

Le bruit de fond dans les amplificateurs de chambre d'ionisation à impulsions

G. Valladas, A. Lévêque

▶ To cite this version:

G. Valladas, A. Lévêque. Le bruit de fond dans les amplificateurs de chambre d'ionisation à impulsions. Journal de Physique et le Radium, 1952, 13 (11), pp.521-526. 10.1051/jphysrad:019520013011052100 . jpa-00234640

HAL Id: jpa-00234640 https://hal.science/jpa-00234640

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE BRUIT DE FOND DANS LES AMPLIFICATEURS DE CHAMBRE D'IONISATION A IMPULSIONS

Par G. VALLADAS,

Division des Constructions électriques,

et A. LÉVÊQUE,

Service de Physique nucléaire, Commissariat à l'Énergie atomique, Fort de Châtillon.

Sommaire. — La précision sur les mesures de charges libérées dans une chambre d'ionisation à impulsions est limitée, entre autres, par le bruit de fond inhérent à l'amplificateur utilisé.

Nous rappelons brièvement tout d'abord les caractéristiques principales du signal recueilli sur l'électrode collectrice de la chambre et du bruit de fond, puis la théorie de Milatz et Keller. Cette théorie établit l'existence d'une limite absolue sur la précision des mesures, caractéristique du tube préamplificateur et permet son calcul.

Nous définissons la réponse transitoire de l'amplificateur idéal permettant d'atteindre, effectivement, cette précision. Nous proposons un circuit pratique ayant cette réponse et nous lui comparons les circuits habituellement utilisés.

Dans le cas où l'on emploie la méthode de Scherr et Peterson, nous montrons qu'une condition supplémentaire s'introduit rendant la théorie précédente insuffisante. Nous calculons donc la réponse transitoire optimum dans ce cas et la valeur de la précision limite qui en découle.

Nous envisageons quelques circuits simples et comparons à cette limite la précision qu'ils permettent d'obtenir.

1. Introduction.

GÉNÉRALITÉS. — A. Parmi les divers effets qui limitent la précision des mesures effectuées à l'aide d'une chambre d'ionisation à impulsions, un des plus importants réside dans les fluctuations spontanées de tension qui apparaissent dans l'étage d'entrée de l'amplificateur utilisé. Ces fluctuations sont connues sous le nom de « bruit de fond ».

Le bruit de fond apporte une distorsion aux impulsions que l'on se propose d'enregistrer et, dans certains cas même, les signaux parasites qui le constituent peuvent être confondus avec les signaux utiles. Il est donc nécessaire de rechercher les moyens propres à rendre les effets perturbateurs du bruit aussi petits que possible.

Mesure d'amplitudes d'impulsions en présence de bruil. — Nous nous intéresserons, dans ce travail, aux mesures d'énergie de particules lourdes à la chambre d'ionisation. Le bruit de fond se manifeste par une dispersion des amplitudes des impulsions enregistrées. La charge Q, libérée dans la chambre d'ionisation, étant proportionnelle à l'énergie abandonnée dans cette dernière par la particule, nous pouvons caractériser la précision de la mesure par l'erreur quadratique moyenne ΔQ commise sur une charge.

Négligeant les fluctuations du nombre de paires d'ions et autres causes d'erreurs provenant de la chambre, supposons que les impulsions appliquées à l'amplificateur soient toutes identiques. Si l'on trace la courbe de répartition statistique des amplitudes des impulsions recueillies à la sortie de l'amplificateur, on obtient une courbe qui a l'allure montrée par la figure 1. Dans le cas où l'amplitude des impulsions est grande devant la tension de bruit de fond, ce qui est souvent le cas, la courbe obtenue est une courbe de Gauss. La valeur moyenne A_s des amplitudes des impulsions à la sortie de l'amplificateur n'est pas altérée par le bruit. L'écart quadratique moyen est égal à la tension efficace de bruit $\sqrt{\overline{v_s^2}} = V_{\text{eff}}$, où v_s désigne la tension instantanée de



bruit à la sortie de l'amplificateur. Comme A_s est proportionnel à Q, on peut écrire

$$\Delta Q = Q \frac{V_{\text{eff}}}{A_{\text{S}}} \cdot$$

Dans ce travail, nous donnerons l'expression du minimum idéal de ΔQ et envisagerons la possibilité de l'atteindre pratiquement.

