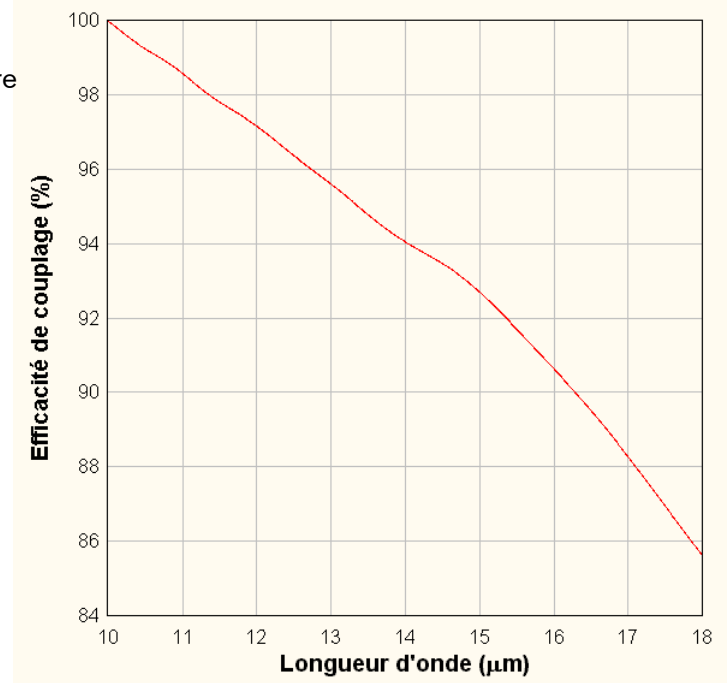


Figure VI-13 – En haut : variation de l'efficacité de couplage sur le domaine spectral 6 – 10 µm de la fibre de longueur d'onde de coupure de 6 µm. En bas : variation de l'efficacité de couplage sur le domaine spectral 10 – 18 µm de la fibre de longueur d'onde de coupure de 10 µm

Le filtrage spatial par fibre optique monomode présente les avantages (▲) et inconvénients (▼) suivants :

- ▲ les distorsions des fronts d'onde sont éliminées, ce qui permet de relâcher certaines contraintes instrumentales
- ▼ la transmission énergétique du système est dégradée au minimum de 26%
- ▼ la bande spectrale d'observation de Darwin doit être divisée en deux domaines, typiquement 6 – 10 μm et 10 – 18 μm
- ▼ des différences de marche doivent être compensées
- ▼ les fibres adéquates n'existent pas encore, des études sont actuellement en cours (ESA 2000)

De plus il est essentiel d'étudier si l'état de polarisation de la lumière est affectée au passage d'une fibre.

Chapitre VII

Spécifications instrumentales

Le chapitre V présente l'étude de faisabilité de la cascade de CIA dans le cadre de son application au mode coronographique de Darwin. Les domaines considérés concernent :

- le dimensionnement de l'architecture
- les sources de dégradation de l'extinction de l'étoile (chapitres V.3 et V.4) et de la transmission énergétique de la planète (chapitre V.7)
- les distributions énergétiques parasites (chapitres V.5 et V.6)
- la transmission énergétique de la cascade pour la planète (chapitre V.7)

Les études réalisées dans chacun de ces domaines permettent de fixer un panel de tolérances instrumentales. Ainsi la seconde partie de ce chapitre dresse un bilan de spécifications pour la réalisation d'une cascade de CIA conforme aux exigences du mode coronographique de Darwin.
Introduire un filtrage spatial en sortie de recombinaison, dont l'efficacité est évaluée dans le chapitre VI, permet de relâcher certaines contraintes. Ainsi la seconde partie décrit également les caractéristiques des fibres optiques monomodes produisant un filtrage spatial optimal dans les domaines spectraux d'utilisation respectifs 6 – 10 μm et 10 – 18 μm.

La compilation des spécifications s'accompagne de la suggestion, présentée dans le première partie de ce chapitre, d'insérer en amont de la cascade un imageur de pupilles et un compresseur de faisceaux couplé à un correcteur de tilt.

Les dimensions des composants de la cascade sont regroupées dans le chapitre V.2.2.

VII.1. Sous-systèmes complémentaires optionnels en amont de la cascade

VII.1.1. Un imageur de pupilles

La position des plans pupilles dans le train optique n'a pas été considérée dans l'étude de pré-phase A, car la configuration instrumentale n'est pas encore fixée.
Le chapitre V.3 a montré que superposer les pupilles de sortie des quatre voies interférométriques permet d'assurer la stabilité de la recombinaison des faisceaux. Les contraintes de positionnement des pupilles sont sévères, que la recombinaison soit réalisée par la cascade ou par un autre système.
Satisfaire les spécifications établies est délicat et serait facilité par un contrôle en temps réel tel qu'**un imageur de pupilles**.

VII.1.2. Un compresseur de faisceaux et un correcteur de tilt

Un compresseur de faisceaux

La taille de la cascade est fixée par le diamètre des faisceaux (20 mm, ESA 2000) injectés dans les CIA. Les dimensions adéquates sont déterminées dans le chapitre V.2.2.
Toutefois les CIA peuvent être plus petits, à condition que le diamètre des faisceaux le soit aussi. **Un compresseur de faisceaux** doit être alors intégré au train optique précédent la recombinaison. Celui-ci peut être couplé à l'imageur de pupilles, cité dans le chapitre précédent.

Un correcteur de tilt

L'inconvénient majeur d'une compression supplémentaire est d'amplifier le basculement des fronts d'onde (tip/tilt).
Actuellement les basculements des fronts d'onde sont directement corrigés au niveau de l'attitude des satellites. Les spécifications instrumentales ainsi établies ne considèrent pas cette compression supplémentaire et risquent de devenir alors irréalisables.
C'est pourquoi coupler **un correcteur de tilt** au compresseur de faisceaux pourrait être une solution plus accessible.

VII.2. Bilan des spécifications instrumentales de la cascade pour Darwin

Le Tableau VII-1 (p.204-207) regroupe les spécifications instrumentales résultant de l'étude des contraintes que posent l'application de la cascade au mode coronographique de Darwin (cf. chapitre V). Celles-ci ont été établies par différentes modélisations pour obtenir un taux d'extinction de 10^{-6}.
Les contraintes associées à tout système de recombinaison sont sur fond gris. Celles spécifiques à la cascade restent sur fond blanc.

Le Tableau VII-2 (p. 207) regroupe les caractéristiques des fibres optiques monomodes produisant un filtrage spatial optimal dans les domaines spectraux d'utilisation respectifs 6 – 10 μm et 10 – 18 μm.
Le filtrage spatial permet d'annuler les contraintes associées aux aberrations des fronts d'onde.

VII.3. Discussion et « roadmap »

Quelques aspects abordés dans ce manuscrit devront être modélisés plus finement. En particulier :

- les identifications de lames, faites dans les études de regroupement des voies de sortie de la cascade (chapitres V.7.4 et V.7.5) et dans l'étude du chromatisme des lames séparatrices de la cascade (chapitre V.7.3), devraient être reprises lorsque les lois de dispersion des indices des matériaux seront mieux connues

- les réflexions multiples (chapitre V.5) ont été considérées dans le plan de section principale des CIA. Une étude plus complète consisterait à tenir compte de la direction perpendiculaire afin de quantifier l'énergie parasite totale ainsi générée

- l'intensité parasite, induite par la diffusion des miroirs d'une part de l'énergie collectée, a été décrite phénoménologiquement dans le chapitre V.6. Cette partie s'est bornée à identifier les différents aspects à considérer dans une future étude. Une analyse plus approfondie est donc nécessaire

De plus la cascade de CIA devra être appliquée à la future configuration interférométrique adoptée (Robin-Laurance, bow-tie ou autre). Les simulations du taux d'extinction devront donc tenir compte de la géométrie de la pupille d'entrée ainsi que des poids relatifs entre les ondes recombinées.

nature de la contrainte		**tolérance ou remarque**
positionnement des pupilles de sortie des bras interférométriques	décalage transversal	domaine de rayon 250 nm
	décalage axial	± 0.4 mm
positionnement des miroirs secondaires des deux voies œil de chat (fixé pour induire un décalage axial maximal des pupilles de sortie de 0.4 mm)	voie 1	± 20 µm
	voie 2	± 2 µm
positionnement des deux miroirs secondaires des deux voies plan-plan-plan (même contrainte que ci-dessus)		± 50 µm
déplacement transversal relatif des CIA		extinction sur l'axe non affectée (la limite est fixée par la séparation des faisceaux)
désalignement angulaire relatif des CIA		
aberrations sur les quatre fronts d'onde	angles du tip/tilt	± 0.2 arcsec
	courbure des fronts d'onde	$\pm 5\ 10^{-4}\ m^{-1}$
	WFE[31] induite par l'astigmatisme, la coma, la coma triangulaire et l'aberration sphérique	≤ 4 nm
déphasage entre les états de polarisation		dizaine de nanomètre (ESA 2000)
angle de rotation des plans de polarisation		± 18 arcmin ($\approx \pm 5\ 10^{-3}$ rad)
dispersion d'incidence (réflexions métalliques)		extinction de l'ordre de 10^{-7} dans le cas de dépôts d'or ou d'aluminium
matériau biréfringent		inadapté (à éviter)

[31] WFE : Wave Front Error (écart-type des défauts par rapport à la moyenne du front d'onde)

réflexions multiples	écart angulaire de l'angle droit des prismes	± 1.5 arcmin
	écart de longueur des côtés des prismes	± 0.05 μm

Tableau VII-1 - Spécifications instrumentales établies pour obtenir un taux d'extinction de 10^{-6}

	fibre de domaine spectral d'utilisation 6 – 10 μm et optimisée à la longueur d'onde de coupure	fibre de domaine spectral d'utilisation 10 – 18 μm et optimisée à la longueur d'onde de coupure
rayon du mode fondamental à la longueur d'onde de coupure	≈ 8.2 μm	≈ 13.7 μm
rayon du cœur	≈ 7.5 μm	≈ 12.4 μm
ouverture numérique	0.307	0.307

Tableau VII-2 - Caractéristiques des deux fibres dédiées respectivement à un filtrage spatial opérant dans les domaines spectraux 6 – 10 μm et 10 – 18 μm

Chapitre VIII

Nouvelles approches par les technologies émergentes

La recombinaison des faisceaux nécessaire à l'interférométrie à frange noire, qu'elle soit conçue à partir CIA ou non, est composée de plusieurs fonctions optiques telles que les déphasages achromatiques, les divisions d'amplitude, les réflexions sur des miroirs, les dichroïques et le filtrage spatial des fronts d'onde.

De nouvelles technologies, actuellement en plein essor, offrent des solutions alternatives à ces fonctions. Parmi celles-ci, deux domaines sont particulièrement intéressants de par leurs apports :

- l'optique intégrée offre un gain en volume et en stabilité des composants
- les réseaux sub-lambda offrent un gain en volume, réduisent les pertes énergétiques dues aux réflexions de Fresnel et optimisent ainsi la transmission des composants

Les deux premiers chapitres exposent comment les différentes fonctions optiques exigées par Darwin pourraient être assurées par des composants fournis respectivement par l'optique intégrée et les réseaux sub-lambda.
Une troisième partie décrit une version du CIA plus compacte, le CIAXE, qui n'induit aucune déviation des faisceaux injectés.

VIII.1. L'optique intégrée en interférométrie

L'utilisation d'optiques guidées (Froehly 1981) permet de réduire quelques obstacles technologiques à l'observation interférométrique à haute résolution angulaire. Les contraintes d'alignement des composants sont relâchées et l'emploi de guides d'onde monomodes induit un filtrage spatial qui accroît la précision des mesures de visibilité.

Des tests d'observation, réalisés sur l'instrument FLUOR[32], ont démontré le fort potentiel de cette technique par l'obtention de mesures de visibilité à 1% près.
Aussi des optiques intégrées (IO dans la suite), basées sur le principe des guides d'ondes, sont à l'étude depuis 1996 au LAOG[33] (Kern et al. 1996) dans le but de réaliser des fonctions optiques complexes, requises par des applications astrophysiques, sur des substrats de petites tailles.

La première partie décrira les avantages de la technologie des optiques intégrées dans le domaine de l'astrophysique instrumentale. La seconde section résumera les premiers résultats obtenus sur le ciel à l'aide d'interféromètres à deux et trois télescopes. La troisième section décrira les études de composants IO dédiés à la réalisation d'une extinction par interférence destructive et placés sur un démonstrateur en laboratoire. Les quatrième et cinquième parties résumeront respectivement les bandes spectrales d'utilisation, présentes et futures, et les autres applications potentielles des optiques intégrées en interférométrie. En particulier, il est permis d'imaginer une cascade de CIA à optique intégrée (sixième partie).

VIII.1.1. L'attrait de la technologie de l'optique intégrée en astrophysique

Deux techniques de conception d'optiques intégrées sont dédiées aux applications astrophysiques. Dans le premier cas, le processus de guidage de l'onde est basé sur l'échange d'ion, dans l'autre cas sur la gravure d'un substrat. Une description détaillée de ces techniques est disponible dans l'article Kern et al. 2001.

L'optique intégrée fournit une solution compacte et adaptable aux contraintes instrumentales. Par exemple un recombinateur de champs multi-voies et les canaux photométriques correspondants peuvent être contenus sur une pièce de quelques centimètres carrés.
Des recombinateurs de champs, co-axiaux ou multi-axiaux, ont été conçus et testés en laboratoire et les premières validations sur le ciel réalisées. Différentes fonctions de recombinaison sont actuellement étudiées et développées pour des concepts instrumentaux tels que l'interférométrie, les suiveurs de franges ou la métrologie.

La taille du composant n'est que très peu dépendante du nombre de télescopes à recombiner simultanément. Par exemple la Figure VIII-1 présente recombinateur IO trois voies en configuration multi-axiale.

[32] FLUOR combine deux télescopes de l'interféromètre IOTA (Infra-Red Optical Telescope Array, Arizona USA) à l'aide de fibres optiques monomodes (Ruilier 1998)
[33] LAOG : Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Grenoble

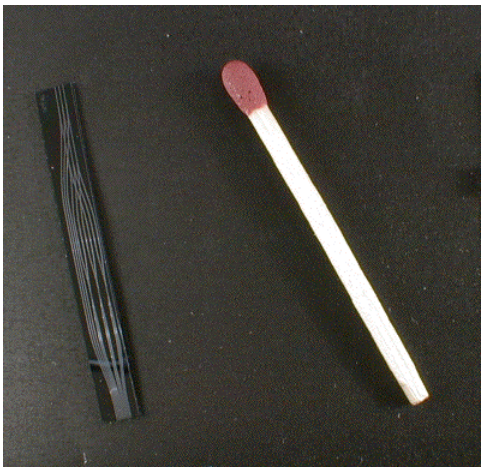


Figure VIII-1 - Optique intégrée recombinant trois voies en configuration multi-axiale

VIII.1.2. Les résultats sur le ciel

Les premiers tests sur le ciel d'un recombinateur de champs de deux puis trois télescopes, nommé IONIC[34], ont été conduit sur l'interféromètre IOTA[35] au cours des années 2000, 2001 et 2002 (Berger et al. 2001, Haguenauer et al. 2002).

Le stage suivant du développement des composants IO passe par leur utilisation dans les réseaux de télescopes à grandes bases. C'est pourquoi un recombinateur IO de deux télescopes a été installé en juillet 2002 au VLTI[36] (Glindeman 2002), fonctionnant dans la bande spectrale H et utilisant l'interface VINCI[37].
Cette expérience permet de mieux cerner la solution de l'optique intégrée pour cet interféromètre et pourrait être le premier pas vers un recombinateur de champs multi-télescopes.

VIII.1.3. Le démonstrateur ESA/Alcatel Space en laboratoire

L'optique intégrée présentant un grand potentiel d'utilisation en interférométrie, un démonstrateur d'interférométrie à frange noire (cf. chapitre II) est actuellement conçu par Alcatel Space, incluant un recombinateur IO de deux faisceaux.
Cette étude est conduite sous contrat avec l'ESA dans le cadre du programme technologique de développement de la mission Darwin (cf. chapitres II et III). Son but est d'atteindre un taux d'extinction de 10^{-6} en laboratoire et de déterminer la précision de correction de paramètres tels que la polarisation, aberrations des fronts d'onde, équilibrage des intensités, chromatisme, …
Les résultats obtenus par les tests sont, pour la plupart, compatibles avec spécifications exigées (Haguenauer et et al. 2002). Le Tableau VIII-1 qui regroupe les spécifications, requises par un taux d'extinction de 10^{-6}, et les résultats des tests réalisés, est tiré de Haguenauer et et al. 2002.

[34] IONIC : Integrated Optics Near-infrared Interferometric Area
[35] IOTA : Infrared Optical Telescope Array, Mont Hopkins Arizona USA
[36] VLTI : Very Large Telescope Interferometer, Mont Paranal Chili
[37] VINCI : Very large telescope INterferometer Commisioning Instrument

	Spécifications requises	Performances obtenues
Bande spectrale	1.30 – 1.60 μm	1.17 – 2.30 μm
Transmission en intensité	36 %	58 %
Transmission chromatique	$\Delta T(\lambda) \leq 10^{-3}$	$\leq 10^{-2}$ (à confirmer)
Polarisation	$\geq 10^{4}$	$\geq 10^{5}$
Différence de longueurs des guides	≤ 10 μm	≈1 μm
Filtrage des déformations des fronts d'onde	10^{-7}	performances évaluées par analyse numérique

Tableau VIII-1 - Spécifications, requises par l'interférométrie à frange noire, et performances obtenues lors des tests réalisés sur un composant fournit par IMEP/GeeO (Haguenauer et al. 2002)

Lorsqu'une optique guidée, fibre optique ou optique intégrée, est monomode, l'énergie portée par les modes élevés de propagation est rayonnée dans la couche de verre. Ce flux est réfléchi à l'interface verre/air et retourne alors vers le cœur. Pour être monomode, l'optique guidée doit donc être définie de manière à éviter toute perturbation induite par ce rayonnement.
La couche de verre extérieure d'une optique intégrée, contrairement celle d'une fibre optique, est de grandes dimensions, repoussant la réflexion verre/air loin du cœur. L'optique intégrée filtre donc plus rapidement les modes élevés de propagation qu'une fibre optique, ce qui lui autorise d'être de plus petite taille.

VIII.1.4. Les bandes spectrales d'utilisation de l'optique intégrée

Le proche infrarouge

Les guides d'onde actuellement conçus sont monomodes à la fois dans les bandes spectrales H et K (de 2.0 à 2.4 μm) et ont été validés par des tests sur le ciel (Berger et al. 2001, Laurent et al. 2002).

L'infrarouge thermique

La bande spectrale d'observation de la mission Darwin étant 6 – 18 μm, des études sont conduites (Laurent et al. 2000) pour une extension de la technologie de l'optique guidée dans l'infrarouge thermique.
Plusieurs solutions technologiques ont été identifiées (Haguenauer et al. 2002), telles que les verres chalcogénides, le silicone poreux, les films minces d'éléments semi-conducteurs et les guides d'ondes métalliques creux.

