Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante.

Philippe Spiga

▶ **To cite this version:**

Philippe Spiga. Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante.. Physique [physics]. Université du Sud Toulon Var, 2008. Français. NNT : . tel-00366708

HAL Id: tel-00366708

https://theses.hal.science/tel-00366708

Submitted on 9 Mar 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DU SUD TOULON-VAR

TITRE :
Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante

THESE

Pour obtenir le grade de :

DOCTEUR EN PHYSIQUE

Auteur :

Philippe SPIGA

Thèse soutenue le 05/11/2008

JURY

M.	TABBARA W.	L2S	Président du jury
M.	DUSSEAUX R.	CETP	Rapporteur
M.	BOURLIER C.	IREENA	Rapporteur
M.	ELISSALT J.-M.	DCNS	Encadrant
M.	SORIANO G.	Institut Fresnel	Co-directeur de thèse
M.	SAILLARD M.	LSEET	Directeur de thèse

Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante

Philippe Spiga

6 novembre 2008

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux directeurs de thèse Marc Saillard, Gabriel Soriano ainsi que mon responsable d'entreprise Jean-Manuel Elissalt pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet, pour tous leurs conseils et remarques constructives et leur disponibilité. Gabriel, le téléphone sonnera moins !
Je remercie tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.
Je remercie aussi Charles-Antoine Guérin qui m'a aidé pour la compréhension des méthodes approchées ainsi que ces remarques. Merci à Joel T. Johnson pour m'avoir fourni les résultats de SSA2, et Kudryavtsev pour son code de calcul de surface de mer et de couverture d'écume.
Merci à tous les membres de l'équipe CEM : Cyril, Patrice, Nathalie et Gérard. Merci pour les pizzas, les pistaches, les restos et les dix kilos que je vais devoir perdre. Fini le café le midi !!!
Je remercie tous les membres du LSEET et de l'institut Fresnel qui m'ont accueilli.
Enfin une pensée toute particulière à mes proches : mes parents, mes frères, mes beaux parents, belles soeurs et beaux frères, Jérémy, Benjamin, Gabriel.
Vanessa merci de m'avoir supporté et soutenu tout au long de ces trois années de thèse. Merci, pour avoir donné naissance à Yann.

Remerciements : Alexandre, Mounira, Emilie, Laurent, David, Jérémie, Sébastien, Frédéric, Olivier, Margaret, Bruno, Florent, Isabelle, Laurence, Frédérique, le cinéma les 3 palmes.

Résumé

La diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses intéresse de nombreux domaines comme l'Optique, la furtivité, la compatibilité électromagnétique ou bien encore la télédétection. La modélisation de ce phénomène peut se faire soit à l'aide de théories rigoureuses basées sur la résolution des équations de Maxwell, soit avec des théories approchées. Actuellement, le problème tridimensionnel de la diffusion des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses éclairées sous incidence rasante ne peut pas être résolu de manière satisfaisante par les méthodes rigoureuses. Ces méthodes ne peuvent donc pas être utilisées pour estimer la validité des méthodes approchées pour ce type d'incidence.

Afin de résoudre ce problème, de nouvelles équations intégrales de frontière ont été développées. A l'aide du théorème d'extinction et du théorème de réciprocité, le comportement du champ diffracté pour les angles rasants a pu être déterminé. A partir de ces résultats, l'amplitude diffractée a été reformulée afin d'obtenir explicitement le bon comportement du champ pour de tels angles.

Une technique de résolution numérique de l'équation intégrale obtenue a été mise en oeuvre pour des surfaces rugueuses infiniment conductrices en polarisation Horizontale. La validation a été menée par comparaison avec des résultats issus du formalisme intégral classique, pour des angles d'incidence raisonnables. La pertinence de quelques méthodes approchées pour des incidences rasantes a été étudiée.

Le problème de diffraction par la surface de la mer ne pouvant être résolu de manière rigoureuse pour des vents supérieurs à 4m/s, l'étude s'est portée sur les modèles à deux échelles et les fonctions d'ombrage. Nous montrons que ces dernières ne sont pas adaptées à la surface océanique. Enfin, en comparant un modèle à deux échelles, combinant l'Optique géométrique et l'approximation des faibles pentes, aux données expérimentales de Nathanson, nous avons montré que les phénomènes hydrodynamiques comme le déferlement augmentent de manière significative l'énergie rétro-diffusée dans les angles rasants.

Table des figures

1 *Module du champ électrique calculé (trait plein) et exact (trait en pointillé) pour une surface plane, de constante diélectrique* $\epsilon = 5.95 + i\ 0.067$*, éclairée par une onde plane en incidence normale et oblique. Longueur de la surface* $L = 30\lambda$. . . 17

2 *Modèle des bandes résistives.* 18

3 *Courant calculé sur une plaque de conductivité finie pour un angle rasant incident de 30° et 10° (soit un angle d'incidence de 70° et 80°) : surface de longueur* 36λ *et des bandes résitives de* 3λ. 19

4 *Surface périodique.* 20

5 *Représentation des interactions pour la surface périodique.* 20

6 *Surface utilisée pour la théorie des images.* 21

7 *Surface utilisé par Zhao.* 21

1.1 *Plan localement perturbé.* 26

2.1 *Représentation de la fonction de Hann.* 48

2.2 *Géométrie de la surface.* 48

2.3 *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculée à partir du F2I (figure a) et calculée au dessus (courbe rouge) et en dessous de la surface (courbe noire) à partir du FID (figure c). La surface rugueuse est une surface gaussienne parfaitement conductrice avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et une longueur de corrélation de* 0.5λ. 50

2.4 *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculée à partir du F2I (figure a) et calculée au dessus (courbe rouge) et en dessous de la surface (courbe noire) à partir du FID (figure c). La surface rugueuse est parfaitement conductrice en spectre* k^{-4} *tronqué à* $K/15$ *et* $4K$. 51

2.5 *Excitation et propagation des ondes de surface sur une surface rugueuse.* 52
2.6 *Modules des composantes x et y de* **j** *calculés à partir du FID pour une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*. L'incidence est de* 60° *et l'onde incidente est polarisée Horizontale.* . 53
2.7 *Partie réelle et imaginaire de la composante x de* **j** *calculés à partir du FID pour une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*. L'incidence est de* 60° *et l'onde incidente est polarisée Horizontale.* 54
2.8 *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculé avec (1.65), ligne en trait noir, et avec (1.61), trait rouge : (a) surface gaussienne de hauteur quadratique* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*, (b) surface en spectre* k^{-4} *tronqué à* $K/15$ *et* $4K$*.* 56
2.9 *Composante HH et VH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et une longueur de corrélation de* 0.5λ*.* 58
2.10 *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.25λ *et une longueur de corrélation de* 0.5λ*.* 60
2.11 *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.5λ *et une longueur de corrélation de* 1.5λ*.* 60
2.12 *Composante HH et VH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice de spectre* k^{-4} *avec une coupure basse fréquence de* $K/8$ *et une coupure haute fréquence de* $4K$*.* 62

2.13 *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice de spectre k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 63

2.14 *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : (a) MoM rasant échantillonnée avec 8 points par longueur d'onde (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé), (b) MoM rasant échantillonée avec 15 points par longueur d'onde et MoM faisceau. La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 64

2.15 *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 80° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant échantillonnée avec 10 points par longueur d'onde (trait noir), avec 15 points par longueur d'onde (trait rouge) et avec 20 points par longueur d'onde (trait bleu). La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 65

2.16 *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 80° en fonction de l'angle diffracté : F2I échantillonnée à 8 points par longueur d'onde (trait rouge) et FID (trait noir) échantillonnée à 15 points par longueur d'onde. La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 66

2.17 *Module de la composante x de l'inconnue $\mathbf{j}$ pour 87° (trait bleu) et le produit $q_0(87^\circ)j_x^{(1)}$ (trait rouge), pour une polarisation incidente Horizontale. La surface utilisée est une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ.* 69

2.18 *Module carré de $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0}$: (a) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ, (b) surface en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* . . 69

2.19 *Comparaison entre l'intensité diffractée incohérente obtenue à partir de (1.68) (trait noir) et obtenue à partir de (2.10) (trait rouge), pour une incidence de 60°, 80°, 87° et 89°. La surface utilisée est une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ.* 70

2.20 *Comparaison entre l'intensité diffractée incohérente obtenue à partir de (1.68) (trait noir) et obtenue à partir de (2.10) (trait rouge), pour une incidence de 60°, 80°, 87° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 71

2.21 *Module carré de $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0}$ (courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : (a) et (c) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ.* 73

2.22 *Module carré de $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0}$ (courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : surface en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* 74

2.23 *Module carré de $\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q \partial q_0}\right)_{q=q_0=0}$ (courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : (a) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ, (b) surface en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.* . . 76

3.1 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SSA1 statistique (trait noir) et SSA1 Monte Carlo (trait rouge, bleu et vert) pour différents paramètres d'apodisation de la surface, et une incidence de 80°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.75λ.* 83

3.2 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SSA1 statistique (trait noir) et SSA1 Monte Carlo (trait rouge), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ.* . 83

3.3 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SPM1 statistique (trait noir) et SPM1 Monte Carlo (trait rouge), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de 0.016λ et de longueur de corrélation 0.5λ.* 84

3.4 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec les versions statistiques (trait noir) et Monte Carlo (trait rouge) de SSA1 et SPM1, pour une incidence de 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices à spectre de puissance avec $k_l = K/15$ et $k_u = 4K$.* 84

3.5 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait noir), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice à spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ. 86

3.6 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait noir), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice à spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.016λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ. 87

3.7 *Ecart obtenu sur l'intensité rétrodiffusée entre la MoM rasant et SPM1 pour différentes incidences et différentes hauteurs quadratiques moyennes. Pour toutes les surfaces utilisées la longueur de corrélation est de* 0.5λ. 88

3.8 *Ecart obtenu sur l'intensité rétrodiffusée entre la MoM rasant et SSA1, pour différentes incidences et différentes hauteurs quadratiques moyennes. Pour toutes les surfaces utilisées la longueur de corrélation est de* 0.5λ. 88

3.9 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (trait noir), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait bleu), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface en* k^{-4} *parfaitement conductrice coupé à* $K/15$ *et* $4/K$. 90

3.10 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA2 (trait noir), WCA (trait vert) et SSA (trait rouge), pour une incidence de 80°. La surface utilisée est une surface à spectre gaussien de longueur de corrélation* 0.5λ *et de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *(a),* 0.033λ *(b),* 0.016λ *(c) et* 0.008λ *(d).* 94

3.11 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues) et WCA (trait vert) pour une incidence de 89°. La surface utilisée est une surface à spectre gaussien de longueur de corrélation* 0.5λ *et de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *(a) et* 0.016λ *(c).* 95

3.12 *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues) et WCA (trait vert) pour une incidence de* 80° *et* 89°. *La surface utilisée est une surface en* k^{-4} *tronqué à* $K/15$ *et* $4K$. 95

4.1 *Formation de la mer par superposition de vagues indépendantes (Bourlier 2000).* 99

4.2 *Amplitude du spectre de hauteur (figure de gauche) et de courbure (figure de droite) de Pierson-Moskowitz le long de la direction du vent ($\phi = 0^\circ$) pour différentes vitesses de vent : 5 $m.s^{-1}$ (trait rouge), 10 $m.s^{-1}$ (trait bleu) et 15 $m.s^{-1}$ (trait noir).* 101

4.3 *Amplitude du spectre de hauteur (figures a et b) et de courbure (figures b et c) d'Elfouhaily (gauche) et de Kudryavtsev (droite) le long de la direction du vent ($\phi = 0^\circ$) pour différentes vitesses de vent : 5 $m.s^{-1}$ (trait rouge), 10 $m.s^{-1}$ (trait bleu) et 15 $m.s^{-1}$ (trait noir).* 102

4.4 *Modèle deux échelles.* 103

4.5 *Intensité diffractée calculée avec SSA1 et SPM1 pour une incidence de 80° et 89°. Surface océanique d'Elfouhaily tronquée à $K/15$ et $4K$ pour un vent de 10 m/s en bande L.* 105

4.6 *Intensité diffractée calculée avec la MoM rasant (courbe bleue) et calculé avec SSA1 (courbe rouge) pour une incidence de 80° (a) et 89° (b) : surface océanique d'Elfouhaily tronquée à $K/15$ et $4K$ pour un vent de 10 m/s en bande L.* 105

4.7 *Ecart entre l'intensité diffractée rétro-diffusée calculée avec la MoM rasant et SSA1 en fonction du vent et de la longueur d'onde incidente pour une incidence de 80° (a) et de 89° (b) : surface océanique d'Elfouhaily tronquée à $K/15$ et $4K$.* 106

4.8 *Intensité retro-diffusée HH calculée par le modèle deux échelles classique en fonction de la fréquence de coupure : bande Ku, vent = 15 m/s.* 107

4.9 *Intensité rétro-diffusée HH calculée avec GOSSA en fonction de la fréquence de coupure : bande Ku, vent = 15 m/s.* 107

4.10 I*ntensité diffractée HH calculée avec GOSSA pour différentes incidences 60° (courbe bleue), 80° (courbe rouge) et 89° (courbe verte) : bande L, vent = 10 m/s.* 109

4.11 *Représentation du phénomène d'ombrage.* 109

4.12 *Section d'une surface rugueuse aléatoire illuminée de S.* 111

4.13 *Intensité rétrodiffusée pour un vent de 10 $m.s^{-1}$ en bande L sans fonction d'ombrage (courbe bleue) et avec la fonction d'ombrage de Smith décorrélée (courbe rouge).* 113

4.14 *Représentation géométrique des trois cas.* 114

4.15 *Diagramme bistatique obtenu avec GOSSA pour une surface de mer d'Elfouhaily avec un vent de 10 m/s et une incidence de 89°, avec la fonction d'ombrage de Smith bistatique (courbe rouge) et sans (courbe bleue).* 115

4.16 *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (gauche) et de Smith (droite) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.2$ *et* $\lambda_{300} = 0.5$*. La hauteur quadratique moyenne est de* 0.365λ *et la pente de* 0.144*.* 118

4.17 *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (courbes bleues) et de Smith (courbes rouges) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (courbes en trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.2$ *et* $\lambda_{300} = 0.5$*. La hauteur quadratique moyenne est de* 0.365λ *et la pente de* 0.144*. Les courbes* q *et* q^2 *présentent respectivement un comportement linéaire et quadratique.* 118

4.18 *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (gauche) et de Smith (droite) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (croix) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.5$ *et* $\lambda_{300} = 0.2$*. La hauteur quadratique moyenne est de* 1λ *et la pente de* 0.7*.* 119

4.19 *Fonctions d'ombrage de Wagner (courbes bleues) et de Smith (courbes rouges) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (courbes en trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.5$ *et* $\lambda_{300} = 0.2$*. La hauteur quadratique moyenne est de* 1λ *et la pente de* 0.7*. Les courbes* q *et* q^2 *présentent respectivement un comportement linéaire et quadratique.* 119

4.20 *Fonction d'ombrage de Wetzel pour différents vents,* S_C *représente la fonction d'ombre de Smith (Wetzel 1986).* 120

4.21 *Intensité rétrodiffusée mesurée par Nathanson pour différents états de mer.* . . . 123

4.22 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec* $\phi = 0^\circ$ *(courbe bleue supérieure), GOSSA avec* $\phi = 90^\circ$ *(courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation V.* 126

4.23 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec* $\phi = 0^\circ$ *(courbe bleue supérieure), GOSSA avec* $\phi = 90^\circ$ *(courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation H.* 127

4.24 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec* $\phi = 0^\circ$ *(courbe bleue supérieure), GOSSA avec* $\phi = 90^\circ$ *(courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation V.* 128

4.25 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec* $\phi = 0^\circ$ *(courbe bleue supérieure), GOSSA avec* $\phi = 90^\circ$ *(courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation H.* 129

4.26 (*a) Schéma idéalisé de fronts déferlants. (b) Géométrie de la face avant d'un front déferlant. Figures extraites du chapitre 12 de Wetzel et al.* 132
4.27 *Section efficace d'un front déferlant.* 132
4.28 *Comparaison des couvertures de Kudryavstev (courbe bleu), Monahan (courbe verte) et Wu (courbe bleue).* 134
4.29 *Comparaison des couvertures de Kudryavstev pour la bande L (courbe rouge) et la bande X (courbe bleue).* 134
4.30 *Rapport de la section efficace du déferlement sur la section efficace totale* (σ_{wb}/σ_0) *en fonction de l'angle d'incidence pour une vitesse de vent de 2 m/s (trait plein) et 12.5 m/s (trait pointillé). Polarisation V (courbe rouge), polarisation H (courbe bleue).* 135
4.31 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation V.* 137
4.32 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation H.* 138
4.33 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation V.* 139
4.34 *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation H.* 140
4.35 *Rapport de polarisation, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte), bande L.* 142
4.36 *Rapport de polarisation, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte), bande X.* 143

B.1 *Intensité diffractée calculée avec le formalisme intégral rasant (courbe rouge) et le formalisme intégral classique (courbe bleue) pour une incidence de* 45° *et une polarisation incidente Horizontale (figure de gauche) et Verticale (figure de droite). La surface est une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne* 0.15λ *et de longueur de corrélation* 0.75λ*.* 156
B.2 *Intensité diffractée calculée avec le formalisme intégral rasant pour une incidence de* 89° *et une polarisation incidente Horizontale (courbe rouge) et Verticale (courbe bleue). La surface est une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne* 0.15λ *et de longueur de corrélation* 0.75λ*.* 156

Liste des tableaux

1.1 *Comportement de l'amplitude diffractée pour les angles rasants, cas bistatique et monostatique, pour un métal infiniment conducteur.* 40

3.1 *Caractéristiques géométriques des surfaces utilisées pour la simulation par méthode Monte-Carlo.* 85

4.1 *Données de Nathanson en Bande L, colonne de gauche polarisation V et colonne de droite polarisation H. La NRCS est en dB.* 124

4.2 *Données de Nathanson en Bande X, colonne de gauche polarisation V et colonne de droite polarisation H. La NRCS est en dB.* 124

4.3 *Echelle de Douglas.* 125

Table des matières

Remerciements **1**

Introduction **15**

1 Formalisme intégral de frontière pour l'incidence rasante **23**

1.1 Equations de Maxwell 23

1.2 Conditions de passage 24

1.3 Polarisation 24

1.4 Coefficients de Fresnel 25

1.5 Plan localement déformé 26

1.6 Formalisme intégral indirect (F2I) 27

1.6.1 Le problème du métal infiniment conducteur 29

1.6.2 Le problème diélectrique 29

1.6.3 Amplitude diffractée 30

1.7 Formalisme intégral direct (FID) 32

1.7.1 Le problème diélectrique 34

1.7.2 Le problème de l'approximation d'impédance 35

1.7.3 Le problème du métal infiniment conducteur 36

1.7.4 Amplitude diffractée 37

1.8 Théoréme d'extinction 37

1.9 Théorème de réciprocité 37

1.10 Comportement aux grands angles du champ diffracté 38

1.10.1 Le métal infiniment conducteur 38

1.10.2 Le cas diélectrique et fortement conducteur 40

1.11 Comportement aux grands angles des termes d'excitation 41

1.11.1 Le diélectrique 41

1.11.2 L'approximation d'impédance 42

1.11.3 Le métal infiniment conducteur . . . 42
1.12 Remarque sur la polarisation V . . . 43
1.13 Conclusion . . . 43

2 Numérique **45**
2.1 Discrétisation et résolution . . . 45
2.2 La SMFSIA-CAG3D . . . 46
2.3 Géométrie des surfaces utilisées . . . 47
2.4 Onde de surface et effet de troncature . . . 49
2.5 Validation du formalisme intégral rasant . . . 57
2.5.1 Comparaison du formalisme intégral rasant avec le formalisme intégral classique . . . 57
2.6 Etude numérique du comportement du champ diffracté aux grands angles . . . 67
2.6.1 Comportement en q_0 du champ . . . 67
2.6.2 Comportement en q du champ . . . 72
2.6.3 Comportement en qq_0 du champ . . . 75
2.6.4 Conclusion . . . 77
2.7 Conclusion . . . 78

3 Etude de méthodes approchées en incidence rasante **79**
3.1 L'approximation de Kirchhoff . . . 79
3.2 La méthode des petites perturbations . . . 81
3.3 La méthode des faibles pentes . . . 81
3.4 Comparaisons entre le formalisme intégral rasant, SPM1 et SSA1 . . . 82
3.4.1 Comparaison méthode de Monte-Carlo et version statistique de SPM1 et SSA1 . . . 82
3.4.2 Surface à spectre gaussien . . . 89
3.4.3 Surface de densité spectrale en k^{-4} . . . 90
3.4.4 Conclusion . . . 91
3.5 La méthode des faibles pentes à l'ordre 2 . . . 92
3.6 Weighted Curvature Approximation (WCA) . . . 92
3.7 Comparaisons entre le formalisme intégral rasant, SSA2 et WCA . . . 93
3.8 Conclusion . . . 96

4 Télédétection océanique **98**

4.1 Surface océanique . . . 98

4.1.1 Spectre . . . 99

4.1.2 Spectre de Pierson-Moskowitz . . . 100

4.1.3 Spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev . . . 101

4.2 Modèle de diffraction à deux échelles . . . 103

4.2.1 Partie hautes fréquences . . . 105

4.2.2 GOSSA . . . 106

4.3 Fonction d'ombrage . . . 110

4.3.1 Définition de la fonction d'ombrage monostatique monodimensionnelle . . . 110

4.3.2 Approche de Ricciardi et Sato . . . 112

4.3.3 Approche de Wagner . . . 112

4.3.4 Approche de Smith . . . 113

4.3.5 Surface gaussienne décorrélée . . . 113

4.3.6 Fonction d'ombrage bistatique . . . 114

4.3.7 Fonction d'ombrage bidimensionnelle . . . 115

4.3.8 Comportement de la fonction d'ombrage aux grands angles . . . 116

4.3.9 Conclusion . . . 121

4.4 Comparaison de GOSSA avec les données de Nathanson . . . 123

4.4.1 Les données de Nathanson . . . 123

4.4.2 Comparaison de GOSSA avec les données de Nathanson . . . 125

4.4.3 Le déferlement . . . 130

4.4.4 Comparaison GOSSA/déferlement avec les données de Nathanson . . . 136

4.4.5 Comparaisons des rapports de polarisation . . . 141

4.5 Conclusion . . . 144

Conclusion et perspectives **146**

A Surface rugueuse aléatoire **149**

A.1 Surface gaussienne aléatoire. . . . 149

A.1.1 Fonction de corrélation . . . 150

A.1.2 Fonction de corrélation des pentes . . . 150

A.1.3 Densité spectrale de puissance . . . 151

A.2 Spectre gaussien . . . 151

A.3 Spectre de puissance 151

B Formalisme intégral direct : surface unidimensionnelle 153

B.1 Equation intégrale de frontière 153

B.2 Le problème du métal infiniment conducteur 154

B.3 Approximation d'impédance 154

B.4 Amplitude diffractée 155

B.5 Numérique 157

B.6 Conclusion 157

Introduction

Depuis des années, la modélisation de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses est étudiée dans de nombreux domaines comme la télédétection radar ou l'Optique. Elle permet d'interpréter les signaux et les images obtenus par les satellites et les radars situés à terre, ou bien encore de caractériser des surfaces optiques. Dans le domaine militaire, la compréhension des phénomènes de diffraction est essentielle pour la furtivité. Pour les problèmes de compatibilité électromagnétique, l'influence de l'écho de mer sur le fonctionnement des radars et autres senseurs embarqués sur les navires peut être pris en compte.
De nos jours, les nombreux modèles de diffusion par des surfaces rugueuses se classent en deux grandes catégories : les modèles approchés et les modèles rigoureux. Les modèles approchés sont basés sur des hypothèses simplificatrices et les modèles rigoureux sur la résolution numérique des équations de Maxwell. Les modèles approchés permettent de prendre en compte certaines caractéristiques de la surface (hauteur quadratique moyenne, pente, courbure) de manière explicite et proposent de décomposer les interactions locales et non locales qui interviennent dans le processus de diffusion des ondes électromagnétiques. Ainsi, il est possible de déterminer l'importance de chacune de ces interactions et caractéristiques géométriques dans le phénomène de diffraction. De plus, certaines méthodes approchées sont très faciles à mettre en place et nécessitent des temps de calculs très courts. Par exemple, pour une surface déterministe, la méthode des petites perturbations à l'ordre 1 (SPM1) ne nécessite que la connaissance de la transformée de Fourier de la hauteur de la surface, rapidement réalisable à l'aide d'algorithme de FFT (Fast Fourier Transform). Pour des surfaces statistiques, SPM1 et l'approximation de Kirchhoff ne nécessitent que le calcul de la fonction de corrélation de la surface. Le problème de toutes ces méthodes est que leur domaine de validité n'est pas toujours bien défini. Pour ces raisons, les modèles rigoureux sont nécessaires car ils permettent de résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses sans approximation autre que numérique.
Aujourd'hui, la technique couramment utilisée pour résoudre le problème de diffusion des ondes

électromagnétiques par des surfaces rugueuses séparant deux milieux homogènes est d'obtenir une équation intégrale de frontière pour les composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques sur la surface, et de la résoudre numériquement par la méthode des moments. A partir des composantes tangentielles sur la surface, il est possible de déterminer le champ en tout point de l'espace. Les inconnues se comportent donc comme des courants fictifs localisés sur la surface. Pour ces raisons, les composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques sont appelées courants de surface. La résolution numérique de cette équation intégrale nécessite la troncature et la discrétisation de la surface. La troncature de ce domaine d'intégration engendre des problèmes numériques. Cette coupure non physique crée une diffraction de bord qui va contribuer au champ diffracté et perturber fortement le calcul des courants de surface. En effet, les courants de surface sont calculés pour une surface de taille finie, ils sont donc supposés nuls en dehors. Cette annulation brutale des courants de surface engendre une discontinuité, le problème de diffraction est dit "mal borné". La figure 1 illustre ce phénomène en comparant le module du champ électrique exact avec celui calculé par la méthode des moments dans le cas d'un plan éclairé par une onde plane. Pour borner le problème de manière satisfaisante afin d'éviter les effets de bords, il existe plusieurs méthodes que je vais passer en revue.

Le faisceau

L'utilisation d'un faisceau borné pour éviter les effets de troncature de la surface est la technique la plus couramment utilisée. Pour le problème de la diffraction électromagnétique par une surface rugueuse, les courants de surface en un point de la surface dépendent essentiellement du champ incident et de la géométrie de la surface au voisinage de ce point, c'est le phénomène de faible couplage [1]. Le faisceau permet ainsi d'éclairer la surface de telle sorte que les courants de surface s'annulent naturellement avant la troncature [2, 3, 4, 5]. Il existe différents types de faisceaux plus ou moins bien adaptés au problème de diffraction. L'une des solutions est de prendre le champ incident comme un faisceau gaussien dans l'approximation paraxiale [3] ce qui s'écrit :

$$\mathbf{E^i}\left(\mathbf{R}\right) = \exp\left[i\left(\mathbf{K^i}\cdot\mathbf{R}\right)\left(1+w\right)\right]\exp\left(-t\right)\ \hat{\mathbf{p}} \tag{1}$$

avec $\mathbf{K^i}$ le vecteur d'onde incident moyen, $\mathbf{R}$ un point de la surface, w et t sont des fonctions qui dépendent d'un paramètre g. Ce paramètre permet de définir la taille du faisceau incident. Un tel faisceau est facile à mettre en place cependant il n'est pas une solution exacte des équations de Maxwell. L'autre solution, beaucoup utilisée, est de considérer que le champ incident est une

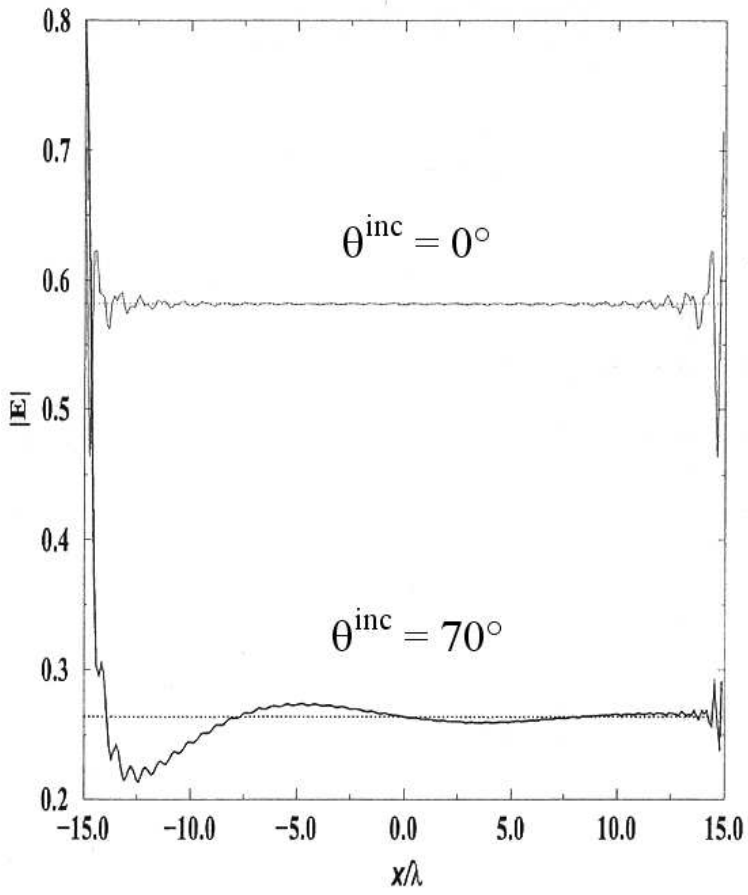


FIG. 1 – *Module du champ électrique calculé (trait plein) et exact (trait en pointillé) pour une surface plane, de constante diélectrique* $\epsilon = 5.95 + i\ 0.067$*, éclairée par une onde plane en incidence normale et oblique. Longueur de la surface* $L = 30\lambda$.

superposition d'ondes planes polarisées dont l'amplitude suit une distribution gaussienne [6].

$$\mathbf{E^i}\left(\mathbf{R}\right) = \int\int \Psi_0 \exp\left(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}\right) \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\mathbf{k_x}-\mathbf{k_x^i}}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{k_y}-\mathbf{k_y^i}}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\} d\mathbf{k}\ \hat{\mathbf{p}} \tag{2}$$

Avec $\mathbf{k^i_{x,y}}$ et $\mathbf{k_{x,y}}$ les composantes horizontales du vecteur d'onde incident et du vecteur d'onde $\mathbf{K}$, $\sigma_{x,y}$ permet de définir la largeur du faisceau incident. Ce faisceau étant une superposition d'ondes planes, il est une solution exacte des équations de Maxwell. Le principal inconvénient de l'utilisation de tels champs incidents est que la taille minimale de la tache d'éclairement varie avec l'angle d'incidence. Cette taille, pour une surface bidimensionnelle et un vecteur d'onde incident moyen $\mathbf{K^i}$ contenu dans le plan xOz, est définie par la relation, d'après [7] :

$$L_x = \frac{16}{2K}\frac{1}{1-\sin\theta} \tag{3}$$

$$L_y = \frac{16}{2K}\frac{16}{\sqrt{1-\sin\theta}} \tag{4}$$

Pour une surface unidimensionnelle, elle est définie par

$$L = \frac{16}{2K}\frac{1}{1-\sin\theta} \tag{5}$$

Pour des angles d'incidence rasants, la taille de la surface varie donc comme θ_r^{-3} pour des surfaces bidimensionnelles et comme θ_r^{-2} pour des surfaces unidimensionnelles [7], où θ_r est l'angle rasant défini par $\theta_i = \pi/2 - \theta_r$. A cause de cette dépendance, le nombre d'inconnues du problème devient trop important et le problème de diffraction est très difficile voire impossible à résoudre numériquement. Ce modèle a été exploité jusqu'à 89° d'incidence pour des surfaces unidimensionnelles [8], par contre, pour des surfaces rugueuses bidimensionnelles, l'angle d'incidence maximum est plus faible (environ 80°).