Rappelons tout d'abord les caractéristiques principales du signal et du bruit.

B. RAPPELS CONCERNANT LE BRUIT DE FOND [2]. — Les fluctuations de tension présentes à l'entrée d'un amplificateur sont de deux sortes : celles qu'il est possible d'éliminer entièrement, tout au moins en principe : c'est le cas des résidus de filtrage, des tensions provenant d'inductions indésirables ou résultant de l'effet microphonique, etc.;

celles dont la présence est systématique dans tout amplificateur et dont l'origine est dans la structure discontinue des charges électroniques; nous ne considérons ici que ces dernières.

Les causes essentielles de bruit dans un étage d'amplification sont :

les fluctuations du courant de grille dans l'impédance d'entrée;

l'agitation thermique dans la résistance d'entrée (effet Johnson);

les fluctuations du courant anodique (effet Shottky);

l'effet de scintillation, dû à des modifications locales d'émissibilité de la cathode, négligeable aux fréquences envisagées ici.



Le courant de grille résulte de l'arrivée sur la grille de charges électroniques positives et négatives distribuées au hasard dans le temps, le signal de tension correspondant à chacune de ces arrivées pouvant être assimilé à un signal saut de la forme $\frac{e}{C} H(t) [H(t),$ fonction de Heaviside, fig. 2 a)], à condition que la résistance d'entrée R soit grande.

On peut montrer que l'agitation thermique dans la résistance d'entrée R conduit aux mêmes effets qu'un courant de grille

$$I'_{g} = \frac{2kT}{eR} \# \frac{5.10^{-2}}{R}$$
 ampères;

où k est la constante de Boltzman; T, la température absolue $\approx 300^{\circ}$ K e, la charge de l'électron

(c'est pourquoi on aura toujours intérêt à employer une résistance d'entrée R très grande).

Enfin, le passage d'un électron dans le tube peut être considéré comme le résultat de l'application à l'entrée d'une tension de la forme $\frac{e \delta(t)}{S}$, S étant la pente de la lampe, $\delta(t)$ la fonction de Dirac (fig. 2 b).

Le théorème de Campbell [3], [10] permet de calculer, connaissant la réponse de l'amplificateur aux signaux H(t) et $\partial(t)$ auxquels nous venons de faire allusion, la tension efficace de bruit.

On obtient

$$\overline{V_{\text{eff}}}^2 = 2 k \, T R_{\text{équiv}} \int_0^\infty [f']^2 \, \mathrm{d}t + \frac{e(I_{\mathcal{G}} + I'_{\mathcal{G}})}{C^2} \int_0^\infty f^2 \, \mathrm{d}t, \quad (1)$$

- f(t) et f'(t) étant respectivement les réponses de l'amplificateur à H(t) et $\hat{o}(t)$;
- *C*, la capacité de l'électrode collectrice par rapport à la masse, où sont incluses la capacité d'entrée de l'amplificateur et des connexions;
- R_{equis} , la résistance équivalente de souffle du tube préamplificateur (¹);
- I_{\varkappa} , la somme des valeurs absolues des courants positif et négatif de grille.

On peut montrer [3] que cette égalité est équivalente à la suivante :

$$\overline{V_{\text{eff}}^2} = \int_0^{+\infty} I_{\nu} |G_{\nu}|^2 \, \mathrm{d}\nu, \qquad (2)$$

où I_{ν} désigne l'intensité spectrale du bruit de fond ramenée à l'entrée de l'amplificateur et G_{ν} le gain de l'amplificateur à la fréquence ν .

 I_{γ} a pour expression

$$T_{\rm v} = 4 \, k \, T R_{\rm \acute{e}quiv} + 2 \, e \, I_g \, \frac{R^2}{1 + 4 \, \pi^2 \, R^2 \, C^2 \, \nu^2} \quad (^2). \quad (3)$$

C. FORME DU SIGNAL [4]. — Supposons que la chambre d'ionisation soit du type à plateaux parallèles, et remplie d'un gaz dans lequel l'attachement des électrons libérés est négligeable. L'électrode collectrice est reliée à la masse par une résistance de fuite R très grande (10⁷ à 10¹² Ω) de façon à réduire l'importance du bruit d'agitation thermique.