Dans les années futures

L'état des connaissances de la technologie de l'optique intégrée dans l'infrarouge laisse présager que des composants fonctionnant entre 3 et 5 μm existeront dans quelques années.
Les technologies requises pour de plus grandes longueurs d'onde seront plus longues à maîtriser car les techniques de conception dans l'infrarouge thermique pourraient être totalement différentes de celles exploitées actuellement dans le proche infrarouge. Leur développement pourrait donc nécessiter plus de temps.

VIII.1.5. Les fonctions de l'optique intégrée

Les technologies d'optiques intégrées, développées à l'origine pour les télécommunications, ont été adaptées aux besoins de l'interférométrie et plus particulièrement à la recombinaison de champs sur bandes spectrales larges. A présent de nouvelles fonctions et applications sont imaginées en instrumentation astrophysique.
Par exemple le MMI (Multi-Mode Interferometer, Rooms et al. 2002) a été développé pour réaliser la recombinaison multi-télescopes la plus efficace. De plus de nouvelles fonctions sont testées telles que :

- les dichroïques à optique intégrée
- les micro-lasers intégrés
- les réseaux de diffraction intégrés
- les déphaseurs de π ou de fractions de π à optique intégrée

Si certaines de ces applications sont déjà étudiées dans le domaine des télécommunications, d'autres sont spécifiques à l'instrumentation astrophysique et requièrent une analyse complète.

VIII.1.6. Une cascade de CIA en optique intégrée

Une application possible serait un CIA à optique intégrée. Un CIA présente les fonctions instrumentales suivantes (cf. chapitre IV) :

- une séparation énergétique 50/50 des faisceaux
- un déphasage achromatique de π par passage au foyer (œil de chat)
- des réflexions sur des miroirs

Il est permis d'imaginer que des composants IO puissent intégrer prochainement ces fonctions. Outre le gain de stabilité et de compacité, ce CIA pourrait aussi combiner la fonction de filtrage spatial des fronts d'onde en définissant les composants IO de manière à ce qu'ils soient monomodes aux longueurs d'onde d'utilisation. Par exemple, la Figure VIII-2 présente le profil des voies œil de chat et plan-plan-plan réalisée par optique intégrée monomode.
La voie œil de chat intégrée (cf. Figure VIII-2 à gauche) se décrit en trois parties :

- une première voie conique monomode guide le champ incident en l'élargissant de manière à ce que l'angle de divergence soit de l'ordre de 0.5 degré
- la surface intermédiaire du guide d'onde est parabolique afin d'induire un passage au foyer et ainsi d'introduire le déphasage achromatique de π
- une second guide d'onde conique monomode récupère le champ

La voie plan-plan-plan intégrée (cf. Figure VIII-2 à droite) présente, pour des raisons de symétrie, les mêmes fonctions et le même nombre de réflexion que la voie œil de chat intégrée. Seule change la courbure de la surface intermédiaire qui n'est plus parabolique mais composée de trois surfaces planes.

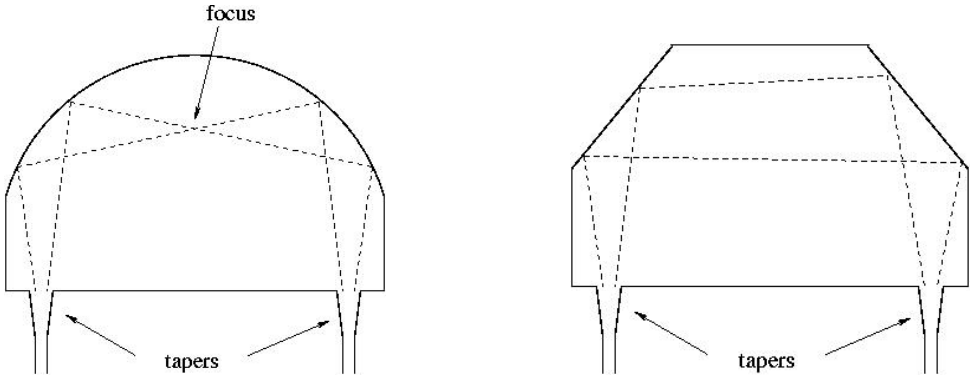


Figure VIII-2 - Voies œil de chat (à gauche) et plan-plan-plan (à droite) réalisées par optique intégrée (Haguenauer, communication privée)

Ces dernières années, la validation en laboratoire et sur le ciel de composants IO combinant les faisceaux de deux et trois télescopes, ont permis de maîtriser la technologie de l'optique intégrée en interférométrie.
Les études et tests d'optiques intégrées conçues pour des mesures d'extinction, ont démontré leur grande stabilité et des performances conformes aux exigences strictes de l'interférométrie à frange noire (Haguenauer et al. 2002).
A ce jour, les composants IO sont développés dans le proche infrarouge, mais des études ont débuté afin d'étendre leur utilisation dans l'infrarouge thermique, qui correspond aux besoins des futurs instruments tels que Darwin.

VIII.2. Les réseaux sub-lambda

Les traitements anti-reflet des surfaces optiques consistent en un empilement de couches fines de différents matériaux. Ces films minces multicouches présentent des problèmes d'adhésion, d'absorption, de stabilité et de durée de vie, dus aux limites fixées par les matériaux utilisés dans l'infrarouge et par des propriétés physiques et chimiques diverses. De plus, pour obtenir une réponse achromatique, un grand nombre de couches est requis.

Les réseaux sub-lambda apportent une solution anti-reflet alternative, libre de ces inconvénients, par la réalisation d'une structure périodique à deux dimensions sur la surface à traiter. Ceux-ci sont monolithiques, ou quasi-monolithiques, et devraient permettre d'élargir le choix des matériaux exploitables dans l'infrarouge.

VIII.2.1. Le principe

Un empilement de couches minces induit une variation graduelle de l'indice de réfraction. Si chaque couche, d'indice donné, est d'épaisseur inférieure à la longueur d'onde, la réflexion résultante peut être alors significativement réduite.
Ce changement graduel de l'indice peut être aussi synthétisé par des réseaux dits « sub-lambda », dont la période de la structure est inférieure à la longueur d'onde de la radiation incidente (Raguin et Morris 1993).
Une morphologie adaptée du motif périodique permet de réduire la réflexion d'une surface au niveau de celle donnée par un traitement multicouches complexe. La période de la structure inférieure à la longueur d'onde assure que le front d'onde soit transmis sans dégradation.

VIII.2.2. Les réseaux ZOG

Les ZOG[38] sont des réseaux sub-lambda qui ne diffractent pas la lumière dans le sens où seuls les ordres zéro transmis et réfléchis peuvent se propager hors du réseau. La condition de propagation des ordres de diffraction est fixée par le rapport de la période Λ du réseau et de la longueur d'onde λ :

$$\frac{\Lambda}{\lambda} \langle \frac{1}{n_t \sin\theta_m - n_i \sin\theta} \qquad (VIII\text{-}1)$$

où θ est l'angle d'incidence, θ_m l'angle de diffraction du m-ième ordre, n_i et n_t respectivement les indices de réfraction des milieux d'incidence et de transmission.

Les ZOG à une dimension peuvent synthétiser une structure anti-reflet, mais sont biréfringents, pénalisant ainsi l'utilisation de ces réseaux en lumière non polarisée. La propriété anti-reflet devient isotrope en utilisant un réseau à deux dimensions et des symétriques, comme la structure des yeux des papillons de nuit. En effet la cornée de ces papillons est couverte d'un réseau hexagonal régulier de protubérances (cf. Figure VIII-3), de période 200 nm et de section transversale sinusoïdale. Cette géométrie induit un gradient d'indice naturel qui réduit la réflexion sur une large bande spectrale et améliore ainsi le camouflage et la perception des papillons.

Un tel réseau réfléchit et transmet une radiation de la même manière qu'un milieu homogène, par ajustement des paramètres comme la période, le relief des motifs et en reproduisant des profils particuliers de gradient d'indice de réfraction.

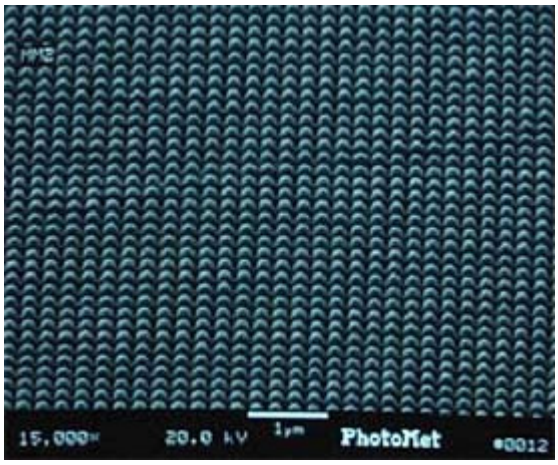


Figure VIII-3 - Structure anti-reflet des yeux des papillons de nuit

VIII.2.3. Les profils des gradients d'indice de réfraction

Ces profils induisent une variation continue de l'indice de réfraction du milieu indicent au substrat. Ceux-ci peuvent être exponentiels, gaussiens ou polynomiaux, mais le plus efficace est le profil conique de Klopfenstein (cf. Figure VIII-4) :

[38] ZOG : Zero Order Gratings

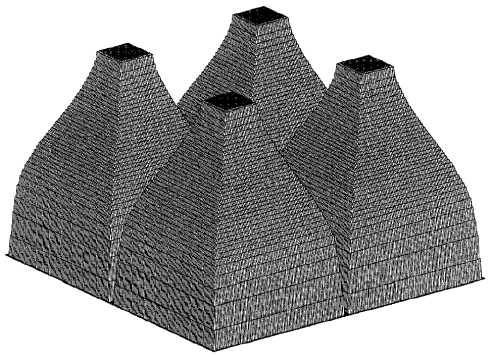


Figure VIII-4 - Vue à trois dimensions d'un réseau sub-lambda, dont la structure de Klopfenstein est symétrique et à deux dimensions (Grann et al. 1995). Le sommet du motif est plat. Cette caractéristique est due à la discontinuité du gradient d'indice aux arêtes

Les simulations réalisées de ce profil (Grann et al. 1995) ont révélé des performances accrues, traduites par une réflectivité inférieure à 0.3 % sur une largeur de bande spectrale correspondant à une résolution spectrale de 0.8 (cf. Figure VIII-5).

Actuellement les réseaux à structure de Klopfenstein ne sont pas réalisables. Les profils actuels sont produits selon de deux groupes de techniques :

- les techniques de lithographie
- l'ablation directe par laser (Dubreuil et al. 1998)

Des études de développement des ZOG sont actuellement en cours. Par exemple les réseaux sub-lambda sont susceptibles d'être utilisés dans la conception d'un coronographe achromatique à masque de phase à Quatre-Quadrant (cf. chapitre I, Rouan et al. 2000). Ces travaux sont détaillés dans l'article Mawet et al. 2003.

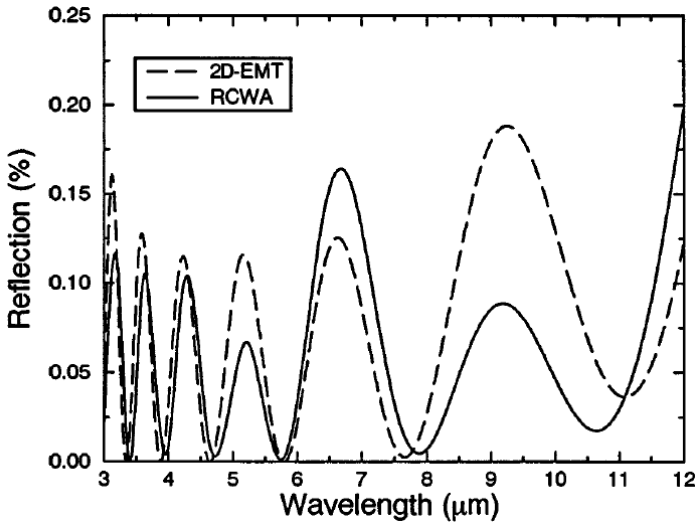


Figure VIII-5 - Résultats RCWA (Rigourous Coupled-Wave Analysis) et 2D-EMT (Effective Medium Theory) d'un réseau sub-lambda (Grann et al. 1995), dont la structure de Klopfenstein est symétrique et dont la résolution spectrale équivalente est de 0.83

VIII.3. Le CIAXE

Un coronographe monobloc, proposé par J. Gay et nommé CIAXE, exploite la gestion des faisceaux d'un CIA sans coudage de faisceau. Cette condition impose d'utiliser des dioptres courbes et des faisceaux non collimatés. La Figure VIII-6 présente le schéma du CIAXE.

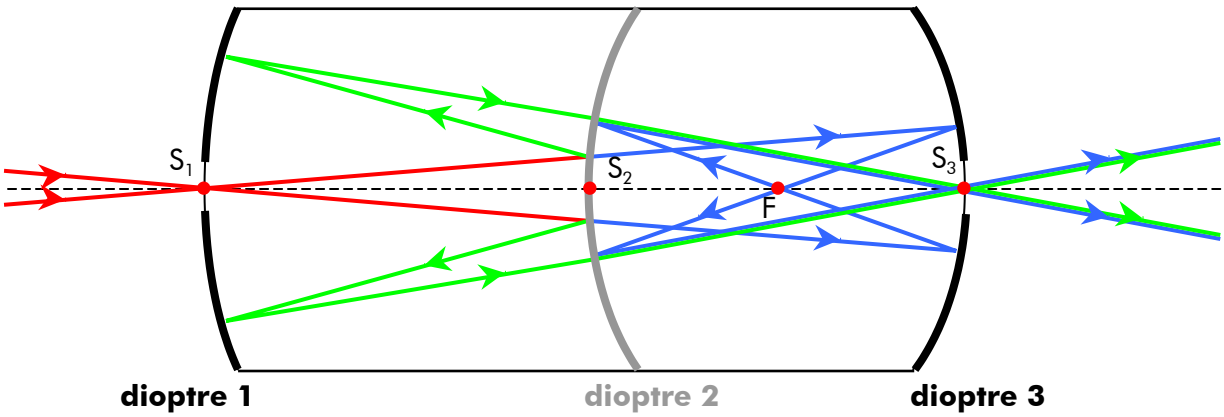


Figure VIII-6 - Schéma d'un CIAXE, composé de trois dioptres de sommets respectifs S_1, S_2 et S_3. Les faisceaux injectés sont en rouge, les faisceaux réfléchis et transmis par la séparatrice respectivement en vert et en bleu

La marche des faisceaux se décrit en quatre étapes :

- le faisceau incident (en rouge) converge sur le sommet S_1 du dioptre 1, dont la face interne est réfléchissante hormis autour de S_1.
- les faisceaux réfléchis (en vert) et transmis (en bleu) par la séparatrice, de sommet S_2, sont renvoyés sur les miroirs, formés par les faces internes réfléchissantes des dioptres 1 et 3.
- le dioptre 3, de courbure appropriée, induit un passage au foyer en F, introduisant par la même un déphasage de π achromatique sur le faisceau bleu.
- les deux faisceaux (vert et bleu) émergent superposés du CIAXE par le dioptre 3.

Les avantages (▲) et inconvénients (▼) principaux sont les suivants :

- ▲ les faisceaux d'entrée et de sortie suivent un même axe optique rectiligne
- ▲ le volume du CIAXE est inférieur à celle du CIA
- ▲ « l'implémentation » du CIAXE est simple, car composé de deux parties délimitées par le dioptre (cf. Figure VIII-6)
- ▼ la gestion des pupilles d'entrée et de sortie est délicate
- ▼ les spécifications des dimensions requises sont difficiles à réaliser

Les nouvelles approches par des technologies en cours de développement sont prometteuses. Même si leurs études n'ont pas encore abouti, des espoirs se fondent sur leurs capacités à résoudre certains obstacles technologiques actuels de réalisation de Darwin.

Chapitre IX

Le projet GENIE

L'interféromètre Darwin est composé de six télescopes de 1.5 mètres. Chacun, porté par un satellite (« free flyer », cf. chapitre III), transmet le flux collecté au module central de recombinaison des faisceaux (satellite dit « hub »). Utilisant le principe de l'interférométrie à frange noire, le recombinateur éteint la lumière de l'étoile parente par interférence destructive sur l'axe et transmet le signal hors-axe de la planète par interférence constructive (cf. chapitre II et III).

L'un des points clés du programme de recherche technologique de l'ESA (programme TRP, cf. chapitre III) est de maîtriser la technique de l'interférométrie à frange noire au niveau requis (taux d'extinction achromatique de 10^{-6}). Les activités du programme TRP incluent le développement de composants tels que des déphaseurs achromatiques (APS ou Achromatic Phase Shifter), des systèmes de filtrage spatial des fronts d'onde, des fibres optiques monomodes dans l'infrarouge thermique et des optiques intégrées, des lignes à retard et des suiveurs de franges.

Le VLT[39], situé au mont Paranal (Chili), possède l'infrastructure adéquate à un test au sol de l'interférométrie à frange noire. C'est pourquoi l'ESA[40] et l'ESO[41] prévoient de concevoir un démonstrateur, appelé GENIE[42], qui exploiterait le laboratoire central du VLTI[43].

Ce chapitre présente les différents objectifs du projet GENIE et les extensions possibles et s'inspire de l'article Gondoin et al. 2002.

[39] VLT : Very Large Telescope
[40] ESA : European Space Agency
[41] ESO : European Southern Observatory
[42] GENIE : Ground based European Nulling Interferometry Experiment
[43] VLTI : Very Large Telescope Interferometer

IX.1. GENIE : un démonstrateur des technologies indispensables à l'interféromètre Darwin

Le premier objectif de GENIE est d'acquérir de l'expérience dans le domaine de l'interférométrie à frange noire par la conception d'un démonstrateur combinant toutes les fonctions optiques du futur interféromètre Darwin. Ce démonstrateur bénéficiera de l'infrastructure du VLTI, comprenant les télescopes dotés d'optiques adaptatives, les lignes à retard, les suiveurs de franges et le laboratoire de recombinaison des faisceaux.

Le banc optique de GENIE, placé dans ce laboratoire, devra fournir des fonctions spécifiques à l'interférométrie à frange noire, tels que l'équilibrage des amplitudes et des polarisations, les déphasages achromatiques, la recombinaison des champs et la modulation interne, le filtrage spatial, la spectrométrie et la détection. L'architecture de GENIE sera établie par l'étude de définition en cours.

Cette expérience sera conclue par des tests d'extinction (taux d'extinction attendu de l'ordre de 10^{-3}) sur des étoiles simples proches (5 – 20 pc) ou des binaires serrées, dans la bande spectrale de l'infrarouge thermique. La turbulence et le rayonnement infrarouge de l'atmosphère de la Terre limiteront les performances.

IX.2. GENIE : une élaboration du programme scientifique de Darwin

Le programme scientifique de Darwin vise à détecter des planètes extrasolaires de type Terre autour d'étoiles proches afin de déterminer leurs caractéristiques, d'analyser la composition de leur atmosphère et d'estimer leur aptitude à abriter la vie telle que nous la connaissons (cf. chapitre II).