Les bandes résistives

L'utilisation de bandes résistives ajoutées à chacune des extrémités de la surface rugueuse éclairée par une onde plane [9, 10] permet aussi de supprimer les effets de diffraction de bords de la surface (figure 2). Ce problème revient à résoudre une équation intégrale avec un terme

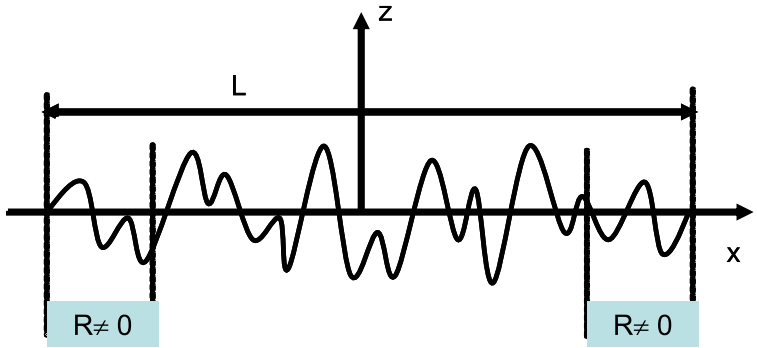


FIG. 2 – *Modèle des bandes résistives.*

supplémentaire qui dépend d'une résistance variable construite de manière à ce que le courant s'annule sur les bords, ce qui s'écrit formellement :

$$E_{tan.} = ZH_{tan} + R(x,y)H_{tan}$$

avec $E_{tan.}$, les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique totaux sur la surface, Z le noyau de l'équation intégrale et $R(x,y)$ le terme de résistance qui est différent de zéro uniquement sur les bords de la surface.

Plusieurs types de bandes résistives ont été utilisées et étudiées [11]. Grâce aux bandes résistives, les courants de surface tendent vers zéro et le problème est bien borné. L'avantage de

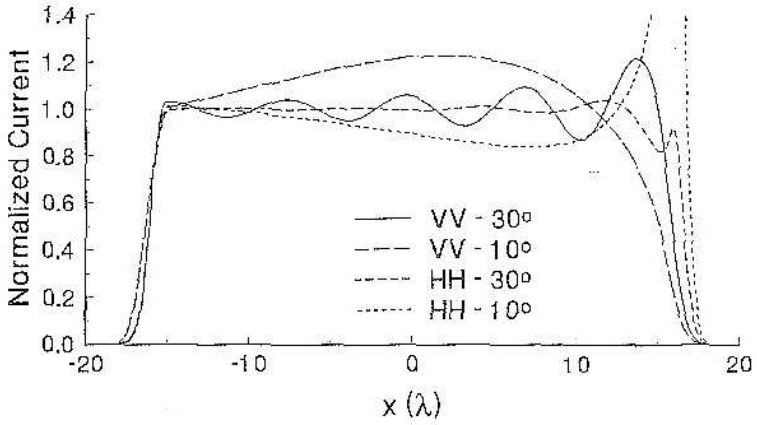


FIG. 3 – *Courant calculé sur une plaque de conductivité finie pour un angle rasant incident de 30° et 10° (soit un angle d'incidence de 70° et 80°) : surface de longueur* 36λ *et des bandes résitives de* 3λ.

ce modèle est que la taille du problème, contrairement à l'utilisation du faisceau gaussien, ne dépend pas de l'angle d'incidence. Cependant, l'utilisation de ces bandes résistives engendre des erreurs sur le calcul des courants. Z. Zhao et J. C. West dans [11, 12] montrent pour le plan que les perturbations sur les courants créées par les bandes résistives augmentent avec l'angle d'incidence. Pour des angles supérieurs à environ 70° (ou un angle rasant de 20°), ces effets deviennent beaucoup trop importants. Les résultats obtenus par Zhao pour un plan sont présentés sur la figure 3 : le courant obtenu par la méthode des bandes résistives est normalisé par la solution de l'optique physique du plan. Normalement, en dehors des bandes résistives, les deux courants doivent donner le même résultat. On constate que ce n'est pas le cas et que les courants oscillent de plus en plus lorsque l'incidence croît.

Surface périodique

Dans [13, 14], la surface est supposée périodique ainsi le problème de diffraction par une surface rugueuse se ramène à un problème de diffraction par un réseau dont le motif élémentaire est une réalisation de la surface rugueuse (figure 4). Le champ incident est une onde plane et les courants de surface sont pseudo-périodiques. La périodicité de la surface permet d'utiliser toutes les techniques développées pour les réseaux. Le problème de cette approche est que, pour une incidence donnée, l'amplitude diffractée est restreinte aux ordres du réseau par la formule des réseaux :

$$\sin\theta_d = \frac{n\lambda}{L} - \sin\theta_i \tag{6}$$

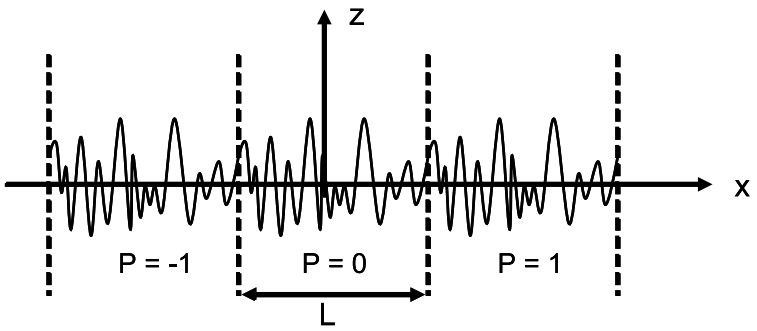


FIG. 4 – *Surface périodique.*

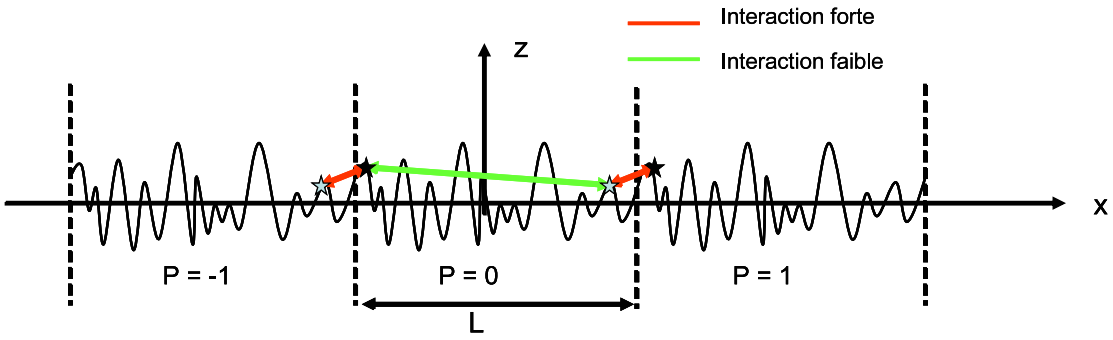


FIG. 5 – *Représentation des interactions pour la surface périodique.*

où n est un entier et λ la longueur d'onde électromagnétique. La période du réseau varie avec la combinaison angle d'incidence, angle diffracté qui nous intéresse. Le dernier problème d'une telle méthode est de pouvoir estimer l'erreur engendrée par la périodicité de la surface. En effet comme on peut le voir sur la figure 5 : deux points très éloignés sur la surface sont en interaction faible (phénomène de faible couplage). Or, à cause des conditions de périodicité, ils se retrouvent très proches et sont donc en interaction forte.

Théorie des images et fonction de Green du demi-plan

La théorie des images permet de résoudre le problème de diffraction par une surface rugueuse parfaitement conductrice éclairée par une onde plane. Cette méthode consiste à modifier le problème surfacique en un problème volumique. En effet, la surface rugueuse initiale est remplacée par un objet constitué de la surface et de sa surface image par rapport au plan (voir figure 6). De plus, l'objet est éclairé par deux ondes planes, une éclairant l'objet par dessous et l'autre par dessus. Ces ondes planes incidentes sont définies de telles sortes que la somme des composantes tangentielles du champ électrique soit nulle pour z égal à zéro.

Zhao dans [12] remplace le problème de diffraction par une surface rugueuse par un problème de

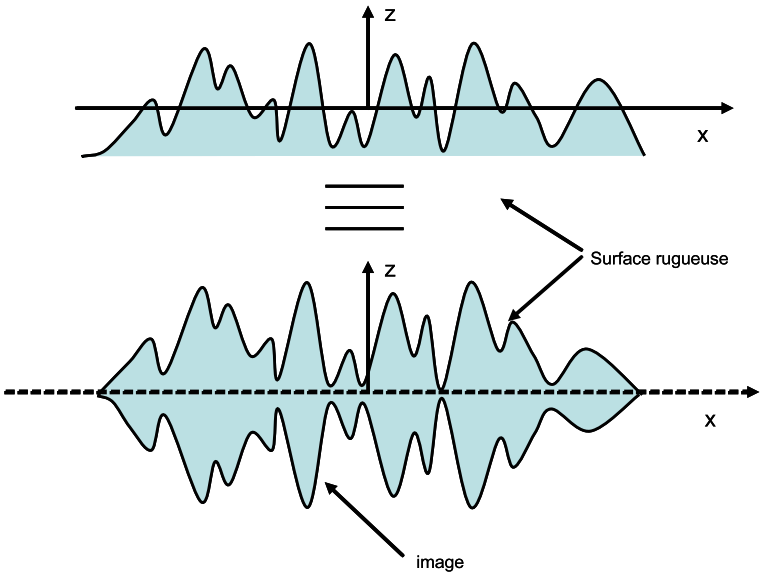


FIG. 6 – *Surface utilisée pour la théorie des images.*

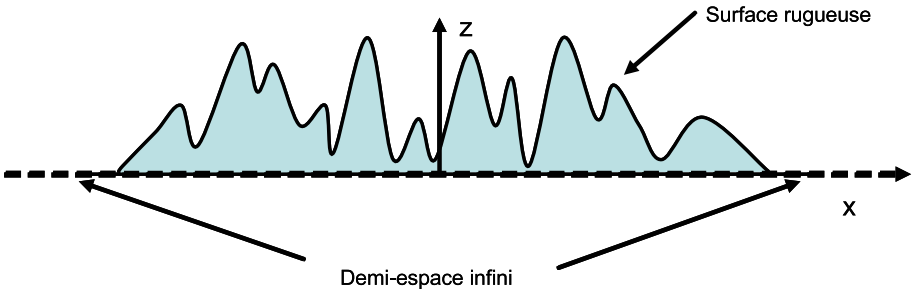


FIG. 7 – *Surface utilisé par Zhao.*

diffraction par un objet. Cet objet est constitué de la surface et d'un plan infini (figure 7). Pour résoudre ce problème, il utilise la fonction de Green du demi-plan. Pour le métal infiniment conducteur, ce formalisme est équivalent à la théorie des images.
Avec ces deux approches, la modification de la surface réelle sur les bords engendre des erreurs sur le champ diffracté. En effet, pour pouvoir borner le problème, l'ordonnée de la surface rugueuse doit être positive quelle que soit le point ou l'on se trouve (voir figure 7). L'objet ainsi constitué présente une bosse aux deux extrémités ce qui va modifier le champ diffracté. De plus, la théorie des images n'est pas généralisable aux milieux diélectriques, et la fonction de Green du demi-plan n'est pas connue analytiquement.

Actuellement, le problème de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante n'est toujours pas résolu. Mon travail de thèse consiste à réali-

ser un modèle de diffusion par des surfaces rugueuses bidimensionnelles adapté au problème de l'incidence rasante quelles que soient les conditions aux limites utilisées.

Dans la première partie de cette thèse, après avoir rappelé quelques notions électromagnétiques, je présente deux formalismes intégraux de frontière adaptés au problème de l'incidence rasante. Pour chacun des formalismes, j'étudie le comportement du champ diffracté pour les angles rasants incidents et diffractés. Dans la seconde partie, je détaille la méthode de discrétisation et de résolution utilisée pour résoudre les équations intégrales de frontière obtenues. Ensuite, je présente les avantages et les inconvénients des équations intégrales. Des comparaisons avec le formalisme intégral de frontière classique sont réalisées avec le formalisme intégral rasant adopté pour des surfaces rugueuses de spectre gaussien et des surfaces rugueuses multi-échelles. Enfin, le comportement de l'amplitude diffractée dans les angles rasants est étudié numériquement. Dans une troisième partie, je me suis concentré sur l'étude de quelques méthodes approchées. Dans un premier temps, deux des méthodes approchées les plus utilisées sont présentées : la méthode des petites perturbations et la méthode des faibles pentes à l'ordre 1. Des comparaisons numériques sont effectuées entre ces méthodes approchées et le formalisme intégral que nous avons développé, en incidence rasante. Une étude similaire est menée avec des méthodes approchées plus complexes. Pour des raisons de temps, je me suis uniquement concentré sur le problème infiniment conducteur en polarisation horizontale. Dans la dernière partie, je me consacre à la télédétection océanique avec l'étude des modèles deux échelles et des fonctions d'ombrage. Pour l'étude des modèles deux échelles, j'étudie l'influence des méthodes approchées utilisées dans le calcul de la diffraction par les petites échelles de rugosité. Pour les fonctions d'ombrage, après avoir rappelé quelques résultats généraux, j'étudie essentiellement leur comportement dans les angles rasants. Enfin, le modèle deux échelles adopté au cours de ma thèse est comparé aux données expérimentales de Nathanson. Ainsi, l'influence des phénomènes hydrodynamiques tel que le déferlement, pouvant intervenir dans l'énergie rétro-diffusée, est étudiée.

Chapitre 1

Formalisme intégral de frontière pour l'incidence rasante

Le formalisme intégral de frontière permet de résoudre un problème de diffraction tridimensionnel en résolvant un système d'équations intégrales définies sur une surface bidimensionnelle, pourvu que les milieux soient homogènes. Ces équations intégrales s'expriment à l'aide de la fonction de Green, solution élémentaire de l'équation d'Helmholtz et vérifiant des conditions de rayonnement à l'infini.

1.1 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell harmoniques s'écrivent, pour un champ électromagnétique (**E**,**H**) et une dépendance temporelle en $\exp(-i\omega t)$:

$$\begin{cases} \mathbf{rot}\,\mathbf{E} - i\omega\mu_0\mathbf{H} = \mathbf{0} \\ \mathbf{rot}\,\mathbf{H} + i\omega\epsilon_0\mathbf{H} = \mathbf{0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathrm{div}\,\mathbf{H} = 0 \\ \mathrm{div}\,\mathbf{E} = 0 \end{cases} \tag{1.1}$$

dans le vide et

$$\begin{cases} \mathbf{rot}\,\mathbf{E} - i\omega\mu_0\mathbf{H} = 0 \\ \mathbf{rot}\,\mathbf{H} + i\omega\epsilon\mathbf{H} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathrm{div}\,\mathbf{H} = 0 \\ \mathrm{div}\,\mathbf{E} = 0 \end{cases} \tag{1.2}$$

dans un diélectrique homogène.

Selon le milieu présent sous la surface, les conditions de passage sont différentes.

1.2 Conditions de passage

Pour une surface séparant le vide et un matériau diélectrique non magnétique, il y a conservation des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique ainsi que la conservation de la composante normale du champ magnétique, ce qui s'écrit :

$$\begin{cases} [\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}] = \mathbf{0} \end{cases} \tag{1.3}$$

où $[\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}] = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-)$ et $[\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}] = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H}_+ - \mathbf{H}_-)$ représentent respectivement le saut des composantes tangentielles du champ électrique et magnétique, $[\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}] = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{H}_+ - \mathbf{H}_-)$ le saut de la composante normale du champ magnétique, et $[\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}] = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_+ - \mathbf{D}_-)$ le saut de la composante normale du vecteur déplacement électrique ($\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$).
Lorsque le matériau est dit fortement conducteur, c'est à dire qu'il présente une faible épaisseur de peau, la relation entre les composantes tangentielles électriques et magnétiques peut être approchée par une relation locale :

$$\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} \approx [Z]\mathbf{n} \wedge \mathbf{H} \tag{1.4}$$

où Z représente l'impédance.
Pour le problème du métal infiniment conducteur, l'épaisseur de peau est nulle. les champs électriques et magnétiques sont donc nuls à l'intérieur du métal. De plus, un courant $\mathbf{J}$ et une densité de charge ρ localisés sur la surface apparaissent [15]. Les conditions de passage s'écrivent :

$$\begin{cases} [\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}] = \mathbf{J} \\ [\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}] = \rho \end{cases} \tag{1.5}$$

1.3 Polarisation

Le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse éclairée par une onde plane incidente peut se décomposer en deux problèmes [15, 16]. En effet, le champ électrique de cette onde plane peut se décomposer selon deux vecteurs indépendants

et perpendiculaires à la direction de propagation. Ces deux vecteurs représentent deux états de polarisation de l'onde plane, la polarisation Horizontale et la polarisation Verticale définies respectivement par les vecteurs $\hat{\mathbf{p}}^{\pm}_{\mathbf{H}}(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{z}}$, et $\hat{\mathbf{p}}^{\pm}_{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) = \frac{\mp q\hat{\mathbf{k}} + k\hat{\mathbf{z}}}{K}$, avec $\mathbf{K}^{\pm} = k\hat{\mathbf{k}} \pm q\hat{\mathbf{z}}$. Le signe $\pm$ indique si l'onde monte ou descend par rapport à $\hat{\mathbf{z}}$. Les vecteurs ($\hat{\mathbf{K}}^{\pm}$, $\mathbf{p}^{\pm}_{\mathbf{V}}$, $\mathbf{p}^{\pm}_{\mathbf{H}}$) forment une base orthonormée.

Dans la littérature, on parlera aussi de polarisation Transverse Magnétique ou E// (s'il existe une direction d'invariance de la surface) ou encore s pour la polarisation Horizontale. Pour la polarisation Verticale, on parlera de Transverse électrique, H// ou p.

Pour une polarisation incidente α, $\mathbf{E^i} = e^{i(\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r} - q_0 z)}\hat{\mathbf{p}}^{-}_{\alpha}(\mathbf{k_0})$, la composante polarisée β du champ diffracté au dessus de la surface s'écrira $E^{+}_{\beta\alpha}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) = \hat{\mathbf{p}}^{+}_{\beta}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{E}^{+}_{\alpha}(\mathbf{k})$, où $\mathbf{E}^{+}_{\alpha}$ représente le champ diffracté obtenu pour une onde incidente polarisée selon le vecteur $\hat{\mathbf{p}}_{\alpha}$.

1.4 Coefficients de Fresnel

Les coefficients de Fresnel dépendent de la polarisation de l'onde incidente ainsi que des conditions de passage. Pour le métal infiniment conducteur,

$$\begin{cases} r_H = -1 \\ r_V = +1 \end{cases} \tag{1.6}$$

où r_H et r_V représentent respectivement les coefficients de Fresnel obtenus pour une polarisation incidente Horizontale et Verticale [15]. Pour un matériau de permittivité relative ε_r,

$$\begin{cases} r_H = \frac{q_0 - q_t}{q_0 + q_t} \\ r_V = \frac{q_0 - q_t/\varepsilon_r}{q_0 + q_t/\varepsilon_r} \\ t_H = \frac{2q_0}{q_0 + q_t} \\ t_V = \frac{2q_0/\varepsilon_r}{q_0 + q_t/\varepsilon_r} \end{cases} \tag{1.7}$$

H et V indiquent la polarisation de l'onde incidente, Horizontale ou Verticale. q_0 et q_t représentent respectivement la composante verticale du vecteur d'onde incident et diffracté, $q_t = \sqrt{K_0^2\,(\varepsilon_r - 1) + q_0^2}$ avec K_0 le nombre d'onde du vide lié à la longueur d'onde électromagnétique par la relation $K_0 = 2\pi/\lambda$. Pour un milieu diélectrique et une polarisation Verticale, il existe un angle d'incidence pour lequel le coefficient de réflexion s'annule, c'est l'angle de Brewster qui, pour une surface séparant le vide et un milieu homogène de permittivité relative ε_r, vaut :

$$\theta^i = \arctan(\sqrt{\varepsilon_r}) \tag{1.8}$$

Pour des milieux à pertes, ce phénomène correspond à une valeur minimum de la réflectivité. Pour la mer en bande L (soit une longueur d'onde d'environ 20 cm), de permittivité relative complexe $\varepsilon_r = 73.5 + i61.0$, ce minimum apparaît vers 84°. Lorsque la permittivité tend vers l'infini, on retrouve les coefficients de réflexion du métal infiniment conducteur.
Le développement limité des coefficients donnés par (1.7) s'écrit, pour les faibles valeurs de q_0 (incidence rasante) :

$$\begin{cases} r_H = -1 + \frac{2q_0}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}} + O\left(q_0^2\right) \\ r_V = -1 + \frac{2q_0\varepsilon_r}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}} + O\left(q_0^2\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} t_H = \frac{2q_0}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}} + O\left(q_0^2\right) \\ t_V = \frac{2q_0\varepsilon_r}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}} + O\left(q_0^2\right) \end{cases} \tag{1.9}$$

$O(q_0^2)$ représente le symbole de Landau qui signifie que la fonction se comporte comme q_0^2 au voisinage de $q_0 = 0$. Lorsque $q_0 \to 0$, $t_{H,V} \to 0$, $r_H \to -1$ et $r_V \to -1$. Pour la polarisation Verticale,

$$\lim_{\varepsilon_r \to \infty} \lim_{q_0 \to 0} r_V \neq \lim_{q_0 \to 0} \lim_{\varepsilon_r \to \infty} r_V \tag{1.10}$$

Les deux limites ne sont pas commutables. Ce problème met en avant la particularité de la polarisation V. Contrairement à la polarisation H, il y a une différence fondamentale entre le problème infiniment conducteur et fortement conducteur. Dans la suite, nous verrons que cette différence de comportement du coefficient de réflexion se retrouve sur le champ diffracté.

1.5 Plan localement déformé

Pour résoudre le problème de diffraction par des surfaces rugueuses en incidence rasante, le modèle du plan localement déformé éclairé par une onde plane est utilisé. La surface rugueuse Σ est une perturbation locale du plan (figure 1.1), elle est représentée par une équation cartésienne $z = h(\mathbf{r}) = h(x,y)$ dans un repère $(\hat{\mathbf{x}},\hat{\mathbf{y}},\hat{\mathbf{z}})$, avec l'axe z dirigé vers le haut. La fonction $h(x,y)$ est deux fois dérivable. La normale à la surface $\mathbf{n}$ est orientée vers les z croissants. La résolution

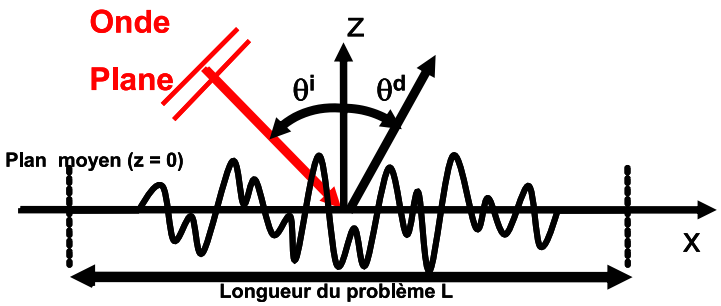


FIG. 1.1 – *Plan localement perturbé.*

de ce problème de diffraction engendre toujours les effets de bord dus à la coupure brutale de

la surface, puisque l'onde plane éclaire toute la surface. Pour borner le problème, le champ spéculairement réfléchi par le plan moyen est utilisé. Seule la contribution de la rugosité dans le champ diffracté nous intéresse, celle du plan moyen étant connue analytiquement à partir des coefficients de Fresnel. Ainsi, en retranchant le champ réfléchi spéculairement par le plan moyen, il va être possible de borner le problème et d'éviter les effets de bords décrits dans l'introduction.

1.6 Formalisme intégral indirect (F2I)

Pour obtenir des équations intégrales de frontière, on introduit une fonction vectorielle **U** [17, 18, 1]. Cette fonction est construite de manière à obtenir une équation intégrale de frontière avec un second membre qui s'annule sur le plan. **U** satisfait les équations de Maxwell pour le nombre d'onde du vide et une Condition d'Ondes Sortantes de part et d'autre de la surface.

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r} = \mathbf{H^d} & \text{si z>h(x,y)} \\ \mathbf{n} \wedge \mathbf{U} & \text{continue} \end{cases} \tag{1.11}$$

H représente le champ magnétique total. L'exposant (i) représente le champ incident, l'exposant (r) le champ réfléchi spéculairement par le plan moyen et l'exposant (d) représente le champ diffus qui correspond à la contribution de la rugosité.
U coïncide avec le champ diffusé au dessus de la surface. La continuité des composantes tangentielles de **U** permet d'obtenir une équation intégrale de frontière à une inconnue. On aurait pu imposer la continuité des composantes tangentielles de **rot U**.
Le rotationnel de **U** s'écrit, au sens des distributions :

$$\mathbf{rot\,U} \;=\; \{\mathbf{rot\,U}\} + [\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]\delta_\Sigma \tag{1.12}$$

et donc

$$\mathbf{rot\,rot\,U} \;=\; \{\mathbf{rot\,rot\,U}\} + [\mathbf{n} \wedge \{\mathbf{rot\,U}\}]\delta_\Sigma + \mathbf{rot}\ ([\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]\delta_\Sigma) \tag{1.13}$$

avec δ_Σ la distribution de Dirac, $[\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]$ et $[\mathbf{n} \wedge \{\mathbf{rot\,U}\}]$ les sauts des composantes tangentielles de la fonction **U** et de son rotationnel. **U** satisfait l'équation :

$$\mathbf{rot\,rot\,U} = \mathbf{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{U}) - \Delta\mathbf{U} = K_0^2\mathbf{U} \tag{1.14}$$

où $K_0 = \omega\sqrt{\omega_0\epsilon_0}$ est le nombre d'onde du vide. A partir de (1.14) et (1.13), l'équation d'Helmholtz est obtenue :

$$\Delta\mathbf{U} + K_0^2\mathbf{U} = -\mathbf{rot}\,([\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]\delta_\Sigma) - [\mathbf{n} \wedge \{\mathbf{rot\,U}\}]\delta_\Sigma + \mathbf{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{U}) \tag{1.15}$$

La solution de l'équation d'Helmholtz (1.15) s'écrit comme le produit de convolution de la fonction de Green avec le membre de droite couramment appelé terme d'excitation ou terme source, $\mathbf{U} = G_0 * \mathbf{S}$. La fonction de Green est la solution élémentaire de l'équation d'Helmholtz $(\Delta + K^2)G = \delta$ et qui vérifie la condition de rayonnement de Sommerfeld. Pour le problème tridimensionnel et deux points $\mathbf{R}$ et $\mathbf{R}'$,

$$G(\mathbf{R},\mathbf{R}') = -\frac{\exp(iK|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|)}{4\pi|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|} \tag{1.16}$$

G_0 est la fonction de Green associée au nombre d'onde du vide. Un rotationnel supplémentaire est appliqué à $\mathbf{U}$ afin de supprimer le terme en $\mathbf{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{U})$. Finalement,

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{U} = -\mathbf{rot}\ (G_0 * [\mathbf{n} \wedge \{\mathbf{rot}\,\mathbf{U}\}]\delta_\Sigma) - \mathbf{rot}\ \ \mathbf{rot}\ (G_0 * [\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]\delta_\Sigma) \tag{1.17}$$

Par définition de $\mathbf{U}$, $[\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}]$ est nul, donc (1.17) s'écrit :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{U} = -\mathbf{rot}\ (G_0 * [\mathbf{n} \wedge \{\mathbf{rot}\,\mathbf{U}\}]\delta_\Sigma) \tag{1.18}$$

pour z>h(x,y), $\mathbf{rot}\,\mathbf{U}$ peut s'exprimer en fonction du champ électrique diffracté.

$$\mathbf{E^d} = -\frac{i}{\omega\varepsilon_0}\mathbf{rot}\ (G_0 * [\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}\,\mathbf{U}]\delta_\Sigma)\ \text{ pour z >h(x,y)} \tag{1.19}$$

On peut aussi trouver l'expression du champ magnétique en appliquant un rotationnel à l'équation précédente.

$$\mathbf{H^d} = -\frac{1}{K_0}\mathbf{rot}\,\mathbf{rot}\ (G_0 * [\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}\,\mathbf{U}]\delta_\Sigma)\ \text{ pour z > h(x,y)} \tag{1.20}$$

Les deux équations (1.19) et (1.20) permettent de relier les champs au dessus de la surface à l'inconnue de notre problème $\mathbf{j} = i\omega\varepsilon_0[\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}\,\mathbf{U}]$. Pour obtenir les équations intégrales de surface, il faut faire tendre le point d'observation vers la surface dans (1.19) et (1.20). Pour les détails sur ces passages à la limite, je renvoie à [19]. Une fois le passage à la limite et le produit vectoriel par la normale effectués, on obtient les équations intégrales :

$$\left(-\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{j} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E^d} \tag{1.21}$$

$$\frac{i}{\omega\mu_0}P_0\mathbf{j} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H^d} \tag{1.22}$$

L'inconnue ne peut pas être reliée de manière simple aux composantes tangentielles du champ électrique, ceci explique l'appellation de formalisme intégral indirect (F2I). M_0 et P_0 sont les opérateurs intégraux introduits par Martin et Ola dans [20]. Ils s'écrivent pour une densité surfacique $\mathbf{c}$ et deux points $\mathbf{R}$ et $\mathbf{R}'$ sur la surface,

$$M\ \mathbf{c}(\mathbf{R}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}_R \int_\Sigma G(\mathbf{R}-\mathbf{R}')\mathbf{c}(\mathbf{R}')dS'$$

$$P\ \mathbf{c}(\mathbf{R}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}_R\mathbf{rot}_R \int_\Sigma G(\mathbf{R}-\mathbf{R}')\mathbf{c}(\mathbf{R}')dS'$$

où $\mathbf{rot}_R$ représente le rotationnel par rapport au point $\mathbf{R}$. Les opérateurs M_0 et P_0 utilisent la fonction de Green du vide G_0.

1.6.1 Le problème du métal infiniment conducteur

Pour le problème du métal infiniment conducteur, $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = \mathbf{0}$, ainsi à partir de (1.21) l'équation intégrale s'écrit :

$$\left(-\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{j} = -\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}) \tag{1.23}$$

avec $\mathbf{j} = i\omega\varepsilon_0[\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}\,\mathbf{U}]$ la nouvelle inconnue de notre problème. Sur le plan, $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$ est nul. Le second membre de l'équation intégrale (1.23), pour le plan localement perturbé, est donc borné. Ceci est essentiel pour espérer une décroissance rapide de l'inconnue $\mathbf{j}$ sur la partie plane et éviter le problème de diffraction par les bords. La formule (1.23) ayant un noyau fortement ressemblant avec la Magnetic Field Intgral Equation (MFIE), les mêmes techniques de résolution peuvent être utilisées.

Une équation intégrale avec le noyau de la Electric Field Integral Equation (EFIE) peut être obtenue. Pour cela, il suffit de construire $\mathbf{U}$ en imposant la continuité de $\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot}\,\mathbf{U}$ au lieu de $\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}$. Le premier choix conduit à un opérateur moins singulier ce qui nous permet d'utiliser des schémas numériques plus simples. Pour l'opérateur M, le rotationnel peut s'appliquer à l'intégrande. Ainsi, il est possible de reporter la différentiation sur la fonction de Green.

$$M\ \mathbf{c}(\mathbf{R}) = \mathbf{n} \wedge \int_\Sigma \mathbf{grad}_R G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \wedge \mathbf{c}(\mathbf{R}')dS'$$

Le gradient de la fonction de Green se comporte, quand $|R - R'| = D$ tend vers zéro, comme $1/D^2$. L'opérateur M est dit singulier et peut être facilement intégré, [19].