Le signal sur l'électrode collectrice correspondant à l'émission d'une particule α , par exemple, à partir de l'électrode inférieure, a la forme indiquée sur la figure 3 et présente les particularités suivantes :

¹⁰ La pente initiale du signal a la valeur [5]

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{nev_0}{C\,d},$$

 v_0 étant la vitesse de dérive des électrons;

d, la distance entre les plateaux;

n, le nombre de paires d'ions.

Tous les signaux, quelle que soit la direction de la particule correspondante, ont une portion linéaire commune, dont la pente vient d'être définie (fig. 3).

(2) Nous supposons désormais que I'_g a été inclus dans I_g .

⁽¹⁾ $R_{\acute{e}quiv}$ est la résistance qui, placée en série dans la grille (non shuntée par la capacité *C*) conduirait aux mêmes fluctuations de tension de plaque que celles qui proviennent des fluctuations du courant anodique.

Soit R_0 le parcours de la particule dans le gaz de la chambre, la durée de cette partie commune est

$$\tau = \frac{d - R_0}{\varphi_0},$$

temps au bout duquel le premier électron atteint l'électrode collectrice.

 τ est habituellement de l'ordre de la microseconde.





(b) Cas de la chambre à grille.

Forme des signaux sur l'électrode collectrice.

Fig. 3.

2º L'élongation du signal sur l'électrode collectrice n'atteint son maximum $\frac{ne}{C}$ que lorsque tous les ions positifs sont collectés, c'est-à-dire en un temps de l'ordre de la milliseconde (collection ionique).

3° Si l'on élimine par un écran électrostatique l'influence des ions positifs sur l'électrode collectrice comme c'est le cas dans une chambre à grille, le maximum est atteint dans le temps nécessaire à la seule collection des électrons (quelques microsecondes).

Dans les techniques habituelles (collection ionique, collection électronique dans une chambre à grille), on mesure la charge totale recueillie sur l'électrode collectrice par l'amplitude de la variation de tension aux bornes de la capacité d'entrée.

Nous supposerons par la suite que cette transition est assimilable à un « signal saut », hypothèse valable tant que le temps nécessaire à la collection de toutes les charges est petit devant les constantes de temps caractéristiques de l'amplificateur.

Notons que, lorsque l'on mesure les charges libérées dans la chambre, en utilisant la portion initiale du signal induit sur l'électrode collectrice comme l'ont fait Sherr et Peterson, ce signal ne reste indépendant de la direction d'émission de la particule enregistrée que jusqu'au temps τ défini plus haut.

2. Cas où l'on fait la mesure après la fin de la collection de toutes les charges.

A. GÉNÉRALITÉS. — La recherche de l'optimum du rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ a été abordée par de nombreux auteurs et, en particulier, par H. Alfven [6], E. A. et G. A Johnson [7]. Nous prendrons cependant, comme point de départ, la théorie de J. M. W. Milatz et K. J. Keller [8]. Le mérite de cette théorie est, selon nous, d'établir clairement l'existence d'un minimum absolu de ΔQ (erreur quadratique moyenne sur la mesure d'une charge), caractéristique de l'étage d'entrée et nommée, pour cette raison, précision naturelle de l'étage d'entrée.

B. LA THÉORIE DE MILATZ ET KELLER. — Ces auteurs envisagent une mesure de charge effectuée dans les conditions idéales suivantes :

On détermine la valeur moyenne de la tension v(t)de l'électrode collectrice pendant l'intervalle de temps $(t_1, t_2), t_2$ étant l'instant de la collection de la charge Q puis, pendant l'intervalle de temps de même durée (t_2, t_3) (fig. 4). La différence de ces deux



valeurs moyennes, divisée par C, représente la mesure de Q avec une erreur quadratique moyenne ΔQ . ΔQ est fonction du temps de mesure

$$\delta = t_3 - t_2 = t_2 - t_1$$

et a pour expression

$$\Delta Q^2 = \frac{2}{3} e I_g \delta + \frac{4 K T R_{\text{equiv}} C^2}{\delta} \quad (3)$$

(*) Examinons la contribution de chacun des termes dans cette formule. Tout d'abord, le terme $\frac{4k \ TR_{cq}}{\delta}$ qui exprime les fluctuations du courant anodique. Il tend vers zéro quand δ tend vers l'infini. Cela exprime le fait que l'intensité du courant anodique, grandeur intermédiaire dans la mesure est une