La mission de Darwin de détection directe de planètes requiert une meilleure connaissance sur la fréquence de présence de planètes semblables à la Terre autour d'étoiles de type G, K et M. Ainsi le second objectif de GENIE est de préparer le programme scientifique de Darwin par une étude systématique des cibles potentielles de type Soleil-Terre. Ce « recensement » identifiera les étoiles possédant un nuage circumstellaire dont une partie présente une distribution spectrale semblable à celle d'une planète de type Terre.

La détection de nuages circumstellaires, bien que moins difficile qu'une détection de planètes, demande l'emploi de l'interférométrie à frange noire. En effet, dans le cas de notre système solaire, le contraste entre le disque zodiacal et le Soleil est de 10^{-4} à toute longueur d'onde et requiert donc une forte extinction. De plus la résolution angulaire nécessaire n'est pas accessible actuellement avec un instrument monolithique.

Un interféromètre de Bracewell exploitant deux des quatre télescopes de huit mètres du VLT pourrait fournir la dynamique et la résolution angulaire demandées (Bracewell 1978, cf. chapitre II) et pourrait être la base du projet GENIE.

IX.2.1. Rapport signal à bruit pour un disque circumstellaire

Le rapport signal à bruit d'un disque circumstellaire, observé dans la bande de l'infrarouge thermique par un interféromètre de Bracewell, est proportionnel à la surface collectrice (Gondoin et al. 2002). Le bruit provient en grande partie du fond radiant.
Dans le cas d'une telle observation, l'emploi des plus grands télescopes semble donc adéquat.

IX.2.2. Bande spectrale d'observation

Le Tableau IX-1 présente le flux circumstellaire et le contraste avec l'étoile d'un nuage dix fois plus dense que le disque zodiacal de notre système solaire et localisé autour d'une étoile de type G2V à 10 pc (Gondoin et al. 2002).

Bande spectrale	K	L'	M	N
Flux exozodiacal (Jy)	$0{,}2.10^{-3}$	$0{,}5.10^{-3}$	$0{,}7.10^{-3}$	$1{,}1.10^{-3}$
Contraste étoile/nuage	$1{,}5.10^{5}$	3.10^{4}	$1{,}4.10^{4}$	$2{,}5.10^{3}$

Tableau IX-1 - Flux exozodiacal et le contraste avec l'étoile d'un nuage 10 fois plus dense que le disque zodiacal de notre système solaire et localisé autour d'une étoile de type G2V à 10 pc (Gondoin et al. 2002)

La détection de matière exozodiacale, à l'aide d'un interféromètre de Bracewell formé de deux télescopes du VLT, apparaît plus favorable dans la bande N à 10.2 μm et demande une rejection de la lumière stellaire de quelques milliers.

La bande N présente les avantages (▲) et inconvénients (▼) suivants :

- ▲ le contrôle de la différence de marche entre les voies interférométriques est le moins sévère, car, parmi les quatre intervalles spectraux considérés, la bande N correspond aux longueurs d'onde les plus grandes
- ▲ la turbulence est la moins sévère (même raison)
- ▼ l'émission du fond radiant est la plus sévère (atmosphère et émissivité résiduelle des miroirs)

IX.2.3. Lumière stellaire résiduelle due au profil d'extinction

Le profil de transmission énergétique de la frange noire centrale, générée par un interféromètre à deux télescopes de Bracewell, est en θ^2. Puisque l'étoile est non ponctuelle, la lumière hors-axe n'est pas totalement rejetée par l'interférence destructive, laissant subsister un signal résiduel (cf. chapitre II).

Des interféromètres à trois ou quatre télescopes, tels que le DAC ou OASES (cf. chapitre III), induisent un profil de transmission en θ^4 et réduisent ainsi la fuite des photons stellaires (« leakage »). Cependant au sol, la pupille collectrice est constamment modifiée par la rotation diurne de la Terre, ce qui modifie la carte de transmission. Les configurations DAC ou OASES nécessiteraient alors un système de recombinaison plus complexe. De plus les variations de l'extinction, introduites par les fluctuations atmosphériques, sont plus contraignantes à stabiliser dans le cas d'interféromètres à trois ou quatre télescopes.

Ainsi la détection de nuages circumstellaires, réalisée sur le site du VLT, utiliserait plutôt un interféromètre de Bracewell.

La fuite des photons stellaires est réduite en observant à de grandes longueurs d'onde avec de petites bases interférométriques, car la frange noire centrale est alors élargie (Gondoin et al. 2002). Ainsi l'interféromètre de Bracewell fonctionnerait dans la bande spectrale N avec les plus petites bases accessibles (46 ou 56 mètres).

IX.2.4. Rayonnement du fond radiant

La détection est limitée par le fond radiant, particulièrement important dans la bande N. GENIE pourrait avoir recours à une modulation de champs, qui permet par détection synchrone d'accroître le signal à bruit. Cette méthode bénéficierait du sous-système de « chopping » du VLT.

IX.3. Une détection directe de planètes extrasolaires avec GENIE ?

Avec des bases interférométriques variant de 46 à 130 mètres, le VLT permet d'atteindre la résolution angulaire requise pour détecter dans la bande spectrale L des planètes distantes de 5 à 15 marcsec de l'étoile parente, ce qui correspond à 0.05 – 0.15 UA dans le cas d'une étoile à 10 pc. Ces orbites sont celles de Jupiter chauds, dont le contraste avec l'étoile parente est inférieur à 10^4 dans la bande L.
Les spécifications de détection d'exo-Jupiter sont donc compatibles avec les possibilités de GENIE.

L'obstacle majeur à la détection reste les bruits engendrés part les photons stellaires non éteints et le fond thermique infrarouge. Ces bruits pourraient être suffisamment réduits par modulation de la carte de transmission, qui pourrait être induite par une modulation interne réalisée entre les signaux provenant de deux interféromètres Bracewell.

Un projet est d'utiliser les quatre télescopes du VLT par couples. Trois configurations à deux interféromètres Bracewell (cf. Figure IX-1) sont exploitables au VLT, permettant d'adapter la carte de transmission à la position orbitale de l'exo-Jupiter autour de l'étoile parente.

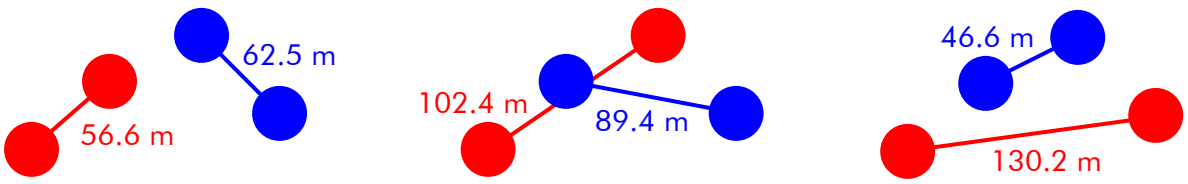


Figure IX-1 - Configurations à deux interféromètres de Bracewell réalisables sur le site du VLTI (courtesy Gondoin et al. 2002)

Cette technique, semblable à celle imaginée pour la mission Darwin (cf. chapitre III), consiste à recombiner les sorties éteintes de deux interféromètres Bracewell en introduisant un déphasage variable de $\pm \pi/2$ entre les deux sorties.

La définition de la bande spectrale de GENIE (N ou L') est cruciale et exige de choisir entre une large fuite de photons stellaires dans le proche infrarouge et un fond thermique important dans le milieu infrarouge.

Le choix de la configuration porte plutôt sur l'interféromètre de Bracewell de par sa simplicité. L'exploitation du DAC ou OASES (cf. chapitre III) demande une recombinaison plus complexe et ne serait recommandée que si la fuite des photons stellaires devenait prohibitive.
Appliquer une modulation interne entre deux interféromètres de Bracewell serait un test important pour le développement de la mission Darwin.

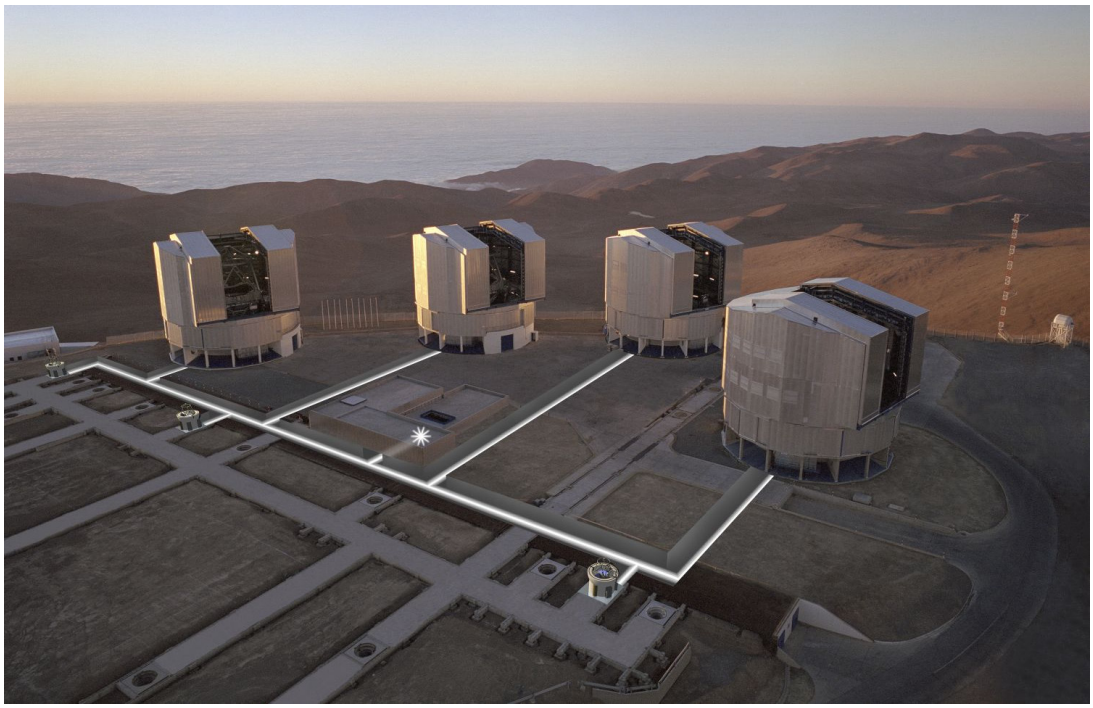


Figure IX-2 - Vue de l'observatoire européen VLTI (Mont Paranal, Chili) avec illustration des trajets des faisceaux interférométriques jusqu'au laboratoire de recombinaison

Conclusion

Après avoir rappelé le contexte scientifique de la mission Darwin et dressé un état des lieux des avancées réalisées, j'ai relevé certains points durs technologiques de réalisation de l'instrument (chapitres I, II et III).

Alors j'ai introduit le principe d'une recombinaison, différente de celle imaginée jusque là (ESA 2000) : la cascade de CIA. Ce système optique compact permet de recombiner les quatre ondes d'un interféromètre à quatre télescopes en introduisant un déphasage de π achromatique sur deux d'entre elles (cf. chapitre IV). Cette recombinaison particulière est celle recherchée par le mode coronographique de la mission Darwin.

L'étape suivante a été de mener une étude de faisabilité de la cascade et de tester son application au mode coronographique de la mission Darwin (chapitre V). J'ai ainsi établi une série de spécifications instrumentales, qui, au regard des performances technologiques accessibles à ce jour, sont réalisables.
Certaines études menées durant cette thèse sont applicables à tout système de recombinaison dédié au mode coronographique de Darwin, et pas uniquement à la cascade.

Pour étudier la cascade dans son environnement (module de recombinaison dans son ensemble), j'ai considéré des sous-systèmes optionnels dont j'ai montré les avantages et inconvénients (chapitres V et VII).

J'ai également analysé l'impact d'un filtrage spatial par fibres optiques monomodes sur les performances de la recombinaison et sur les spécifications instrumentales établies (chapitre VI), ainsi que les limitations qui l'accompagnent à ce jour.

Dans une dernière partie (chapitre VIII et IX), j'ai décrit sommairement des technologies en cours de développement, qui devraient bientôt apporter de nouvelles solutions à certains obstacles technologiques actuels de réalisation de Darwin.

Certaines études réalisées seront à raffiner dans le futur afin d'obtenir des valeurs plus précises des spécifications. Mais dès à présent, il apparaît que les spécifications requises pour l'emploi de la cascade de CIA ne sont pas hors de portée des savoir-faire technologiques actuels et ainsi, l'approche cascade de CIA peut être une alternative au mode de recombinaison de la mission Darwin

Bibliographie

Abe L., Vakili F., Boccaletti A., 2001, The achromatic phase knife coronograph, *A&A* **374**, p.1161-1168

Absil O., Karlsson A., Kaltenegger L., 2003, Inherent modulation : a fast chopping method for nulling interferometry, Proc. SPIE, vol. 4852, in press

Abramowitz M., Stegun I.A., 1970, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, inc., New York

American Institute of Physics, 1972, American Institute of Physics handbook (third edition), section editors : Bruce H. Billings (and others), coordinating editor : Dwight E. Gray., published McGraw-Hill (New York)

Angel J.R.P., 1990, The Next Generation Space Telescope, Bely P., Burrows C.J. and Illingworth G.D. eds., STScI : Baltimore, p.81

Angel J.R.P., Woolf N.J., 1997, An imaging nulling interferometer to study extra-solar planets, *Astrophys. J.,* **475**, p.373-379

Baudoz P., Rabbia Y., Gay J., 2000, Achromatic Interfero Coronography – I – Theorical capabilities for ground-based observations, *A&A Suppl. Ser.*, **141**, p.319-329

Berger J.-P., Haguenauer P., Kern P., Perrault K., Malbet F., Schanen I., Severi M., Millan-Gabet R., Traub W., 2001, Integrated optics for astronomical interferometry – IV – First measurement of stars, *A&A* **376**, p.L31-L34

Born M., Wolf E., 1998, Principles of Optics – Electromagnetic Theory of propagation interference and diffraction of light (Sixth Edition), Cambridge University Press

Bracewell R.N., 1978, Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer, *Nature*, **274**, p.780

Bracewell R.N., McPhie R.H., 1979, Searching for nonsolar planets, *Icarus*, **38**, p.136

Brack A., 1993, Origin of Life and Evolution of Biosphere, **23**, p.3

Charbonneau D., Brown T., Latham D., Mayor M., 2000, Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star, *Astrophys. J. Lett.*, **529**, p.45

Chassefière E., 1996, Hydrodynamic Escape of Oxygen from Primitive Atmospheres: Applications to the Cases of Venus and Mars, *Icarus*, **124**, p.537

Danner R., Unwin S., 1999, Space Interferometer Mission, Taking the Measure of the Universe, JPL publication 400-811

Deleuil M., Barge P., Léger A., Schneider J., 1997, Detection of Earth-like Planets with the COROT Space Mission, Planets Beyond the Solar System and the Next Generation of Space Mission, Soderblom ed., *ASP Conference Series*, **119**, p.259

Dubreuil D., Harvey E.C., Pigot C., Rizvi N.H., 1998, Antireflection-structured surfaces for mid-infrared entrance Windows, *Proc. SPIE*, KONA, P.269-280

ESA, 2000, Darwin The Infrared Space Interferometer – Concept and Feasibility Study Report, ESA-SCI(2000)12, July 2000

Escarrat L., 2000, Filtrage Spatial par fibres optiques monomodes – Application à la mission Darwin, stage de DEA, Université de Nice – Sophia Antipolis

Flatscher R., Johann U., 2002, The ESA nulling interferometer breadboard, Proceeding of GENIE – Darwin Workshop – Hunting of planets (Leiden – The Nederlands), June 2002

Froehly C, 1981, Coherence and interferometry through optical fibers, *Science importance of high resolution at infrared and optical wavelengths*, M.H. Ulrich and K. Kjär, eds, ESO conference and workshop proceedings (European Southern Observatory, Garching bei München, Germany), p. 285-293

Gay J., Rabbia Y., 1996, Principe d'un coronographe interférentiel, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **t. 322**, Série II b, p 265-271

Gay J., Rabbia Y., Baudoz P., 1997, Le coronographe interférentiel achromatique, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **t. 325**, Série II b, p.51-56

Gliese W., Jahreiss H., 1991, Preliminary Version of the third catalogue of nearby stars, The Astronomical Data Center CD-ROM: Selected Astronomical Catalogs, Vol. I; L.E. Boltzmann, S.E. Gesser (eds.)

Glindeman A., 2002, Next generation VLTI instruments, Proceeding of GENIE – Darwin Workshop – Hunting of planets (Leiden – The Nederlands), June 2002

Gondoin P., Absil O., Fridlund M., Erd C., den Hartog R., Rando N., Glindemann A., Koehler B., Wilhem R., Karlsson A., Labadie L., Mann I., Peacock A., Richichi A., Sodnik Z., Tarenghi M., Volonte S., 2002, The Darwin Ground-based European Nulling Interferometry Experiment (GENIE), Proceeding of GENIE – Darwin Workshop – Hunting of planets (Leiden – The Nederlands), June 2002

Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M., 2000, Table of Integrals, Series and Products (Sixth edition), Academic Press

Grann E.B., Moharam M.G., Pommet D.A., 1995, Optimal design for antireflective tapered two-dimensional subwavelength grating structures, *JOSA A.*, **12**, p.333-339

Gray E.D., ed., et al., 1972, American Institute of Physics Handbook (third edition), *Mc Graw-Hill Book Company*

Haguenauer P., Schanen-Duport I., Kern P., Barillot M., Laurent E., Rousselet-Perrault K., Berger J.-P., Malbet F., 2002, Integrated optics and astronomical instrumentation, Proceeding of GENIE – Darwin Workshop – Hunting of planets (Leiden – The Nederlands), June 2002

Hanel R.A., Conrath B.J., Jennings D.E., Samuelson R.E., 1992, Exploration of the Solar System by IR remote sensing, Cambridge Univ. Press, USA

Huard S., 1994, Polarisation de la lumière, Ed. Masson

Kalas P. et Jewitt D., 1996, The Detectability of Beta Pictoris-type Circumstellar Disks Around Nearby Main-Sequence Stars, *Astron. J.*, **111**, p.1347-1355

Kasting J.F., Holland H.D., Pinto J.P., 1985, *J. Geophys. Res.,* **90**, p.10497-10510

Kasting J.F., 1997, *Origins of Life and Evolution of Biospheres*, **23**, p.3

Kern P., Malbet F., Schanen-Duport I., Benesh P., 1996, Integrated optics single-mode interferometric beam combiner for near infrared astronomy, Integrated Optics for Astronomical Interferometry, P. Kern and F. Malbet, eds (Proc. AstroFib'96, Grenoble, Bastianelli-Guirimand publisher, Grenoble (France), 1996), p.195-203

Kern P., Berger J.-P., Haguenauer P., Malbet F., Perrault K., 2001, Planar integrated optics and astronomical interferometry, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **t. 2**, Série IV, p.111-124

Labeyrie A., 1995, Images of exo-planets obtainable from dark speckles in adaptative telescopes, *A&A*, **298**, p.544-546

Laurent E., Schanen I., Kern P., Pradel A., Aggad A., 2000, Single-mode waveguides in thermal infrared wavelengths for spatial interferometry, *Proc. ISCO 2000 : International Conference on Space Optics*, Toulouse, p.497-505

Laurent E., Rousselet-Perrault K., Benech P., Berger J.-P., Gluck S., Haguenauer P., Kern P., Malbet F., Schanen-Duport I., 2002, Integrated optics for astronomical interferometry. V – Extension to the K band, *A&A*, **390 (3)**, p.1171-1176

Léger A., Pirre M., Marceau F.J., 1993a, Search for primitive life on a distant planet : revelance of 02 and 03 detections, *A&A*, **277**, p.309-313

Léger A., Mariotti J.-M., Puget J.-L., Rouan D., Schneider J.,1993, Darwin : Mission concept for the ESA Horizon 2000+ program

Léger A., Mariotti J.-M., Mennesson B., Ollivier M., Puget J.-L., Rouan D., Schneider J.,1996, Could We Search for Primitive Life on Extrasolar Planets in the Near Future ? The Darwin Project, *Icarus*, **123**, p.249-255

Lovelock J.E., 1965, *Nature*, **207**, p.568-570

Lovelock J.E., 1975, Thermodynamics and the recognition of alien biospheres, *Proc. Roy. Soc. London*, **B189**, p.167

Lyot B., 1931, Photographie de la couronne solaire en dehors des éclipses, *C.R. Acad. Sci. Paris*, **193**, p.1169

Lyot B., 1939, A study of the solar corona and prominences without eclipses, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **99**, p. 580

Marcy G., Butler P., 1998, Detection of Extrasolar Giant Planets, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **36**, p.56

Mawet D., Lenaerts C., Moreau V., Renotte Y., Rouan D., Surdej J. , 2003, Achromatic four quadrant phase mask coronograph using the dispersion of form birefringence, *Astronomy with High Contrast Imaging*, C. Aime and R. Soumer (eds), EAS Publications Series, **8**, p.117-128

Mayor M., Queloz D., 1995, A Jupiter-mass companion to a solar-type star, *Nature*, **378**, p.355

Mennesson B., Léger A., 1999, Direct Detection and Characterization of Extrasolar Planets : the Mariotti Space Interferometer, *submitted to Icarus*

Mennesson B., Mariotti J.-M.,1997, Array Configurations for a Space Infrared Nulling Interferometer Dedicaced to the Search for Earthlike Extrasolar Planets, *Icarus*, **128**, p.202

Neumann E.-G.,1988, Single-Mode Fibers – Fundamentals, Springer-Verlag Ed.