Pour l'opérateur P, si l'on fait porter les deux différenciations sur la fonction de Green,

$$P\ \mathbf{c}(\mathbf{R}) = \mathbf{n} \wedge \int_\Sigma K^2 G(\mathbf{R} - \mathbf{R}')\mathbf{c}(\mathbf{R}') + (\mathbf{c}(\mathbf{R}') \cdot \mathbf{grad}_R)\,\mathbf{grad}_R G(\mathbf{R} - \mathbf{R}')dS'$$

Le noyau présente un comportement en $1/D^3$. Il est dit fortement singulier et s'avère délicat à traiter.

1.6.2 Le problème diélectrique

A partir des équations intégrales de Stratton-Chu pour le matériau [21],

$$\left(\frac{1}{2} - M\right)\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} - \frac{i}{\omega\varepsilon} P\mathbf{n} \wedge \mathbf{H} = \mathbf{0} \tag{1.24}$$

$$\left(\frac{1}{2} - M\right)\mathbf{n} \wedge \mathbf{H} + \frac{i}{\omega\mu_0} P\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = \mathbf{0} \tag{1.25}$$

et des équations (1.21) et (1.22), il est possible d'obtenir deux équations intégrales couplées pour le problème diélectrique :

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}-M\right)\left(\frac{1}{2}-M_0\right)\mathbf{j}+\frac{1}{K^2}PP_0\mathbf{j} &= \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r}) \\ &- \frac{i}{\omega\varepsilon}P\mathbf{n}\wedge(\mathbf{H^i}+\mathbf{H^r}) \qquad (1.26)\\ \left(\frac{1}{2}-M\right)P_0\mathbf{j}+P\left(\frac{1}{2}-M_0\right)\mathbf{j} &= \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge(\mathbf{H^i}+\mathbf{H^r}) \\ &+ \frac{i}{\omega\mu_0}P\mathbf{n}\wedge(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r}) \qquad (1.27)\end{aligned}$$

On constate que, pour le cas diélectrique, les équations intégrales sont beaucoup plus complexes. Les membres de droite des équations (ou termes d'excitation) ne s'annulent pas sur un plan. Cependant ils tendent tout de même vers zéro puisque pour tout point en dehors de la rugosité $\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r}=\mathbf{E^t}$ et $\mathbf{H^i}+\mathbf{H^r}=\mathbf{H^t}$. $\mathbf{E^t}$ et $\mathbf{H^t}$ représentent respectivement le champ électrique et magnétique transmis, et vérifie donc les relations :

$$\left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\mathbf{E^t}-\frac{i}{\omega\varepsilon}P\mathbf{n}\wedge\mathbf{H^t}=\mathbf{0} \qquad (1.28)$$

$$\left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\mathbf{H^t}+\frac{i}{\omega\mu_0}P\mathbf{n}\wedge\mathbf{E^t}=\mathbf{0} \qquad (1.29)$$

Les deux problèmes avec ces équations intégrales sont la présence des opérateurs hyper-singuliers P et P_0, et des produits d'opérateurs incompatibles avec l'approche numérique adoptée (SMF-SIA).

Pour les matériaux fortement conducteurs, la fonction de Green du milieu décroît exponentiellement. Les opérateurs intégraux M et P deviennent donc locaux et ne posent plus de problème. Cependant, l'opérateur P_0 reste incontournable. Pour ces raisons, dans ce qui suit, je m'intéresse uniquement au problème du métal infiniment conducteur avec ce formalisme.

1.6.3 Amplitude diffractée

Une fois l'inconnue $\mathbf{j}$ déterminée, le champ diffracté par la surface rugueuse peut être calculé à partir de (1.19). Pour nos applications, nous nous intéressons à l'amplitude diffractée $\mathbf{S}$ qui est liée au champ diffracté par la relation suivante :

$$\mathbf{E^d}=\int_{\mathbb{R}^2}\frac{\mathbf{S^+(k)}}{2\pi q}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+qz)}d\mathbf{k} \quad \text{pour z} > \max_{\mathbb{R}^2}\text{h(x,y)} \qquad (1.30)$$

avec $\mathbf{k}^2+q^2=K_0^2$. Le signe + indique que les ondes se propagent dans le sens des z positifs. L'amplitude diffractée est obtenue à l'aide de (1.19) et de la formule de Weyl (1.32) qui permet

d'exprimer la fonction de Green 3D dans la base des ondes planes.

$$\mathbf{S}^{+}(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma'} (-\mathbf{K} \times \mathbf{j}_{\mathbf{R}'}) \ \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}') \ d\Sigma' \tag{1.31}$$

où $\mathbf{K}$ est le vecteur d'onde du vide défini par $\mathbf{k} + q\hat{\mathbf{z}}$ avec $\mathbf{k}$ et q ses composantes horizontale et verticale.

$$G_{\mathbf{R}} = -\frac{i}{8\pi^2} \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})}{q} d\mathbf{k} \tag{1.32}$$

Pour une surface rugueuse aléatoire, il est possible de définir, à partir de l'amplitude diffractée, le coefficient bistatique ou section efficace de diffusion incohérente normalisée.

$$\sigma = \frac{\left\langle |\mathbf{S}(\mathbf{k}) - \langle \mathbf{S}(\mathbf{k}) \rangle|^2 \right\rangle}{A} \tag{1.33}$$

avec A, l'aire de la surface éclairée.

Pour les angles rasants, l'amplitude diffractée doit tendre vers zéro pour la polarisation Horizontale. Ce comportement a été étudié par Tatarskii et Charnotskii dans [22]. Ils montrent que pour des angles d'incidence rasants, l'amplitude diffractée tend vers zéro comme q_0, q_0 étant la composante verticale du vecteur d'onde incident. Pour les angles diffractés rasants, cette amplitude tend vers zéro comme q, la composante verticale du vecteur d'onde diffracté. Or (1.31) ne présente pas ce comportement explicitement. De ce fait, l'amplitude diffractée ne tendra pas vers zéro numériquement à cause de la précision numérique. Tatarskii et Charnotskii calculent l'amplitude diffractée à partir d'une combinaison des champs diffractés au dessus et en dessous de la surface (car il est nul sous la surface) afin de faire explicitement apparaître le comportement en q. Une telle manipulation n'est pas possible avec le formalisme indirect. En effet, pour construire l'équation intégrale (1.23), nous avons imposé la continuité des composantes tangentielles de $\mathbf{U}$ uniquement, il n'est donc pas possible de lier notre inconnue au champ diffracté sous la surface.

Dans cette partie, le formalisme intégral a été adapté au problème de l'incidence rasante. Pour le métal infiniment conducteur, l'équation intégrale obtenue est très simple. Elle reprend le noyau d'une MFIE classique et le terme d'excitation est simplement la somme du champ incident et du champ spéculairement réfléchi par le plan moyen. Pour le problème d'impédance et diélectrique, les équations intégrales sont beaucoup plus complexes à cause notamment d'opérateurs très difficiles à discrétiser numériquement. Toutefois, par construction, le formalisme adopté ne permet pas de relier le champ diffracté sous la surface à un champ physique et il est donc impossible d'obtenir une expression du champ diffracté au dessus de la surface dépendant

de manière explicite de q. Nous verrons plus tard l'intérêt d'expliciter le comportement en q de l'amplitude diffractée. Pour toutes ces raisons, j'ai développé de nouvelles équations intégrales.

1.7 Formalisme intégral direct (FID)

Considérons les fonctions vectorielles discontinues **U** et **V** suivantes, qui satisfont une équation d'Helmholtz pour le nombre d'onde du vide et une Condition d'Ondes Sortantes de part et d'autre de la surface. Les fonctions **U** et **V** s'écrivent :

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{E} - \mathbf{E^i} - \mathbf{E^r} = \mathbf{E^d} \\ \mathbf{0} \end{cases} \qquad \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r} = \mathbf{H^d} & \text{si z>h(x,y)} \\ \mathbf{0} & \text{si z<h(x,y)} \end{cases} \tag{1.34}$$

E et **H** représentent respectivement les champs électrique et magnétique total. Les équations de Maxwell pour les deux fonctions discontinues **U** et **V** s'écrivent, au sens des distributions :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{U} - i\omega\mu_0\mathbf{V} = \mathbf{m}\delta_\Sigma \tag{1.35}$$

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{V} + i\omega\epsilon_0\mathbf{U} = \mathbf{j}\delta_\Sigma \tag{1.36}$$

$\mathbf{m} = [\mathbf{n} \wedge \mathbf{U}] = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E} - \mathbf{E^i} - \mathbf{E^r})$ et $\mathbf{j} = [\mathbf{n} \wedge \mathbf{V}] = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r})$. En appliquant un rotationnel à l'équation (1.35) et en utilisant (1.36) et la relation $\Delta\mathbf{U} = \mathbf{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{U} - \mathbf{rot}\,\mathbf{rot}\,U$, l'équation d'Helmholtz pour **U** est obtenue.

$$\Delta\mathbf{U} + K_0^2\mathbf{U} = -\mathbf{rot}\,(\mathbf{m}\delta_\mathbf{\Sigma}) - i\omega\mu_0\mathbf{j}\delta_\Sigma + \mathbf{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{U} = \mathbf{S} \tag{1.37}$$

U et **V** satisfont une condition d'onde sortante pour $z = +\infty$ et $-\infty$. Comme pour le premier formalisme présenté, la solution de cette équation s'écrit comme le produit de convolution de la fonction de Green 3D avec le second membre, $\mathbf{U} = G_0 * \mathbf{S}$. Un rotationnel supplémentaire est appliqué à **U** afin de supprimer le terme en **grad** div **U**. Finalement, la fonction **V** s'écrit :

$$\mathbf{V} = -\mathbf{rot}\ (G_0 * \mathbf{j}\delta_\Sigma) + \frac{i}{\omega\mu_0}\mathbf{rot}\ \mathbf{rot}\ (G_0 * \mathbf{m}\delta_\Sigma) = \begin{cases} \mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r} \\ \mathbf{0} \end{cases} \tag{1.38}$$

La même méthode appliquée à l'équation (1.36) donne :

$$\mathbf{U} = -\mathbf{rot}\ (G_0 * \mathbf{m}\delta_\Sigma) - \frac{i}{\omega\varepsilon_0}\mathbf{rot}\ \mathbf{rot}\ (G_0 * \mathbf{j}\delta_\Sigma) = \begin{cases} \mathbf{E} - \mathbf{E^i} - \mathbf{E^r} \\ \mathbf{0} \end{cases} \tag{1.39}$$

Nous venons d'obtenir une expression des champs hors de la surface pour le vide (1.38) et (1.39). Les expressions du champ hors de la surface pour un matériau de perméabilité (μ_0) et

de permittivité ε avec $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, où ε_r représente la permittivité relative du milieu, peuvent s'obtenir en employant le même raisonnement que précédemment mais en considérant comme fonctions vectorielles discontinues :

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{0} & \\ \mathbf{E} - \mathbf{E^t} & \end{cases} \qquad \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{si z>h(x,y)} \\ \mathbf{H} - \mathbf{H^t} & \text{si z<h(x,y)} \end{cases} \tag{1.40}$$

$\mathbf{E^t}$ et $\mathbf{H^t}$ sont respectivement le champ électrique et magnétique transmis à travers le plan moyen. Ainsi, les champs hors de la surface pour le matériau s'écrivent :

$$\mathbf{V} = \mathbf{rot}\ \left(G * \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H} - \mathbf{H^t})\delta_\Sigma\right) - \frac{i}{\omega\mu_0}\mathbf{rot}\ \mathbf{rot}\ \left(G * \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E} - \mathbf{E^t})\delta_\Sigma\right) = \begin{cases} \mathbf{0} & \\ \mathbf{H} - \mathbf{H^t} & \end{cases} \tag{1.41}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{rot}\ \left(G * \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E} - \mathbf{E^t})\delta_\Sigma\right) + \frac{i}{\omega\varepsilon}\mathbf{rot}\ \mathbf{rot}\ \left(G * \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H} - \mathbf{H^t})\delta_\Sigma\right) = \begin{cases} \mathbf{0} & \\ \mathbf{E} - \mathbf{E^t} & \end{cases} \tag{1.42}$$

Avec $\mathbf{E} - \mathbf{E^t} = \mathbf{E} - \mathbf{E^i} - \mathbf{E^r}$ et $\mathbf{H} - \mathbf{H^t} = \mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r}$, les quatre formules (1.38), (1.39), (1.41) et (1.42) permettent de calculer le champ diffus en tout point hors de la surface à partir des composantes tangentielles de $\mathbf{E} - \mathbf{E^i} - \mathbf{E^r}$ et de $\mathbf{H} - \mathbf{H^i} - \mathbf{H^r}$ sur la surface. Les inconnues $\mathbf{j}$ et $\mathbf{m}$ peuvent être considérées comme des courants de surface fictifs, source du champ diffus. Contrairement au formalisme intégral indirect, les inconnues du problèmes sont directement liées aux composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques d'où le nom de formalisme intégral direct. Ils nous reste à déterminer l'expression des courants de surface. Comme pour le premier formalisme, les équations intégrales de surfaces sont obtenues en faisant tendre le point d'observation vers la surface dans les équations (1.38), (1.39), (1.41) et (1.42). Une fois le produit vectoriel par la normale appliqué, les équations intégrales de surface pour le vide s'écrivent :

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{j} - \frac{i}{\omega\mu_0}P_0\ \mathbf{m} = 0 \tag{1.43}$$

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{m} + \frac{i}{\omega\varepsilon_0}P_0\ \mathbf{j} = 0 \tag{1.44}$$

et pour le matériau

$$\left(\frac{1}{2} - M\right)\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E} - \mathbf{E^t}\right) - \frac{i}{\omega\varepsilon}P\ \mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{H} - \mathbf{H^t}\right) = \mathbf{0} \tag{1.45}$$

$$\left(\frac{1}{2} - M\right)\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{H} - \mathbf{H^t}\right) + \frac{i}{\omega\mu_0}P\ \mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E} - \mathbf{E^t}\right) = \mathbf{0} \tag{1.46}$$

Ces deux dernières équations peuvent s'exprimer en fonction des deux inconnues $\mathbf{j}$ et $\mathbf{m}$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{m}-\frac{i}{\omega\epsilon}P\,\mathbf{j} &= \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{E^t}-\mathbf{E^i}-\mathbf{E^r}\right)\\ &- \frac{i}{\omega\epsilon}P\,\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{H^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r}\right) \qquad (1.47)\\ \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{j}+\frac{i}{\omega\mu_0}P\,\mathbf{m} &= \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{H^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r}\right)\\ &+ \frac{i}{\omega\mu_0}P\,\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{E^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r}\right) \qquad (1.48)\end{aligned}$$

Quatre équations ont été obtenues (1.43), (1.44), (1.47) et (1.48) pour deux inconnues $\mathbf{j}$ et $\mathbf{m}$. Il est donc possible de choisir les équations intégrales pour résoudre le problème de diffraction. Avec ce nouveau formalisme, il est possible de résoudre le problème diélectrique et d'impédance avec une excitation bornée.

1.7.1 Le problème diélectrique

Pour éviter les problèmes de singularités liés aux opérateurs P et P_0, des combinaisons linéaires des équations intégrales vont être réalisées afin de faire apparaître ces deux opérateurs sous la forme $P-P_0$. En effet, la singularité en $1/D^3$ de P et P_0 ne dépend pas du nombre d'onde. La différence des deux opérateurs P et P_0 permet donc d'éliminer cette singularité et d'obtenir un noyau dont le comportement à l'origine est en $1/D$. Cette manipulation des opérateurs P et P_0 a été utilisée dans [23], [24], [25].
Les combinaisons linéaires $(1.44)+\varepsilon_r(1.47)$ et $(1.43)+(1.48)$ donnent les deux équations intégrales suivantes

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+\varepsilon_r}{2}+M_0-\varepsilon_r M_1\right)\mathbf{m}+\frac{i}{\omega\varepsilon_0}\left(P_0-P\right)\mathbf{j} &= \varepsilon_r\left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{E^t}-\mathbf{E^i}-\mathbf{E^r}\right)\\ &- \frac{i}{\omega\mu_0}P\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{H^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r}\right) \qquad (1.49)\\ \left(1+M_0-M_1\right)\mathbf{j}-\frac{i}{\omega\mu_0}\left(P_0-P\right)\mathbf{m} &= \left(\frac{1}{2}-M\right)\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{H^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r}\right)\\ &+ \frac{i}{\omega\mu_0}P\mathbf{n}\wedge\left(\mathbf{E^t}-\mathbf{E^i}-\mathbf{E^r}\right) \qquad (1.50)\end{aligned}$$

Pour ces deux équations, le membre de droite dépend de $\mathbf{n}\wedge(\mathbf{H^t}-\mathbf{H^i}-\mathbf{H^r})$ et $\mathbf{n}\wedge(\mathbf{E^t}-\mathbf{E^i}-\mathbf{E^r})$ qui valent zéro sur le plan, donc les deux équations ont une excitation qui tend vers zéro en dehors de la rugosité. Grâce à ce système d'équations, il est possible de résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses diélectriques éclairées par une onde plane.

1.7.2 Le problème de l'approximation d'impédance

Dans le cas des surfaces rugueuses et pour des matériaux à faible épaisseur de peau devant la longueur d'onde :

$$\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} \approx Z\mathbf{n} \wedge \mathbf{H} \tag{1.51}$$

avec Z, l'impédance de surface qui ne dépend que de l'épaisseur de peau complexe $d = i/k$ et des caractéristiques géométriques locales de la surface. Cette impédance a été déterminée grâce à un développement limité des équations intégrales classiques pour une surface bidimensionnelle dans [26], en prenant comme paramètre le rapport d/λ. Pour nos inconnues, la relation d'impédance s'écrira :

$$\mathbf{m} = Z\mathbf{j} + Z\left\{\mathbf{n} \wedge (\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r})\right\} - \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}) = Z\mathbf{j} + \mathbf{X} \tag{1.52}$$

avec l'impédance de surface définie par [27, 28]

$$Z = -ik_0 d\eta_0 \mathbf{n} \wedge \left\{1 + d\left(\overline{\overline{S}} - \frac{tr\left(\overline{\overline{S}}\right)}{2}\right)\right\}$$

où $\overline{\overline{S}}$ est le tenseur de courbure extrinsèque et $tr\left(\overline{\overline{S}}\right)$ sa trace. $\overline{\overline{S}}$ est la projection de la Hessienne, tenseur des dérivées secondes du profil, sur le plan tangent à la surface au point considéré. La projection d'un vecteur $\mathbf{v}$ sur le plan tangent vaut $\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = -\mathbf{n} \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}) = \overline{\overline{T}}\mathbf{v}$. La Hessienne dans la base cartésienne est représentée par la matrice :

$$\overline{\overline{H}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & 0 \\ \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

le tenseur de courbure extrinsèque s'écrit $\overline{\overline{S}} = \phi\overline{\overline{THT}}$ où $\phi = |\mathbf{z} - \mathbf{grad}\, h|$, et sa trace est la moyenne des courbures principales de la surface. Lorsque $\overline{\overline{S}}$ est nul, la relation du plan est retrouvé, $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = -iK_0\eta_0\mathbf{n} \wedge \mathbf{H} = (1/\eta)\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}$ avec $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon}$ l'impédance du matériau.
En introduisant la relation d'impédance (1.52) dans les équations intégrales (1.43) et (1.44), deux nouvelles équations intégrales sont obtenues :

$$\left\{\left(\frac{1}{2} + M_0\right) - \frac{i}{\omega\mu_0}P_0 Z\right\}\mathbf{j} = \frac{i}{\omega\mu_0}P_0\mathbf{X} \tag{1.53}$$

$$\left\{\left(\frac{1}{2} + M_0\right)Z + \frac{i}{\omega\epsilon_0}P_0\right\}\mathbf{j} = -\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{X} \tag{1.54}$$

Comme pour le problème diélectrique, le second membre des deux équations (1.53) et (1.54) tend vers zéro en dehors de la rugosité. Ainsi, il est possible de résoudre le problème de diffraction pour des matériaux qui ont une forte conductivité avec une seule inconnue.

1.7.3 Le problème du métal infiniment conducteur

Lorsque la conductivité électrique du métal tend vers l'infini alors $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = \mathbf{0}$ donc $Z = 0$ et $\mathbf{m} = -\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$. Les équations intégrales (1.43) et (1.44) peuvent s'écrire :

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{j} = -\frac{i}{\omega\mu_0} P_0 \ \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}) \tag{1.55}$$

$$\frac{i}{\omega\varepsilon_0} P_0 \mathbf{j} = -\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}) \tag{1.56}$$

Les équations (1.55) et (1.56) ont les mêmes noyaux que les MFIE et EFIE classiques. Cependant, les termes d'excitation sont beaucoup plus complexes. Un opérateur intégral, P_0 pour l'équation (1.55) et M_0 pour l'équation (1.56), est appliqué à $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$. Pour la résolution numérique, nous utilisons l'équation (1.55) afin d'éviter la singularité de l'opérateur P_0 dans le noyau. Pour traiter la singularité de l'opérateur P_0 du membre de droite de l'équation une des deux différentiations va être appliquée à $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$.

$$P_0 \ \mathbf{c}(\mathbf{r}') = \mathbf{n} \wedge \int_\Sigma \left[K_0^2 G(\mathbf{R} - \mathbf{R}')\mathbf{c}(\mathbf{R}') + \mathbf{grad}_R G(\mathbf{R} - \mathbf{R}')\mathrm{Div}_{R'}\mathbf{c}(\mathbf{R}')\right] dS' \tag{1.57}$$

avec $\mathbf{c}(\mathbf{R}') = \mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)$ et Div la divergence de surface. Le champ magnétique est lié à la divergence de surface du champ électrique par la relation [20] :

$$\mathrm{Div}\left(\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)\right) = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{rot}\ \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right) = -i\omega\mu_0 \mathbf{n} \cdot \left(\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r}\right) \tag{1.58}$$

Ainsi (1.57) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} -\frac{i}{\omega\mu_0} P_0 \mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)_{\mathbf{R}} = & - \mathbf{n} \wedge \int_\Sigma \left(i\omega\varepsilon_0 G_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)_{\mathbf{R}'}\right) dS' \\ & - \mathbf{n} \wedge \int_\Sigma \left(\mathbf{grad}_{\mathbf{R}} G_{\mathbf{R},\mathbf{R}'}\right) \mathbf{n} \cdot \left(\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r}\right)_{\mathbf{R}'} dS' \end{aligned} \tag{1.59}$$

Contrairement au premier formalisme intégral utilisé, ce nouveau formalisme permet d'obtenir des équations intégrales pour le problème diélectrique et le problème d'impédance ne faisant pas intervenir de produit d'opérateur mais deux équations intégrales couplées. De plus, avec ce formalisme, il va être possible de déterminer une amplitude diffractée avec le comportement en q et q_0 explicite. Cependant, pour le métal infiniment conducteur, le second membre de l'équation (1.55) contrairement à celui de l'équation (1.23) ne s'annule pas parfaitement sur les plateaux à cause de la présence de l'opérateur non local P_0 qui va élargir le support de l'excitation.

1.7.4 Amplitude diffractée

Contrairement au premier formalisme, $\mathbf{U}$ est connu au dessus et en dessous de la surface. Le champ diffracté sous la surface s'exprime en fonction de l'amplitude diffractée :

$$\begin{cases} \mathbf{E^d}(\mathbf{R}) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\mathbf{S}^+(\mathbf{k})}{2\pi q} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+qz)} d\mathbf{k} & \text{z} > \max_{\mathbb{R}^2} \text{h} \\ \mathbf{0} = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\mathbf{S}^-(\mathbf{k})}{2\pi q} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-qz)} d\mathbf{k} & \text{z} < \min_{\mathbb{R}^2} \text{h} \end{cases} \tag{1.60}$$

L'amplitude diffractée est obtenue à l'aide de (1.39) et de la formule de Weyl(1.32) :

$$\mathbf{S}^{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma'} \left(-\mathbf{K}^{\pm} \times \mathbf{m}_{\mathbf{R}'} + \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \mathbf{K}^{\pm} \times (\mathbf{K}^{\pm} \times \mathbf{j}_{\mathbf{R}'}) \right) \exp(-i\mathbf{K}^{\pm} \cdot \mathbf{R}') \, d\Sigma' \tag{1.61}$$

où $\mathbf{K}$ est le vecteur d'onde du vide défini par $\mathbf{k} \pm q\hat{\mathbf{z}}$. Le signe $+$ représente des ondes se propageant vers les z positifs et le signe $-$ vers les z négatifs.

1.8 Théoréme d'extinction

Les formules (1.39) et (1.38) sont deux relations vérifiées par les courants électrique et magnétique de surface $\mathbf{j}$ et $\mathbf{m}$. Cette propriété est indépendante de la nature du matériau sous la surface. $\mathbf{m}$ et $\mathbf{j}$ sont telles que $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont nulles en tout point en dessous de la surface. Cette relation est plus connue sous le nom de théorème d'extinction. L'amplitude diffractée vérifie donc, sous la surface, la relation :

$$\mathbf{S}^-(\mathbf{k}) = \mathbf{0} \tag{1.62}$$

De façon analogue, pour un matériau de permittivité finie, les courants de surface $\mathbf{m}$ et $\mathbf{j}$ sont tels que $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ soient nulles au dessus de la surface suivant les formules (1.42) et (1.41).

1.9 Théorème de réciprocité

Soit S l'amplitude de diffraction associée au champ diffracté usuel $\mathbf{E} - \mathbf{E^i}$, c'est-à-dire incluant le champ réfléchi spéculairement par le plan moyen, $S_{\beta\alpha}$ est lié à l'amplitude diffractée définie précédemment par la relation :

$$S_{\beta\alpha} = S^+_{\beta\alpha} + r_\alpha \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k_0}) \delta_{\beta\alpha} \tag{1.63}$$

avec r_α le coefficient de Fresnel et $\delta_{\alpha\beta}$ le symbole de Kronecker qui vaut 1 si $\alpha = \beta$ et 0 sinon. Le théorème de réciprocité pour l'amplitude diffractée S s'écrit d'après [29],

$$S_{\beta\alpha}(\ \mathbf{k}, \mathbf{k_0}) = (-)_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}(\ -\mathbf{k_0}, \ -\mathbf{k}) \tag{1.64}$$

avec $(-)_{\beta\alpha}$ égal à -1 si $\beta \neq \alpha$ et 1 sinon. Comme la partie cohérente de l'amplitude diffractée $r_\alpha \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\delta_{\beta\alpha}$ est réciproque, l'amplitude diffractée $S^+_{\beta\alpha}$ obtenue en retranchant le champ spéculairement réfléchi par le plan moyen l'est aussi.
Le théorème de réciprocité est vérifié en particulier pour les milieux isotropes.

1.10 Comportement aux grands angles du champ diffracté

Le comportement du champ diffracté aux grands angles pour le problème scalaire de la diffraction est étudié par Tatarskii et Charnotskii dans [22] et [30] ainsi que par Fuks dans [31]. Pour le problème de Dirichlet ($u = 0$), ils montrent que le champ diffracté tend vers zéro et se comporte comme $(q_0 q)$ aux grands angles d'incidence et diffractés ($q_0 \to 0$, $q \to 0$). Pour le problème de Neumann ($\partial u/\partial n = 0$), le champ diffracté se comporte comme $O(1)$. Cette étude n'a été réalisée que pour le problème de Dirichlet et de Neumann. Nous allons généraliser les résultats obtenus au cas des ondes électromagnétiques pour diverses conditions aux limites.
Le comportement du champ diffracté aux grands angles, d'après la formule (1.61), est non explicite. Il est possible de formuler le champ diffracté de façon à faire apparaître le comportement en fonction de q de manière explicite à l'aide du théorème d'extinction [22],[30]. En effet, sous la surface, d'après ce qui a été dit dans le paragraphe 1.8, $S^-(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = 0$. Ainsi, il est possible de formuler l'amplitude diffractée par la relation :

$$\tilde{S}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = S^+(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) \pm S^-(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) \tag{1.65}$$

Cette combinaison est théoriquement égale à $S^+(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0})$.

1.10.1 Le métal infiniment conducteur

Pour une polarisation incidente quelconque, les composantes $S^+(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) \cdot \hat{\mathbf{h}} = S^+_{H\alpha}$ et $S^-(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) \cdot \hat{\mathbf{h}} = S^-_{H\alpha}$ s'écrivent :

$$S^+_{H\alpha} = \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma'} \left(-k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m} - \omega\mu_0 \hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j} + q\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}\right) e^{-i\mathbf{K}^+\cdot\mathbf{R}} \tag{1.66}$$

$$S^-_{H\alpha} = \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma'} \left(-k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m} - \omega\mu_0 \hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j} - q\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}\right) e^{-i\mathbf{K}^-\cdot\mathbf{R}} \tag{1.67}$$

avec k la norme du vecteur $\mathbf{k}$. A partir de ces amplitudes diffractées, $\tilde{S}_{H\alpha}$ peut s'exprimer :

$$\tilde{S}_{H\alpha} = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'} \left\{ i\sin\left(qh(\mathbf{r})\right)\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j}\right) + q\cos\left(qh(\mathbf{r})\right)\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}\right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\ d\Sigma' \tag{1.68}$$

Pour le métal infiniment conducteur, par construction, le support de $\mathbf{m}$ est bien borné pour le plan localement perturbé. Le support de $\mathbf{j}$ n'est pas borné, à cause de la présence d'ondes de surface qui se propagent sur les plateaux. Par contre, pour le plan localement perturbé, les termes $\mathbf{m}\cdot\hat{\mathbf{z}}$ et $\sin(qh(\mathbf{r}))\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{h}}$ sont bien à support borné, les intégrales sont donc bien définies. Par conséquent, l'amplitude diffractée $S_{H\alpha}$ tend vers zéro comme q, ce que l'on notera selon les notations de Landau O(q). En effet, le développement limité en q de (1.68) s'écrit :

$$\tilde{S}_{H\alpha} = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'} q\left\{ih(\mathbf{r})\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m}+\omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j}\right)+\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}\right\}e^{-iK_0^2\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}\,d\Sigma' + O(q^2) \tag{1.69}$$

Les composantes $S^+(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0})\cdot\hat{\mathbf{v}}^+ = S^+_{V\alpha}$ et $S^-(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0})\cdot\hat{\mathbf{v}}^- = S^-_{V\alpha}$ s'écrivent :

$$S^+_{V\alpha}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = \frac{K_0}{4\pi}\int_{\Sigma'}\left(\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{m}-\frac{1}{\omega\varepsilon_0}k\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{z}}+\frac{1}{\omega\varepsilon_0}q\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{k}}\right)e^{-i\mathbf{K}^+\cdot\mathbf{R}} \tag{1.70}$$

$$S^-_{V\alpha}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = \frac{K_0}{4\pi}\int_{\Sigma'}\left(\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{m}-\frac{1}{\omega\varepsilon_0}k\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{z}}-\frac{1}{\omega\varepsilon_0}q\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{k}}\right)e^{-i\mathbf{K}^-\cdot\mathbf{R}} \tag{1.71}$$

A partir de ces expressions, il est possible de déterminer $\tilde{S}_{V\alpha} = S^+_{V\alpha} - S^-_{V\alpha}$:

$$\tilde{S}_{V\alpha} = \frac{K_0}{2\pi}\int_{\Sigma'}\left\{-i\sin(qh(\mathbf{r}))\left(\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{m}-\frac{1}{\omega\varepsilon_0}k\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{z}}\right)+\frac{\cos(qh(\mathbf{r}))}{\omega\varepsilon_0}q\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{k}}\right\}e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,d\Sigma' \tag{1.72}$$

Contrairement à précédemment, le terme $\cos(qh(\mathbf{r}))\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{k}}$ n'est pas à support borné à cause de la présence des ondes de surface. Cette expression n'est donc pas définie et ne permet pas de conclure sur le comportement du champ diffracté en polarisation V diffractée. Il est possible d'exprimer $S_{V\alpha}$ par la combinaison $\tilde{S}_{V\alpha} = S^+_{V\alpha} + S^-_{V\alpha}$:

$$\tilde{S}_{V\alpha} = \frac{K_0}{2\pi}\int_{\Sigma'}\left\{\cos(qh(\mathbf{r}))\left(\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{m}-\frac{1}{\omega\varepsilon_0}k\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{z}}\right)-i\frac{\sin(qh(\mathbf{r}))}{\omega\varepsilon_0}q\mathbf{j}\cdot\hat{\mathbf{k}}\right\}e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,d\Sigma' \tag{1.73}$$

Cette fois, l'intégrale est bien définie pour le plan localement perturbé. Lorsque q tend vers zéro, l'amplitude diffractée $S^+_{V\alpha}$ est en O(1).