 ΔQ est minimum pour

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{6 k T R_{\text{equiv}} C^2}{e I_2}}, \qquad (4)$$

par suite,

$$(\Delta Q_{\text{opt}})^2 = \frac{8 k T R_{\text{equiv}} C^2}{\delta_0}$$

= $\frac{4 \sqrt{6}}{3} \sqrt{k T e C^2 I_g R_{\text{équiv}}}$
= $8.5 \cdot 10^{-20} \sqrt{R_{\text{equiv}} I_g C^2} \quad (\text{coulomb})^2, \quad (5)$

 $\Delta Q_{
m ept}$ est nommé *précision naturelle* du tube préamplificateur.

Remarque. — P. J. Van Heerden [9] a montré qu'il était possible de déduire une précision naturelle plus petite que celle calculée par Milatz et Keller [en effectuant les deux moyennes pendant des temps infinis à condition d'attribuer un poids statistique convenable à chaque instant d'observation. La précision naturelle ainsi obtenue diffère de 7 pour 100 de celle de Milatz et Keller (⁴).

C. RÉPONSE TRANSITOIRE OPTIMUM. — Nous allons déterminer la réponse transitoire d'un amplificateur idéal qui effectuerait la mesure dans les



Erratum. — Limite supérieure de la deuxième intégrale, au lieu de t, lire $t - \delta$.

moyenne et d'autant mieux connue qu'elle est prise sur un temps plus long.

Au contraire, le terme dû au courant de grille tend vers zéro avec \hat{c} . En effet, la capacité C « intègre » le courant de grille; la tension à ses bornes varie par bonds très petits. On aurait donc intérêt, si le courant de grille était la seule cause d'erreur, à déterminer les valeurs de la tension v(t) juste avant et juste après la collection de la charge Q.

(4) Les moyennes pondérées de P. J. Van Heerden ne peuvent être effectuées en pratique d'une manière rigoureuse. R. Wilson [10] qui retrouve indépendamment un résultat équivalent à celui de Van Heerden, propose un circuit de conditions proposées par Milatz et Keller. Un tel dispositif permettrait d'atteindre effectivement la précision naturelle.

Comme l'appareil ne peut prévoir l'instant d'arrivée d'une charge Q afin d'effectuer la moyenne avant cet instant, il doit effectuer, à chaque instant t, la différence U entre les valeurs moyennes de la tension d'entrée v prises respectivement entre $t - \partial_0$ et td'une part, $t - 2 \partial_0$ et $t - \partial_0$ d'autre part

$$U = \frac{\mathrm{I}}{\delta_0} \int_{t-\delta_0}^t v(t) \,\mathrm{d}t - \frac{\mathrm{I}}{\delta_0} \int_{t-2\delta_0}^{t-\delta_0} v(t) \,\mathrm{d}t.$$

Supposons qu'un signal saut survienne à l'instant t_0 , la figure 5 montre alors la réponse de l'amplificateur idéal à ce signal.

On vérifie que la tension de sortie passe par un maximum au temps $t_0 + \hat{\sigma}_0$ et que ce maximum correspond bien à la différence envisagée par Milatz et Keller.

D. DISPOSITIF PRÉSENTANT LA RÉPONSE OPTIMUM.



Fig. 6.

 Z_c , impédance caractéristique des deux lignes à retard. Le temps d'aller et de retour dans chacune des deux lignes est égal à δ_0 .

— L'examen de la figure 5 montre les différentes opérations que devrait réaliser le dispositif :

¹° intégration d'une tension en fonction du temps; ²° différence entre les tensions $V_i(t)$ et $V_i(t-\delta_0)$.

L'opération « intégration » peut être effectuée électroniquement par un circuit « \mathbf{R} — \mathbf{C} » dont la constante de temps est grande devant $\partial_{\mathbf{0}}$. L'opération « différence » peut être effectuée par une ligne à retard court-circuitée à son extrémité. Pour effectuer l'ensemble de ces opérations, nous proposons donc le dispositif montré par la figure 6. Les éléments de ce dernier seront incorporés dans un amplificateur linéaire dont le gain sera constant pour toutes les fréquences envisagées.