Noll R.-J., 1976, Zernike polynomials and atmospheric turbulences, *J. Opt. Soc. Am.*, 66(3), p.207-211

Ollivier M., 1999, Contribution à la recherche d'exoplanètes – Coronographie interferentielle pour la mission Darwin, Thèse de doctorat, Université Paris XI

Owen T., 1980, The search of early forms of life in other planetary systems : future possibilities affored by spectroscopic techniques, *strategies for the search for life in the universe*, M Papagiannis Ed., Reidel, p.177

Peatzold H.K., 1962, la Physique des planètes, *Mem. Soc. Roy. Soc. Liège*, **7**, p.452

Pérez J.-P., 2000, Optique – Fondements et applications (6^{e} édition), Ed. Dunod

Perryman M.A.C., Lindegren L., Turon C., 1997, The Scientific Goals of GAIA Mission, ESA SP-402

Rabbia Y., Gay J., Bascou E., Schneider J.-L., 2000, Summary Assessment Report on Achromatic Phase Shifters for Space Interferometry, ESTEC/Contract No. 14398/00/NL/MV

Rabbia Y., Gay J., Rivet J.-P., Schneider J.-L., 2002, Review of concepts and contraints for achromatic phase shifters, Proceeding of GENIE – Darwin Workshop – Hunting of planets (Leiden – The Nederlands), June 2002

Raguin D.H., Morris G.M., 1993, Anti-Reflection Structured Surfaces for the infrared spectral region, *Appl. Opt.*, **32**, No. 7, p.1154-1167

Roddier F., Roddier C., 1997, Stellar Coronograph with Phase Mask, *PASP*, **109**, p.815-820

Rooms F., Morand A., Schanen I., Broquin J.-E., Haguenauer P., Berger J.-P., Martin, 2002, New concept for combining 3 telescopes with integrated optics : multi-mode interferences (MMI), *SPIE Conference*, Waikoloa, August 2002

Rosenqvist J., Chassefière E., 1995, Inorganic chemistry of O_2 in a dense atmosphere, *Planet. Spa. Sci.,* **43**, p.3

Rouan D., Riaud P., Boccaletti A., Clénet Y., Labeyrie A., 2000, The Four-Quadrant Phase-Mask Coronograph – Principle, *PASP*, 2000 November, **112**, p.1479-1486

Ruilier C., 1999, Filtrage modal et recombinaison de grands télescopes – Contributions à l'instrument FLUOR, Thèse de doctorat, Université Paris VII

Sagan C., Thompson W., Carlson R., Gurnett D., Hord C., 1993, a search of life on Earth from the Galileo spacecraft, *Nature*, **365**, p.715

Serabyn E., Wallace J.K., Hardy G.J., Schmidtlin E.G.H., Nguyen H.T., 1999, Deep nulling of visible laser light, *Appl. Opt.*, **38**, No.34, p.7128-7132

Serabyn E., 2000, Nulling Interferometry : Symmetry Requirements and Experimental Results, dans *Interferometry in Optical Astronomy*, P.J. Léna, A. Quirrenbach, Editors, Proceedings of SPIE Vol.4006 (2000)

Shao M., 1996, SIM the Space Interferometer Mission, Planets Beyond the Solar System and the Next Generation of Space Mission, STScI, Baltimore 16-18 October 1996

Schneider J., Baglin A., Auvergne M., Michel E., Rouan O., Appourchoux T., Barge P., Deleuil M., Vuillemein A., Catala C., Garrido R., Léger A., Waiss W., 1998, The COROT Mission : from structure of stars to origin of planetary systems", Shull M. et al. (eds), NASA Origins Conf., 298-303

Tarter J., 1998, The Search for Extra-Terrestrial Intelligence, *AAS Meeting* 193, 58.02

Thomas E., 2000, Contributions à l'interférométrie spatiale – Astrométrie globale et détection de planètes extra-solaires, Thèse de doctorat, Université de Nice – Sophia Antipolis

Wolszczan A., Frail D., 1992, A planetary System around the Millisecond Pulsar PSR1257+12, *Nature*, **255**, p.145-147

Chapitre X

Annexes

Durant ma thèse, certaines études (réflexions multiples, tilt) impliquaient de connaître précisément les trajets géométriques suivis par les ondes dans la cascade. En effet il était important de déterminer des caractéristiques comme la longueur du chemin parcouru, la position et l'angle de sortie du faisceau suivant son angle et sa position d'injection.

Ces analyses, décrites dans ce chapitre, ont été réalisées pour les différents composants de la cascade que sont le cube séparateur (annexe I) et les voies œil de chat (annexe II) et plan-plan-plan (annexe III).

Les simulations ainsi développées, à l'aide du logiciel IDL, s'apparentant à des tracés de rayons, j'ai choisi de confronter les résultats donnés par ces modélisations analytiques à ceux obtenus par le logiciel de tracé de rayons ASAP par soucis de vérification.

Une dernière annexe (IV) décrit la gestion des pupilles d'entrée et de sortie dans les voies œil de chat et plan-plan-plan.

X.1. Modélisation analytique d'un cube séparateur

Cette première annexe présente les expressions de la longueur du trajet optique parcouru dans le cube, l'angle et la position d'émergence du faisceau. Les équations seront établies dans le cas d'un cube parfait, puis dans le cas d'un cube présentant des défauts géométriques.

Dans la suite, L_{cube} est la longueur des côtés du cube et θ_i l'angle d'incidence orienté d'un faisceau sur la face d'entrée (cf. Figure X-1). L'indice de réfraction du matériau composant le cube est n et l'angle θ_r réfracté à l'interface air-matière est donné par la relation de Snell-Decartes :

$$\theta_r = \arcsin\left(\frac{\sin\theta_i}{n}\right) \qquad (X\text{-}1)$$

Dans la section principale du cube séparateur (cf. Figure X-1), la position d'injection orientée du faisceau est repérée à partir du centre O de la face d'entrée par la coordonnée x.

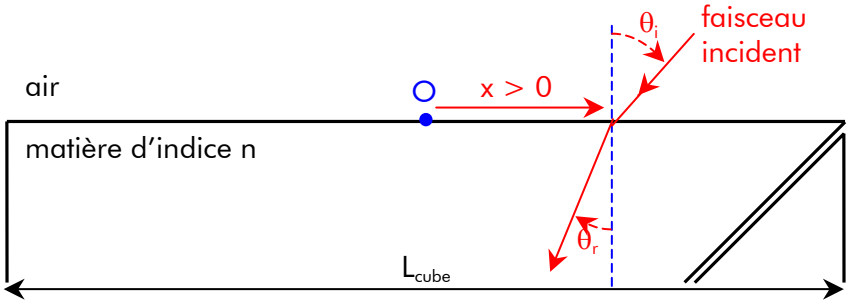


Figure X-1 - Face d'entrée du cube de longueur L_{cube}, sur laquelle est injecté un faisceau à la position x, avec un angle d'incidence est θ_i et un angle réfracté θ_r

X.1.1. Cube séparateur idéal

Dans cette partie sont décrits les parcours géométriques, positions et angles d'émergence des faisceaux réfléchi (cf. Figure X-2 à gauche) et transmis (cf. Figure X-2 à droite) par la séparatrice d'un cube séparateur parfait (côtés de l'angle droit de longueur L_{cube}, angles adjacents de $\pi/4$).

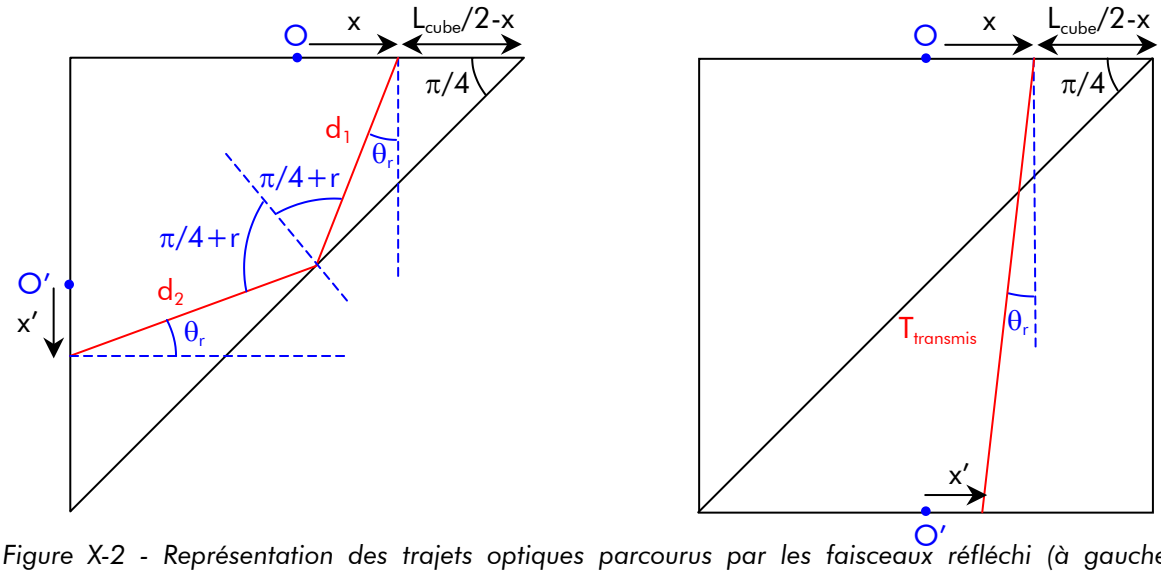


Figure X-2 - Représentation des trajets optiques parcourus par les faisceaux réfléchi (à gauche) et transmis (à droite) par la séparatrice dans un prisme parfait

Trajet, position et angle d'émergence du faisceau réfléchi

La longueur du trajet optique $T_{réfléchi}$ est exprimée par la somme des longueurs des segments d_1 et d_2 qui s'écrivent (cf. Figure X-2 à gauche) :

$$\begin{cases} d_1 = \left(\frac{L_{cube}}{2} - x\right)\left[\cos\theta_r + \sin\theta_r \tan^{-1}\left(\frac{\pi}{4} - \theta_r\right)\right] \\ d_2 = \frac{\frac{L_{cube}}{2} + x - d_1 \sin\theta_r}{\cos\theta_r} \end{cases} \quad (X\text{-}2)$$

Alors $T_{réfléchi}$ devient :

$$T_{réfléchi} = \frac{L_{cube}}{\cos\theta_r} \quad (X\text{-}3)$$

La position de sortie, repérée par l'origine O' (cf. Figure X-2) sur la face de sortie, est :

$$x'_{réfléchi} = d_1 \cos\theta_r + d_2 \sin\theta_r - \frac{L_{cube}}{2} \quad (X\text{-}4)$$

soit

$$x'_{réfléchi} = L_{cube}\ tg\theta_r - x \quad (X\text{-}5)$$

L'angle d'émergence de l'onde est égal à son angle d'incidence θ_i sur la face d'entrée du cube :

$$e_{réfléchi} = \theta_i \quad (X\text{-}6)$$

Trajet, position et angle d'émergence du faisceau transmis

La longueur du trajet optique $T_{transmis}$ du faisceau transmis par la séparatrice (Figure X-2 à droite) s'écrit encore une fois :

$$T_{transmis} = \frac{L_{cube}}{\cos\theta_r} \qquad (X\text{-}7)$$

La position de sortie :

$$x'_{transmis} = L_{cube}\ tg\theta_r - x \qquad (X\text{-}8)$$

Et l'angle d'émergence :

$$e_{transmis} = \theta_i \qquad (X\text{-}9)$$

La différence de marche entre les deux trajets $T_{réfléchi}$ (équation (X-3)) et $T_{transmis}$ (équation (X-7)) est nulle quelle que soit la position x et l'angle d'injection θ_i du faisceau incident. Les positions de sortie des faisceaux sont identiques et leurs angles d'émergence égaux à l'angle d'incidence θ_i.

X.1.2. Cube séparateur imparfait

Comme précédemment cette partie décrit les longueurs des parcours géométriques, positions et angles d'émergence des faisceaux réfléchi et transmis par la séparatrice. Mais cette fois, le cube présente des défauts géométriques.
Cette modélisation est utilisée dans l'étude des réflexions multiples induisant une distribution d'intensité parasite en sortie de cascade (cf. chapitre V.5).

Les défauts des cubes séparateurs

Dans le cas idéal, le cube séparateur est composé de deux prismes dont la forme géométrique est un triangle rectangle isocèle. Dans le cas réel, le triangle n'est ni rectangle, ni isocèle, mais présente un écart $\delta_\perp$ à l'angle droit et une différence de longueur δ_L des côtés (cf. Figure X-3). Alors les angles α et β ne valent plus 45° et s'écrivent :

$$\begin{cases} \alpha = a\sin\left(\dfrac{L+\delta_L}{H}\cos\delta_\perp\right) \\ \beta = \dfrac{\pi}{2} - \delta_\perp - \alpha \end{cases} \qquad (X\text{-}10)$$

où

$$H = \sqrt{2L(L+\delta_L)(1+\sin\delta_\perp)+\delta_L^2} \qquad (X\text{-}11)$$

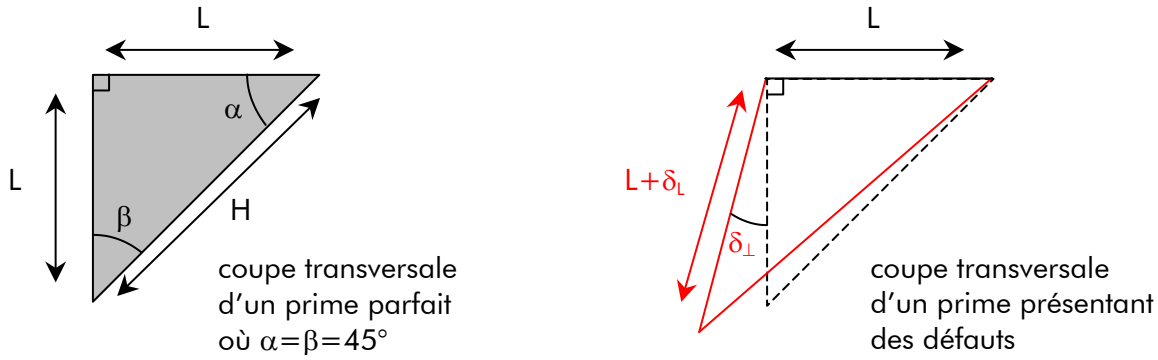


Figure X-3 - Coupes transversales d'un prisme parfait et d'un prisme présentant un écart $\delta_\perp$ à l'angle droit et différence de longueur δ_L des côtés

Trajet, position et angle d'émergence du faisceau réfléchi

Pour plus de visibilité, le prisme, dans lequel se propage le faisceau, est divisé en trois zones (beige, verte et bleu dans la Figure X-4). Le faisceau pénètre dans le cube au point x_E, distant de x de l'origine O (cf. Figure X-4).