Le comportement en q de $S^+_{V\alpha}$ a été déterminé. A l'aide du théorème de réciprocité, il est possible de déterminer le comportement en q_0 de l'amplitude diffractée pour les grands angles d'incidence. Pour une polarisation diffractée et incidente Horizontale, il est possible d'écrire :

$$\begin{cases} S^\pm_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = S^\pm_{HH}(-\mathbf{k_0},-\mathbf{k}) & \\ S^\pm_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = O(q_0) & \Rightarrow S^\pm_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = O(qq_0) \\ S^\pm_{HH}(-\mathbf{k_0},-\mathbf{k}) = O(q) & \end{cases}$$

Donc l'amplitude diffractée $S^{\pm}_{HH}$ tend vers zéro et se comporte comme qq_0.
Pour une polarisation incidente Verticale et une polarisation diffractée Horizontale, on a :

$$\begin{cases} S^{\pm}_{VH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = -S^{\pm}_{HV}(-\mathbf{k_0}, -\mathbf{k}) \\ S^{\pm}_{VH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = O(1) \qquad\qquad \Rightarrow S^{\pm}_{VH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = O(q_0) \\ S^{\pm}_{HV}(-\mathbf{k_0}, -\mathbf{k}) = O(q_0) \end{cases}$$

L'amplitude diffractée $S^{\pm}_{HV}$ tend vers zéro et se comporte comme q. Des raisonnements similaires peuvent être réalisés pour toutes les configurations. Le tableau (1.1) présente le comportement du champ diffracté, du coefficient bistatique et monostatique pour les grands angles en fonction de la polarisation incidente et diffractée, pour le métal infiniment conducteur. Les résultats

Polarisation	$S^{+}_{\beta\alpha}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})$	$\sigma_{\beta\alpha}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})$	$\sigma_{\beta\alpha}(-\mathbf{k},\mathbf{k})$
β=H α=H	$O(q_0 q)$	$O(q_0^2 q^2)$	$O(q^4)$
β=H α=V	$O(q)$	$O(q^2)$	$O(q^2)$
β=V α=H	$O(q_0)$	$O(q_0^2)$	$O(q^2)$
β=V α=V	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$

TAB. 1.1 – *Comportement de l'amplitude diffractée pour les angles rasants, cas bistatique et monostatique, pour un métal infiniment conducteur.*

obtenus sont en accord avec [22], [30], dans le sens que l'amplitude diffractée en polarisation HH a le même comportement en $O(q_0 q)$ que le problème de Dirichlet, et que l'amplitude diffractée en polarisation VV correspond au problème de Neumann.

1.10.2 Le cas diélectrique et fortement conducteur

Pour les milieux à pertes, les ondes de surfaces qui se propagent sur le plan sont atténuées exponentiellement. Les inconnues **j** et **m** sont donc bien bornées pour le plan localement perturbé. Il est possible d'exprimer $\tilde{S}_{H\alpha}$ et $\tilde{S}_{V\alpha}$ par :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{H\alpha} &= S^{+}_{H\alpha} - S^{-}_{H\alpha} \\ \tilde{S}_{V\alpha} &= S^{+}_{V\alpha} - S^{-}_{V\alpha} \end{aligned}$$

Donc l'amplitude diffractée est en $O(q)$ quelle que soit la polarisation diffractée. Par réciprocité, l'amplitude diffractée pour les milieux à pertes est en $O(qq_0)$ quelle que soit la configuration.
Pour les diélectriques sans pertes, il n'y pas d'onde de surface. Les inconnues **j** et **m** sont donc

bien à support borné. L'amplitude diffractée présente donc le même comportement en $O(qq_0)$ que pour les milieux à pertes.

1.11 Comportement aux grands angles des termes d'excitation

Il est intéressant de regarder le comportement des termes d'excitation des équations intégrales du FID.

1.11.1 Le diélectrique

Pour la polarisation H,

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t} = \left[e^{-iq_0h(\mathbf{r})} + r_H\ e^{iq_0h(\mathbf{r})} - t_H\ e^{-iq_th(\mathbf{r})}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) \tag{1.74}$$

Le développement limité en q_0 de (1.74) s'écrit d'aprés (1.7) :

$$\begin{cases} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t} = \left[-2i\sin\left(q_0h(\mathbf{r})\right) + \frac{2q_0}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}}\left(e^{iq_0h(\mathbf{r})} - e^{-ih(\mathbf{r})\sqrt{K_0^2(\varepsilon_r-1)+q_0^2}}\right)\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) + O\left(q_0^2\right) \\ \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t} = 2q_0\left[-ih(\mathbf{r}) + \frac{1}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}}\left(1 - e^{-iK_0\sqrt{(\varepsilon_r-1)}h(\mathbf{r})}\right)\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) + O\left(q_0^2\right) \end{cases}$$

Pour la polarisation V,

$$\begin{aligned} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t} &= \left[\frac{q_0}{K_0}\left(e^{-iq_0h(\mathbf{r})} - r_V\ e^{iq_0h(\mathbf{r})}\right) - \frac{q_t}{K_0\sqrt{\varepsilon_r}}t_V\ e^{-iq_th(\mathbf{r})}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{k}} \\ &+ \left[\frac{k}{K_0}\left(e^{-iq_0h(\mathbf{r})} + r_V\ e^{iq_0h(\mathbf{r})}\right) - \frac{k}{K_0\sqrt{\varepsilon_r}}t_V\ e^{-iq_th(\mathbf{r})}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \tag{1.75}$$

avec $k = \sqrt{K_0^2 - q_0^2} = K_0 + O(q_0^2)$. Le développement limité en q_0 de (1.75) s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t} &= \frac{2q_0}{K_0}\left[1 - K_0\varepsilon_r e^{-iK_0\sqrt{(\varepsilon_r-1)}h(\mathbf{r})}\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{k}} \\ &+ 2q_0\left[-ih(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon_r}{K_0\sqrt{\varepsilon_r}}\left(1 - e^{-ih(\mathbf{r})K_0\sqrt{\varepsilon_r-1}}\right)\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} \\ &+ O(q_0^2) \end{aligned} \tag{1.76}$$

$\hat{\mathbf{k}}$ et $\hat{\mathbf{z}}$ étant en $O(1)$, $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} - \mathbf{E^t})$ est en $O(q_0)$ quelle que soit la polarisation incidente. Les champs magnétique et électrique sont liés par la relation $\mathbf{H} = \frac{\hat{\mathbf{K}}\wedge\mathbf{E}}{\eta}$, donc $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r} - \mathbf{H^t})$ présente le même comportement.

1.11.2 L'approximation d'impédance

Pour un matériau à forte conductivité, les termes sources dépendent de $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$ et $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r})$. Pour la polarisation H,

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = \left[e^{-iq_0 h(\mathbf{r})} + r_H \; e^{iq_0 h(\mathbf{r})}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) \tag{1.77}$$

Le développement limité en q_0 de (1.77) s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = \left[-2i \sin\left(q_0 h(\mathbf{r})\right) + \frac{2q_0}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}} e^{iq_0 h(\mathbf{r})}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\ \mathbf{r}} (\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) + O(q_0^2) \\ \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = 2q_0 \left[-ih(\mathbf{r}) + \frac{1}{K_0\sqrt{\varepsilon_r - 1}}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{k}} \wedge \hat{\mathbf{z}}) + O(q_0^2) \end{cases}$$

Pour la polarisation V,

$$\begin{aligned} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} &= \left[\frac{q_0}{K_0}\left(e^{-iq_0 h(\mathbf{r})} - r_V \; e^{iq_0 h(\mathbf{r})}\right)\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{k}} \\ &+ \left[\frac{k}{K_0}\left(e^{-iq_0 h(\mathbf{r})} + r_V \; e^{iq_0 h(\mathbf{r})}\right)\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \tag{1.78}$$

Le développement limité en q_0 de (1.78) s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} &= \frac{2q_0}{K_0}\left[1 - K_0\varepsilon_r e^{-iK_0\sqrt{(\varepsilon_r - 1)}h(\mathbf{r})}\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{k}} \\ &+ 2q_0\left[-ih(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon_r}{K_0\sqrt{\varepsilon_r}}\right] e^{iK_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} \\ &+ O(q_0^2) \end{aligned} \tag{1.79}$$

Pour les mêmes raisons que pour le problème diélectrique, $\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)$ et $\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{H^i} + \mathbf{H^r}\right)$ tendent vers zéro comme q_0.

1.11.3 Le métal infiniment conducteur

Pour le métal infiniment conducteur, le terme source dépend de $\mathbf{n} \wedge \left(\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r}\right)$. Pour la polarisation H,

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = -2i \sin\left(q_0 h\left(\mathbf{r}\right)\right) e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}} \tag{1.80}$$

Pour les angles d'incidence rasants, le développement limité en q_0 de (1.80) s'écrit :

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = -2iq_0 h(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}} + O\left(q_0^2\right) \tag{1.81}$$

Pour la polarisation V,

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = \left[\frac{-2iq_0 \sin(q_0 h(\mathbf{r}))}{K_0}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{k}} + \left[\frac{2k\cos(q_0 h(\mathbf{r}))}{K_0}\right] e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} \tag{1.82}$$

et donc le développement limité de (1.83) en q_0 s'écrit

$$\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r} = \frac{2k}{K_0} e^{i\mathbf{k_0}\cdot\mathbf{r}}\ \hat{\mathbf{z}} + O(q_0^2) \tag{1.83}$$

Pour la polarisation H, $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E^i} + \mathbf{E^r})$ se comporte toujours en $O(q_0)$. Contrairement aux cas diélectrique ou impédance, la polarisation V n'a plus le même comportement en $O(q_0)$. En effet, le terme d'excitation tend vers une constante lorsque l'angle d'incidence devient très important. Ceci montre bien la spécificité du problème du métal infiniment conducteur en polarisation V.

On constate que, si le comportement des termes étudiés ci-dessus est transmis aux inconnues $\mathbf{m}$ et $\mathbf{j}$ (et donc au champ diffracté) à travers les opérateurs intégraux, l'on retrouve le comportement en q_0 de l'amplitude diffractée et par réciprocité le comportement en q.

1.12 Remarque sur la polarisation V

Au cours de ma thèse, pour des raisons de temps, je me suis limité au problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces bidimensionnelles parfaitement conductrices. Comme je l'ai montré dans le paragraphe 1.4, pour des milieux avec une permittivité finie, en polarisation Verticale, il existe un angle pour lequel le coefficient de réflexion est nul ou faible c'est l'angle de Brewster. Pour la mer en bande L (= 1.2 GHz), cette angle est d'environ 84°. Pour des angles d'incidence inférieurs, le modèle du métal infiniment conducteur donne des résultats très voisins du problème réel. Au voisinage et au delà de cet angle, cette hypothèse n'est plus valable. De plus, le comportement aux grands angles est différent entre le problème du métal parfaitement conducteur et celui de la mer. En effet, dans un cas la section efficace ou le coefficient bistatique tend vers zéro en se comportant comme q_0 et, dans l'autre cas, ils tendent vers une valeur fixe. Pour ces raisons, dans la suite, je ne m'intéresse qu'au problème infiniment conducteur en polarisation HH pour l'étude du formalisme intégral rasant.

1.13 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle adopté pour le problème de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante a été présenté. Deux approches ont été étudiées, le formalisme intégral indirect et direct. La première a permis d'obtenir une équation intégrale bornée pour le problème du métal parfaitement conducteur, mais s'avère

délicate à mettre en oeuvre pour le problème d'impédance et diélectrique à cause de la présence de produit d'opérateurs. De plus, cette approche ne permet pas d'obtenir un champ diffracté dont le comportement en q est explicite. Pour ces raisons, une approche alternative a du être développée. Elle a permis d'écrire des équations intégrales quel que soit le problème considéré et de formuler l'amplitude diffractée de manière à faire apparaître la dépendance en q explicitement. Cependant, pour le métal infiniment conducteur et contrairement à la première équation intégrale obtenue, le terme source n'est pas rigoureusement nul sur le plan à cause de la présence d'un opérateur non local P. A partir des expressions des champs diffractés au dessus et en dessous de la surface et du théorème de réciprocité, le comportement aux grands angles de l'amplitude diffractée a été étudiée en fonction de la nature du matériau sous la surface et des différentes configurations de polarisations incidente et diffractée.

Chapitre 2

Numérique

Dans le chapitre précédent, j'ai présenté les équations intégrales de frontière adaptées au problème de l'incidence rasante. Les inconnues de ces équations sont des grandeurs continues définies sur un espace infini. Pour résoudre numériquement ces équations, il faut les discrétiser. Pour obtenir une solution de l'équation intégrale discrétisée, il existe de nombreuses méthodes qui permettent d'aller plus ou moins vite, parmi ces méthodes, on peut citer la Fast Multipole Method (FMM) [32], la MOMI (Method of Order Multiple Interactions) ou encore la méthode C ([33, 34, 35]). Pour notre problème, nous utiliserons la méthode des moments (MoM) [36] pour discrétiser les équations intégrales, cependant il est possible d'utiliser la méthode des éléments finis [37]. Afin de résoudre de manière efficace ces équations, nous utiliserons une méthode itérative. Pour plus d'informations sur ces méthodes numériques, je renvoie à [38].

2.1 Discrétisation et résolution

La méthode des moments (MoM) [36] est une technique numérique qui permet de discrétiser les équations intégrales et de résoudre le système linéaire obtenu après discrétisation.
Considérons l'équation intégrale :

$$\int_{S'} G_0(\mathbf{R}-\mathbf{R}')c(\mathbf{R}')dx'dy' = f(\mathbf{R}) \tag{2.1}$$

Pour résoudre ce système, le plan moyen de la surface rugueuse est échantillonné à l'aide d'un pavage rectangulaire de $NxNy = N$ mailles de taille D. Suivant ce maillage, l'intégrale de surface (2.1) devient :

$$\sum_{j=1}^{N} \int\int_{D_j} G_0(\mathbf{R}-\mathbf{R}')c(\mathbf{R}')dx'dy' = f(\mathbf{R}) \tag{2.2}$$

Pour résoudre cette équation, on utilise pour fonction de base les fonctions caractéristiques des rectangles D_j et pour fonction test les distributions de Dirac aux centres des mailles R_j. On obtient alors un système linéaire de N équations à N inconnues :

$$\sum_{j=1}^{N} \left(\int \int_{D_j} G_0(\mathbf{R_j} - \mathbf{R}')dx'dy' \right) c_j = b_i \tag{2.3}$$

qui se met sous la forme matricielle :

$$\overline{\overline{A}}\overline{c} = \overline{b} \tag{2.4}$$

où $\overline{\overline{A}}$ est la matrice carrée d'ordre N à valeurs complexes $A_{ij} = \int \int_{D_j} G_0(\mathbf{R_i} - \mathbf{R}')dx'dy'$, c_j est la valeur supposée constante sur D_j de $c(\mathbf{R}')$ et $b_i = f(\mathbf{R_i})$. Les équations intégrales obtenues au chapitre précédent sont discrétisées suivant cette méthode. Le système obtenu pour le problème du métal infiniment conducteur s'écrit : $\begin{pmatrix} \overline{\overline{M_{0xx}}} & \overline{\overline{M_{0xy}}} \\ \overline{\overline{M_{0yx}}} & \overline{\overline{M_{0yy}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{j_x} \\ \overline{j_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{b_x} \\ \overline{b_y} \end{pmatrix}$
Chaque élément de la matrice 4×4 sont des matrices d'ordre N, où N est le nombre d'éléments de discrétisation de la surface. A cause des singularités, le calcul des éléments de ces matrices ne se fait pas de la même manière selon que les éléments sont diagonaux ou pas. Pour résoudre ce système directement, il faut réaliser de l'ordre de $2N^3$ opérations pour une méthode d'inversion directe. La résolution du système nécessite aussi de stocker en mémoire un nombre de $4N^2$ éléments. Pour ces raisons, nous utilisons une méthode itérative et en particulier la SMFSIA (Sparse Matrix Flat Surface Iterative Approche) et le CAG3D (CAnonical Grid 3D), [24], [25], [6] ce qui permet de réduire le nombre d'éléments et d'opérations nécessaires pour la résolution du système.

2.2 La SMFSIA-CAG3D

A partir du phénomène de faible couplage, nous allons définir un rayon de forte interaction r_d dont la taille dépendra de la surface et de la longueur d'onde. La matrice $\overline{\overline{M}}$ peut se décomposer en deux parties :

$$\overline{\overline{M}} = \overline{\overline{S}} + \overline{\overline{W}} \tag{2.5}$$

$\overline{\overline{S}}$ (pour Strong) est la matrice forte qui comporte les termes d'interactions forts, c'est-à-dire tous les éléments tels que $\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ soit inférieur à r_d, où $x_i - x_j$ et $y_i - y_j$ représentent les différences de coordonnées entre les centres des mailles i et j, les autres éléments étant nuls. $\overline{\overline{W}}$ (pour Weak) comporte les termes d'interactions faibles définis par la relation

$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} > r_d$.

La matrice forte est une matrice creuse bloc-bande dont les éléments sont calculés rigoureusement, seul les éléments non nuls sont stockés en mémoire, ainsi la place mémoire nécessaire est beaucoup plus faible que pour pour la matrice totale.

Les éléments de la matrice faible sont développés suivant la méthode du Multilevel Canonical Grid 3D développée par Chan et Xia dans [39, 6]. Grâce à cette méthode, la matrice faible présente une structure bloc Toeplitz réduisant le nombre d'élément à stocker en mémoire et permettant de réaliser des produits matrice vecteur de façon optimale à l'aide de FFT. En effet, une matrice circulante est diagonale dans l'espace de Fourier, ainsi le produit entre un vecteur et cette matrice peut s'écrire dans la base de Fourier comme le produit terme à terme.

Pour la résolution du système, nous utilisons deux niveaux d'itérations imbriqués qui exploitent les propriétés des matrices bloc-Toeplitz. Le premier niveau d'itération utilise le GMRES, pour Generalized Minimum RESidual, et le second niveau d'itération le BiCGStab, pour BiConjougate Gradient Stabilized. Cette méthode appelée SMFSIA-CAG3D permet donc de résoudre de manière rapide des problèmes de diffraction 3D. La convergence dépendra du choix du rayon de forte interaction. Si le premier ou second niveau ne convergent pas, on augmente la valeur de r_d dans la limite de la place mémoire disponible.

Cette méthode de résolution a donné de très bons résultats [21, 23, 24, 25, 40]. Enfin, une méthode Monte-Carlo est utilisée. Cette méthode consiste simplement à moyenner l'intensité diffractée, calculée pour plusieurs échantillons de surface.

2.3 Géométrie des surfaces utilisées

Pour le formalisme intégral rasant, nous avons utilisé le modèle du plan localement perturbé (figure 1.1). Pour assurer la régularité du profil à la jonction entre le plan moyen et la surface rugueuse, nous utilisons une fonction de Hann (figure 2.1). La surface étudiée est représentée par l'équation $z = h(x,y)H_x(x)H_y(y)$, où $H_{x,y}$ représente la fonction de Hann (2.6). La taille des transitions entre le plan moyen et la surface rugueuse sont définies par les paramètres $L1$,

$L1'$, $L2$ et $L2'$, la valeur de ces paramètres dépend de la surface étudiée.

$$\begin{cases} H(x) = 0 \text{ si } x < x_{min} \text{ ou x} > x_{max} \\ H(x) = 1 \text{ si } x > x_1 \text{ ou } x < x_2 \\ H(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{x-x_1}{x-x_{min}}\right) \text{ si } x_{min} < x < x_1 \\ H(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{x-x_2}{x-x_{max}}\right) \text{ si } x_2 < x < x_{max} \end{cases} \tag{2.6}$$

avec, selon les notations de la figure 2.2, $x_{min} = L - P1$, $x_{max} = L - P2$, $x_1 = L - P1 - L1$ et $x_2 = L - P2 - L2$. La figure 2.2 représente la géométrie des surfaces utilisées. Le rectangle en pointillé représente le domaine pour lequel les termes d'excitation ne tendent pas vers zéro. Autour de la surface rugueuse, on ajoute des plateaux afin que les termes d'excitation et les inconnues soient bien bornés dans le domaine de dimension $2L \times 2l$.

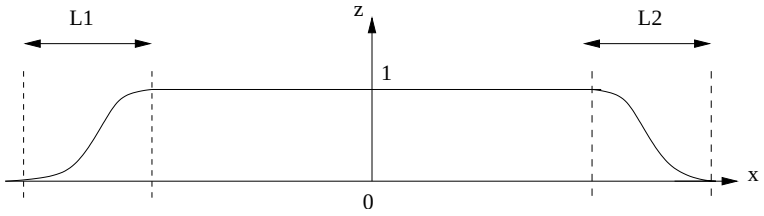


FIG. 2.1 – *Représentation de la fonction de Hann.*

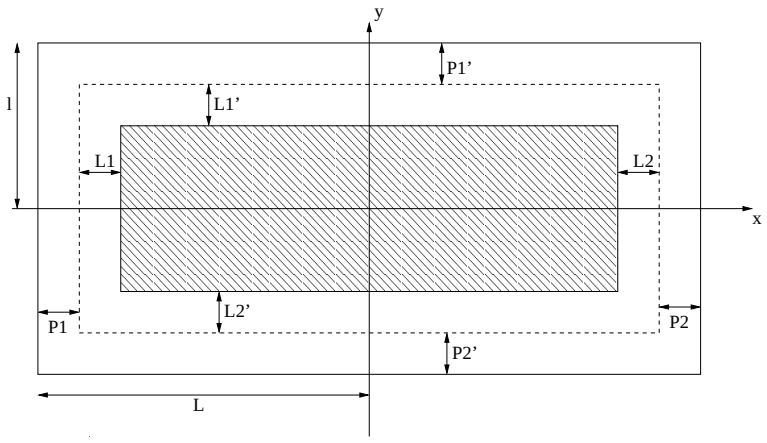


FIG. 2.2 – *Géométrie de la surface.*

2.4 Onde de surface et effet de troncature

Sur les figures (2.3) et (2.4), l'intensité diffractée est calculée à partir des deux équations intégrales présentées dans le chapitre (1) pour deux types de surface : une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation de 0.5λ, et une surface en spectre k^{-4} tronqué à $K/15$ et $4K$ (voir annexe A).

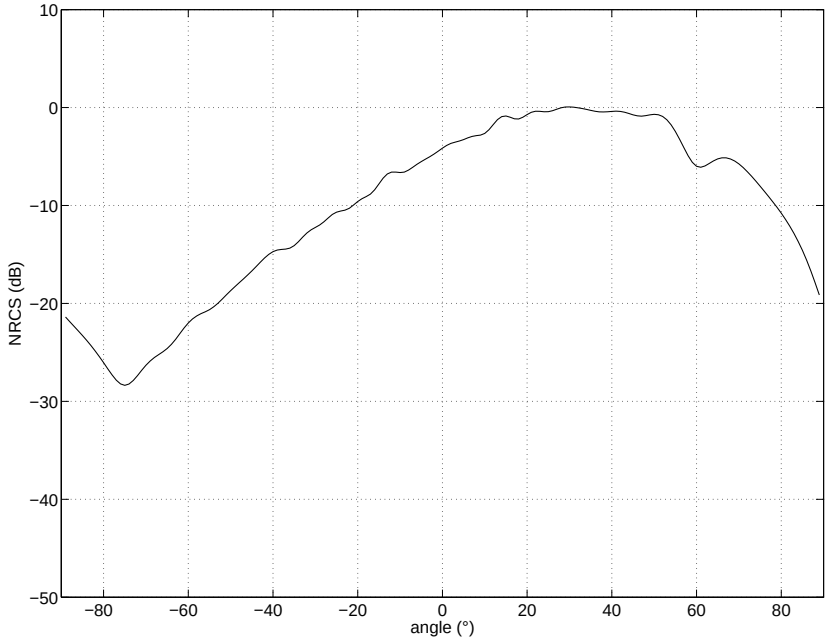
Les figures (2.3.a) et (2.4.a) présentent l'intensité diffractée calculée dans le demi-espace supérieur à partir du formalisme intégral indirect (résolution de l'équation intégrale (1.23)) et de la définition de l'amplitude diffractée (1.31). Les figures (2.3.b) et (2.4.b) présentent l'intensité diffractée calculée au dessus et en dessous de la surface à partir du formalisme intégral direct et de la définition de l'amplitude diffractée (1.61). On peut voir que l'intensité diffractée, avec le FID, ne remonte pas à partir de -70°, cependant on ne retrouve pas le comportement en $(qq_0)^2$.

Sur les figures (2.3.a) et (2.4.a), l'intensité diffractée augmente entre -70° et -90° ce qui est en total désaccord avec le comportement aux grands angles de l'intensité. Sur les figures (2.3.b) et (2.4.b), S^{-} n'est pas nul sous la surface, à cause de la faible précision sur le théorème d'extinction. Cette différence entre théorie et numérique est due à l'erreur engendrée par la résolution numérique du système. La connaissance du champ sous la surface permet d'obtenir une idée sur la précision des calculs. L'intensité diffractée, comme sur les figures (a), ne tend pas vers zéro aux grands angles diffractés mais vers une valeur, par exemple -40 dB pour les angles arrières sur la figure 2.3.b. Ces différences peuvent s'expliquer de manière phénoménologique par la combinaison de deux facteurs. Le premier facteur est la présence d'ondes de surface qui vont se propager sur le plan sans être perturbées (figure 2.5) et le deuxième facteur est la troncature de la surface.

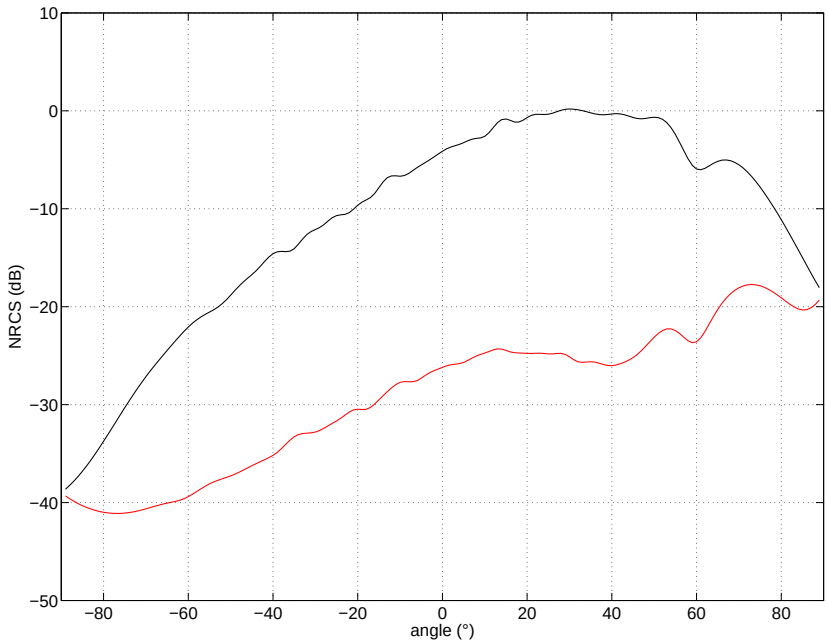
En effet, pour un plan métallique, les ondes de surface (ou ondes de Zenneck) se propagent le long de la surface [41]. Leur constante de propagation pour un plan a été déterminé analytiquement dans [42]. Elle vaut

$$\alpha_p = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + 1}} \tag{2.7}$$

Ainsi, pour un milieu absorbant, l'onde de surface va s'atténuer alors que pour un métal parfaitement conducteur l'onde de surface se propagera à l'infini. Pour la permittivité de la mer en bande L, $\alpha_p = 0.99 + i\ 3.10^{-3}$, l'onde de surface s'atténue très lentement. De plus lors de la diffraction des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse infinie, ces ondes de surface

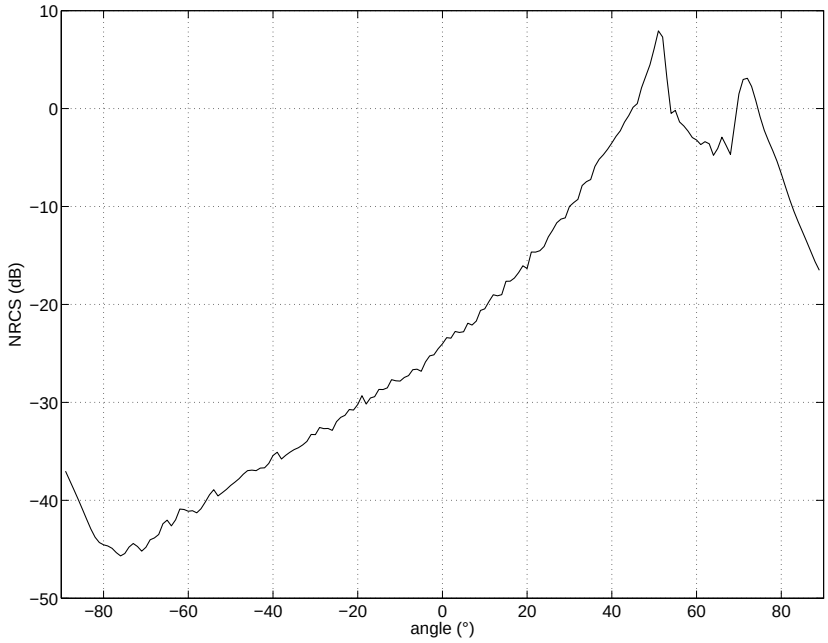


(a)

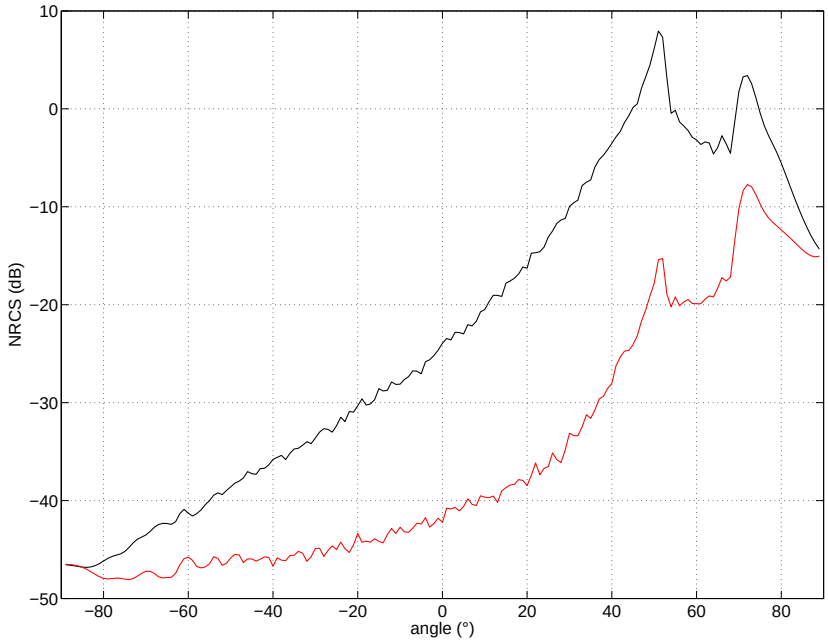


(b)

FIG. 2.3 – *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculée à partir du F2I (figure a) et calculée au dessus (courbe rouge) et en dessous de la surface (courbe noire) à partir du FID (figure c). La surface rugueuse est une surface gaussienne parfaitement conductrice avec une hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et une longueur de corrélation de 0.5λ.*



(a)



(b)

FIG. 2.4 – *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculée à partir du F2I (figure a) et calculée au dessus (courbe rouge) et en dessous de la surface (courbe noire) à partir du FID (figure c). La surface rugueuse est parfaitement conductrice en spectre k^{-4} tronqué à $K/15$ et $4K$.*

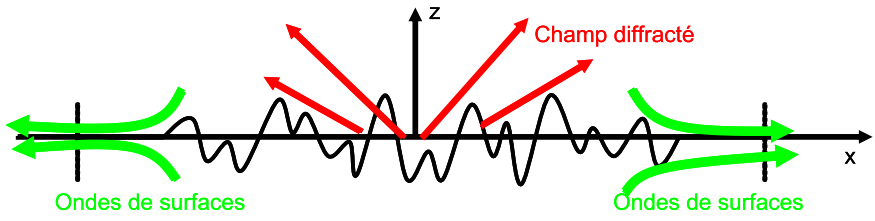


FIG. 2.5 – *Excitation et propagation des ondes de surface sur une surface rugueuse.*

sont converties en ondes propagatives par couplage avec la rugosité de la surface. Or, dans notre modèle du plan localement perturbé, les ondes de surface qui se propagent sur le plan ne sont pas converties en ondes propagatives et ne sont pas atténuées par absorption. Pour plus de précision sur le sujet, je renvoie à [43, 44, 45, 42].
Sur la figure 2.6, les modules des composantes x et y de $\mathbf{j}$ calculés pour une incidence de 60°, pour une surface gaussienne de hauteur 0.083λ et de lc 0.5λ à partir du FID ont été tracés. On peut voir que le courant ne s'annule pas en dehors de la surface rugueuse et des oscillations apparaissent. Sur les figures 2.7 a et b, la partie réelle et imaginaire de la composante x de $\mathbf{j}$ dans le plan d'incidence ($y = 0$) sont représentées. On constate que des oscillations apparaissent sur les plateaux. La période de ces oscillations correspond à α_p soit 1λ. Tous ces phénomènes sont liés à la présence des ondes de surface.