E. CIRCUITS PRATIQUES. — Comparons les résultats précédents à ceux que l'on peut attendre des deux principaux circuits usuels.

¹⁰ Une ligne à retard et un circuit d'intégration R_1C_1 [1], [10] (fig. 7 a).

Les conditions optima sont

$$R_1 C_1 = \frac{\delta_0}{\sqrt{3}}, \qquad T = 1, 2R_1 C_1;$$

T, temps d'aller et retour dans la ligne.

réalisation délicate, sans toutefois effectuer la pondération exacte.

L'erreur quadratique moyenne ΔQ est supérieure de 3 pour 100 seulement à la précision naturelle.

2° Un circuit d'intégration R_1C_1 et un circuit de différentiation C_2R_2 [6], [9] (fig. 6).

Les conditions optima sont

$$R_1C_1=R_2C_2=\frac{\delta_0}{\sqrt{3}},$$

 ΔQ diffère alors de 25 pour 100 de la précision naturelle.



Cas où l'on ne peut plus assimiler le signal à un signal saut. — Lorsque le temps de collection ne peut plus être considéré comme petit devant le temps $\hat{\sigma}_0$, l'amplitude de l'impulsion qui en résulte est plus faible que celle qui correspondrait à un signal saut. Cette atténuation varie avec la forme du signal appliqué à l'entrée (fig. 3) et l'on doit tenir compte de cette cause supplémentaire de dispersion.

Indiquons que, dans le cas du circuit « CR = RC » cette distorsion est inférieure à 1 pour 100 environ, tant que le temps total de collection 0 est plus petit que $\frac{CR}{2}$ [7], [11].

3. La méthode de Sherr et Peterson [5]. — Le procédé de détermination de l'énergie de la particule par la mesure de la pente du signal recueilli sur l'électrode collectrice présente un certain nombre d'avantages dans les cas suivants :

taux de comptage élevés;

mesures simultanées de temps et d'énergie (5).

Dans ce qui suit, on ramènera la mesure de pente initiale du signal à la mesure de l'amplitude d'une impulsion à la sortie d'un amplificateur.

A. CONDITION PRÉALABLE. — Soit t = 0 l'instant d'émission de la particule. Pour $t < \tau$, le potentiel de l'électrode collectrice est donné par

$$v(t) = \frac{nev_0}{Cd}t = pt.$$

(⁵) Dans ce dernier cas, la chambre à grille introduit en effet un retard systématique variable avec la direction d'émission de la particule.

Soit f(t) la réponse transitoire de l'amplificateur. L'élongation de l'impulsion à sa sortie a pour valeur

$$F(t) = \int_0^t f(t - t_0) p \, \mathrm{d}t_0 = p \int_0^t f(t) \, \mathrm{d}t.$$

Imposons la condition qu'il n'y ait pas de dispersion liée à l'angle d'émission de la particule; il faut alors que F(t) soit maximum pour $t \leq \tau$. Dans les conditions, les plus favorables, F(t) est maximum pour $t = \tau$, ce qui exige $f(\tau) = 0$; c'est ce que nous supposerons.

B. DÉTERMINATION DU RAPPORT $\frac{\text{SIGNAL}}{\text{BRUIT}}$ OPTIMUM. — La condition $f(\tau) = 0$, pour des temps τ qui sont de l'ordre de la microseconde, n'implique que la transmission de fréquences relativement élevées pour lesquelles la contribution du courant de grille au bruit de fond est négligeable. On a donc

$$V_{\rm eff}^2 = 2 \, k \, T R_{\rm \acute{equiv}} \int_0^\infty f'^2 \, \mathrm{d}t,$$

le signal étant donné par la formule

$$A_{\mathbf{S}} = \frac{n e v_0}{C d} \int_0^{\tau} f(t) dt = p \int_0^{\tau} f dt.$$

Nous nous proposons de chercher la fonction f(t)qui rend maximum le rapport

$$\frac{A_{\mathrm{S}}^{2}}{V_{\mathrm{eff}}^{2}} = \frac{p^{2}}{2 \, k \, T R_{\mathrm{équiv}}} \frac{\left[\int_{0}^{\tau} f(t) \, \mathrm{d}t\right]^{2}}{\int_{0}^{\infty} f'^{2} \, \mathrm{d}t}.$$

La fonction f(t) doit être continue sous peine de rendre infini le dénominateur. Donc, f(o) = o.