Le trajet optique total est une somme de cinq segments :

$$T_{réfléchi} = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 \qquad (X\text{-}12)$$

La somme des distances d_1 et d_2 est déduite de la zone beige :

$$d_1 + d_2 = tg\alpha \left(\frac{L_{cube}}{2} - x \right) \left[\cos\theta_r + \sin\theta_r \; tg(\alpha + \theta_r) \right] \qquad (X\text{-}13)$$

La distance d_3 de la zone verte :

$$d_3 = \frac{1}{\sin(2\alpha + \theta_r)} \left[\frac{L_{cube}}{2} + x - (d_1 + d_2)\sin\theta_r \right] \qquad (X\text{-}14)$$

Les distances d_4 et d_5 de la zone bleue :

$$\begin{cases} d_4 = \Delta \, tg\delta_\perp \, \sin(2\alpha + \theta_r) \\ d_5 = \dfrac{\cos(2\alpha + \theta_r)}{tg(2\alpha + \theta_r + \delta_\perp)} \Delta \; tg\delta_\perp \end{cases} \qquad (X\text{-}15)$$

où
$$\Delta = (d_1 + d_2)\cos\theta_r - d_3 \cos(2\alpha + \theta_r) \qquad (X\text{-}16)$$

Le point x_S de sortie du prisme, repéré par le milieu O' de la face, et l'angle d'émergence du faisceau s'écrivent :

$$x_S = \frac{\Delta}{\cos\delta_\perp} \left[1 - \sin\delta_\perp \frac{\cos(2\alpha + \theta_r)}{tg(2\alpha + \theta_r + \delta_\perp)} \right] - \frac{L_{cube}}{2} \qquad (X\text{-}17)$$

$$e_{réfléchi} = -a\sin\left[n\cos\left(2\alpha + \delta_{\perp} + \theta_r\right)\right] \qquad (X\text{-}18)$$

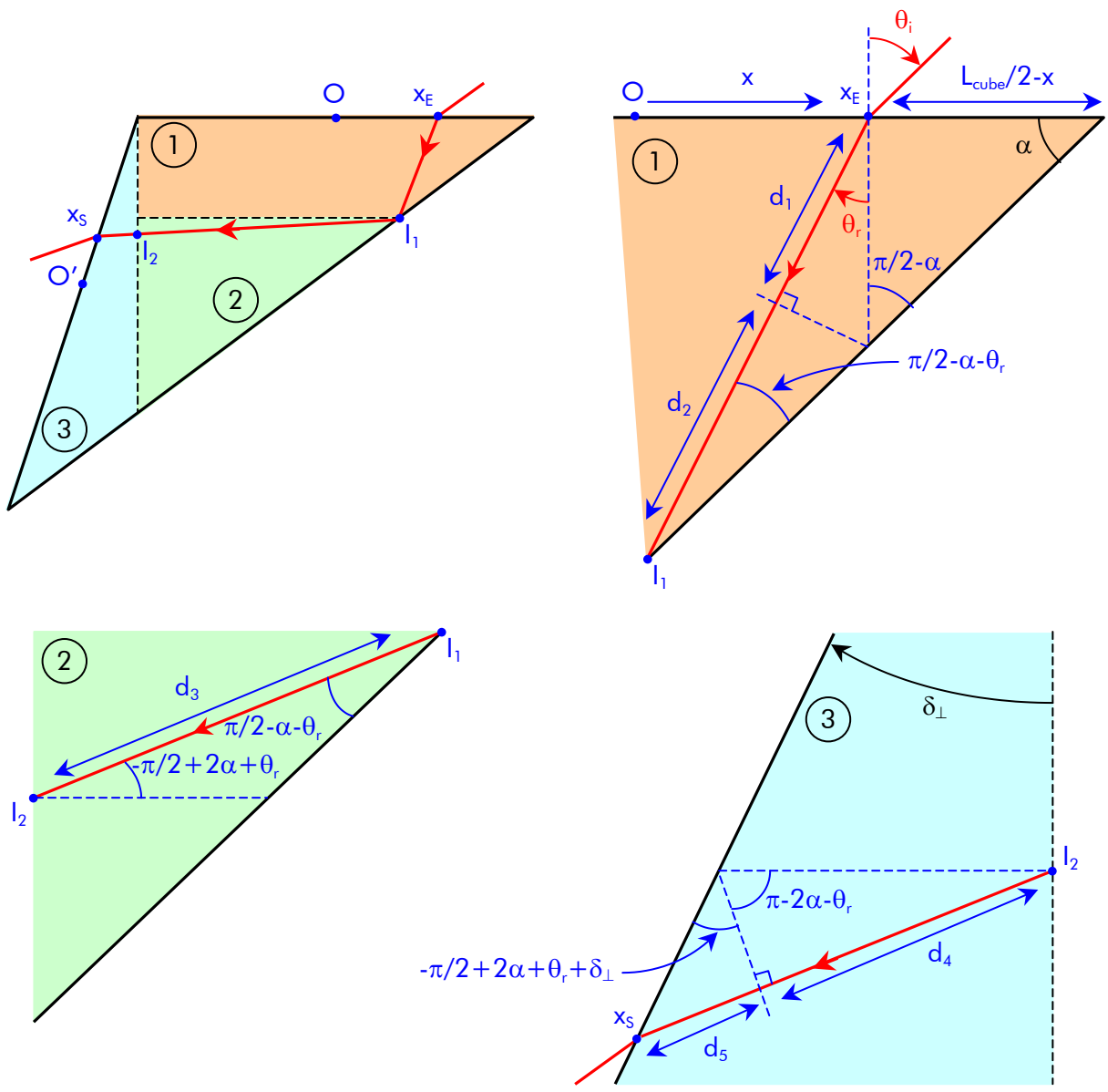


Figure X-4 - Représentation de la trajectoire dans le prisme du faisceau réfléchi par la séparatrice. Pour plus de visibilité, le prisme est scindé en trois zones beige, verte et bleue

Trajet, position et angle d'émergence du faisceau transmis

Il faut considérer séparément la transmission « verticale » et la transmission « horizontale », décrites dans la Figure X-5.

Dans le cas de la transmission verticale (Figure X-5 à gauche), la longueur du trajet optique, la position et l'angle de sortie s'écrivent :

$$\begin{cases} T_{transmis\quad vert.} = \left(L + \delta_L\right)\dfrac{\cos\delta_\perp}{\cos\theta_r} \\ x_S = -x + \left(L + \delta_L\right)\cos\delta_\perp\left(tg\theta_r - tg\delta_\perp\right) \\ e_{transmis} = \theta_i \end{cases} \qquad (X\text{-}19)$$

et dans le cas de la transmission horizontale :

$$\begin{cases} T_{transmis\quad horiz.} = L\dfrac{\cos\delta_\perp}{\cos\theta_r} \\ x_S = -x + L\cos\delta_\perp\left(tg\theta_r - tg\delta_\perp\right) \\ e_{transmis} = \theta_i \end{cases} \qquad (X\text{-}20)$$

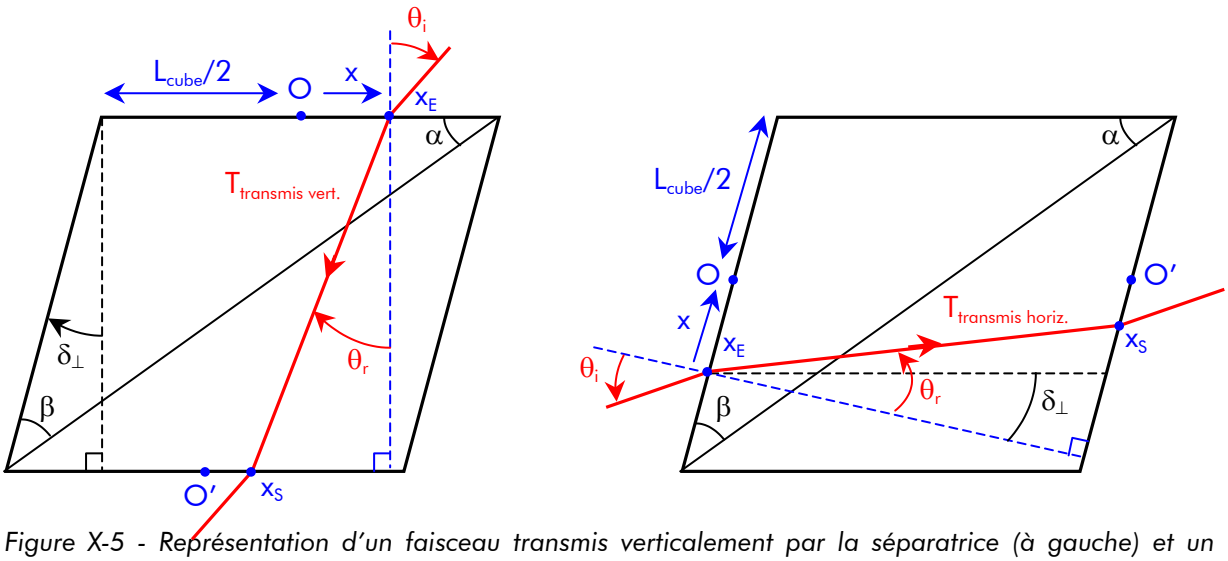


Figure X-5 - Représentation d'un faisceau transmis verticalement par la séparatrice (à gauche) et un faisceau transmis horizontalement (à droite)

X.2. Modélisation de la voie œil de chat

Cette annexe décrit la modélisation analytique d'un œil de chat. Les expressions de la longueur du trajet optique, de la position et de l'angle de sortie d'un faisceau injecté seront détaillés.
Afin de compléter et de confirmer cette analyse, je présenterai les résultats issus d'une modélisation de l'œil de chat, réalisée à l'aide du logiciel de tracé de rayons ASAP.

X.2.1. Modélisation analytique

L'œil de chat (Figure X-6) est composé de deux miroirs paraboliques, disposés face à face :

- le miroir primaire est de focale f
- le miroir secondaire, d'épaisseur e, est placé au point focal du miroir primaire

L'œil de chat ainsi formé est placé dans le repère (Oxz), comme illustré dans la Figure X-6. L'analyse est menée dans le plan d'incidence.

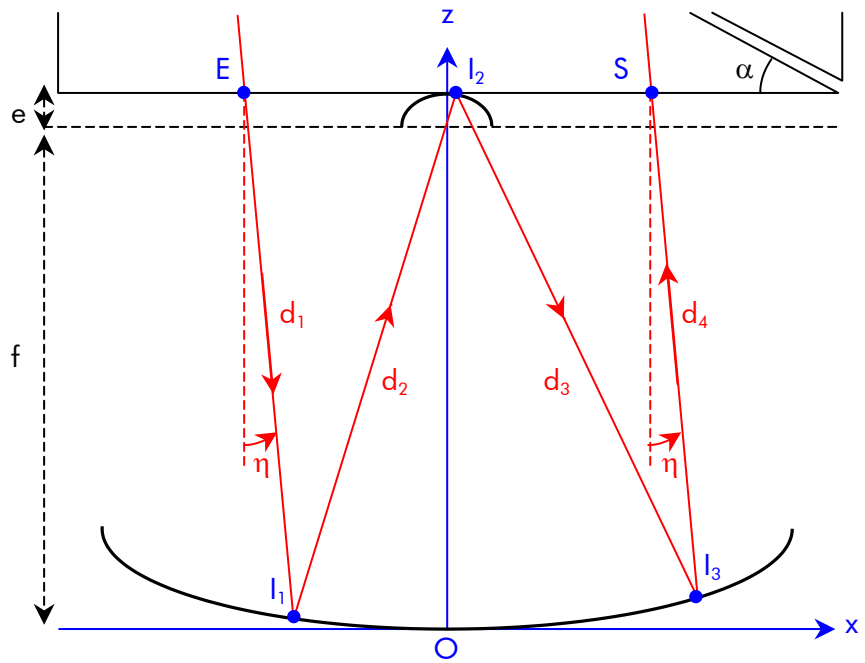


Figure X-6 - Représentation du trajet optique de l'œil de chat, placé dans le repère (Oxz). Un faisceau sort et retourne dans le cube respectivement aux positions E et S

Le trajet optique total s'écrit comme une somme de quatre segments :

$$T_{OdC} = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \qquad (X\text{-}21)$$

Leurs longueurs sont déduites des différents points d'impacts sur les miroirs. Le faisceau entre dans l'œil de chat en $E(x_E, d+e)$ avec un angle d'incidence η et se réfléchit successivement sur les miroirs primaire et secondaire aux points I_1, I_2 et I_3, dont les coordonnées s'écrivent :

$$I_1 \left| \begin{array}{l} x_1 = x_E + (f + e)\tan\eta \\ z_1 = \dfrac{x_1^2}{4f} \end{array} \right. \qquad (X\text{-}22)$$

$$I_2 \left| \begin{array}{l} x_2 = -\dfrac{f}{2}\left[\dfrac{1}{\tan(2\alpha + \eta)} - \sqrt{\Delta_1}\right] \\ z_2 = -\dfrac{x_2^2}{f} + f \end{array} \right. \qquad (X\text{-}23)$$

$$I_3 \left| \begin{array}{l} x_3 = 2f\left\{-\dfrac{1}{\tan\left[2(\alpha - \beta) + \eta\right]} + \sqrt{\Delta_2}\right\} \\ z_3 = \dfrac{x_3^2}{4f} \end{array} \right. \qquad (X\text{-}24)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = \dfrac{1}{\tan^2(2\alpha + \eta)} + \dfrac{4}{f}\left[\dfrac{x_1}{\tan(2\alpha + \eta)} + f - z_1\right] \\ \Delta_2 = \dfrac{1}{\tan^2\left[2(\alpha - \beta) + \eta\right]} + \dfrac{1}{f}\left\{\dfrac{x_2}{\tan\left[2(\alpha - \beta) + \eta\right]} + z_2\right\} \end{array} \right. \qquad (X\text{-}25)$$

Les angles α et β sont les inclinaisons des tangentes aux miroirs respectivement primaire (au point I_1) et secondaire (au point I_2) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = a\tan\left(\dfrac{|x_1|}{2f}\right) \\ \beta = a\tan\left(\dfrac{2x_2}{f}\right) \end{array} \right. \qquad (X\text{-}26)$$

Le faisceau ressort de l'œil de chat avec un angle η en S, de coordonnées :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_S = x_3 - (f + e - z_3)\tan\eta \\ z_S = f + e \end{array} \right. \qquad (X\text{-}27)$$

L'angle de sortie du faisceau est égal à son angle d'entrée η, car l'œil de chat renvoie tout faisceau incident dans la même direction.

X.2.2. Modélisation par le logiciel de tracé de rayons ASAP

J'ai modélisé l'œil de chat, à l'aide du logiciel de tracé de rayons ASAP, dans le but de quantifier la variation, suivant l'angle d'incidence, de la longueur du trajet optique et de la position de sortie.
La Figure X-7 représente la modélisation, réalisée par ASAP, de l'œil de chat et du trajet parcouru par le faisceau échantillonné.

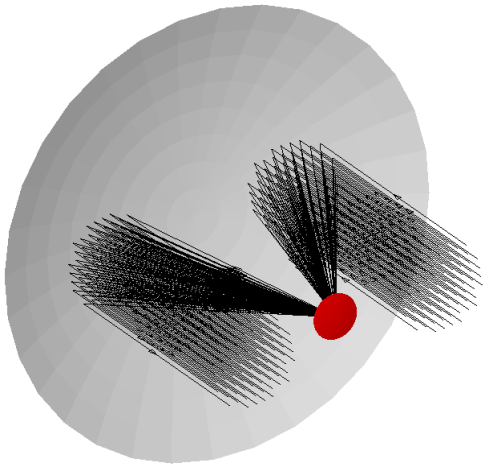


Figure X-7 – Modélisation, réalisée par ASAP, de l'œil de chat et du trajet parcouru par le faisceau échantillonné

Les caractéristiques de la simulation sont les suivantes :

- le diamètre du faisceau $D_{faisceaux}$ considéré est de 20 mm. Les dimensions de l'œil de chat sont donc conformes à celles définies dans le chapitre V.2.2 et sont rappelées dans la Figure X-8 et dans le Tableau X-1

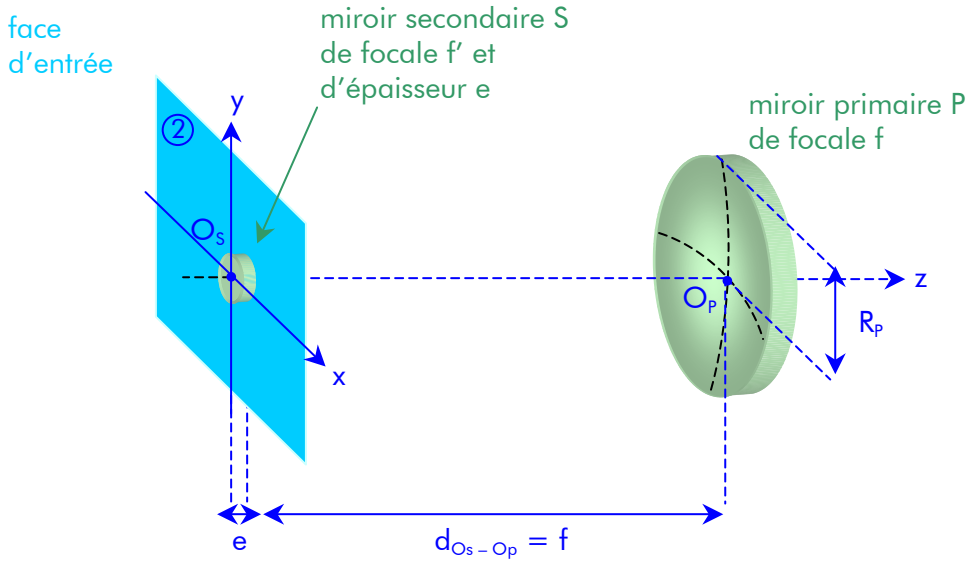


Figure X-8 - Illustration des dimensions considérées pour la voie œil de chat

œil de chat (cf. Figure X-8)	
rayon du miroir primaire P (R_P)	≈ 50.58 mm
focale du miroir primaire P (f)	60 mm
focale du miroir secondaire S (f')	15 mm
épaisseur du miroir secondaire S (e)	5 mm

Tableau X-1 - Dimensions de l'œil de chat en considérant un diamètre $D_{faisceaux}$ de faisceaux de 20 mm

- les positions d'entrée et de sortie sont définies dans le plan d'entrée bleu de la Figure X-8. Les simulations sont réalisées suivant deux positions d'injection, décrites dans le Tableau X-2 et dans la Figure X-9

Positions d'injection et de sortie (cf. Figure X-9)		
distance de référence $L_{injection}$		22 mm
premier cas	position d'injection	(x=0 , y=$L_{injection}$)
	position de sortie nominale (angle d'injection nul)	(x=0 , y=-$L_{injection}$)
deuxième cas	position d'injection	(x=-$L_{injection}$, y=$L_{injection}$)
	position de sortie nominale (angle d'injection nul)	(x=$L_{injection}$, y=-$L_{injection}$)

Tableau X-2 - Positions d'injection et de sortie des faisceaux considérées dans la simulation de l'œil de chat par ASAP

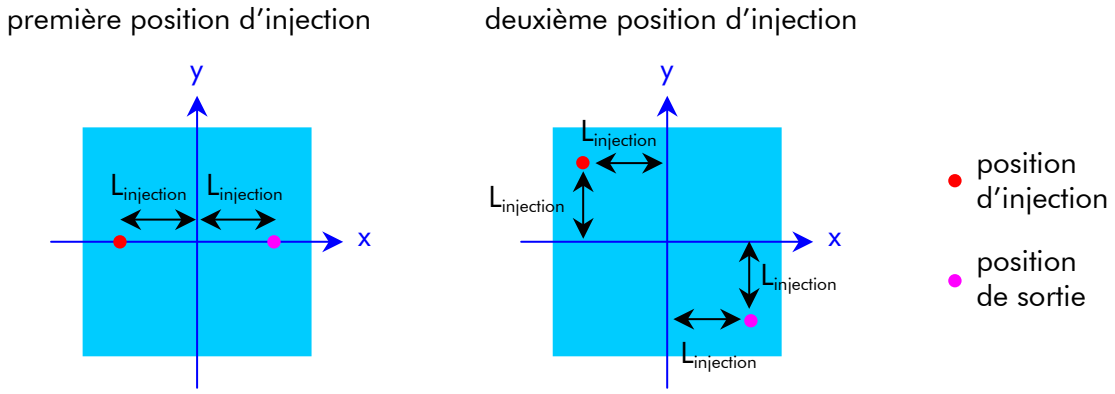


Figure X-9 - Illustration sur la face d'entrée de l'œil de chat des positions d'injection et de sortie des faisceaux. La position de sortie est représentée dans le cas où l'angle d'injection est nul

- la longueur du trajet optique est mesurée entre la position d'entrée et la position de sortie. Dans le cas nominal où l'angle d'incidence est nul (α=β=0), la longueur est de 250 mm

- l'angle d'injection est décomposé en deux rotations d'angles α et β respectivement autour des axes x et y de la face d'entrée. Les sens positifs de rotation sont représentés dans la Figure X-10. Les valeurs maximales de α et β sont de 1 arcmin

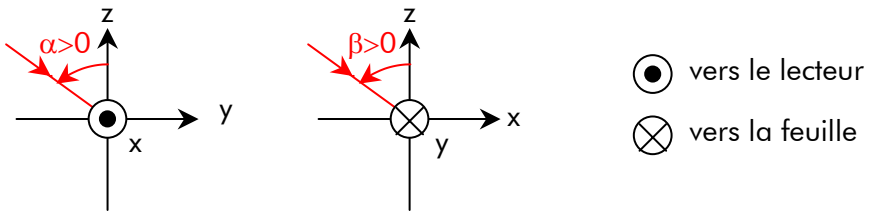


Figure X-10 - Sens positif des rotations d'angles α et β respectivement autour des axes x et y

Longueur du trajet optique

La longueur du trajet optique parcouru dans l'œil de chat varie suivant l'angle d'injection.
La Figure X-11 représente la variation de l'écart à la longueur nominale du trajet (250 mm) suivant les composantes angulaires α et β de l'angle d'injection. Le calcul est réalisé dans les deux cas de positions d'injection (cf. Figure X-9).