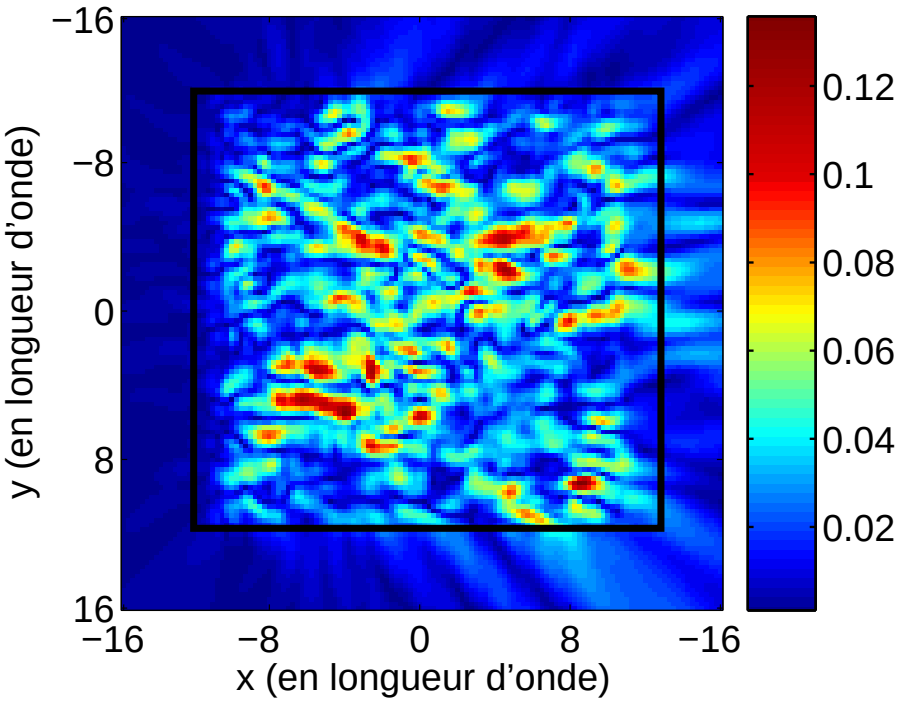
En principe, des ondes de surface se propageant sur une surface plane infinie ne rayonnent pas. Pour résoudre le problème de diffusion numériquement, nous sommes toutefois obligés de tronquer la surface. Le courant calculé $\mathbf{j}$ peut s'écrire :

$$\mathbf{j} = \mathbf{j^d} + \mathbf{j_{sp}} \tag{2.8}$$

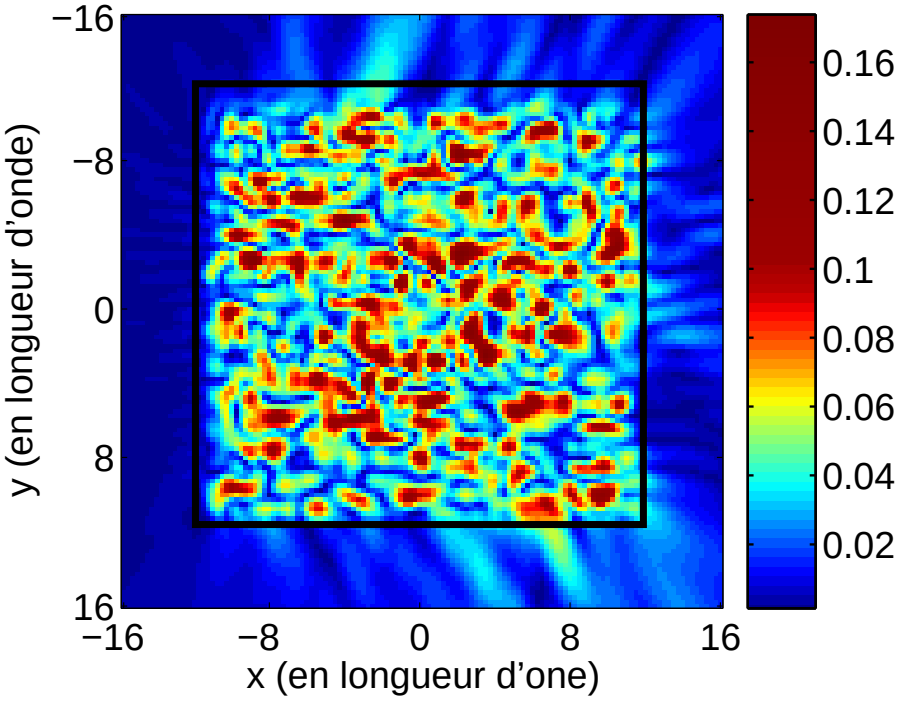
avec $\mathbf{j^d}$, le courant de surface source du champ diffus par la surface rugueuse et $\mathbf{j_{sp}}$ le courant de surface source du champ rayonné par les ondes de surface à cause de la troncature de la surface. L'amplitude diffractée peut donc s'écrire :

$$\mathbf{S}^{\pm} = \mathbf{S}_{\mathbf{d}}^{\pm} + \mathbf{S_{sp}} \tag{2.9}$$

avec $\mathbf{S}_{\mathbf{d}}^{\pm}$ la contribution de la surface rugueuse dans l'amplitude diffractée, et $\mathbf{S_{sp}}$ la contribution due à la présence des ondes de surface sur le plan et de la troncature de la surface. Par construction, sous la surface, $\mathbf{S}_{\mathbf{d}}^{-} = \mathbf{0}$. Donc l'amplitude diffractée calculée sous la surface correspond à la contribution des ondes de surface dans le diagramme de rayonnement. On constate sur les figures 2.3(b) et 2.4(b) que le champ diffracté calculé au dessus et en dessous de la surface tendent vers la même valeur dans les angles diffractés rasants. Pour des angles non rasants,

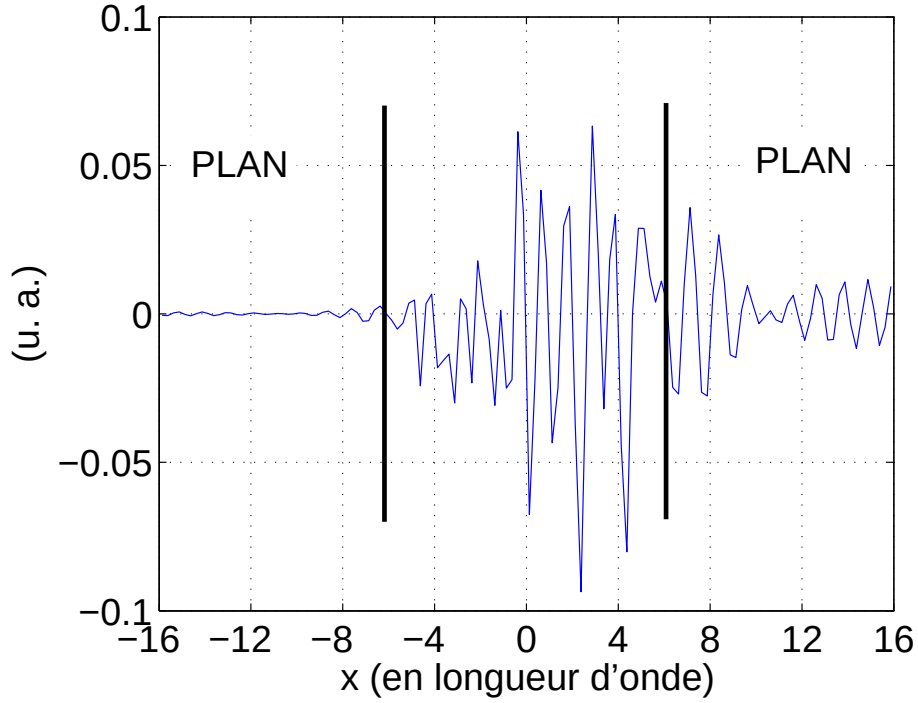


(a) j_x

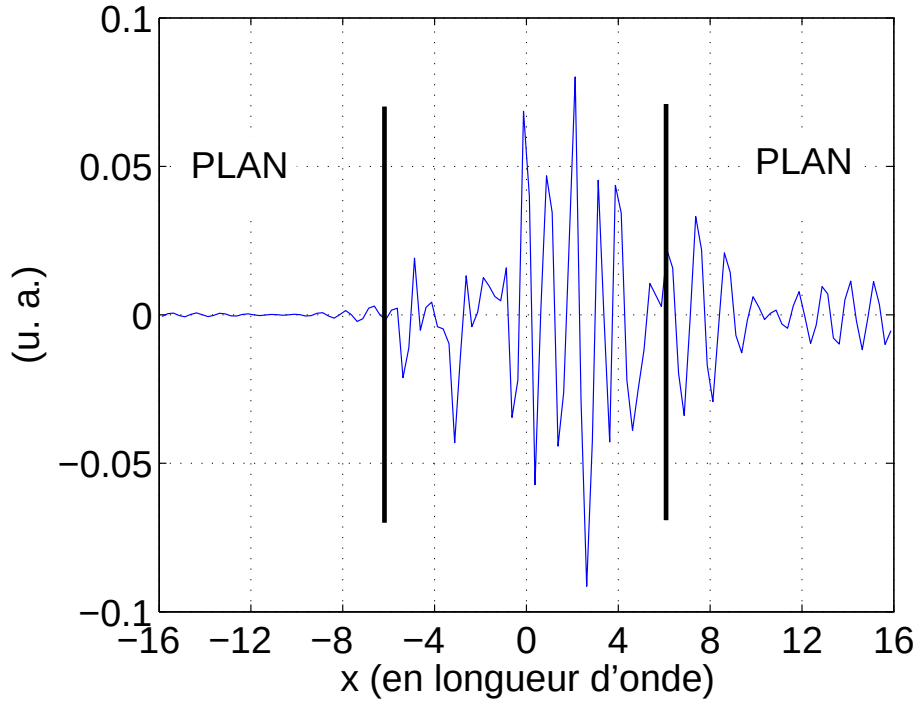


(b) j_y

FIG. 2.6 – *Modules des composantes x et y de* $\mathbf{j}$ *calculés à partir du FID pour une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ. *L'incidence est de* 60° *et l'onde incidente est polarisée Horizontale.*



(a) Partie Réelle



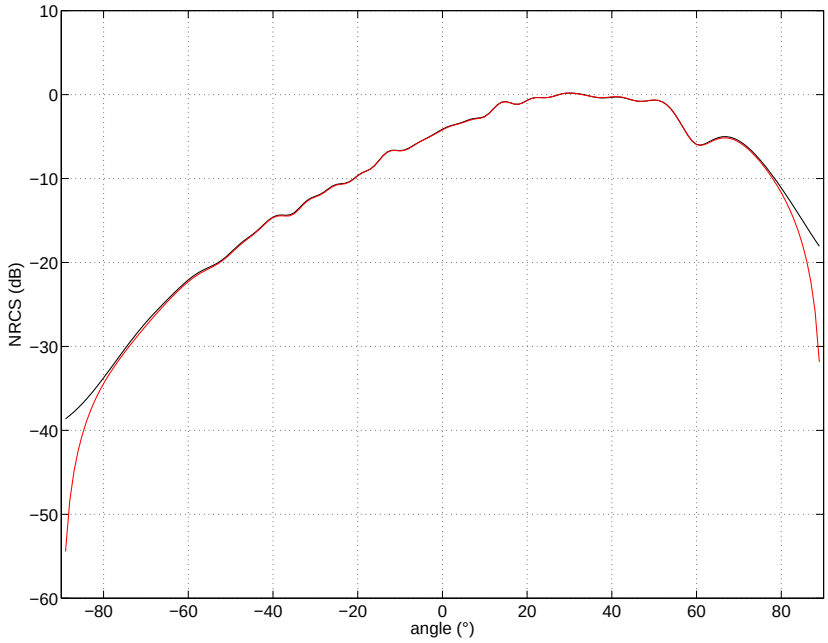
(b) Partie Imaginaire

FIG. 2.7 – *Partie réelle et imaginaire de la composante x de* $\mathbf{j}$ *calculés à partir du FID pour une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ. *L'incidence est de* 60° *et l'onde incidente est polarisée Horizontale.*

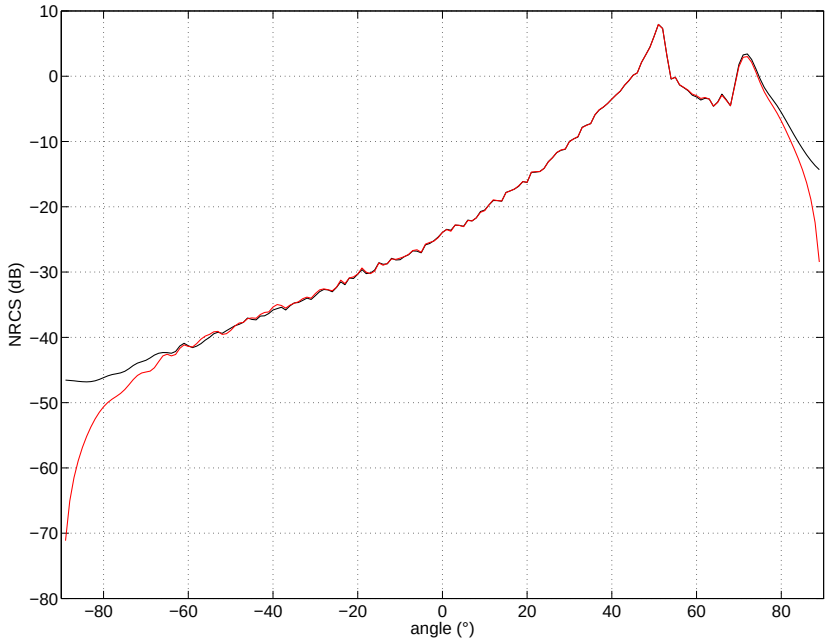
les ondes de surface ne posent pas de problème car leur contribution est beaucoup plus faible que la contribution de la rugosité, alors que pour les angles rasants, leur contribution est plus importante que le champ diffracté. L'influence de ces ondes de surface est plus importante pour le F2I que pour le FID. Cette différence vient de la différence sur le second membre entre les deux formalismes. Pour le F2I, le second membre est rigoureusement nul sur le plan, alors que pour le FID ce n'est pas le cas.

Pour ces raisons, l'intensité diffractée a été calculée à partir de la combinaison $\tilde{S}_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) = S^{+}_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0}) - S^{-}_{HH}(\ \mathbf{k},\ \mathbf{k_0})$ théoriquement équivalente à l'intensité diffractée calculée à partir de (1.61). Cette combinaison ne peut être réalisée que pour le FID car le F2I, par construction, ne permet pas de relier l'amplitude diffractée calculée avec un champ physique. Les deux intensités diffractées sont tracées sur les figures 2.8(a) et 2.8(b), les surfaces utilisées sont les mêmes que précédemment. Les deux courbes se superposent parfaitement sur l'ensemble du diagramme sauf dans les angles rasants. Maintenant, l'intensité diffractée, évaluée numériquement à partir de la combinaison du champ diffracté dessous et dessus la surface, tend bien vers zéro comme $q^2 q_0^2$.

Grâce à la connaissance du champ diffracté sous la surface et du théorème d'extinction, il est possible de corriger l'erreur introduite par la présence des ondes de surface et la troncature de la surface. Ceci permet de choisir le FID pour résoudre le problème de diffraction afin de réussir à supprimer la contribution des ondes de surface.



(a)



(b)

FIG. 2.8 – *Intensité diffractée, polarisation HH, pour une incidence de 60°, en fonction de l'angle diffracté dans le plan d'incidence, calculé avec (1.65), ligne en trait noir, et avec (1.61), trait rouge : (a) surface gaussienne de hauteur quadratique* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*, (b) surface en spectre* k^{-4} *tronqué à* $K/15$ *et* $4K$*.*

2.5 Validation du formalisme intégral rasant

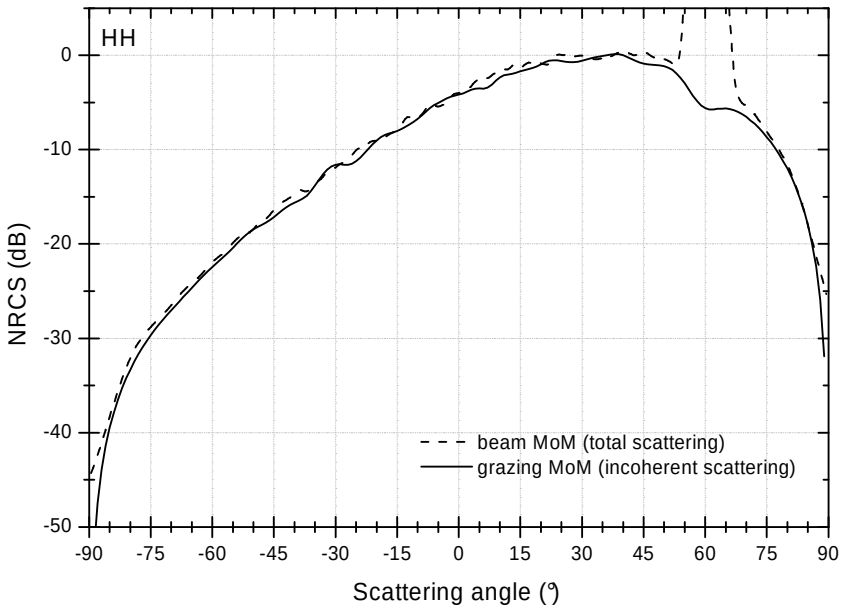
2.5.1 Comparaison du formalisme intégral rasant avec le formalisme intégral classique

Le formalisme intégral rasant FID (MoM rasant) est comparé avec le formalisme intégral classique pour des angles modérés. Pour le formalisme intégral classique, un faisceau gaussien est utilisé. Pour les deux formalismes, les simulations numériques sont réalisées avec un code fortran. Pour le formalisme intégral classique utilisant un faisceau (MoM faisceau), le code fortran a été réalisé et validé à l'aide de données expérimentales par Gabriel Soriano au cours de sa thèse [21].
Pour les surfaces gaussiennes, les comparaisons ont été réalisées sur deux cents échantillons de surfaces parfaitement conductrices pour une incidence modérée de 60°, différentes hauteurs quadratiques moyennes (ou rms pour root mean square) et longueurs de corrélation. Pour la MoM rasant, la taille des surfaces utilisées est de $16 \times 16\lambda$ avec comme paramètres pour la géométrie de la surface $L1 = L1' = L2 = L2' = 2\lambda$ et des plateaux de 2λ. Pour la MoM faisceau, la taille des surfaces est de 32λ de largeur et 64λ de longueur. La surface rugueuse a été échantillonnée à huit points par longueur d'onde. Le nombre d'inconnues s'élève donc à $N = 16384$ pour la MoM rasant et $N = 131072$ pour la MoM faisceau.

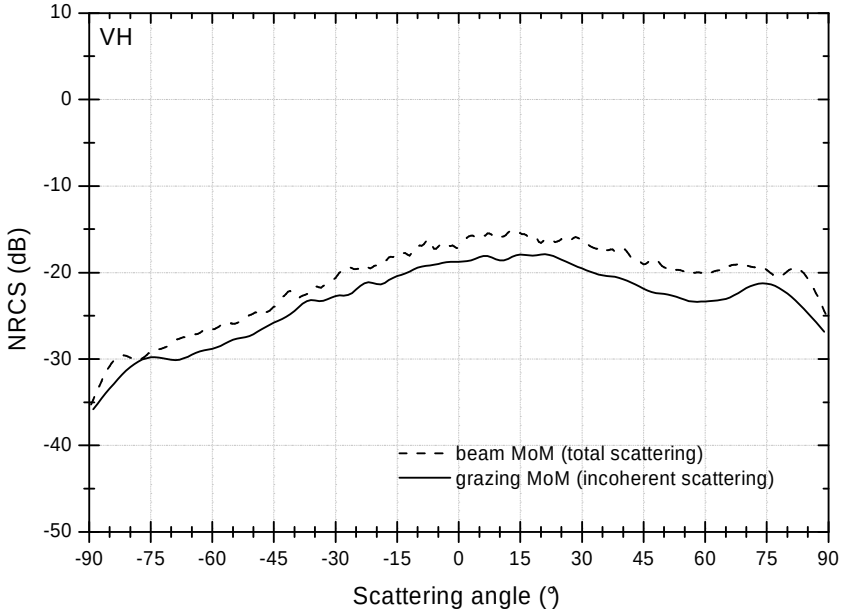
Surface gaussienne de rms 0.083λ **et de lc** 0.5λ

Les simulations pour la MoM rasant ont été réalisées sur un PC bi-processeur dual-core de 2.8 GHz avec 8 Go de Ram. Le temps de calcul pour résoudre le problème par une surface de $16 \times 16\lambda$ échantillonnée à 8 points par longueur d'onde est de 20 secondes soit un temps de calcul d'une heure environ pour deux cents échantillons.

Les diagrammes bistatique de la figure 2.9(a) ont été obtenus à partir de deux cents surfaces gaussiennes de 0.083λ de rms et 0.5λ de longueur de corrélation, parfaitement conductrices. Les deux courbes sont très proches sur l'ensemble du diagramme sauf au niveau de la direction spéculaire et aux angles rasants. Pour la MoM rasant, seule la partie incohérente du champ est tracée alors que pour la MoM faisceau, nous avons représenté le champ total d'où la différence au niveau spéculaire. Pour les angles rasants inférieurs à -85° et supérieurs à $+85^{\circ}$, la MoM faisceau ne présente pas le bon comportement, en effet le coefficient bistatique est calculé à partir



(a) HH



(b) VH

FIG. 2.9 – *Composante HH et VH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et une longueur de corrélation de* 0.5λ.

d'une formule du type (1.61) et donc, pour les mêmes raisons présentées précédemment, il ne peut pas tendre vers zéro (notons que la technique utilisée pour notre formalisme permettrait d'avoir le comportement en q^2 pour la MoM faisceau).
Sur la figure 2.9(b), les polarisations croisées dans le plan d'incidence obtenues avec la MoM rasant et faisceau sont comparées. Les deux courbes ont le même comportement, cependant il y a une différence de niveau. Cet écart vient de la différence de représentation du champ incident. Pour la MoM rasant, on utilise une onde plane parfaitement polarisée Horizontalement. Pour la MoM faisceau, la surface est éclairée par un faisceau gaussien construit à partir d'une superposition d'ondes planes polarisées. Par construction toutes ces ondes planes ne peuvent pas être polarisées perpendiculairement au plan d'incidence du fait que le champ électrique doit être perpendiculaire au vecteur d'onde. Certaines ondes planes ont une composante verticale non nulle et par conséquent une partie de composante copolarisée VV se retrouve dans la composante croisée de l'intensité diffractée. Pour la MoM faisceau, la composante croisée de l'intensité est donc surestimée. La MoM rasant permet de mieux évaluer cette polarisation croisée. Ce problème est intrinsèque au modèle de la surface infinie éclairée par un faisceau très collimaté.

Surface gaussienne de pente quadratique moyenne de 0.47

Le FID peut être utilisée pour des surfaces plus rugueuses. Les deux surfaces utilisées ont la même pente quadratique moyenne de 0.47. La première surface considérée a une hauteur quadratique moyenne de 0.25λ et de longueur de corrélation de 0.75λ. Les deux courbes de la figure 2.10 sont très proches, sauf pour la direction spéculaire et les angles rasants, pour les mêmes raisons que précédemment.
Pour la figure 2.11, la surface utilisée est une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne de 0.5λ et de longueur de corrélation de 1.5λ. Pour les angles diffractés compris entre -85° et $+15^\circ$, les deux formalismes donnent les mêmes résultats. Au delà de 15°, les deux courbes différents. Cette différence est probablement liée au modèle du plan localement perturbé.

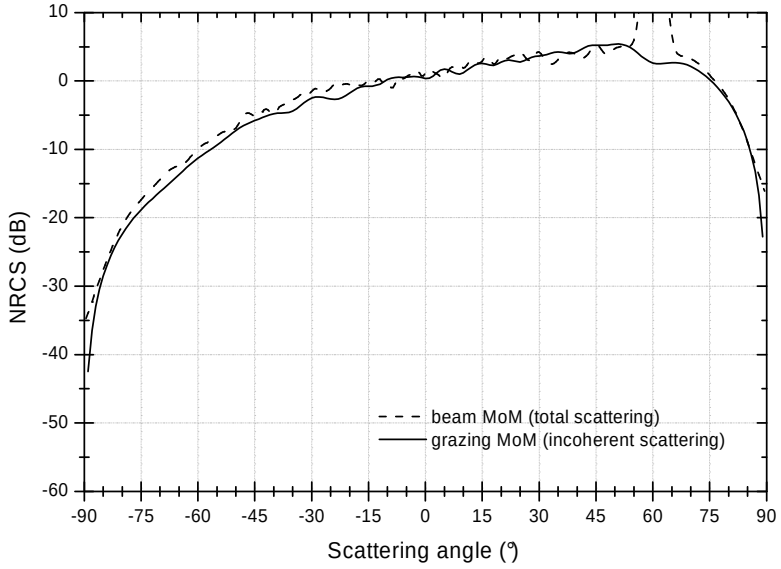


FIG. 2.10 – *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.25λ *et une longueur de corrélation de* 0.5λ.

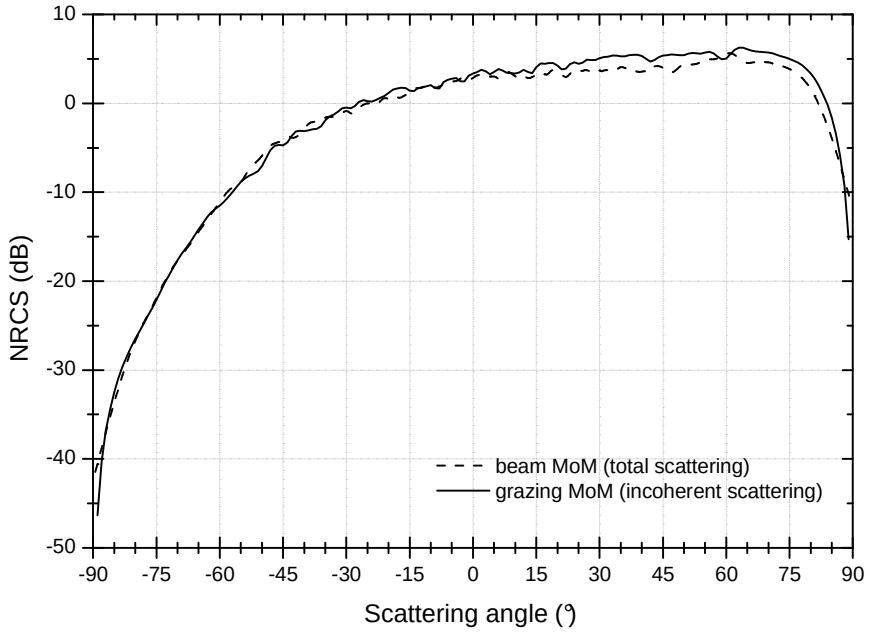


FIG. 2.11 – *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice à spectre gaussien avec une hauteur quadratique moyenne de* 0.5λ *et une longueur de corrélation de* 1.5λ.

Spectre en loi de puissance (k^{-4})

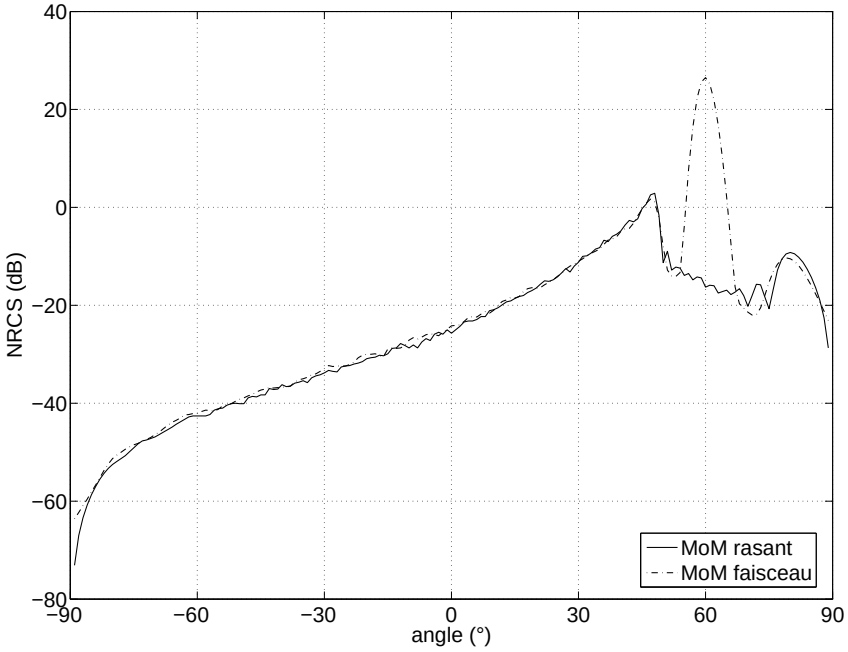
Les simulations pour la MoM rasant ont été réalisées sur le même PC que pour les surfaces gaussiennes. Le temps de calcul pour résoudre le problème par une surface de $48 \times 48\lambda$ échantillonnée avec 8 points par longueur d'onde est de 4 minutes soit un temps de 7 heures environ pour cent échantillons.