On réduit la valeur du dénominateur sans modifier le numérateur en posant

$$f'(t) = 0$$
 pour $t \ge \tau$.

Et comme $f(\tau) = 0$, nous avons



Un calcul de variation (6) permet alors de déterminer la fonction f(t) (pourvue d'une dérivée seconde)

^(*) Nous remercions M. Trocheris du Service de Physique Mathématique du C. E. A. qui a bien voulu effectuer ce calcul.

qui rend maximum le rapport $\frac{A_{s}}{V_{eff}}$. Elle a pour expression (à un facteur près) :

$$f(t) = t(\tau - t) \qquad (o \leq t \leq \tau) \quad (fig. 8)$$

La réponse transitive optimum est donc constituée d'un arc de parabole.

Le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ prend alors sa valeur optimum

$$\frac{A_{\rm S}}{V_{\rm eff}} = \frac{nev_0}{Cd\sqrt{2\,k\,TR_{\rm equiv}}} \left(\frac{\tau^3}{\Gamma^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$





En posant Q = ne et en remarquant que $d - R_0 = v_0$, l'erreur quadratique moyenne sur une charge s'écrit

$$\Delta Q = \frac{\sqrt{24} C d \sqrt{KTR_{\text{equiv}}}}{(d - R_0)\sqrt{\tau}}.$$

C. CIRCUITS PRATIQUES. — Nous avons envisagé divers circuits permettant d'approcher la réponse parabolique qui constitue l'optimum (⁷).

1° Réponse en arche de sinusoïde. — On l'obtiendra en utilisant un circuit oscillant de période 2τ suivi d'une ligne ouverte à son extrémité de retard total τ (fig. 9 a).

L'écart par rapport à la réponse optimum n'est que de 1,5 pour 100.

2° Utilisation d'un circuit oscillant amorti. — Si l'on utilise un circuit oscillant dont le degré d'amortissement est égal à 0,35 (fig. 9 b), l'écart par rapport à la réponse optimum est alors de 15 pour 100. La self L_1 et la résistance parallèle d'amortissement R_1 peuvent être calculées au moyen des formules pratiques suivantes :

$$L_1 = 0, 09 \frac{\tau^2}{C_1}, \qquad R_1 = 0, 425 \frac{\tau}{C_1},$$

3° Circuit formé de deux circuits de différentiation identiques suivi d'un circuit d'intégration (fig. 9 c). — Si l'on donne aux différentes constantes de temps du circuit de la figure les valeurs suivantes :

$$T_1 = T_2 = 0,6\tau, \qquad T_3 = 0,6T_4 = 0,36\tau$$

l'écart par rapport à la réponse optimum est égal à 30 pour 100.

Manuscrit reçu le 11 avril 1952.

(7) Pour chacun des circuits qui suivent nous nous plaçons dans les conditions de rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ les meilleures.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] ELMORE W. C. et SANDS M. Electronics, Mc Graw Hill, 1950.
- [2] RICE S. O. Bell Syst. Tech. J., 1944, 23, 282; 1945, 24, 46.
- [3] CAMPBELL N. R. et FRANCIS V. J. J. Inst. Elec. Eng., 1946, 93, 45.
- [4] WILKINSON D. H. Ionisation chambers and counters. Camb. Univ. Press (1950).
- [5] SHERR R. et PETERSON R. Rev. Sc. Inst., 1947, 18, 567.
- [6] ALFVEN H. V. Z. Physik, 1936, 99, 24.

- [7] JOHNSON E. A. et JOHNSON A. G. Phys. Rev., 1936, 50, 170.
- [8] MILATZ J. M. W. et KELLER K. J. Physica, 1942, 9, 97.
 KELLER K. J. et VESSEUR H. J. A. Physica, 1943, 10, 273.
- KELLER K. J. *Physica*, 1947, **13**, 326.
- [9] VAN HEERDEN P. J. Thèse, Utrecht, 1945.
- [10] WILSON R. Phil. Mag., 1950, 41, 66.
- [11] CAILLAT R., LALLEMANT C. et VALLADAS G. J. Physique Rad., 1951, 12, 74.
 GILLESPIE A. B. — A. E. R. E., G/R 168.