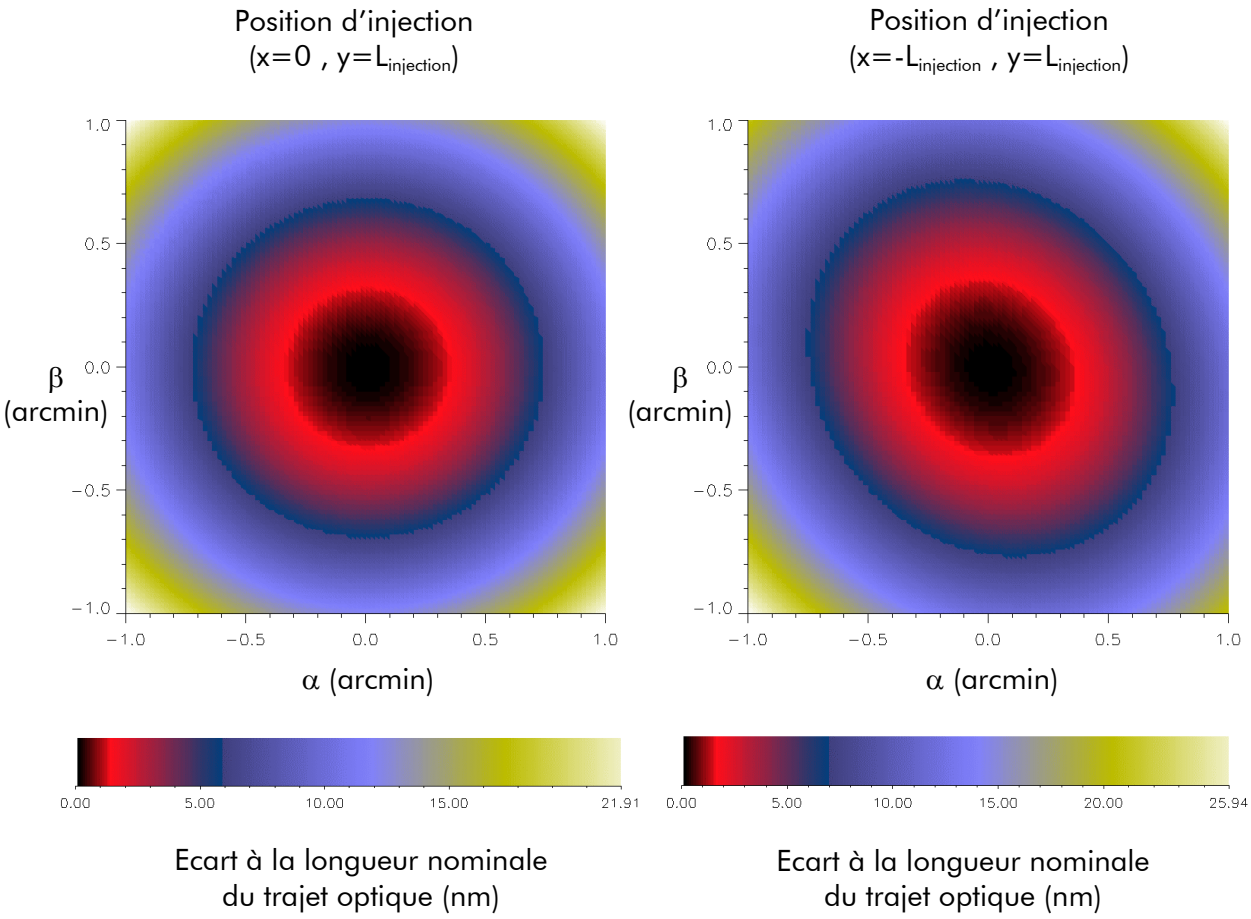


Figure X-11 - Ecart à la longueur nominale du trajet (250 mm) parcouru dans l'œil de chat suivant les composantes angulaires α et β de l'angle d'injection

Les « cartes » de la figure ci-dessus sont symétriques par rapport au plan d'incidence :

- dans le premier cas d'injection, le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe x (Figure X-12 à gauche)
- dans le deuxième cas d'injection, le plan d'incidence est orienté à 45° par rapport à l'axe x (Figure X-12 à droite)

Afin de valider le modèle analytique (chapitre X.2.1), la Figure X-13 superpose les écarts à la longueur nominale du trajet optique, obtenues par les deux modélisations. Le calcul est réalisé dans le premier cas d'injection, décrit par le Tableau X-2 et la Figure X-9. Les courbes sont représentées suivant la composante angulaire β de l'angle d'incidence.

La précision de ± 0.6 nm, des résultats donnés par ASAP, permet de conclure quant à la concordance des deux modélisations. Le modèle analytique est donc validé.

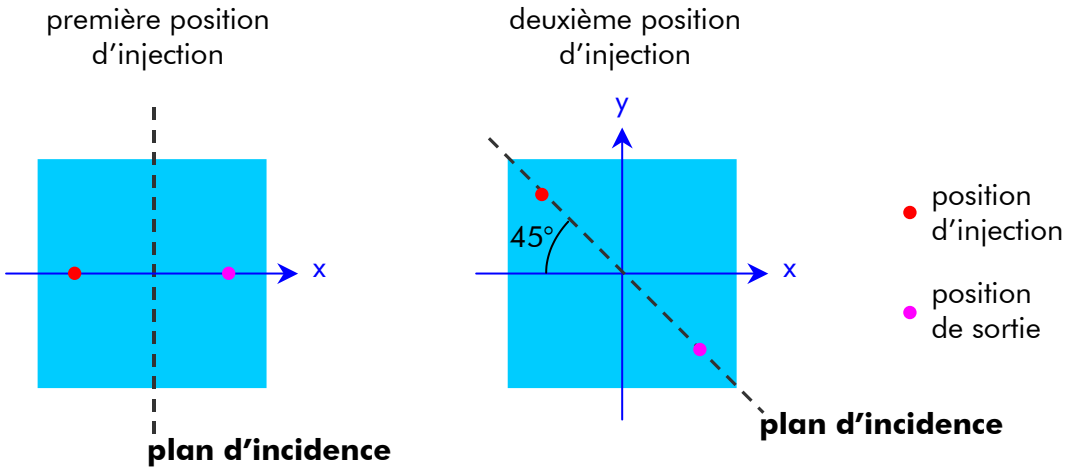


Figure X-12 - Représentation de l'orientation du plan d'incidence dans les deux cas d'injection

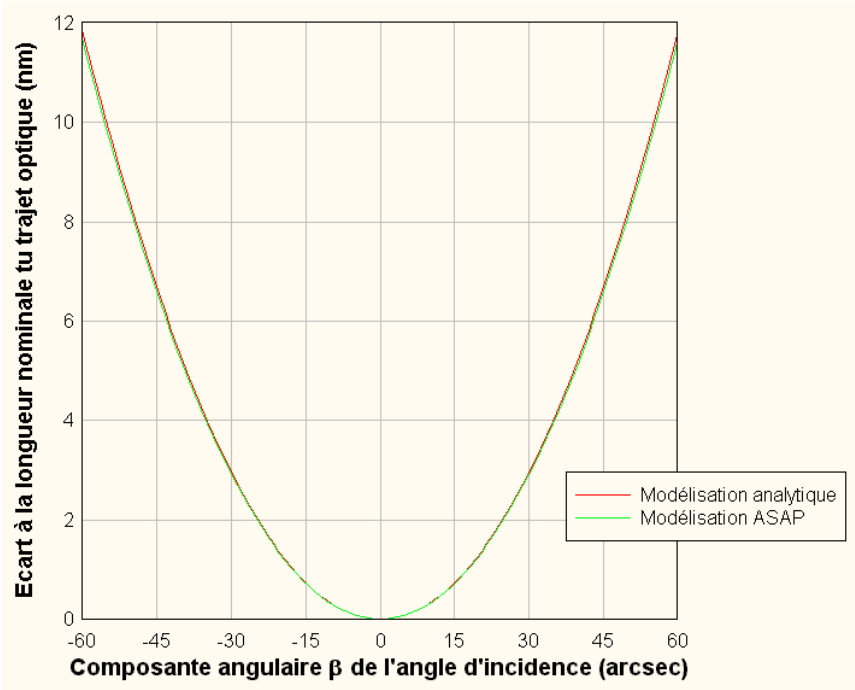


Figure X-13 - Comparaison de la modélisation analytique, du trajet optique parcouru dans l'œil de chat, avec celle réalisée par ASAP dans le premier cas d'injection (cf. Tableau X-2 et Figure X-9). La précision des résultats donnés par ASAP est de ± 0.6 nm

Position de sortie

La position de sortie du faisceau, repérée dans le plan bleu des Figure X-8 et Figure X-9, varie suivant l'angle d'incidence, mais différemment selon la position d'injection :

- dans le premier cas d'injection (Tableau X-2 et Figure X-9), les coordonnées x et y du point de sortie, dont les variations sont illustrées dans la Figure X-14, dépendent respectivement des composantes angulaires β et α de l'angle d'incidence

- dans le deuxième cas d'injection, les coordonnées x et y, dont les variations sont illustrées dans la Figure X-15, dépendent toutes les deux des composantes α et β

Les figures suivantes représentent l'écart aux valeurs nominales des coordonnées x et y de la position nominale de sortie du faisceau (cf. Tableau X-2). La précision des résultats donnés par ASAP est de $\pm$ 5 nm. Comme dans le cas du calcul du trajet optique, le modèle analytique (chapitre X.2.1) est validée par ASAP.

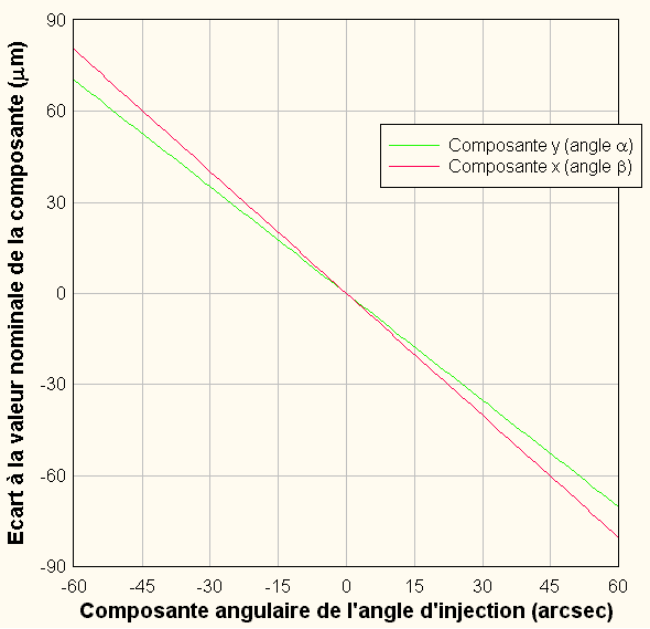


Figure X-14 - Ecart aux valeurs nominales des coordonnées x et y de la position de sortie du faisceau, dans le premier cas d'injection (cf. Tableau X-2 et Figure X-9). La coordonnée x dépend de la composante angulaire β de l'angle d'incidence, la coordonnée y de α

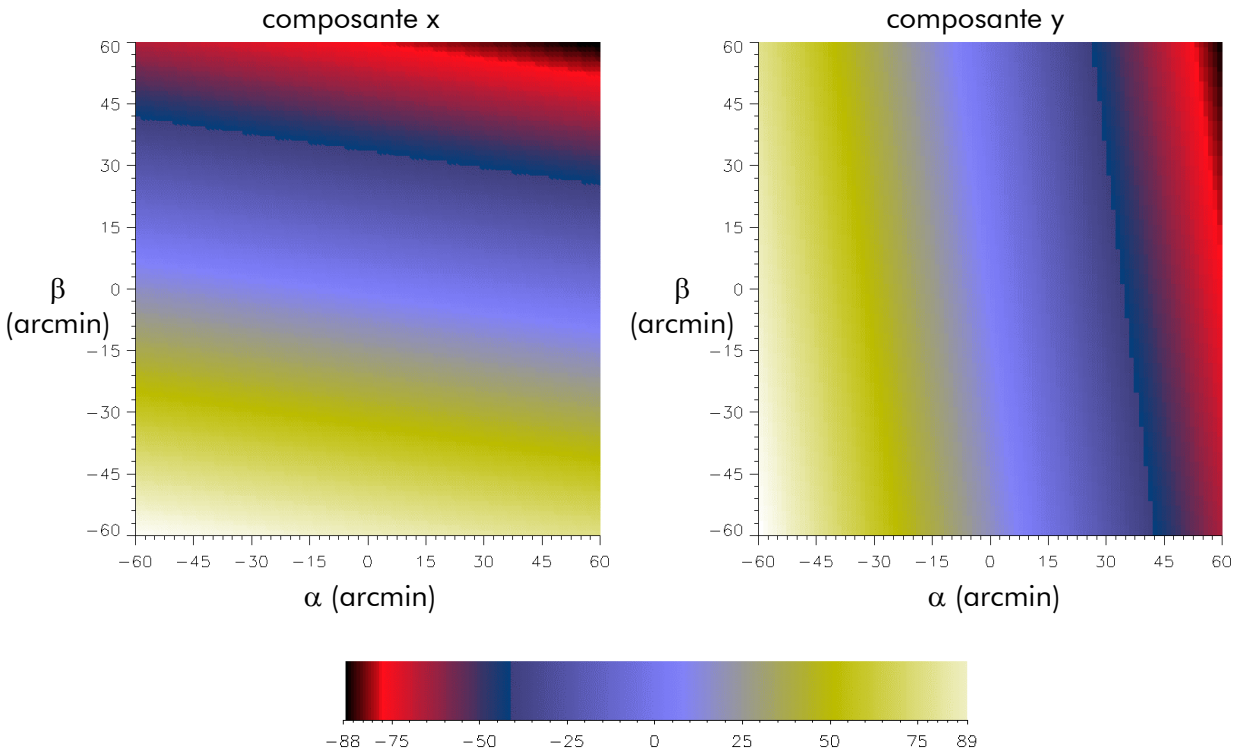


Figure X-15 - Ecart aux valeurs nominales des coordonnées x et y de la position nominale de sortie du faisceau, dans le deuxième cas d'injection (cf. Tableau X-2 et Figure X-9). Les coordonnées x et y dépendent toutes deux des composantes angulaire α et β de l'angle d'incidence

X.3. Modélisation de la voie plan-plan-plan

Cette annexe présente la modélisation analytique de la voie plan-plan-plan en décrivant la longueur du trajet optique, la position et l'angle de sortie d'un faisceau injecté. Cette modélisation sera complétée et validée par les résultats fournis par le logiciel de tracé de rayons ASAP.

X.3.1. Disposition et orientation des miroirs

Les trois miroirs plans du plan-plan-plan reproduisent le trajet optique nominal d'un faisceau dans l'œil de chat. L'analyse est réalisée dans le plan d'incidence.

Le plan-plan-plan est placé dans le repère (Oxy), illustré dans la Figure X-16. La situation nominale est obtenue lorsque le faisceau est injecté :

- avec un angle η nul
- à la position E ($-X_{injection}$, $f+e$)

Les centres des miroirs correspondent aux points d'impact du faisceau nominal et sont nommés M_1, M_2 et M_3. J'appellerai communément M_i le miroir de centre M_i.

Les miroirs M_1 et M_3 remplacent le miroir primaire parabolique et doivent être inclinés respectivement de $+\theta$ et $-\theta$ (cf. Figure X-16) :

$$\theta = a\tan\left(\frac{X_{injection}}{2f}\right) \qquad (X\text{-}28)$$

Le miroir M_2 se substitue en lieu et place au miroir secondaire de l'œil de chat (cf. Figure X-16).

Dans le repère (Oxz), les centres M_1 et M_3 ont même ordonnée δ. Je raisonnerai donc dans un repère propre (O'x'z), translaté de (Oxz) d'une quantité δ suivant l'axe z (cf. Figure X-16), dans lequel M_1 et M_3 ont une ordonnée nulle. Analytiquement on a

$$\begin{cases} \delta = \dfrac{\left(X_{injection}\right)^2}{4f} \\ d = f - \delta = f\left(1 - tg^2\theta\right) \end{cases} \qquad (X\text{-}29)$$

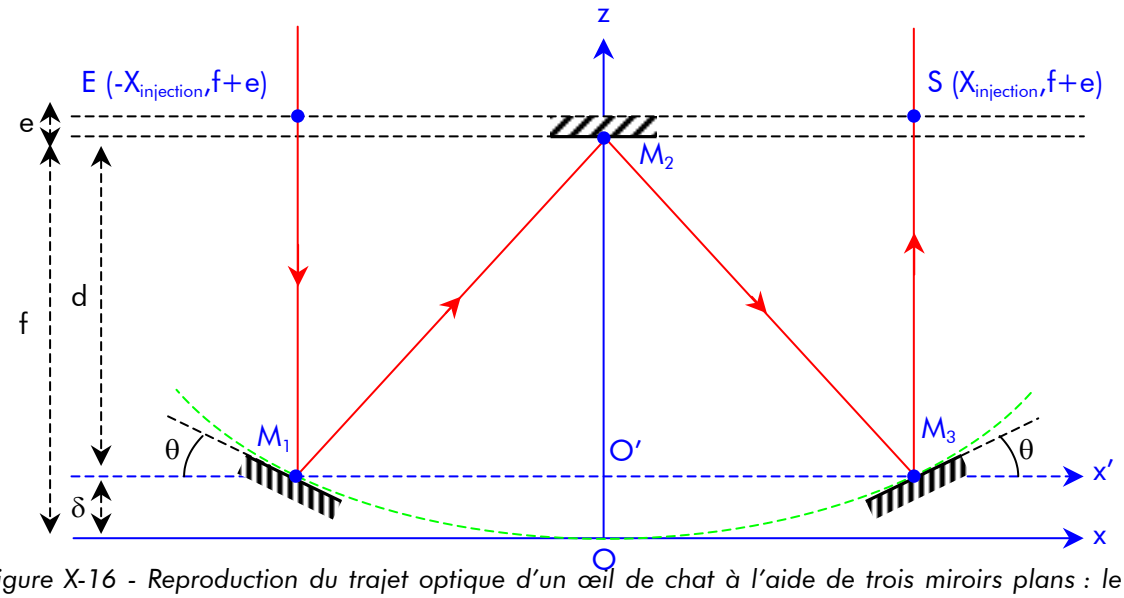


Figure X-16 - Reproduction du trajet optique d'un œil de chat à l'aide de trois miroirs plans : le plan-plan-plan

X.3.2. Modélisation analytique

La longueur totale du trajet optique parcouru dans le plan-plan-plan, somme des segments d_1, d_2, d_3 et d_4, est déduite des positions des points d'impact sur les trois miroirs (Figure X-17).