Cent échantillons de surfaces parfaitement conductrices ont été utilisés. Les comparaisons ont été faites pour trois coupures basse fréquence ($K/8$, $K/15$ et $K/30$) à une incidence de 60°. Les surfaces utilisées, pour la MoM rasant, ont une taille de $48 \times 48\lambda$ et les caractéristiques géométriques des surfaces sont $L1 = L1' = L2 = L2' = 4\lambda$ et des plateaux de 2λ. La surface est échantillonnée à huit points par longueur d'onde ce qui représente un nombre d'inconnues $N = 294912$. Pour la MoM faisceau, les surfaces utilisées ont une taille de $64\lambda \times 64\lambda$, elles sont échantillonnées avec 8 points par longueur d'onde, le nombre d'inconnues s'élève donc à $N = 524288$.

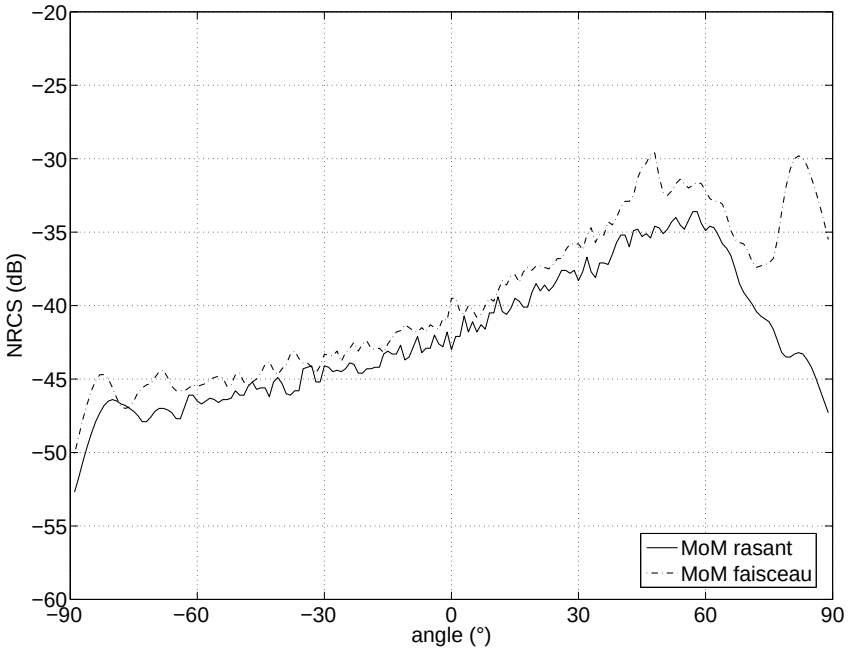
La figure 2.12(a) représente la composante HH de l'intensité diffractée obtenue avec le formalisme rasant et le formalisme classique pour une surface à spectre de rugosité en k^{-4} tronqué à $K/8$ et $4K$ éclairée à 60°, ce qui correspond à une hauteur quadratique moyenne de 0.065λ. Les deux courbes sont très proches sur l'ensemble du diagramme sauf pour les angles diffractés rasants supérieurs à $\pm 85^{\circ}$. Encore une fois, la différence au niveau du spéculaire, comme pour la surface gaussienne de rms de 0.083λ et de longueur de corrélation de 0.5λ, vient du fait que l'on trace le champ total pour la MoM faisceau et seulement la partie incohérente pour la MoM rasant. Comme pour les surfaces gaussiennes, sur la figure 2.12(b), on peut voir la différence entre l'utilisation du faisceau gaussien et de l'onde plane sur la polarisation croisée. Pour les angles diffractés inférieurs à 60°, les deux courbes présentent le même comportement, mais l'intensité diffractée calculée avec la MoM faisceau est supérieure à l'intensité diffractée calculée avec la MoM rasant d'environ 3 dB en moyenne. Pour les angles diffractés supérieurs à 60°, la différence entre les deux formalismes est beaucoup plus importante.

La figure 2.13 présente les résultats obtenus pour une coupure basse fréquence de $K/15$ ce qui correspond à une hauteur quadratique moyenne de 0.122λ. Les composantes HH de l'intensité diffractée calculées avec les deux formalismes se superposent parfaitement sauf pour les angles rasants et le spéculaire.

Sur la figure 2.14(a), l'intensité diffractée obtenue pour une surface en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ a été tracée pour la MoM rasant et la MoM faisceau avec un pas



(a) HH



(b) VH

FIG. 2.12 – *Composante HH et VH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice de spectre k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/8$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

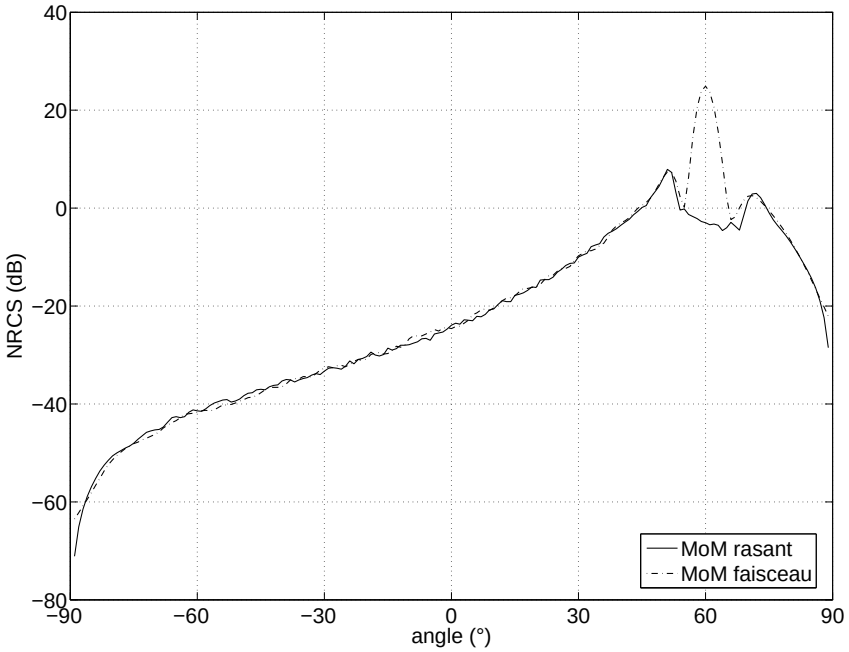
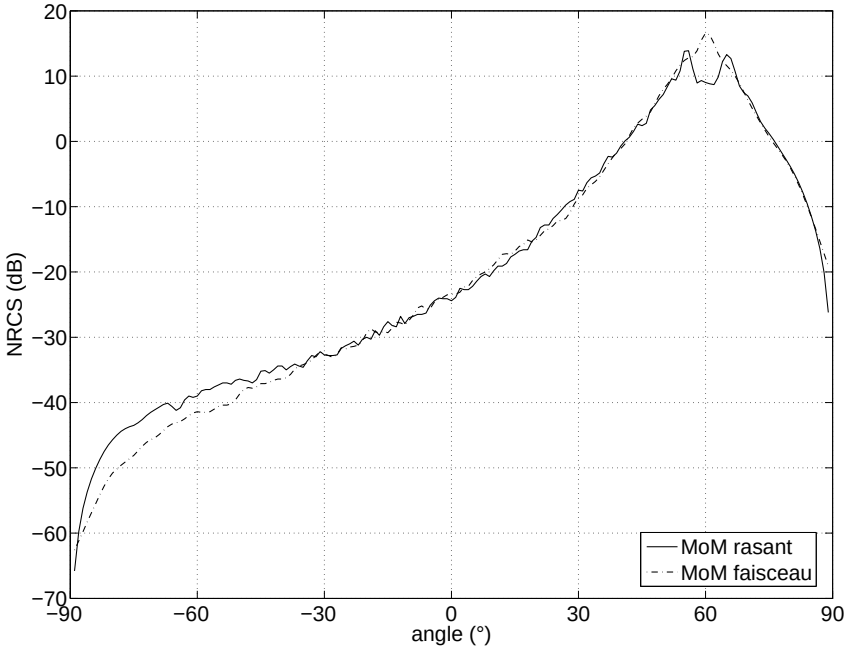


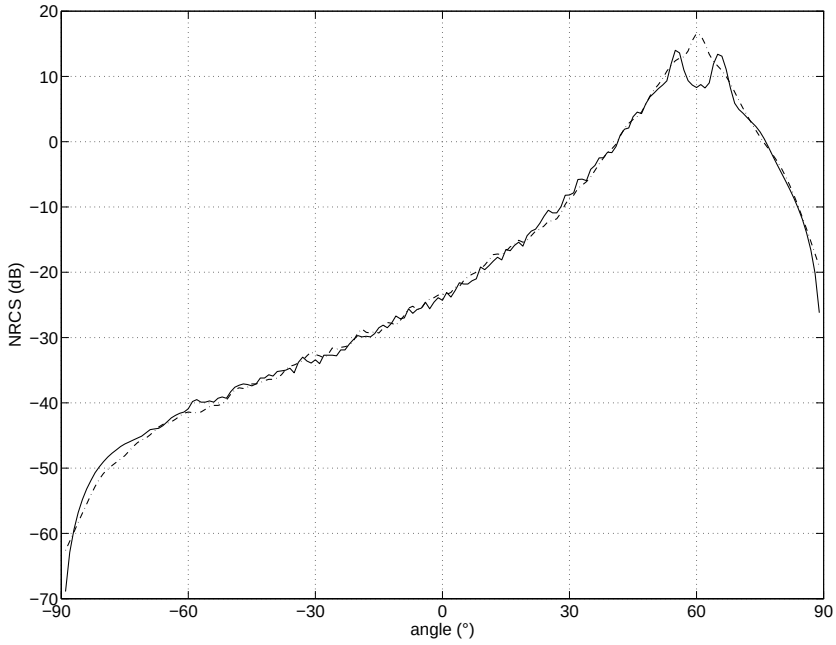
FIG. 2.13 – *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé). La surface est parfaitement conductrice de spectre k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

d'échantillonnage de 8 points par longueur d'onde. L'incidence est de 60°. On constate que la MoM rasant surestime l'intensité diffractée pour les angles diffractés supérieurs à −40°. L'écart atteint environ 5 dB. Une étude numérique pour des surfaces unidimensionnelles a montré que la longueur de la surface et des plateaux n'avaient que très peu d'influence sur l'intensité diffractée. Cette différence n'est donc pas liée à la représentation de la surface. Pour cette raison, j'ai voulu étudier l'influence du pas d'échantillonnage sur l'intensité diffractée. Si l'on augmente le nombre de points par longueur d'onde pour la MoM rasant, de 8 à 15 (figure 2.14(b)), l'écart devient très faible. A 80° (figure 2.15), l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant est tracée pour différents pas d'échantillonnage 10, 15 et 20 points par longueur d'onde. On constate que l'on converge au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de points par longueur d'onde. La différence entre 15 et 20 points est très faible.

Lorsque des grandes échelles sont introduites, on constate que la MoM rasant surestime l'intensité diffractée. Une étude numérique a montré que cette différence n'était pas liée à la longueur de la surface ou des plateaux utilisés. La résolution du problème par la MoM rasant nécessite un échantillonnage beaucoup plus important. Ce phénomène est probablement lié à la présence de l'opérateur P dans le second membre de l'équation intégrale et au fait que ses éléments



(a)



(b)

FIG. 2.14 – *Composante de la co-polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 60° en fonction de l'angle diffracté : (a) MoM rasant échantillonnée avec 8 points par longueur d'onde (trait continu) et MoM faisceau (trait pointillé), (b) MoM rasant échantillonnée avec 15 points par longueur d'onde et MoM faisceau. La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

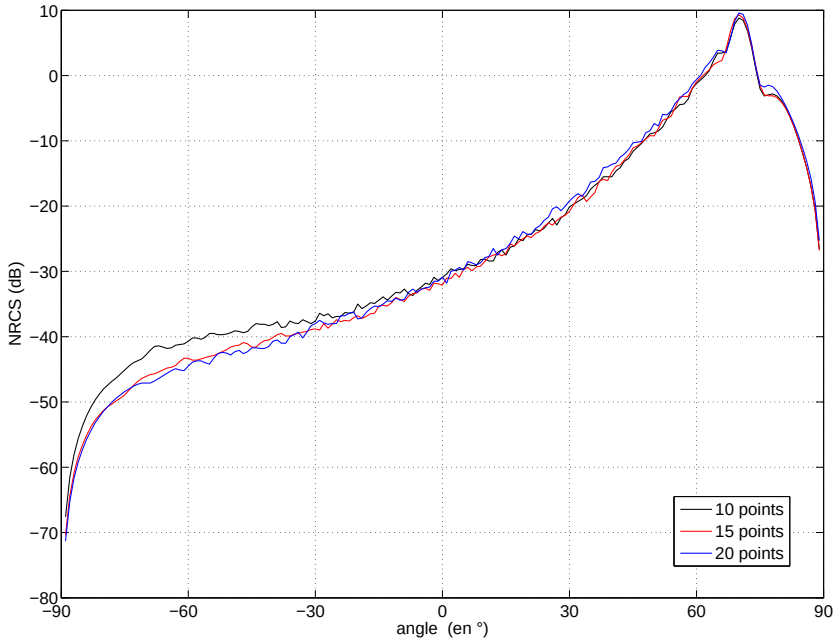


FIG. 2.15 – *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 80° en fonction de l'angle diffracté : MoM rasant échantillonnée avec 10 points par longueur d'onde (trait noir), avec 15 points par longueur d'onde (trait rouge) et avec 20 points par longueur d'onde (trait bleu). La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

diagonaux ou proches de la diagonale ne sont pas calculés de manière assez précise.

Remarque sur le F2I

Sur la figure 2.16, la méthode directe, échantillonnée à 15 points par longueur d'onde, est comparée à la méthode indirecte, échantillonnée à 8 points par longueur d'onde, pour une incidence de 80°. La F2I converge mieux lorsque des grandes échelles sont introduites que le FID. Cette différence entre les deux formalismes est probablement liée à la présence de l'opérateur P_0 appliquée au second membre du FID. En effet, pour les termes proches de la diagonale, l'intégrale est approchée par le produit de sa valeur au centre de la maille par l'aire de la surface. Cette approximation donne de bons résultats pour des opérateurs faiblement singuliers mais l'opérateur P_0 est un opérateur fortement singulier. Un calcul plus précis de ces intégrales permettrait probablement d'obtenir de meilleurs résultats. Enfin, nous pouvons utiliser des fonctions de base et de test qui permettent de conserver la continuité de nos inconnues, par exemple RWG [46]. Cependant, l'utilisation de telle fonction s'avère délicate

à mettre en oeuvre avec les techniques d'accélération utilisées [47] mais reste une solution pour traiter numériquement P_0 de manière plus précise.

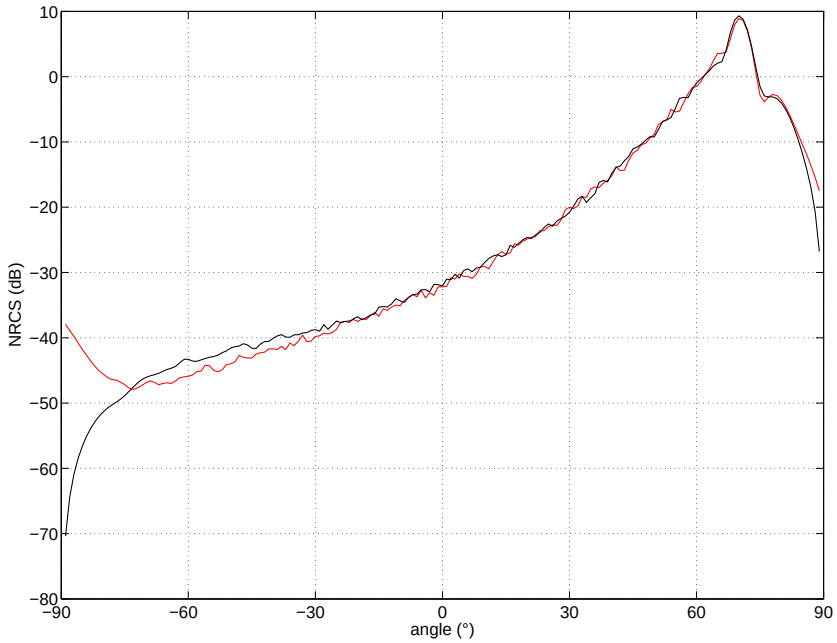


FIG. 2.16 – *Composante de la polarisation HH du coefficient bistatique normalisé pour une incidence de 80° en fonction de l'angle diffracté : F2I échantillonnée à 8 points par longueur d'onde (trait rouge) et FID (trait noir) échantillonnée à 15 points par longueur d'onde. La surface est parfaitement conductrice à spectre en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/30$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

Conclusion

L'avantage de l'utilisation du plan localement perturbé éclairé par une onde plane par rapport au modèle de la surface infinie éclairée par un faisceau, est que le nombre d'inconnues est indépendant de l'angle d'incidence ce qui permet de gagner pour les surfaces gaussiennes étudiées, un facteur 8, pour une incidence de 60°. Pour les surfaces de spectre en k^{-4}, un facteur 2 a été gagné pour 60° d'incidence. Ce facteur augmente avec l'angle d'incidence car la taille de la surface éclairée dépend de l'angle d'incidence pour le formalisme classique [7]. La taille de la surface minimum à prendre dépend des caractéristiques géométriques de la surface étudiée. Pour les surfaces de spectre en k^{-4}, la surface est plus grande que pour les surfaces gaussiennes ce qui explique la différence de facteur gagné sur le nombre d'inconnues. Cependant, pour les surfaces de spectre en loi de puissance k^{-4} se facteur sera beaucoup plus important pour des

angles rasants.

Lorsque des grandes échelles sont introduites, la résolution du problème par le formalisme intégral direct nécessite l'augmentation de l'échantillonnage, on passe de 8 points par longueur d'onde à 15 points par longueur d'onde pour une incidence de 60°. Une amélioration du calcul des éléments des matrices peut permettre de résoudre ce problème.

Des résultats pour des surfaces beaucoup plus rugueuses ont été obtenus avec la MoM rasant, comme par exemple des surfaces gaussiennes de rms 0.5λ et de lc 0.75λ, pour des incidences de 80° à 89°.

2.6 Etude numérique du comportement du champ diffracté aux grands angles

Dans le chapitre 1, le comportement du champ diffracté aux angles rasants a été étudié. Il a été montré que, pour le problème infiniment conducteur en polarisation HH, le champ diffracté tendait vers zéro comme qq_0 et donc l'intensité diffractée tendait vers zéro comme $q^2q_0^2$. Nous allons étudier le domaine de validité de ce comportement numériquement. Pour plus de lisibilité, les dépendances en $\mathbf{k}$ et $\mathbf{k_0}$ sont implicites. De plus, seule la contribution incohérente de l'intensité diffractée est considérée.

2.6.1 Comportement en q_0 du champ

Le développement limité en q_0 de l'amplitude diffractée s'écrit :

$$S(q,q_0) \approx S(q,0) + q_0 \left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} = q_0 \left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} \tag{2.10}$$

Pour la polarisation HH et d'après la formule (1.68),

$$\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} = \left\{\frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'}\left[i\sin\big(qh(\mathbf{r})\big)\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial q_0} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial q_0}\right) + q\cos\big(qh(\mathbf{r})\big)\hat{\mathbf{k}}\cdot\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial q_0}\right]e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,d\Sigma'\right\}_{q_0=0}$$

Pour le métal infiniment conducteur,

$$\left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} = -\mathbf{n}\wedge\left(\frac{\partial(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r})}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} \tag{2.11}$$

et $\left(\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} = j^{(1)}$ se détermine en résolvant l'équation intégrale :

$$\left(\frac{1}{2}+M_0\right)\left(\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} = -\frac{i}{\omega\mu_0}P_0\;\mathbf{n}\wedge\left(\frac{\partial(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r})}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} \tag{2.12}$$

Le premier terme du développement limité en q_0 de l'amplitude diffractée peut être déterminé numériquement.
Sur la figure 2.17, la composante x de l'inconnue **j** (j_x) dans le plan d'incidence est tracée pour une incidence de 87° ainsi que la composante x de $q_0(87^\circ)j^{(1)}$, pour une polarisation incidente Horizontale. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice gaussienne de hauteur quadratique moyenne 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ. On constate que les courbes se superposent très bien. Ce comportement se retrouve pour la composante y de notre inconnue et quel que soit le plan dans lequel on regarde. Pour le problème du métal infiniment conducteur éclairé par un champ polarisé H, l'inconnue **j** se comporte comme $O(q_0)$.

Sur la figure 2.18, le module carré du premier terme du développement en q_0 de l'amplitude diffractée a été tracé pour la même surface ainsi que pour une surface de spectre en k^{-4} tronqué à $K/15$ et $4K$.

Sur la figure 2.19, l'intensité diffractée obtenue à partir de l'équation (1.68) est comparée à l'intensité diffractée calculée grâce au développement au premier ordre de l'intensité en q_0 pour une surface parfaitement conductrice gaussienne. Pour une incidence de 89° et 87°, les deux courbes se superposent parfaitement. A 80°, les deux courbes sont encore très proches. A 60°, la différence atteint environ 3 dB sur l'ensemble du diagramme. Comme pour la surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation de 0.5λ, les intensités diffractées obtenues par les équations (1.68 et 2.10) ont été tracées sur la figure 2.20 pour plusieurs incidences. A 89° et 87°, les deux courbes se superposent parfaitement comme pour la surface gaussienne. A 80° d'incidence, il y a une différence qui apparaît aux alentours de 60°. La surface ayant une faible hauteur, l'intensité diffractée est directement liée au spectre. Cette différence provient donc de la coupure du spectre et de l'incidence. A 60°, pour les angles diffractés inférieurs à -60° les deux courbes se suivent très bien. Au delà, l'erreur augmente, elle atteint environ 10 dB à 50°.
L'expérience numérique montre que la différence entre l'intensité diffractée calculée de manière rigoureuse et calculée à l'aide du développement limité en q_0 reste inférieur à 1 dB pour des angles d'incidence supérieurs à 70° pour ces deux surfaces de faible hauteur.

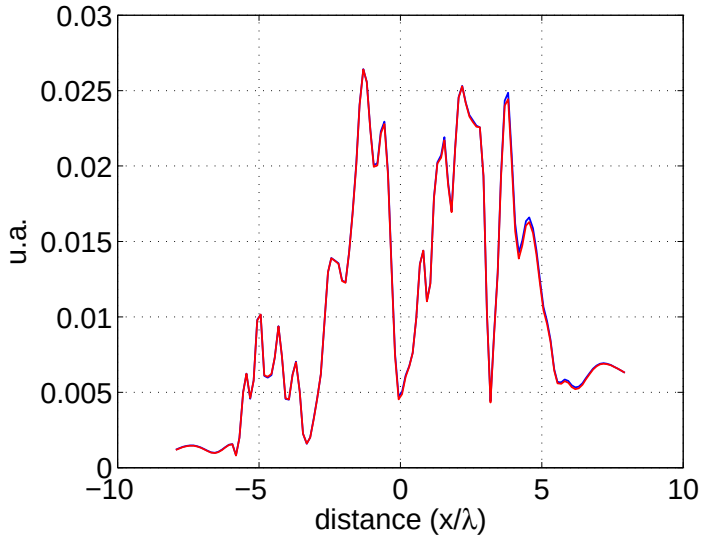
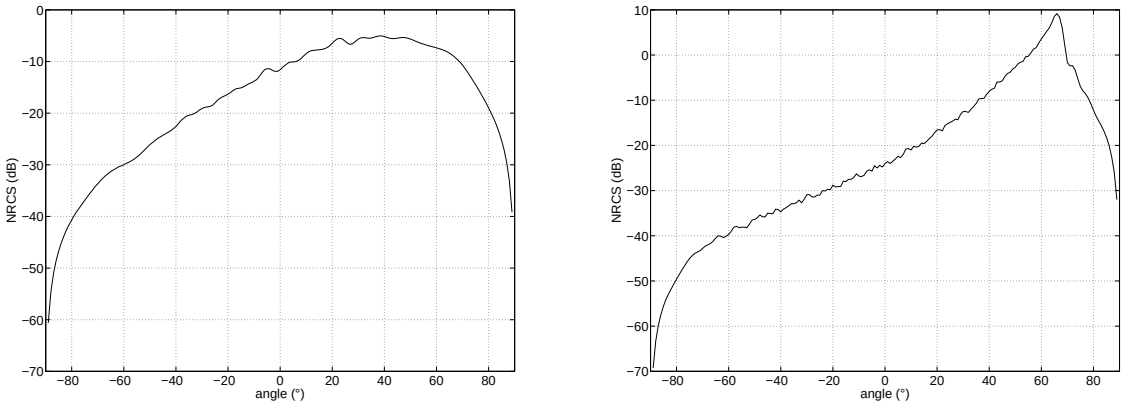
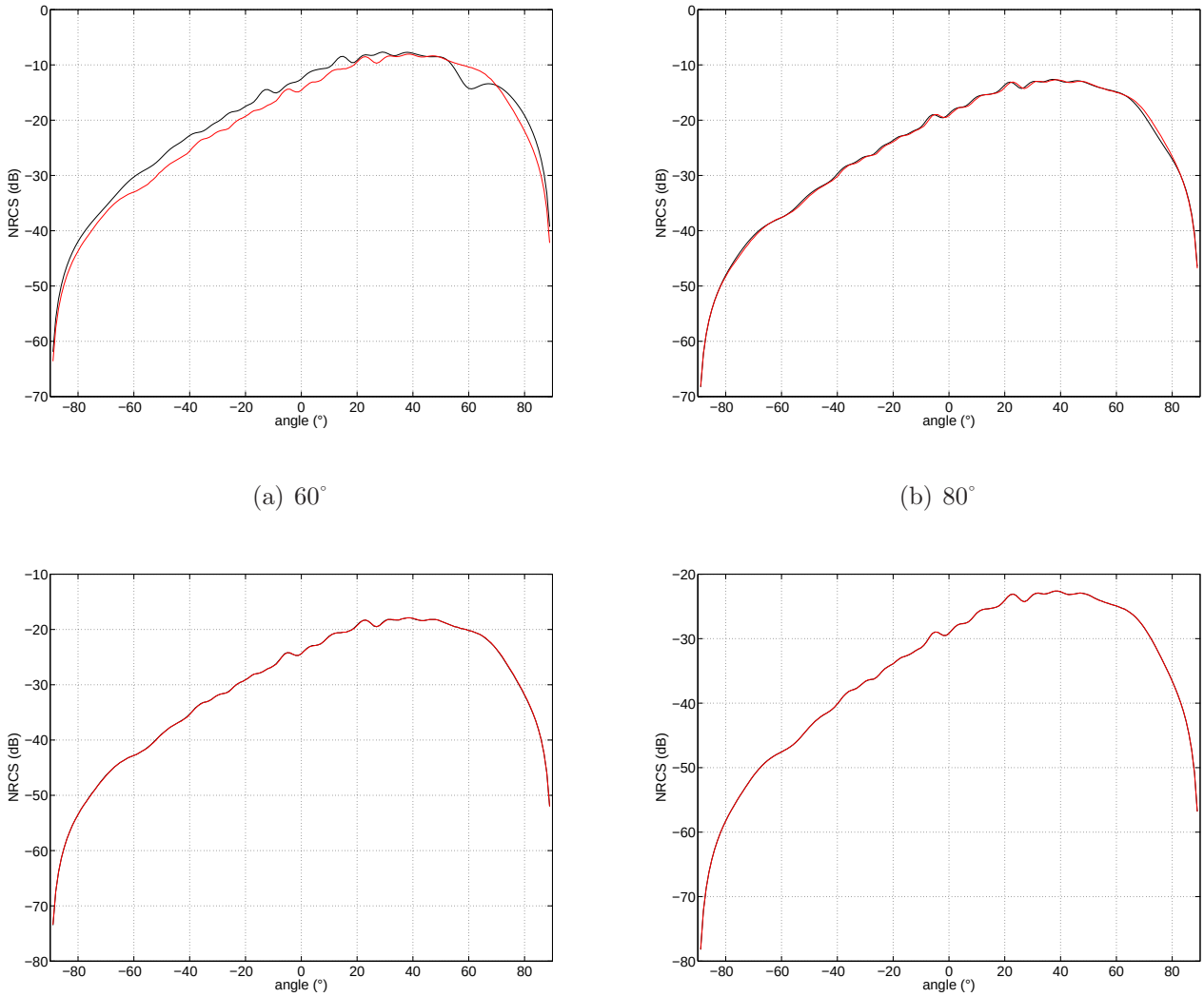


FIG. 2.17 – *Module de la composante x de l'inconnue* $\mathbf{j}$ *pour* 87° *(trait bleu) et le produit* $q_0(87^\circ)j_x^{(1)}$ *(trait rouge), pour une polarisation incidente Horizontale. La surface utilisée est une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



(a) (b)

FIG. 2.18 – *Module carré de* $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0}$ *: (a) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*, (b) surface en* k^{-4} *avec une coupure basse fréquence de* $K/15$ *et une coupure haute fréquence de* $4K$.