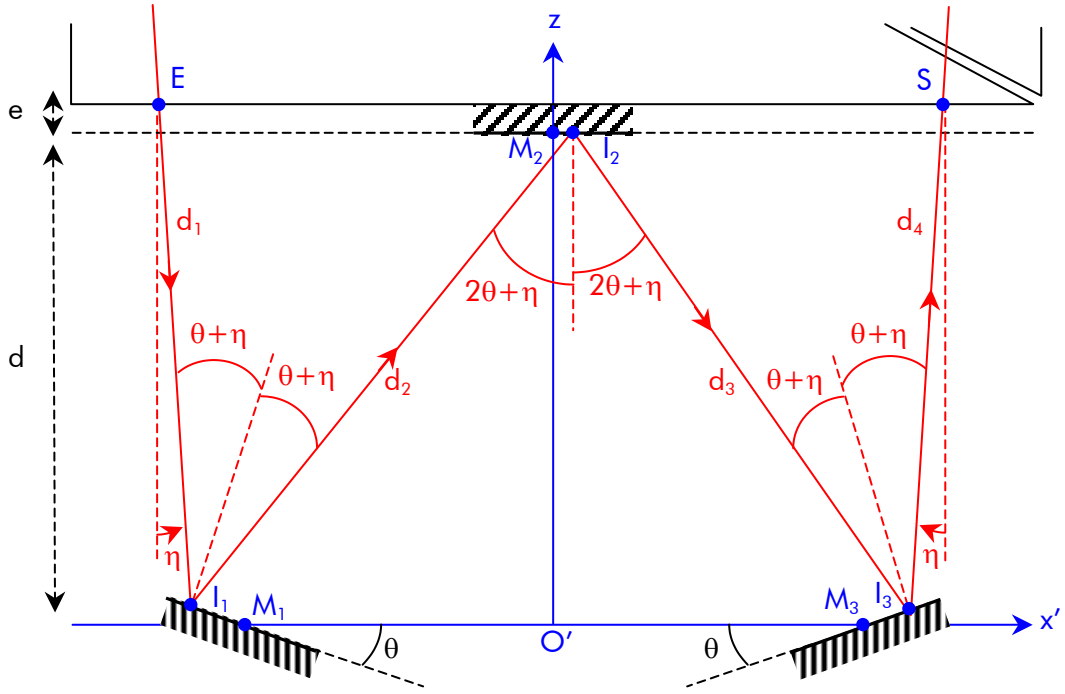


Figure X-17 - Représentation du trajet optique du plan-plan-plan, placé dans le repère (O'xz). Un faisceau sort et retourne dans le cube respectivement aux positions E et S

Le faisceau entre dans la voie plan-plan-plan au point $E(x_E,d+e)$ avec un angle d'incidence η et se réfléchit successivement sur les miroirs M_1, M_2 et M_3 aux points I_1, I_2 et I_3, dont les coordonnées s'écrivent :

$$I_1 \begin{cases} x_1 = -X_{injection} + \Lambda(x_E) \\ z_1 = -\tan\theta \ \Lambda(x_E) \end{cases} \quad (X\text{-}30)$$

$$I_2 \begin{cases} x_2 = x_1 + (d - y_1)\tan(2\theta + \eta) \\ z_2 = d \end{cases} \quad (X\text{-}31)$$

$$I_3 \begin{cases} x_3 = X_{injection} + \cos^2\theta \ \ \Omega(x_2) \\ z_3 = \dfrac{\sin(2\theta)}{2} \ \Omega(x_2) \end{cases} \quad (X\text{-}32)$$

où

$$\begin{cases} \Lambda(x) = \dfrac{1}{1 - \tan\theta \ \ \tan\eta}\left[X_{injection} + x + (d + e)\tan\eta\right] \\ \Omega(x) = \left[1 + \tan(\theta + \eta) \ \tan\theta\right]\left[x + d\tan(2\theta + \eta) - X_{injection}\right] \end{cases} \quad (X\text{-}33)$$

Le faisceau ressort du plan-plan-plan avec un angle -η en S, de coordonnées :

$$\begin{cases} x_S = x_3 + (d + e - z_3) \ \tan\eta \\ z_S = d + e \end{cases} \quad (X\text{-}34)$$

X.3.3. Modélisation par le logiciel de tracé de rayons ASAP

Comme pour l'œil de chat, j'ai modélisé la voie plan-plan-plan afin d'analyser la variation, suivant l'angle d'incidence, de la longueur du trajet optique et de la position de sortie.

La Figure X-18 représente la modélisation, réalisée par ASAP, du plan-plan-plan et du trajet parcouru par le faisceau échantillonné. Les caractéristiques de la simulation sont identiques, je propose donc au lecteur de se référer à l'annexe X.2.

Les dimensions du plan-plan-plan sont en accord avec le diamètre du faisceau $D_{faisceaux}$ de 20 mm et sont regroupées dans le Tableau X-3 et illustrées dans la Figure X-19.

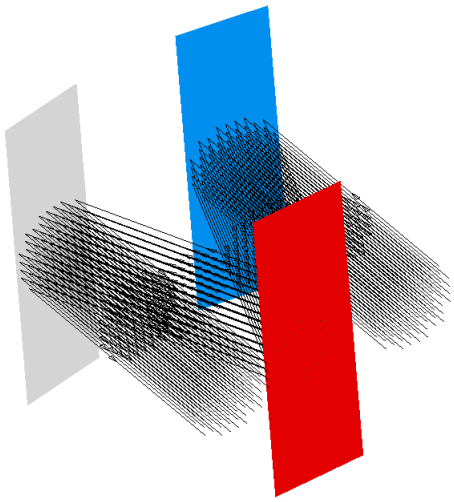


Figure X-18 – Modélisation, réalisée par ASAP, du plan-plan-plan et du trajet parcouru par le faisceau échantillonné

plan-plan-plan	
angle d'inclinaison des miroirs M_1 et M_3 (θ)	≈ 10.39 deg
dimensions des miroirs M_1 et M_3 (L_x et L_y)	(≈ 22.37, ≈ 71.53) mm
positions (x,y) des centres O_1 et O_3 des miroirs M_1 et M_3	(± 22, 0) mm
dimensions du miroir M_2 (L_x' et L_y')	(≈ 23.53, ≈ 71.53) mm
position (x,y) du centre O_2 du miroir M_2	(0 , 0) mm
épaisseur e_2	5 mm
distance d suivant z séparant O_2 de O_1 et O_3	≈ 57.98 mm

Tableau X-3 - Dimensions du plan-plan-plan, en considérant un diamètre $D_{faisceaux}$ de faisceaux de 20 mm

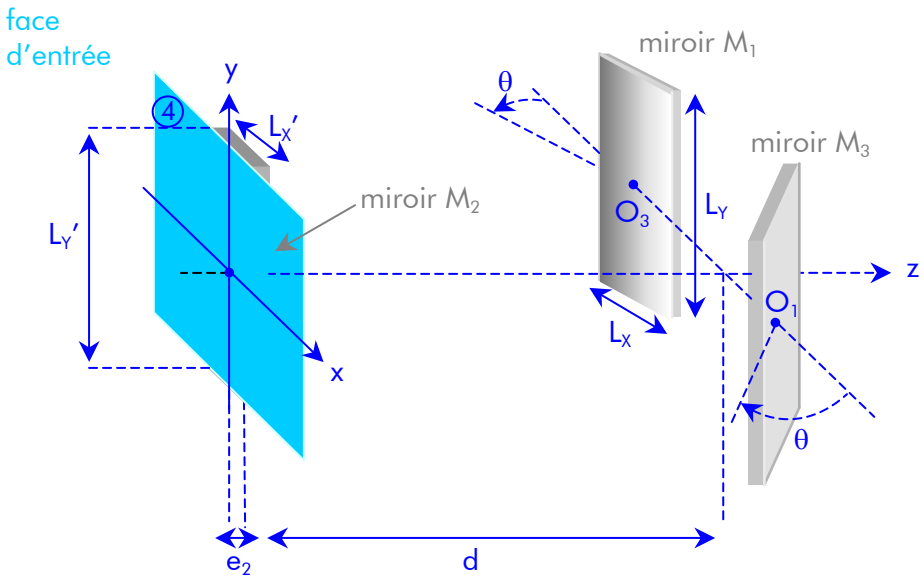


Figure X-19 - Illustration des paramètres dimensionnels considérés pour la voie plan-plan-plan

Longueur du trajet optique

La Figure X-20 représente la variation de l'écart à la longueur nominale du trajet (250 mm, i.e. lorsque l'angle d'injection est nul) suivant les composantes angulaires α et β de l'angle d'injection.

Le calcul est réalisé dans les deux cas de positions d'injection (cf. Tableau X-2 et Figure X-9). L'orientation du plan d'incidence est constante quelle que soit cette position, la variation de la longueur du trajet reste donc la même.

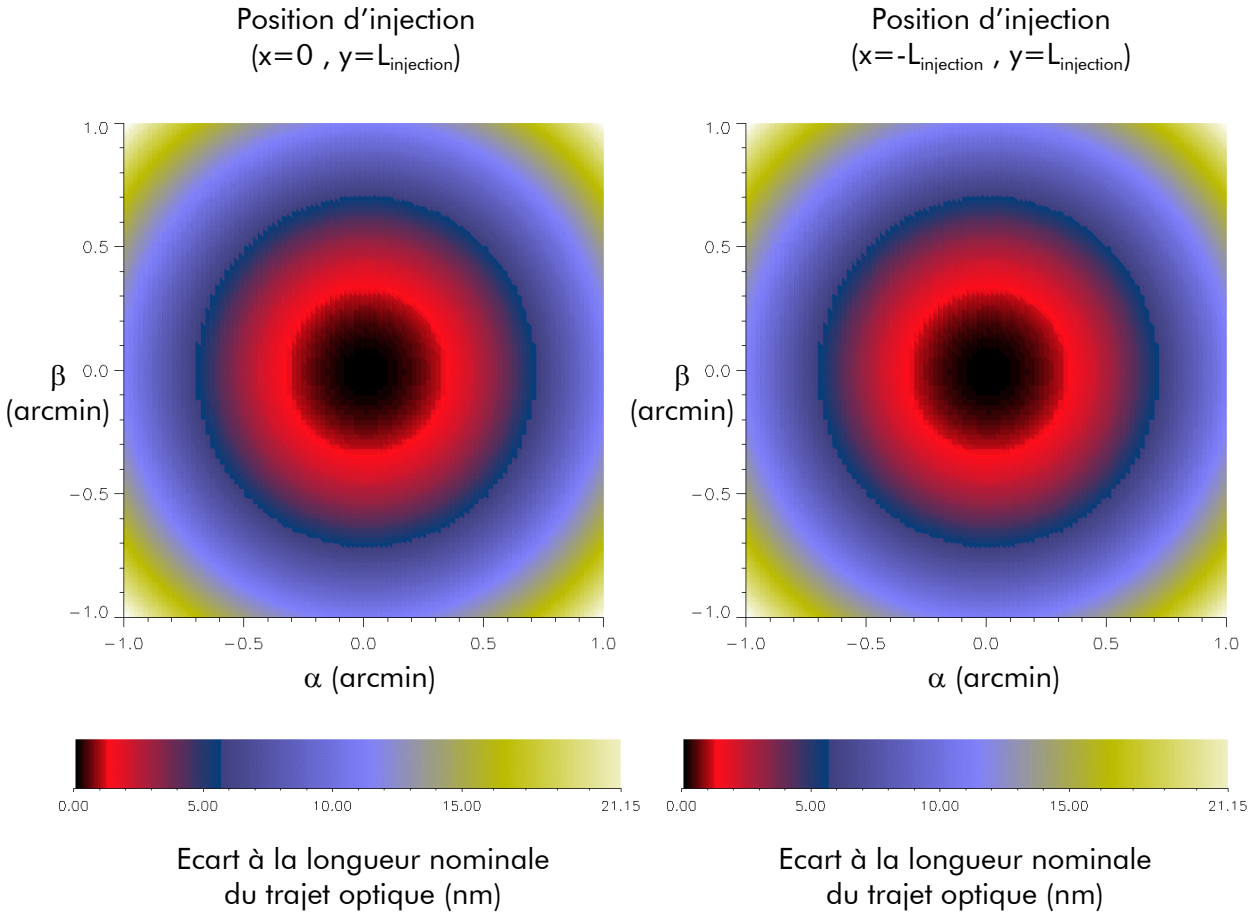


Figure X-20 - Ecart à la longueur nominale du trajet (250 mm) parcouru dans le plan-plan-plan suivant les composantes angulaires α et β de l'angle d'injection

Afin de valider le modèle analytique (cf. chapitre X.3.2), la Figure X-21 illustre la superposition des valeurs de l'écart à la longueur nominale du trajet optique, obtenues par les deux modélisations. Le calcul est réalisé dans le premier cas d'injection, décrite par le Tableau X-2 et la Figure X-9. Les courbes sont tracées suivant la composante angulaire β de l'angle d'incidence.
La précision de $\pm$ 1 nm des résultats donnés par ASAP permet de conclure quant à la concordance des deux modélisations. Le modèle analytique est donc validé.

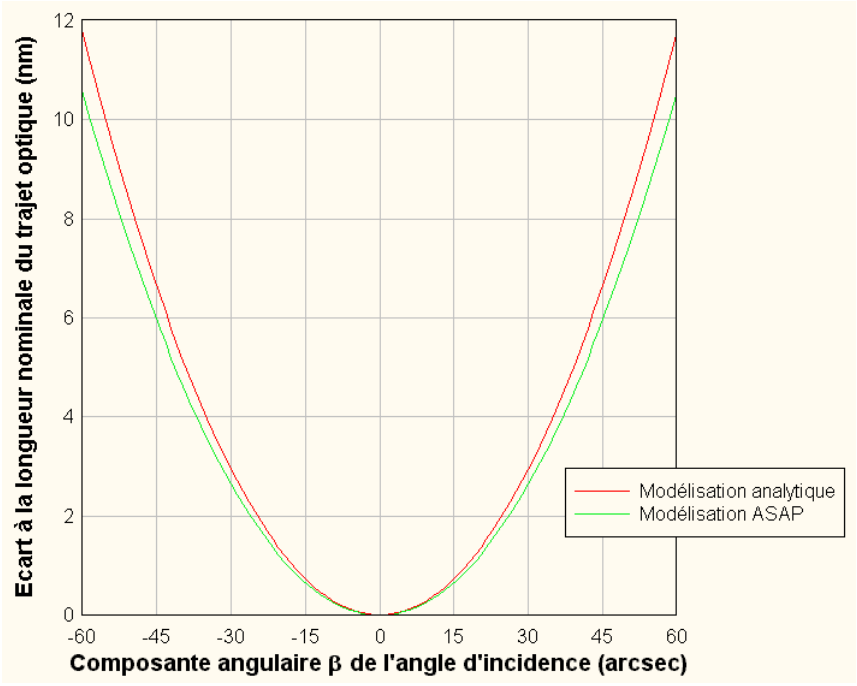


Figure X-21 - Comparaison de la modélisation analytique, du trajet optique parcouru dans le plan-plan-plan, avec celle réalisée par ASAP dans le premier cas d'injection (cf. Tableau X-2 et la Figure X-9). La précision des résultats donnés par ASAP est de ± 1 nm

Position de sortie

La position de sortie du faisceau, repérée dans le plan bleu des Figure X-8 et Figure X-9, varie suivant l'angle d'incidence.

La Figure X-22 représente l'écart aux valeurs nominales :

- de la coordonnée x de la position de sortie du faisceau (cf. Tableau X-2), en fonction de la composante angulaire β de l'angle d'incidence.
- de la coordonnée y de la position de sortie du faisceau en fonction de la composante angulaire α de l'angle d'incidence.

Les variations des coordonnées x et y sont identiques entre elles et dans les deux cas d'injection (cf. Tableau X-2 et Figure X-9).

Comme dans le cas du calcul du trajet optique (section précédente), le modèle analytique (cf. chapitre X.2.1) est validée par ASAP, dont la précision des résultats est de ± 10 nm.

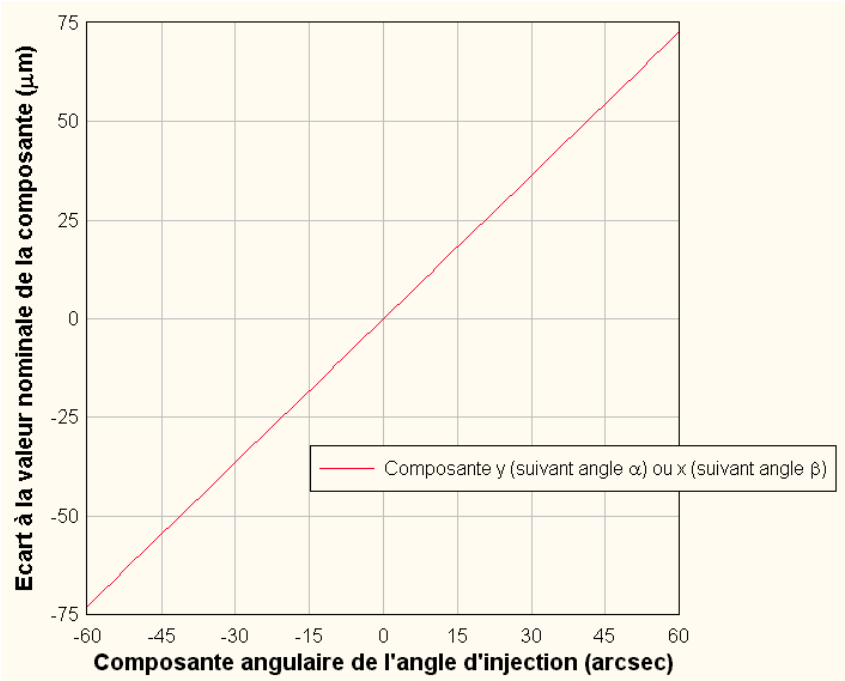


Figure X-22 - Ecart aux valeurs nominales des coordonnées x et y de la position de sortie du faisceau, dans les deux cas d'injection (Tableau X-2 et Figure X-9). La coordonnée x dépend de la composante angulaire β de l'angle d'incidence, la coordonnée y de α

X.4. Gestion des pupilles d'entrée et de sortie dans les voies œil de chat et plan-plan-plan

Les conjugaisons de pupilles des voies œil de chat et plan-plan-plan se décrivent en quatre étapes :

- en écrivant la relation entrée/sortie des pupilles de la voie œil de chat
- en déduisant de cette relation une position optimale de la pupille d'entrée
- en écrivant la relation entrée/sortie des pupilles de la voie plan-plan-plan dans le cas de cette optimisation

Relation entrée/sortie de l'œil de chat

L'œil de chat est composé d'un miroir primaire de focale f et d'un secondaire de focale f/4. Idéalement le secondaire est placé à une distance f du primaire, mais j'introduis une erreur de positionnement Δ suivant l'axe optique (cf. Figure X-23), susceptible de perturber la position de la pupille de sortie.

Un tracé de rayons montre qu'un faisceau, entrant dans l'œil de chat avec une ordonnée +Y, ressort avec une ordonnée –Y et inversement (cf. Figure X-23). Ainsi seules les abscisses (axe Ox) des pupilles sont intéressantes. L'axe optique de l'œil de chat est orienté, les abscisses sont donc algébriques ($\overline{OP_1} < 0$ et $\overline{OP_2} > 0$ dans la Figure X-23).

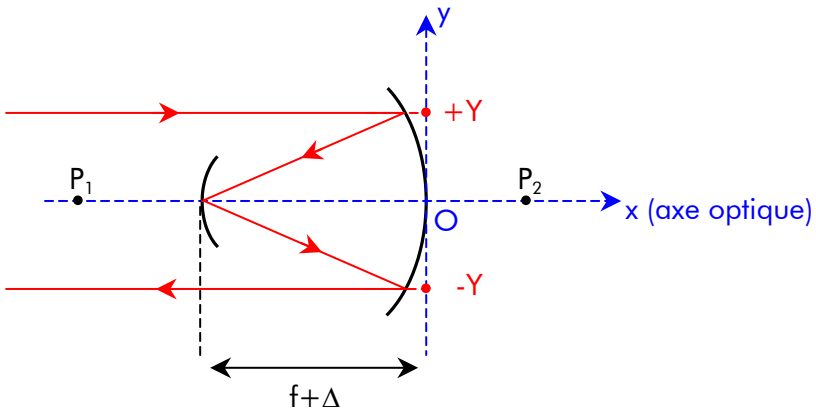


Figure X-23 - Illustration de l'œil de chat, du repère orienté et de la symétrie, par rapport à l'axe optique, entre l'ordonnée d'un faisceau entrant et d'un sortant

L'œil de chat est assimilable à un système de trois lentilles minces convergentes successives L_1, L_2 et L_3, de focales f, f/4 et f, et de centre O_1, O_2, O_3 respectivement. La Figure X-24 illustre ce système, mais le schéma ne reflète en aucun cas les positions et tailles réelles des différentes images.

Suivant cette représentation, je calcule la position $\overline{O_3A'}$ de la pupille de sortie, en déterminant les positions des images créées successivement par les trois lentilles : A_1 image de l'objet A par la lentille L_1, A_2 image de A_1 par la lentille L_2 et A' image de A_2 par L_3.

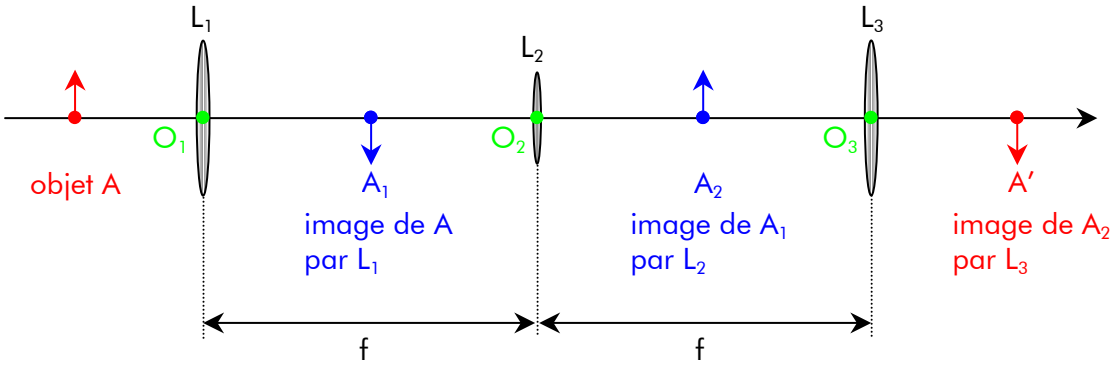


Figure X-24 - Système optique équivalent à l'œil de chat. Les positions et tailles des différentes images ne reflètent pas la réalité. Ce schéma est uniquement illustratif et n'est pas à l'échelle.

Dans ce calcul j'utilise la relation classique de conjugaison pour une lentille mince convergente (cf. Figure X-25) :

$$\frac{1}{\overline{OP_{image}}} - \frac{1}{\overline{OP_{objet}}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad (X\text{-}35)$$

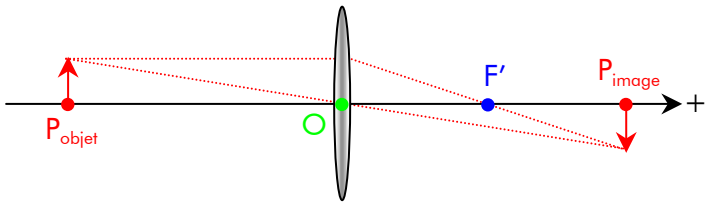


Figure X-25 - Notations et orientation de l'axe optique d'une lentille mince convergente

Finalement dans le repère de l'œil de chat, en notant $X_{entrée} = \overline{O_1A}$ la position de la pupille d'entrée, la position $X_{sortie\ OdC} = \overline{O_3A'}$ de la pupille de sortie s'écrit :

$$X_{sortie\ \ OdC} = -f\,[1 + H(X_{entrée}\ ,\ \chi)] \qquad (X\text{-}36)$$

avec

$$H(X_{entrée}\ ,\ \chi) = \frac{X_{entrée} - 3f - 4\chi\ (X_{entrée} + f)}{f + 2\chi(X_{entrée} - f) - 4\chi^2\ (X_{entrée} + f)} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{\Delta}{f} \qquad (X\text{-}37)$$

Une position optimale de la pupille d'entrée de l'œil de chat

L'œil de chat parfait (Δ=0) présente un centre de symétrie entre la pupille d'entrée et la pupille de sortie. Cette propriété facilite le calcul de la position de la pupille de sortie, il est donc avantageux de la conserver.
Le point moyen C (cf. Figure X-26), entre un couple de pupilles d'entrée et de sortie (équation (X-36)), se situe sur l'axe optique et son abscisse X_{sym} s'écrit :

$$X_{sym} = \frac{X_{entrée} + X_{sortie}}{2} \qquad (X\text{-}38)$$

soit
$$X_{sym} = f\left[1 - M(X_{entrée}\ ,\ \chi)\right] \qquad (X\text{-}39)$$

avec
$$M(X_{entrée}\ ,\ \chi) = \frac{\chi\left(5f - 2X_{entrée} + \frac{X_{entrée}^{\ 2}}{f}\right) + 2\chi^{2}\left(3f + 2X_{entrée} - \frac{X_{entrée}^{\ 2}}{f}\right)}{-f + 2\chi(f - X_{entrée}) + 4\chi^{2}\ (f + X_{entrée})} \qquad (X\text{-}40)$$

On distingue alors deux cas :

- Δ**=0** : le miroir secondaire est idéalement placé. Les équations (X-39) et (X-40) deviennent :
$$\begin{cases} M(X_{entrée}\ ,\ \chi = 0) = 0 \\ X_{sym} = f \end{cases} \qquad (X\text{-}41)$$

Alors pour tout couple de pupilles d'entrée et de sortie, le point C est **un point de symétrie**, situé à une distance f derrière le miroir primaire. La Figure X-26 illustre quelques couples de pupilles : tous ont le même centre de symétrie C, placé à une distance focale (ici 6 cm) de l'origine O du repère.

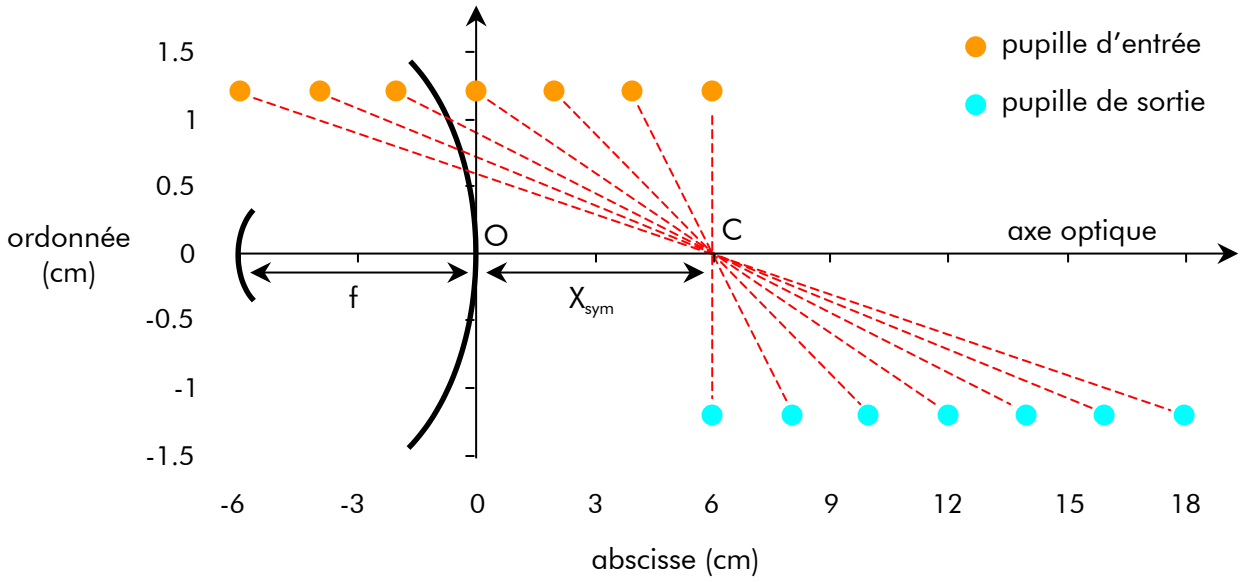


Figure X-26 – La position du miroir secondaire est nominale : il existe un point de symétrie C entre une pupille d'entrée et la pupille de sortie correspondante

- $\Delta\neq$**0** : la symétrie est brisée, car l'abscisse X_{sym} dépend alors de Δ (cf. équations (X-39) et (X-40))

Cette dépendance est représentée dans la Figure X-27, où X_{sym} est tracée suivant $X_{entrée}$, pour plusieurs valeurs de Δ. Les distances sont rapportées à la focale f du miroir primaire.

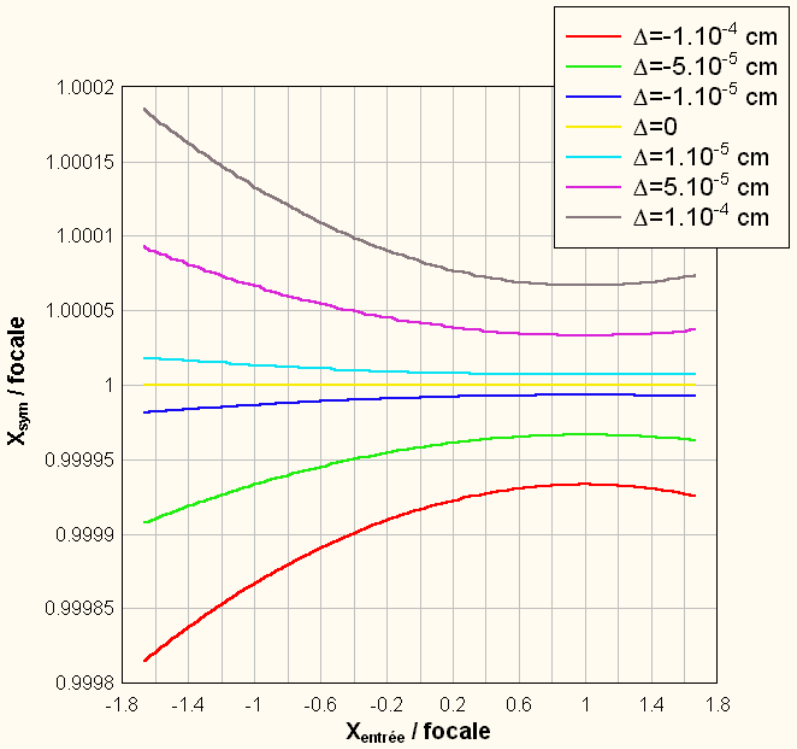


Figure X-27 - Variation de la position X_{sym} sur l'axe optique du centre de symétrie suivant l'abscisse $X_{entrée}$ de la pupille d'entrée pour plusieurs valeurs Δ du décalage du miroir secondaire. Les distances X_{sym} et $X_{entrée}$ sont rapportées à la focale du miroir primaire de l'œil de chat

Chaque courbe admet un extremum $\widetilde{X}_{entrée}$ proche de la valeur f de la focale, autour duquel l'abscisse X_{sym} du point de symétrie varie peu :

$$\widetilde{X}_{entrée} = f\left(1+\frac{4}{\frac{1}{\chi}-2}\right) \qquad (X\text{-}42)$$

Cette zone de faible sensibilité se rapproche du cas idéal où la position du centre de symétrie est constante.

La conjugaison de pupilles de l'œil de chat dépend donc du décalage Δ du miroir secondaire et de l'écart axial de positionnement δ de la pupille d'entrée par rapport à la valeur f, tel que :

$$X_{entrée} = f + \delta \qquad (X\text{-}43)$$

Le plus important est de parfaitement disposer le miroir secondaire (Δ=0), ce qui ouvre une grande tolérance sur le positionnement de la pupille d'entrée (paramètre δ). Dans le cas contraire (Δ≠0), il est essentiel de placer au mieux la pupille d'entrée à une distance f derrière l'œil de chat ($X_{entrée} = f$), de manière à rester tolérant sur δ, car ainsi la variation du point de symétrie reste faible.

Suivant l'équation (X-43) ci-dessus, la position de la pupille de sortie de l'œil de chat (équation (X-39)) se réécrit :

$$X_{sortie\ \ OdC} = -f\left[1 - \frac{2f - \delta + 4\chi\ (2f + \delta)}{f + 2\chi\delta - 4\chi^2\ (2f + \delta)}\right] \qquad (X\text{-}44)$$

Relation entrée/sortie du plan-plan-plan

Le plan-plan-plan, composé de trois miroirs plans (cf. chapitre IV), est placé dans un repère identique à celui de l'œil de chat (cf. Figure X-28).

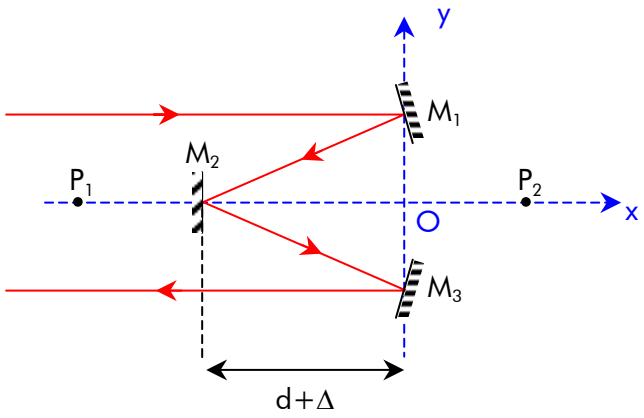


Figure X-28 - Illustration du repère orienté d'un plan-plan-plan et de la symétrie entre l'ordonnée d'un faisceau entrant et d'un sortant par rapport à l'axe optique

Les miroirs sont nommés M_1, M_2 et M_3 suivant la marche du faisceau. Le miroir M_2 est placé à une distance d de l'origine O du repère et il peut arriver qu'il soit décalé de Δ (cf. Figure X-28).
La distance d et l'inclinaison des miroirs M_1 et M_3 sont explicités dans l'annexe X.3, dédié à la modélisation de la voie plan-plan-plan.

La position de la pupille de sortie est

$$X_{sortie\ \ PPP} = -X_{entrée} + 2(f + \Delta) \qquad (X\text{-}45)$$

Si la pupille d'entrée est placée à une distance f derrière le plan-plan-plan avec une erreur δ, l'équation précédente se réécrit

$$X_{sortie\ \ PPP} = f + 2\Delta - \delta \qquad (X\text{-}46)$$

Lorsque le miroir secondaire M_2 est placé de façon optimale (Δ=0), le plan-plan-plan possède le même centre de symétrie C que l'œil de chat :

$$X_{sym} = \frac{X_{sortie\ \ PPP} + X_{entrée\ \ PPP}}{2} = f \qquad (X\text{-}47)$$

CONTRIBUTION AU MODE CORONOGRAPHIQUE DE LA MISSION DARWIN.

L'objectif de la mission spatiale Darwin de l'ESA est la détection directe, dans le domaine de l'infrarouge thermique, de planètes extra-solaires de type Terre autour d'étoiles proches et de rechercher des traces de vie dans l'atmosphère éventuelle via la spectroscopie.
L'un des points durs technologiques de réalisation de l'instrument est la maîtrise de l'interférométrie à frange noire, et en particulier la recombinaison de quatre ondes et l'introduction sur deux d'entre elles d'un déphasage de π achromatique.
Ce manuscrit présente l'étude d'un système compact de recombinaison, répondant à ces deux exigences : la cascade de CIA.
Dans un premier temps, la contexte scientifique de la mission Darwin est décrit et l'état des lieux des avancées réalisées est dressé.
Dans un deuxième temps, le principe et l'étude de faisabilité de la cascade sont détaillés, comprenant l'analyse des contraintes que posent son application au mode coronographique de Darwin et l'établissement des spécifications instrumentales associées. L'apport d'un filtrage spatial des fronts d'onde est aussi étudié.
Dans un troisième temps, les technologies en développement, susceptibles d'apporter de nouvelles solutions aux obstacles technologiques rencontrés, et le projet GENIE, précurseur au sol de Darwin sont succinctement décrits.
Les spécifications instrumentales établies sont réalisables, à la vue des performances technologiques accessibles à ce jour. Au terme de l'étude, il apparaît donc que la cascade de CIA pourrait être une solution alternative au mode de recombinaison de la mission Darwin.

Mots-clés : coronographie interférentielle – mission Darwin – planètes extra-solaires – interférométrie à frange noire

---

CONTRIBUTION TO THE CORONAGRAPHIC MODE OF THE DARWIN MISSION.

The main goal of the ESA Darwin mission is to achieve, in the thermal infrared spectral domain, the direct detection of earth-like exo-planets around nearby stars and to analyse their atmosphere (if any) to search for spectral features of bio-markers, revealing the possible presence of life, as we know it.
Using the technique of nulling interferometry induces two technological critical points : an optical system must combine four telescope beams and apply an achromatic π phase shift on two of them.
This manuscript presents the study of a dedicaced optical system for beam combination, named "AIC cascade".
A first part summarizes the scientific context of the Darwin mission and the technological development currently planned.
A second part describes the AIC cascade principle and its technical feasability study. This one contains the analyse of instrumental constraints, induced by the Darwin nulling mode, and the resulting specifications assessment.
A third part describes new technologies, potentially able to provide new solutions of technological hard points, and the Darwin groundbased demonstrator, called GENIE.
The technical specifications are in accordance with current technological capabilities. In conclusion the AIC cascade could be an alternative solution for the Darwin nulling mode.

Key-words : interfero coronagraphy – Darwin mission – exo-planets – nulling interferometry