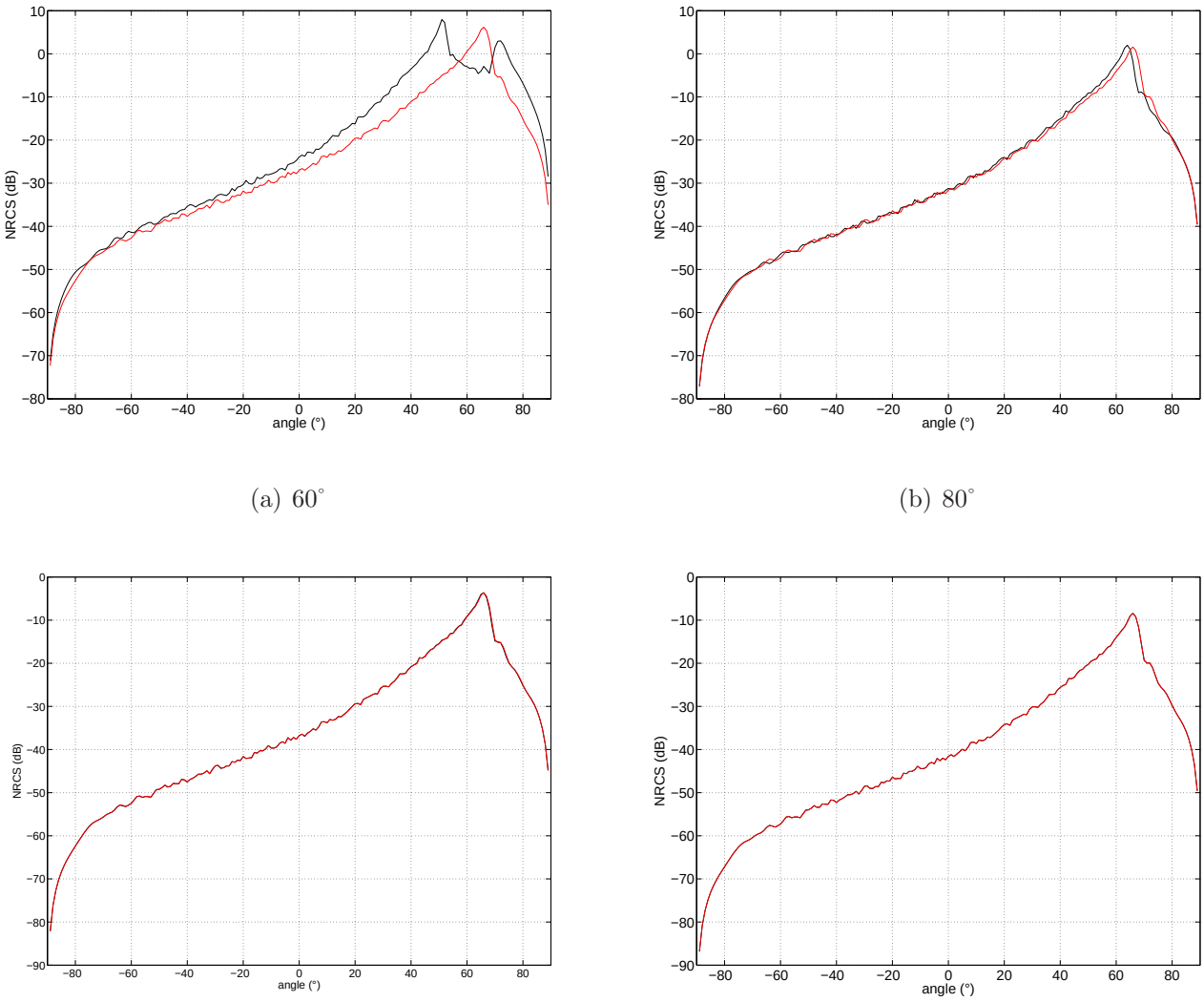
(a) 60°

(b) 80°

(c) 87°

(d) 89°

FIG. 2.19 – *Comparaison entre l'intensité diffractée incohérente obtenue à partir de (1.68) (trait noir) et obtenue à partir de (2.10) (trait rouge), pour une incidence de 60°, 80°, 87° et 89°. La surface utilisée est une surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



(a) 60°

(b) 80°

(c) 87°

(d) 89°

FIG. 2.20 – *Comparaison entre l'intensité diffractée incohérente obtenue à partir de (1.68) (trait noir) et obtenue à partir de (2.10) (trait rouge), pour une incidence de 60°, 80°, 87° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice en k^{-4} avec une coupure basse fréquence de $K/15$ et une coupure haute fréquence de $4K$.*

2.6.2 Comportement en q du champ

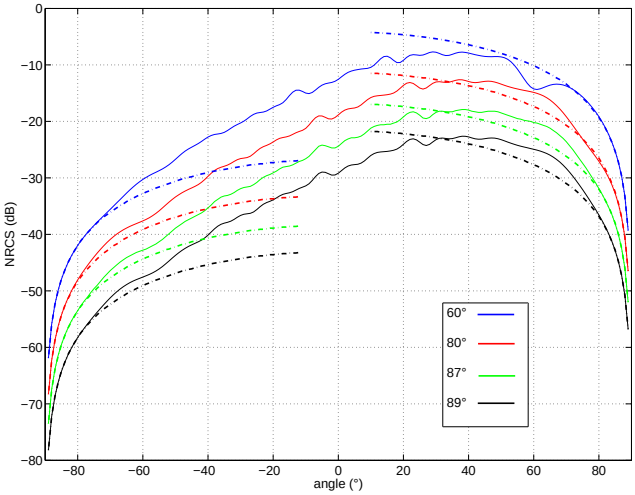
Une étude similaire peut être menée pour les angles diffractés. Comme précédemment, il est possible d'écrire le développement limité en q de l'amplitude diffractée :

$$S(q,q_0) \approx S(0,q_0) + q\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0} = q\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0} \tag{2.13}$$

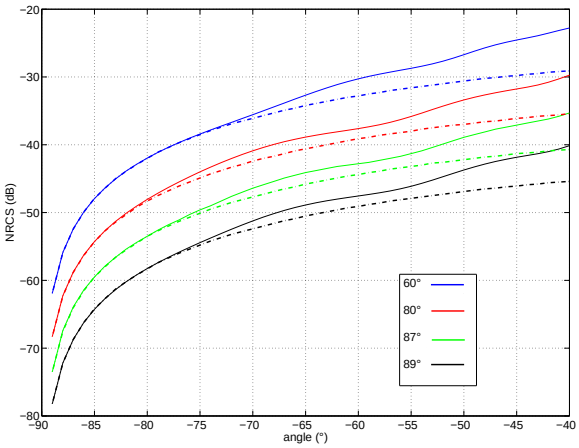
Pour le métal infiniment conducteur en polarisation HH :

$$\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0} = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'}\left\{ih(\mathbf{r})\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j}\right) + \hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}\right\}e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,d\Sigma' \tag{2.14}$$

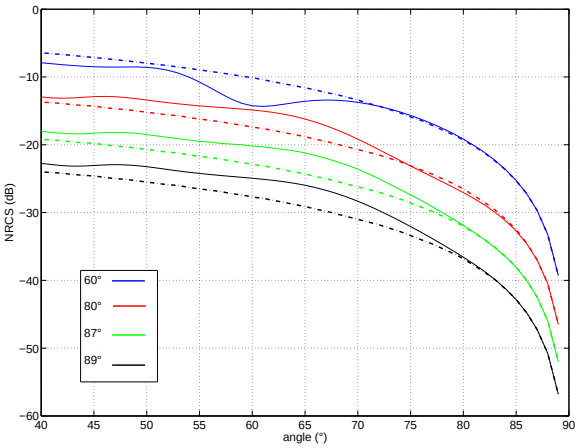
Sur la figure 2.21, l'intensité diffractée incohérente calculée à partir de la formule (2.13) est comparée à l'intensité diffractée calculée avec (1.68) pour des surfaces gaussienne de rms 0.083λ et de lc 0.5λ. Pour les angles diffractés arrières, on peut voir que la différence entre l'intensité diffractée obtenue rigoureusement et son développement en q reste faible (< 1 dB) pour des angles diffractés inférieurs à -70°. Pour les angles diffractés avants, la différence reste faible pour des angles diffractés supérieurs à 75°.
Pour les surfaces en spectre k^{-4} tronqué à $K/15$ et $4K$, figure 2.22, la conclusion est la même pour les angles diffractés arrières. Pour les angles diffractés avants, le développement en q de l'amplitude diffractée reste valable (écart < 1 dB) pour des angles diffractés supérieurs à 80°.
Regardons maintenant le développement du champ diffracté en q et q_0.



(a)

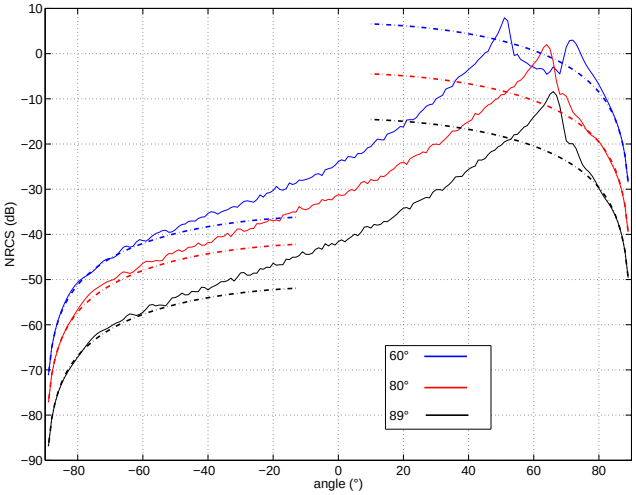


(b) arrière

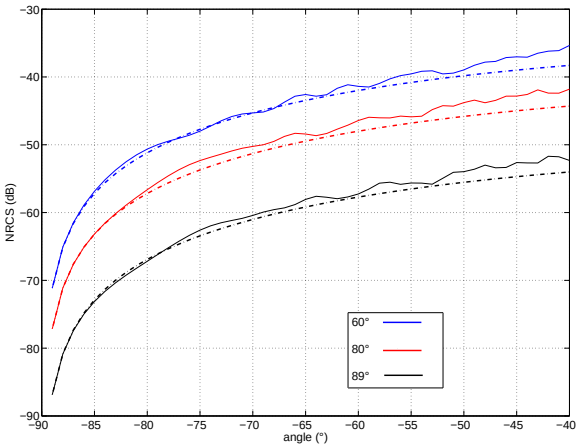


(c) avant

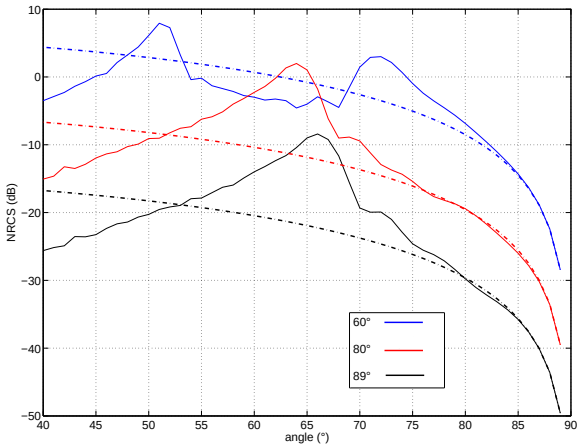
FIG. 2.21 – *Module carré de* $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0}$ *(courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : (a) et (c) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



(a)



(b) arrière



(c) avant

FIG. 2.22 – *Module carré de* $\left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0}$ *(courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : surface en* k^{-4} *avec une coupure basse fréquence de* $K/15$ *et une coupure haute fréquence de* $4K$*.*

2.6.3 Comportement en qq_0 du champ

Le développement au premier ordre du champ diffracté en q et q_0 s'écrit :

$$\begin{aligned} S(q,q_0) &\approx S(0,0) + q_0 \left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q_0}\right)_{q_0=0} + q \left(\frac{\partial S(q,q_0)}{\partial q}\right)_{q=0} + \frac{q^2}{2}\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q^2}\right)_{q=0} \\ &+ \frac{q_0^2}{2}\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q_0^2}\right)_{q_0=0} + qq_0 \left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q \partial q_0}\right)_{q=q_0=0} + o(qq_0) \end{aligned}$$

D'après l'équation (1.68), il est possible d'écrire :

$$\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q^2}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'} \left\{-ih^2(\mathbf{r})\cos\left(qh(\mathbf{r})\right)A + B\left[-2h(\mathbf{r})\sin\left(qh(\mathbf{r})\right) - qh^2(\mathbf{r})\cos\left(qh(\mathbf{r})\right)\right]\right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\, d\Sigma'$$

Avec $A = k\hat{\mathbf{z}}\cdot\mathbf{m} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\mathbf{j}$ et $B = \hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{m}$.

$$\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q_0^2}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'} \left[i\sin\left(qh(\mathbf{r})\right)\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{m}}{\partial q_0^2} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{j}}{\partial q_0^2}\right) + q\cos\left(qh(\mathbf{r})\right)\hat{\mathbf{k}}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{m}}{\partial q_0^2}\right] e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\Sigma'$$

Pour $q=0$, $\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q^2}\right) = 0$. Pour déterminer $\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q_0^2}\right)$, il faut résoudre l'équation :

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\left(\frac{\partial^2\mathbf{j}}{\partial q_0^2}\right) = -\frac{i}{\omega\mu_0}P_0\ \mathbf{n}\wedge\left(\frac{\partial^2(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r})}{\partial q_0^2}\right) \tag{2.15}$$

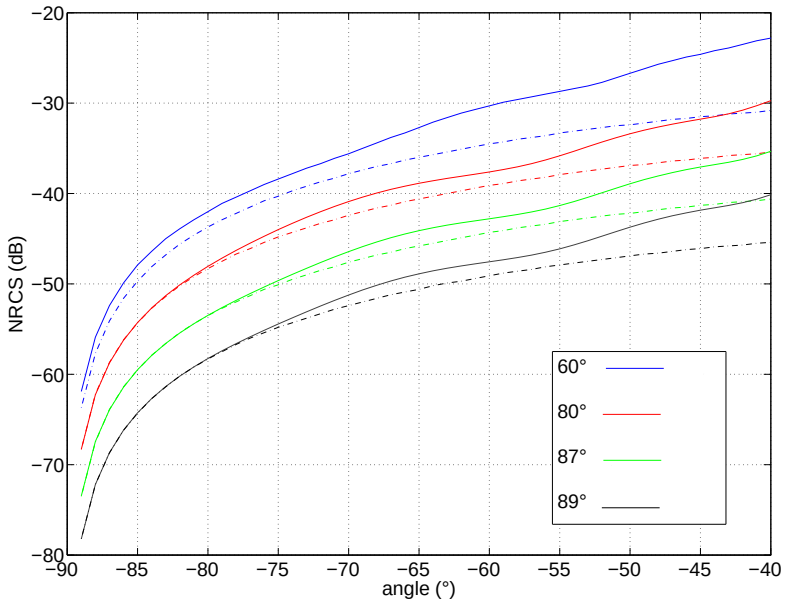
Or, pour $q_0 = 0$, $\mathbf{n}\wedge\left(\frac{\partial^2(\mathbf{E^i}+\mathbf{E^r})}{\partial q_0^2}\right) = 0$ et par conséquent $\left(\frac{\partial^2\mathbf{j}}{\partial q_0^2}\right) = 0$. La dérivée seconde de l'amplitude diffractée par rapport à q_0 est donc nulle. Le terme dominant du développement en q et q_0 du champ diffracté s'écrit :

$$S(q,q_0) \approx qq_0\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q \partial q_0}\right)_{q=q_0=0} + o(qq_0)$$

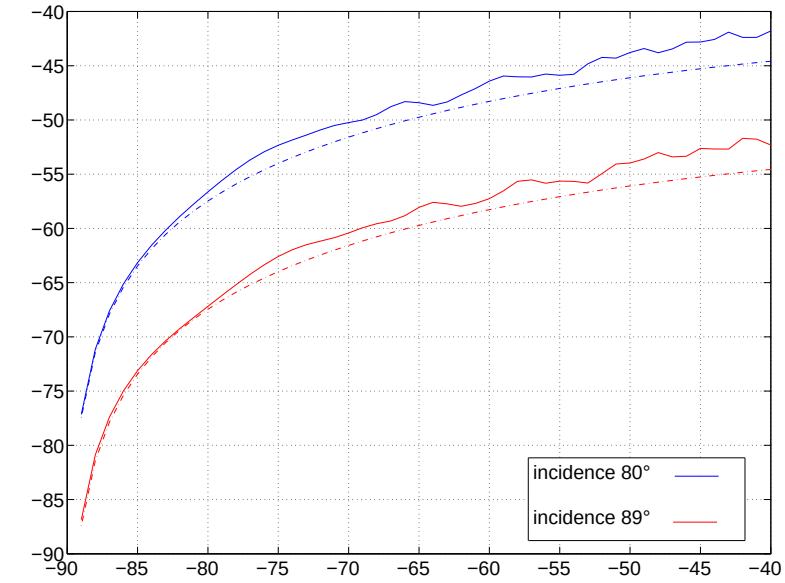
Avec :

$$\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q \partial q_0}\right)_{q=q_0=0} = \frac{1}{2\pi}\int_{\Sigma'}\left\{ih(\mathbf{r})\left(k\hat{\mathbf{z}}\cdot\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial q_0} + \omega\mu_0\hat{\mathbf{h}}\cdot\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial q_0}\right) + \hat{\mathbf{k}}\cdot\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial q_0}\right\}_{q_0=0} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\, d\Sigma' \tag{2.16}$$

Pour les deux types de surface utilisés, le comportement du champ diffracté en qq_0, et donc en $(qq_0)^2$ de l'intensité diffractée, est vérifié pour des angles d'incidence supérieurs à 70° et des angles diffractés inférieurs à -70°, c'est-à-dire que la différence entre l'intensité diffractée obtenue par le développement en qq_0 de l'amplitude diffractée et par l'expression rigoureuse (1.68) est inférieure à environ 1 dB. La figure 2.23 présente ces résultats.



(a) gaussienne



(b) k^{-4}

FIG. 2.23 – *Module carré de* $\left(\frac{\partial^2 S(q,q_0)}{\partial q \partial q_0}\right)_{q=q_0=0}$ *(courbes en pointillées) et intensité diffractée calculée par (1.68) (traits pleins) : (a) surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ*, (b) surface en* k^{-4} *avec une coupure basse fréquence de* $K/15$ *et une coupure haute fréquence de* $4K$*.*

2.6.4 Conclusion

Le comportement de l'intensité diffractée en $(qq_0)^2$ a été étudié numériquement pour une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation de 0.5λ, et pour une surface en k^{-4} tronqué à $K/15$ et $4K$. Pour ces surfaces, le comportement en $(qq_0)^2$ de l'intensité diffractée est vérifié pour des angles d'incidence supérieurs à 70° et des angles diffractés inférieurs à -70°. La différence entre l'intensité diffractée obtenue par le développement de l'amplitude diffractée en qq_0 et son expression rigoureuse reste inférieure à 1 dB. Grâce au comportement en qq_0 de l'amplitude diffractée, il est possible à partir du calcul de $\partial^2 S \partial q \partial q^0$ calculé à 90°, de déterminer l'intensité diffractée pour des angles rasants différents. Ces résultats ont été établis pour des surfaces peu rugueuses. A partir du développement en qq_0 de l'amplitude diffractée, il est possible à l'aide d'un calcul à 70°, de déterminer l'intensité diffractée jusqu'à 90° pour les surfaces rugueuses utilisées.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode de discrétisation et de résolution des équations intégrales a été rappelée brièvement. Les F2I et FID ont été comparés pour des surfaces à spectres gaussien et en k^{-4}. Nous avons pu voir que la présence d'ondes de surface et la troncature numérique du domaine d'étude engendraient des problèmes sur l'intensité diffractée. Seul le FID permet de supprimer la contribution des ces ondes de surfaces. Les comparaisons entre le FID et le formalisme rasant ont été réalisées pour une incidence modérée de 60°. Le FID permet de retrouver les résultats du formalisme classique. L'utilisation d'une onde plane incidente permet d'estimer plus précisément la polarisation croisée. Cependant, pour des surfaces en k^{-4}, l'échantillonnage de la surface doit être plus important lorsque des grandes échelles sont ajoutées. Pour des incidences rasantes, le F2I permet de corriger ce problème mais pas celui lié à la contribution des ondes de surface dans le champ diffracté.

Le comportement en q^2 et q_0^2 de l'intensité diffractée a été présenté pour des surfaces à spectre gaussien et à spectre en loi de puissance. Le domaine de validité de ce comportement a été étudié. Pour les surfaces rugueuses utilisées, ce comportement reste valable (erreur inférieure à 1 dB) pour des angles d'incidence et diffractés supérieurs à 70°.

Actuellement, nous avons un code Fortran qui permet de résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses bidimensionnelles parfaitement conductrices en polarisation incidente H.

Chapitre 3

Etude de méthodes approchées en incidence rasante

Dans cette partie, nous allons étudier deux méthodes approchées : la méthode des petites perturbations au premier ordre (SPM1) et la méthode des faibles pentes au premier ordre (SSA1). Il existe deux grandes familles de méthodes approchées. La première famille de méthodes consiste à estimer les courants de surface et à les faire rayonner, l'approximation de Kirchhoff fait partie de cette famille. La deuxième famille, à laquelle appartiennent SPM et SSA, cherche à estimer l'amplitude diffractée en intégrant un nombre plus ou moins important de contraintes physiques sur cette amplitude. Dans tout ce qui suit, seuls les résultats adaptés au métal infiniment conducteur sont présentés.

3.1 L'approximation de Kirchhoff

Avec la méthode des petites perturbations, l'approximation de Kirchhoff est la plus ancienne et la plus utilisée des méthodes approchées. L'approximation de Kirchhoff est valable pour des surfaces qui ont un grand rayon de courbure ou des surfaces dites "douces". L'approximation de Kirchhoff est aussi connue sous le nom d'approximation du plan tangent. Dans ce modèle, le champ en un point **R** sur la surface est égal au champ qui serait produit par le plan tangent à ce point. Ainsi, il dépend seulement des coefficients de réflexion de Fresnel calculés pour l'incidence locale. L'approximation de Kirchhoff est une approximation locale dans lequel le champ au point **R** de la surface ne dépend pas des autres points. Elle ne prend pas en compte l'effet de la diffraction multiple et les effets de courbure. L'approximation de Kirchhoff est

considérée valable pour les surfaces qui ondulent gentiment et pour des angles d'incidences où les phénomènes d'ombrage et les effets de la diffusion multiple sont négligeables. L'amplitude diffractée dans l'approximation de Kirchhoff s'écrit :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) \;=\; \frac{\mathbb{K}\,(\mathbf{k_0})}{q+q_0}\int e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})}e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{r}}d\mathbf{r} \tag{3.1}$$

avec $\mathbb{K}$, la matrice de Kirchhoff définie comme :

$$\mathbb{K} = \begin{pmatrix} \Big[(K^2+qq_0)\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0} - kk_0\Big] & K(q+q_0)(\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0}\wedge\hat{\mathbf{k}})\cdot\hat{\mathbf{z}} \\ K(q+q_0)(\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0}\wedge\hat{\mathbf{k}})\cdot\hat{\mathbf{z}} & -\Big[(K^2+qq_0)\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0} + kk_0\Big] \end{pmatrix}$$

Chacun des éléments de la matrice représente la configuration des polarisations incidente et diffractée (qui peuvent être Verticale ou Horizontale). La convention utilisée ici est la suivante :

$$\begin{pmatrix} V_dV_i & V_dH_i \\ H_dV_i & H_dH_i \end{pmatrix}$$

où les indices i et d représentent les bases incidente et diffractée. Par exemple, l'élément H_dV_i signifie que la polarisation de l'onde incidente est Verticale et celle de l'onde diffractée Horizontale. Toutes les matrices présentées seront écrites selon la même convention.

Il n'existe pas de critère simple pour définir le domaine de validité de l'approximation du plan tangent, cependant, la longueur de corrélation de la surface est un critère important. Par exemple, pour une surface de hauteur quadratique moyenne modérée ($K\sigma < 3$) et un spectre gaussien, l'approximation de Kirchhoff est connue comme donnant de bons résultats pour les surfaces dont la longueur de corrélation est trois fois plus grande que la longueur d'onde [48]. Il existe d'autres critères comme par exemple $K\ r_c\cos^3\theta_i >> 1$, avec r_c le rayon de courbure [49]. Le problème de l'approximation de Kirchhoff est qu'elle n'est pas valable pour les angles rasants. En effet, l'amplitude diffractée ne présente pas le comportement en qq_0. De plus, le critère $K\ r_c\cos\theta_i >> 1$ n'est plus vérifié. Par exemple, pour une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et un angle d'incidence de 80°, on a $K\ r_c\cos\theta_i \approx 3$. Pour ces raisons, l'approximation de Kirchhoff ne sera pas étudiée dans la suite des méthodes approchées. Des améliorations ont été apportées à l'approximation de Kirchhoff, avec l'ajout de fonctions d'ombrage (voir le chapitre 4.3.1) par exemple, ou la prise en compte de termes supplémentaires dans la série de Kirchhoff [50, 51].

3.2 La méthode des petites perturbations

La méthode des petites perturbations (à l'ordre 1) a été introduite par Rayleigh pour la diffraction des ondes acoustiques par une surface rugueuse. Elle est valable pour des surfaces rugueuses dont la hauteur est petite devant la longueur d'onde ($|K_0 h(x,y)| << 1$). Elle a été adaptée par Fano pour les réseaux optiques puis par Rice pour des surfaces parfaitement conductrices unidimensionnelles [48, 49]. Cette méthode peut s'obtenir grâce à la décomposition en ondes planes du champ diffracté au dessus de la surface. Cette décomposition est supposée valable aussi sur la surface rugueuse. A partir du développement perturbatif en $K_0\sigma$ du champ diffracté sur la surface rugueuse et des conditions de continuité du champ électrique et magnétique, il est possible de déterminer l'amplitude diffractée. Pour l'ordre zéro et le premier ordre, l'amplitude diffractée s'écrit :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) \quad = \quad q_0\mathbb{R} - i\mathbb{B}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})\hat{h}(\mathbf{k}-\mathbf{k_0}) \tag{3.2}$$

où $\hat{h}(\xi)$ est la transformée de Fourier de la hauteur. $\mathbb{B}$ est le noyau de Bragg, il s'écrit pour le métal infiniment conducteur :

$$\mathbb{B} = 2 \begin{pmatrix} K^2\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0} - kk_0 & Kq_0(\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0}\wedge\hat{\mathbf{k}})\cdot\hat{\mathbf{z}} \\ Kq(\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0}\wedge\hat{\mathbf{k}})\cdot\hat{\mathbf{z}} & -qq_0\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}_\mathbf{0} \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}$ s'écrit :

$$\mathbb{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A noter que lorsque q et q_0 tendent vers zéro, le comportement en qq_0 de l'amplitude diffractée est explicite pour la polarisation HH. Pour la polarisation VV, le comportement est en $O(1)$. Pour une surface rugueuse aléatoire, la section efficace incohérente s'écrit :

$$\langle\sigma\rangle = (qq_0)^2|\mathbb{B}\,(\mathbf{k},\mathbf{k_0})\,|^2\hat{C}(\mathbf{k}-\mathbf{k_0}) \tag{3.3}$$

avec $\hat{C}(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})$, la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de la surface.

3.3 La méthode des faibles pentes

La méthode des faibles pentes (SSA, Small Slope Approximation) a été proposée par Voronovich comme une théorie unifiée qui permet de faire le lien entre SPM et KA [29, 48, 52, 53,

54, 55]. Elle repose sur un ansatz de structure de l'amplitude diffractée et de la propriété de transformation de phase de l'amplitude diffractée lors d'une translation :

$$\begin{aligned} \text{horizontale :}\mathbf{r} &\rightarrow \mathbf{r}+\mathbf{d} \rightarrow \mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) \rightarrow \mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{d}} \\ \text{verticale :}h &\rightarrow h+a \rightarrow \mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) \rightarrow \mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})e^{-i(q+q_0)a} \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) = \int e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})}e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{r}}\mathbb{L}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};h(\mathbf{r}),\mathbf{r})d\mathbf{r}$$

$\mathbb{L}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};h(\mathbf{r}),\mathbf{r})$ est une fonctionnelle inconnue de la surface qui doit être invariante par translation. L'intégrale obtenue est de la même forme que celle obtenue pour l'approximation de Kirchhoff mais avec un noyau différent. Le développement fonctionnel de ce noyau en h s'écrit :

$$\mathbb{L}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};h(\mathbf{r}),\mathbf{r}) = \mathbb{L}_0(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\mathbf{r}) + \int h(\mathbf{r}')\mathbb{L}_1(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\mathbf{r},\mathbf{r}')d\mathbf{r}' + ...$$

Les coefficients inconnus sont déterminés de façon à obtenir les résultats de SPM à la limite lorsque la hauteur tend vers zéro, à tous les ordres. Finalement, l'amplitude diffractée de SSA au premier ordre s'écrit :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) = \frac{\mathbb{B}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})}{q+q_0}\int e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})}e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{r}}d\mathbf{r} \tag{3.5}$$

où $\mathbb{B}$ est le noyau de Bragg introduit précédemment. SSA1 présente donc le même comportement en qq_0 pour l'amplitude diffractée que SPM1 aux angles rasants.
Pour une surface rugueuse aléatoire, la section efficace incohérente s'écrit :

$$\sigma = \frac{4q^2q_0^2}{(q+q_0)^2}|(\mathbb{B}\,(\mathbf{k},\mathbf{k_0})\,|^2\hat{F}\,(\mathbf{k}-\mathbf{k_0};q+q_0) \tag{3.6}$$

avec :

$$F\,(\mathbf{k}-\mathbf{k_0};q+q_0) = \left\langle e^{-i(q+q_0)(h(\mathbf{r})-h(\mathbf{0}))}\right\rangle - \left\langle e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})}\right\rangle\left\langle e^{+i(q+q_0)h(\mathbf{0})}\right\rangle \tag{3.7}$$

et $\hat{F}$ sa transformée de Fourier.

3.4 Comparaisons entre le formalisme intégral rasant, SPM1 et SSA1

3.4.1 Comparaison méthode de Monte-Carlo et version statistique de SPM1 et SSA1

Sur la figure 3.1, les résultats obtenus avec deux cents échantillons de surface gaussienne parfaitement conductrice de hauteur quadratique moyenne 0.083λ et de longueur de corrélation

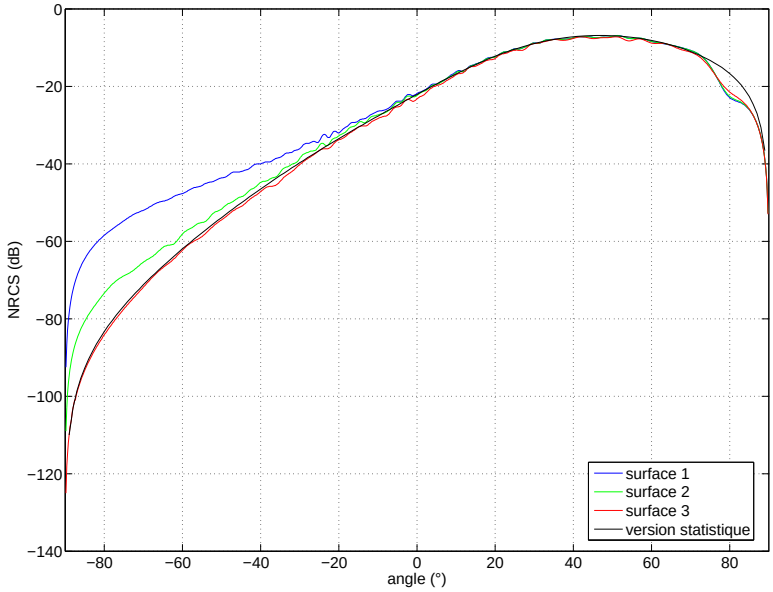
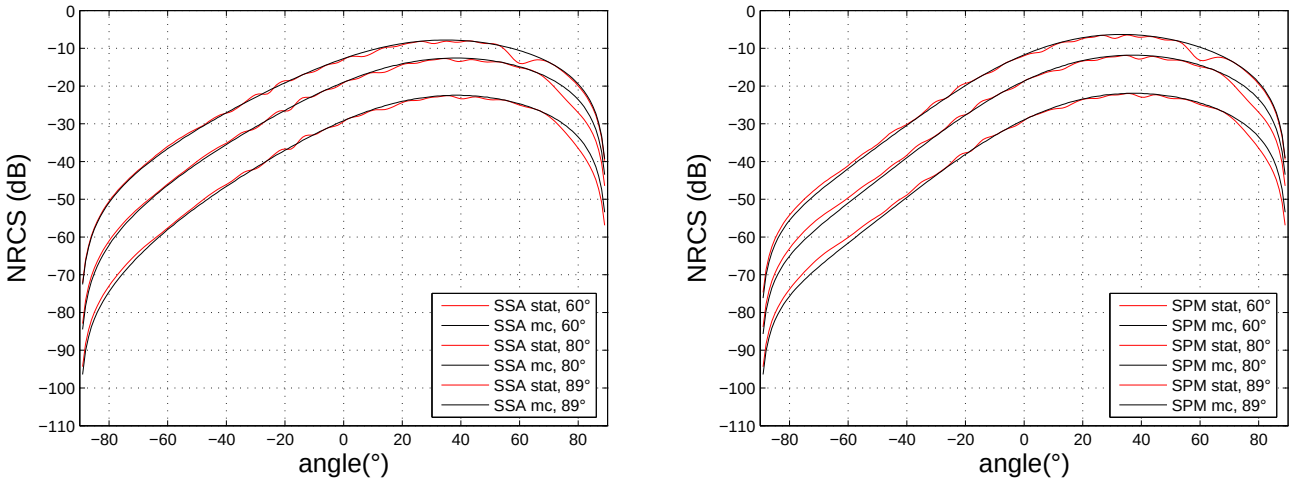
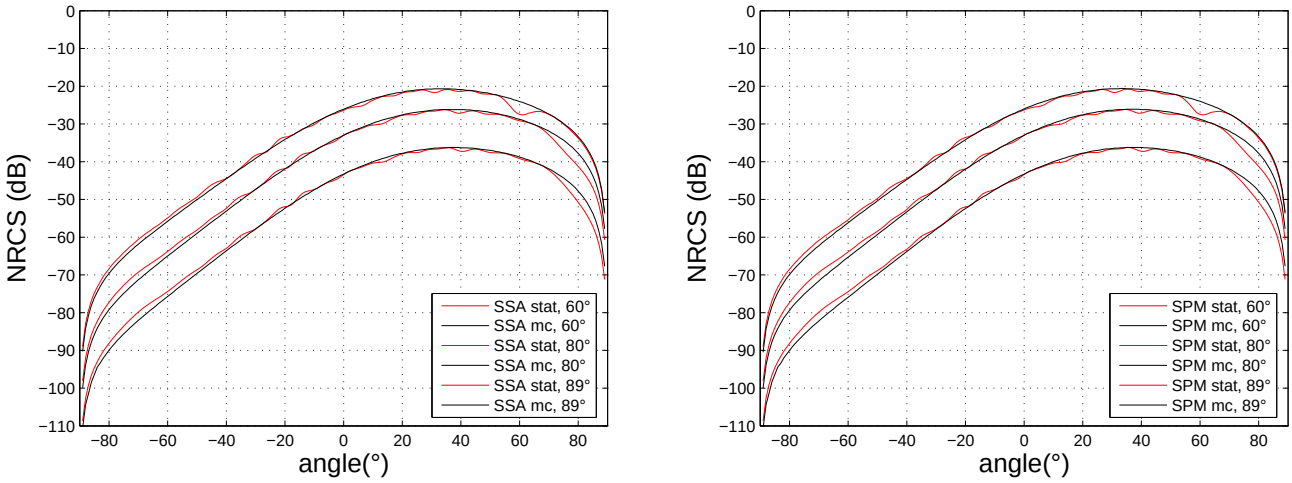


FIG. 3.1 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SSA1 statistique (trait noir) et SSA1 Monte Carlo (trait rouge, bleu et vert) pour différents paramètres d'apodisation de la surface, et une incidence de 80°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.75λ.



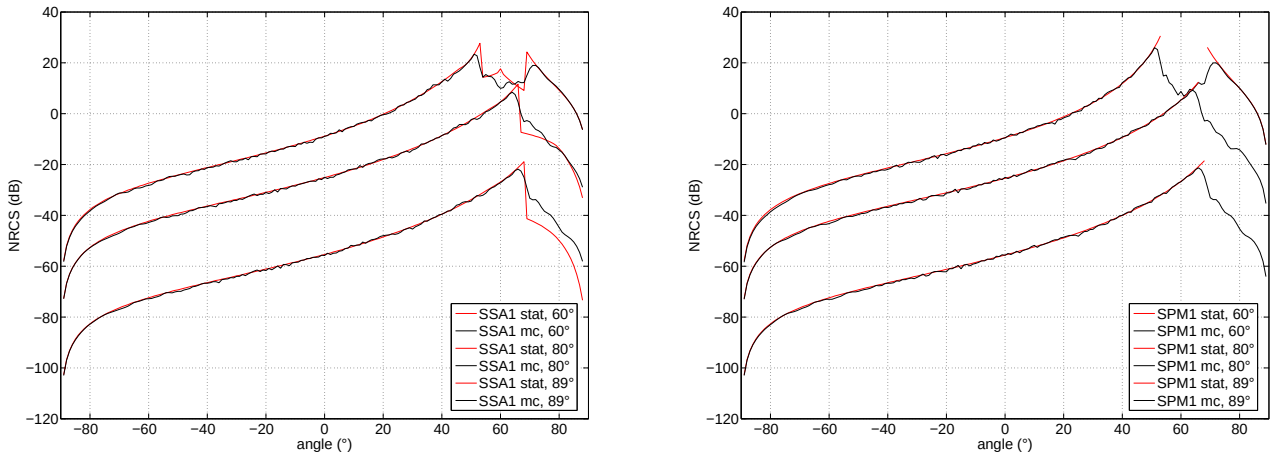
(a) SSA (b) SPM

FIG. 3.2 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SSA1 statistique (trait noir) et SSA1 Monte Carlo (trait rouge), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



(a) SSA (b) SPM

FIG. 3.3 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec SPM1 statistique (trait noir) et SPM1 Monte Carlo (trait rouge), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices de spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.016λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



(a) SSA (b) SPM

FIG. 3.4 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec les versions statistiques (trait noir) et Monte Carlo (trait rouge) de SSA1 et SPM1, pour une incidence de 60°, 80° et 89°. Les surfaces utilisées sont des surfaces parfaitement conductrices à spectre de puissance avec* $k_l = K/15$ *et* $k_u = 4K$.

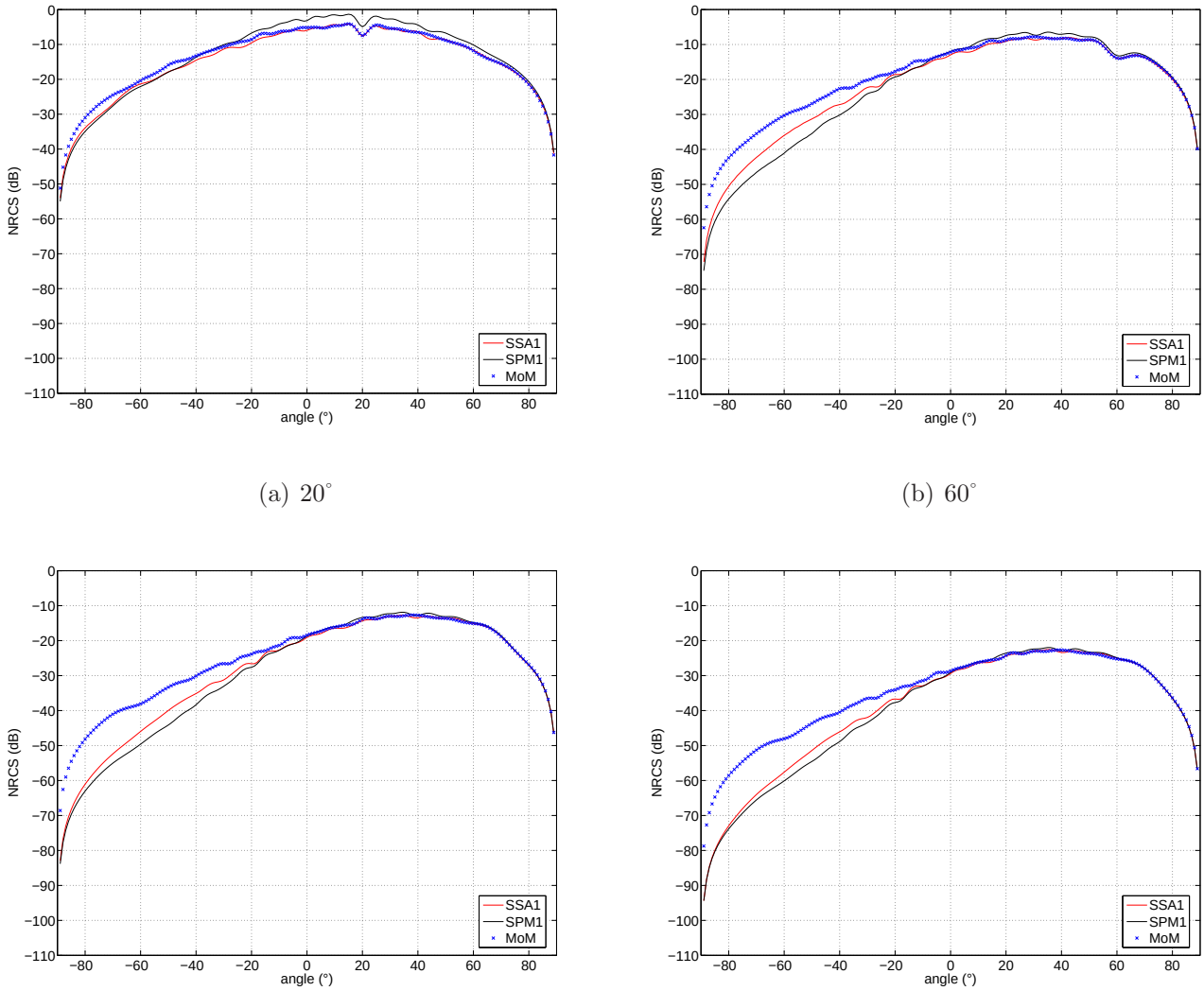
numéro de surface	longueur totale de la surface L	paramètre de montée de la fonction de Hann
1	32λ	0.5λ
2	32λ	1λ
3	32λ	4λ

TAB. 3.1 – *Caractéristiques géométriques des surfaces utilisées pour la simulation par méthode Monte-Carlo.*

0.75λ pour différents paramètres d'apodisation de la surface sont comparés avec les résultats calculés par la version statistique de SSA1 pour une incidence de 80°. Les caractéristiques des surfaces utilisées sont présentées dans le tableau 3.1. On constate que les paramètres d'apodisation peuvent modifier la forme du diagramme bistatique dans les angles arrières ($\theta < 0$) de manière significative. Les montées doivent être assez importantes pour que la transition entre la surface et le plan ne soit pas trop brutale. De plus, les paramètres à utiliser pour apodiser la surface doivent être choisis de manière à ne pas modifier de façon significative les caractéristiques de la surface que l'on souhaite étudier. Sur les figures 3.2 et 3.3, les comparaisons ont été effectuées pour des surfaces gaussiennes de hauteur quadratique moyenne 0.083λ dans un cas et 0.016λ dans l'autre avec une longueur de corrélation de 0.5λ. On constate que la différence entre la version Monte Carlo et la version statistique des méthodes approchées est faible pour les surfaces gaussiennes utilisées (inférieure à 1 dB).

Sur les figures 3.4(a) et 3.4(b), des comparaisons, pour différents angles d'incidence, entre la version Monte-Carlo et statistique de SSA1 et SPM1 ont été réalisées pour des surfaces en k^{-4} tronquées à $k_l = K/15$ et $k_u = 4K$. Pour les simulations Monte-Carlo, la longueur totale des surfaces utilisées est de 44λ et celle des montées de 4λ. La différence, pour les angles diffractés avants, sur le diagramme bistatique, n'est pas liée aux caractéristiques géométriques de la surface utilisée mais à la coupure du spectre. Pour les trois incidences, les courbes se superposent parfaitement pour des angles diffractés de -90° à 70°, au delà l'influence de la coupure du spectre est visible. La surface en k^{-4} est beaucoup moins sensible à la différence de représentation de surface que pour les surfaces gaussiennes.

Pour éviter les problèmes de représentation de la surface, les méthodes approchées seront calculées par méthode Monte-Carlo et non statistique.



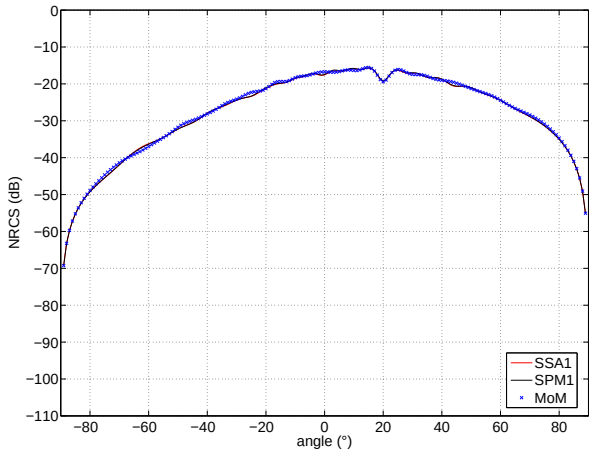
(a) 20°

(b) 60°

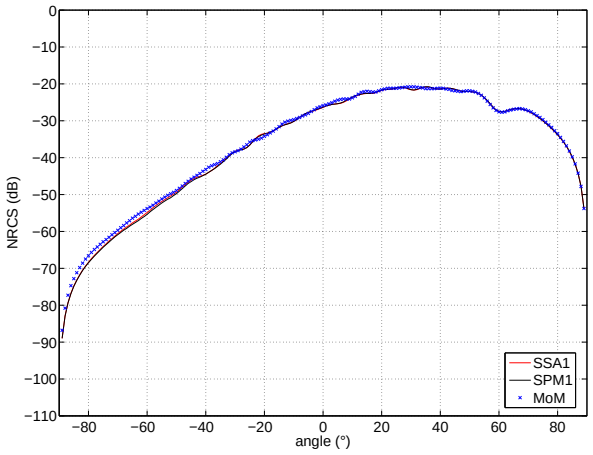
(c) 80°

(d) 89°

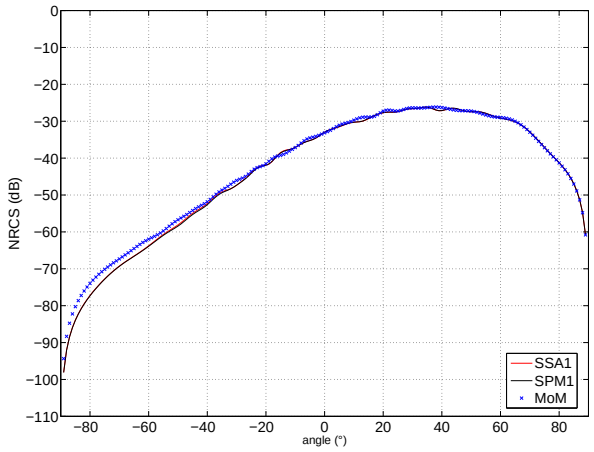
FIG. 3.5 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait noir), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice à spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.



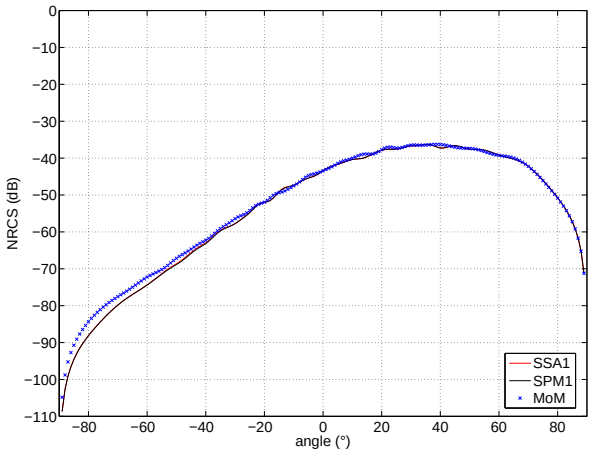
(a) 20°



(b) 60°



(c) 80°



(d) 89°

FIG. 3.6 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait noir), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface parfaitement conductrice à spectre gaussien de hauteur quadratique moyenne de* 0.016λ *et de longueur de corrélation* 0.5λ.

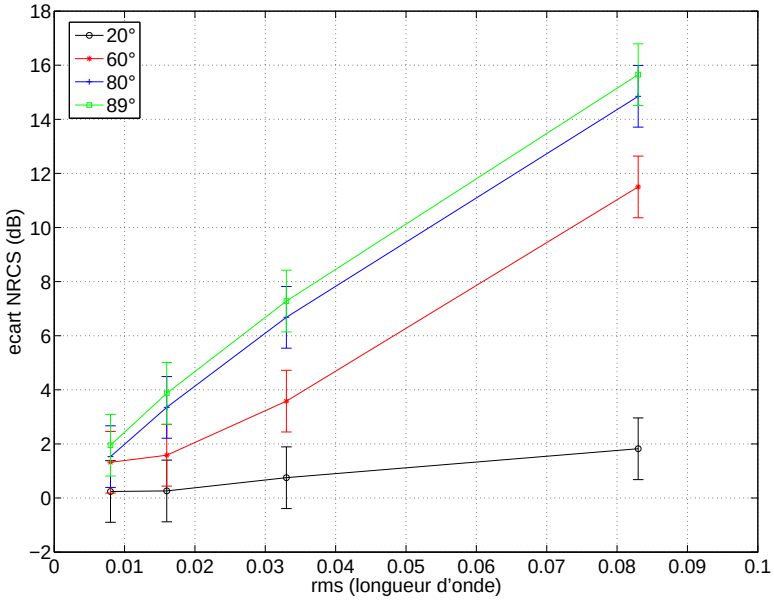


FIG. 3.7 – *Ecart obtenu sur l'intensité rétrodiffusée entre la MoM rasant et SPM1 pour différentes incidences et différentes hauteurs quadratiques moyennes. Pour toutes les surfaces utilisées la longueur de corrélation est de* 0.5λ.

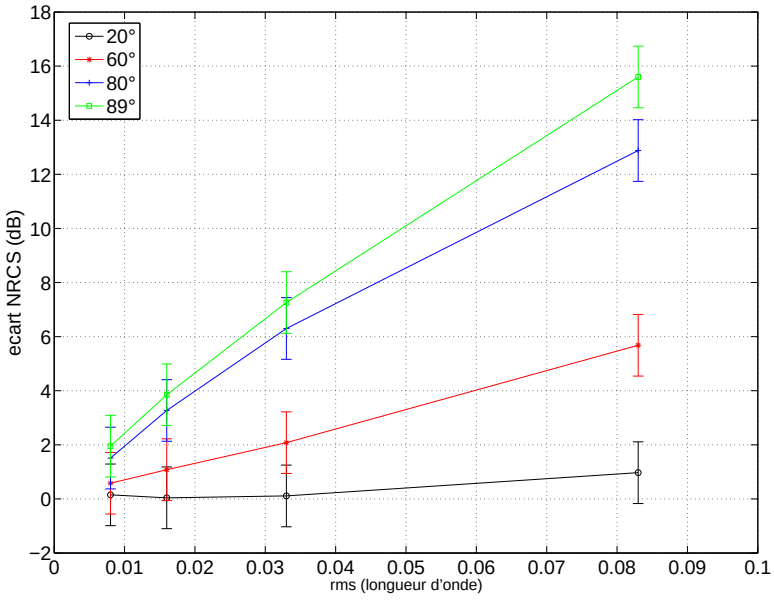


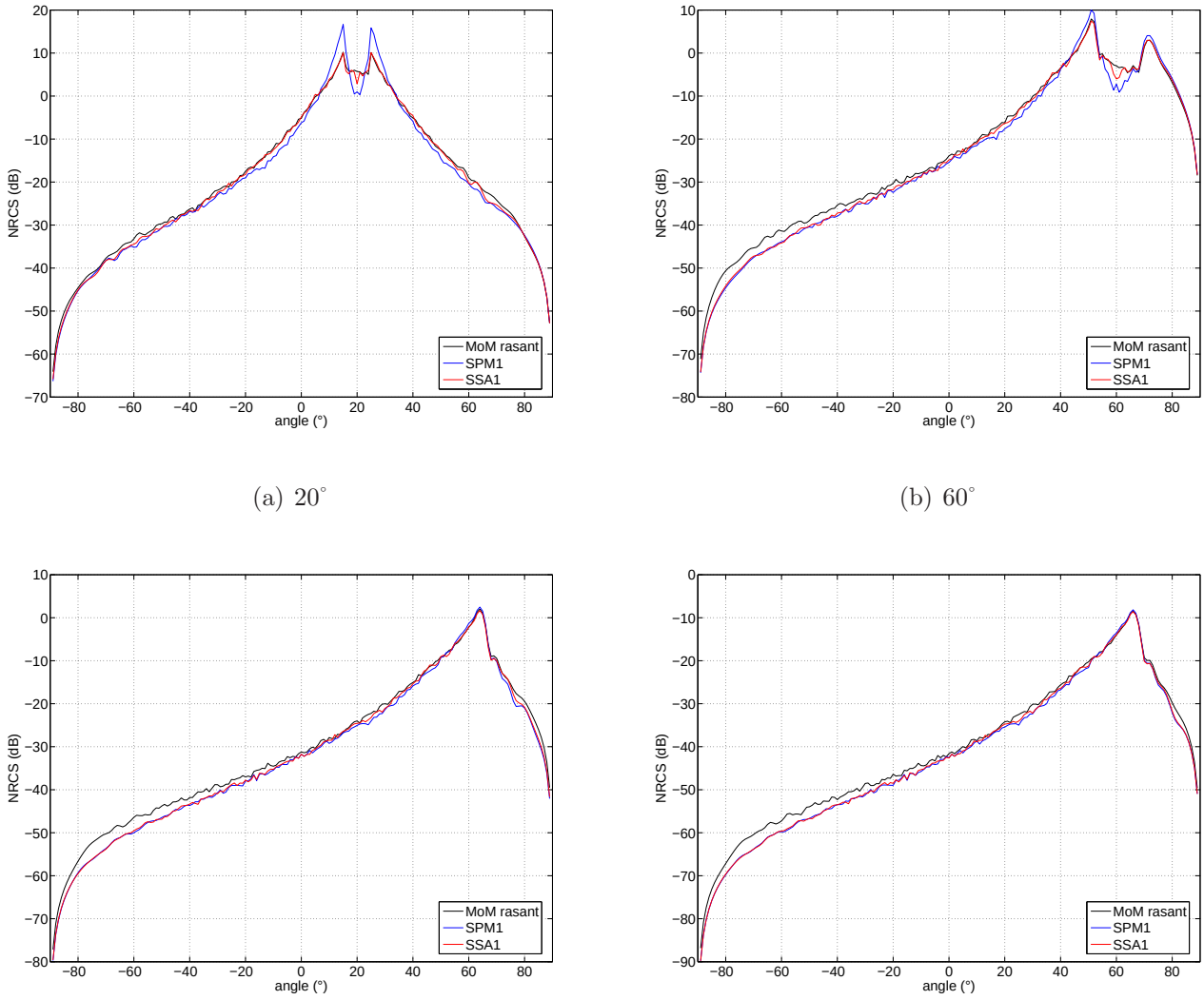
FIG. 3.8 – *Ecart obtenu sur l'intensité rétrodiffusée entre la MoM rasant et SSA1, pour différentes incidences et différentes hauteurs quadratiques moyennes. Pour toutes les surfaces utilisées la longueur de corrélation est de* 0.5λ.

3.4.2 Surface à spectre gaussien

Les résultats ont été obtenus pour 200 échantillons de surface gaussienne parfaitement conductrice de longueur de corrélation de 0.5λ. Les caractéristiques géométriques de chacune des surfaces sont $L1 = L1' = L2 = L2' = 1\lambda$, $2L = 2l = 16\lambda$ et des plateaux de 2λ. Les comparaisons entre le formalisme intégral et les modèles approchés sont réalisées par une méthode Monte-Carlo pour limiter les erreurs de représentation de la surface par rapport à une surface infinie (voir précédemment).

Sur la figure 3.5, les intensités diffractées obtenues avec le formalisme intégral rasant et les deux méthodes approchées (SSA1 et SPM1) ont été tracées. A 20° d'incidence, SPM1 donne le bon comportement du champ diffracté mais le sous-estime pour les angles diffractés compris entre -90° et -25° et la surestime au delà de $+25^\circ$ avec une erreur inférieure à 5dB. SSA1 sous-estime l'intensité diffractée pour les angles inférieurs à -30° de quelques dB et donne de très bons résultats entre -30° et $+90^\circ$. Pour une incidence de 60°, SSA1 coïncide parfaitement avec la MoM rasant pour les angles diffractés supérieurs à 0° et sous-estime l'intensité diffractée pour les angles inférieurs à 0°. SPM1 coïncide avec la MoM pour les angles diffractés supérieurs à 60° et surestime l'intensité diffractée entre 0° et 60°. Pour SSA1 et SPM1, l'intensité diffractée est sous-estimée pour les angles diffractés arrières. Pour 80° et 89° d'incidence, l'intensité diffractée obtenue à partir de SSA1 et SPM1 est bien calculée pour les angles diffractés supérieurs à 0° et sous-estime l'intensité diffractée pour les angles diffractés arrières. L'écart entre la MoM rasant et les méthodes approchées augmente avec l'angle d'incidence, elle atteint 16 dB pour 89°. La figure 3.6 présente une autre comparaison entre la MoM rasant et les deux méthodes approchées pour une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.016λ. Pour 20° d'incidence, les trois courbes se superposent parfaitement. Pour 60° d'incidence, les deux courbes se superposent parfaitement de -40° à $+90^\circ$ et différent légèrement pour les angles diffractés inférieurs à -40°. Cette erreur augmente avec l'angle d'incidence mais reste faible. Les écarts entre l'intensité diffractée rétro-diffusée obtenue avec la MoM rasant et les deux méthodes approchées ont été tracées en fonction de la hauteur quadratique moyenne et de l'incidence sur les figures 3.7 et 3.8. On peut voir que l'erreur augmente avec la hauteur quadratique moyenne mais aussi avec l'incidence et que cette erreur est plus importante pour la méthode des petites perturbations que pour la méthode des faibles pentes.

3.4.3 Surface de densité spectrale en k^{-4}



(a) 20°

(b) 60°

(c) 80°

(d) 89°

FIG. 3.9 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (trait noir), SSA1 (trait rouge) et SPM1 (trait bleu), pour une incidence de 20°, 60°, 80° et 89°. La surface utilisée est une surface en k^{-4} parfaitement conductrice coupé à $K/15$ et $4/K$.*

L'étude des surfaces en spectre de puissance k^{-4} est très intéressante. En effet, ce sont des surfaces multi-échelles, contrairement aux surfaces à spectre gaussien. Les surfaces en k^{-4} ont été les premiers modèles utilisés pour l'étude de la mer [56]. Les résultats ont été obtenus pour cent échantillons de surfaces parfaitement conductrices à spectre de puissance coupé à $k_l = K/15$ et $k_u = 4K$. Les caractéristiques géométriques de chacune des surfaces sont $L1 = L1' = L2 = L2' = 4\lambda$, $2L = 2l = 48\lambda$ et des plateaux de 2λ. Comme pour les surfaces gaussiennes, les comparaisons entre le formalisme rasant et les méthodes approchées sont réalisées à l'aide des versions Monte-Carlo de SSA1 et SPM1.

Sur la figure 3.9, les intensités diffractées obtenues avec le formalisme rasant et les méthodes approchées sont tracées pour quatre incidences différentes 20°, 60°, 80° et 89°. A 20°, SSA1 et la MoM se superposent parfaitement sur l'ensemble du diagramme. SPM1 sous-estime l'intensité diffractée de $-20°$ à 0° et de 40° à 70° environ. Au niveau du spéculaire, l'erreur est due à la coupure basse fréquence du spectre. A 60°, SSA1 suit parfaitement la MoM de 0° à 90° et sous-estime l'intensité pour les angles diffractées inférieurs à 0°. SPM1 sous-estime l'intensité de $-90°$ à 40°, elle coïncide avec la MoM pour des angles diffractés supérieurs à 80°. A 80° et 89° d'incidence, SPM1 et SSA1 donnent les mêmes résultats. Ils sous-estiment l'intensité diffractée pour des angles diffractés inférieurs à 0° : l'erreur atteint 2 dB pour un angle diffracté de $-60°$. Contrairement aux surfaces gaussiennes, l'erreur est moins sensible à l'incidence et elle est beaucoup plus faible alors que la hauteur quadratique moyenne est de 0.122λ. Cependant, contrairement à une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de 0.083λ et de longueur de corrélation 0.5λ qui a une pente moyenne de 0.23, pour la surface en k^{-4} tronquée à $k_l = K/15$ et $k_u = 4K$, elle ne vaut que 0.068.

3.4.4 Conclusion

Au cours de cette partie, j'ai montré que SPM1 et SSA1 sont des méthodes dont le domaine de validité dépend non seulement des caractéristiques de la surface utilisée mais aussi de l'angle d'incidence. L'erreur augmente avec l'angle d'incidence ; elle peut passer de 2 à 16 dB quand l'angle d'incidence augmente de 20° à 89° pour une rms de $\lambda/12$. Cette erreur dépend de la pente de la surface comme le montre l'étude sur les surfaces gaussiennes et en k^{-4}. Pour ces raisons, il est intéressant d'étudier des méthodes plus élaborées qui peuvent prendre en compte la courbure de la surface définie par les dérivées secondes de $h(\mathbf{r})$. Je me suis intéressé à deux méthodes. La première méthode est la méthode des faibles pentes à l'ordre 2 (SSA2). Cette méthode ne fait pas intervenir de terme de courbure mais permet d'apporter un terme supplémentaire à SSA qui va permettre de corriger SSA1 et de retrouver l'approximation de Kirchhoff pour les hautes fréquences électromagnétiques. L'autre méthode à laquelle je me suis intéressé utilise la courbure de la surface : l'approximation de la courbure pondérée (ou WCA pour Weighted Curvature Approximation) de T. Elfouhaily [57, 58].

3.5 La méthode des faibles pentes à l'ordre 2

La méthode des faibles pentes à l'ordre 2 s'obtient en développant la fonctionnelle $\mathbb{L}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};h(\mathbf{r}),\mathbf{r})$ à l'ordre 2, pour les détails sur cette méthode je renvoie à [59, 55]. L'amplitude diffractée s'écrit :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) = \frac{1}{Q}\int e^{-iQh(\mathbf{r})}e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{r}}\left(\mathbb{B}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) - iQ\int \mathbb{M}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\xi)\hat{h}(\xi)e^{i\xi\cdot\mathbf{r}}d\xi\right)d\mathbf{r} \tag{3.8}$$

avec $Q = q + q_0$ et $\mathbb{M}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\xi) = \frac{1}{2}\left(\mathbb{B}_2(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\mathbf{k}-\xi) + \mathbb{B}_2(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\mathbf{k}+\xi) - \mathbb{B}(\mathbf{k},\mathbf{k_0})\right)$, où $\mathbb{B}_2$ représente la matrice de polarisation d'ordre 2 des petites perturbations. ξ est un vecteur.

$$\mathbb{B}_2 = \begin{pmatrix} (\mathbb{B}_2)_{11} & (\mathbb{B}_2)_{12} \\ (\mathbb{B}_2)_{21} & (\mathbb{B}_2)_{22} \end{pmatrix}$$

Avec,

$$\begin{aligned}
(\mathbb{B}_2)_{11} &= -\frac{2K}{qq_0q_\xi}\left(-\xi^2\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\xi}\hat{\mathbf{k_0}}\cdot\hat{\xi} - \frac{kk_0\xi^2}{K^2} + k_0\xi\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\xi} + k\xi\hat{\mathbf{k_0}}\cdot\hat{\xi} - 2q_\xi^2\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k_0}}\right) \\
(\mathbb{B}_2)_{12} &= \frac{2\xi}{qq_\xi}(\hat{\xi}\wedge\hat{\mathbf{k_0}})\cdot\hat{\mathbf{z}}\left(k - \xi\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\xi}\right) - \frac{2q_\xi}{q}(\hat{\mathbf{k}}\wedge\hat{\mathbf{k_0}})\cdot\hat{\mathbf{z}} \\
(\mathbb{B}_2)_{12} &= -(\mathbb{B}_2)_{21} \\
(\mathbb{B}_2)_{22} &= -\frac{2\xi^2}{Kq_\xi}\left(\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k_0}} - \hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\xi}\hat{\mathbf{k_0}}\cdot\hat{\mathbf{k_0}}\right) + 2\frac{q_\xi}{K}\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k_0}}
\end{aligned}$$

avec $q_\xi^2 + \xi^2 = K^2$.

3.6 Weighted Curvature Approximation (WCA)

WCA a été proposée par Elfouhaily. Cette méthode repose sur SSA1. En effet, tout comme SSA2, WCA apporte une correction à SSA1 à l'aide d'une intégrale de Kirchhoff avec un noyau plus complexe qui fait intervenir la pente de la surface. L'amplitude diffractée s'écrit :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k},\mathbf{k_0}) = SSA_1 + \int e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})}e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k_0})\cdot\mathbf{r}}\mathbb{T}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};-(q+q_0)\mathbf{grad}\,\mathbf{h}(\mathbf{r}))d\mathbf{r} \tag{3.9}$$

où $\mathbb{T}$ s'exprime par une combinaison des noyaux de Bragg et de Krichhoff évalués aux angles locaux, $\mathbb{T}(\mathbf{k},\mathbf{k_0};\xi) = \mathbb{B}\left(\frac{\mathbf{k}+\mathbf{k_0}+\xi}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{k}+\mathbf{k_0}-\xi}{\mathbf{2}}\right) - \mathbb{K}\left(\frac{\mathbf{k}+\mathbf{k_0}+\xi}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{k}+\mathbf{k_0}-\xi}{\mathbf{2}}\right)$.

Ce noyau permet de retrouver SPM1 et Kirchhoff pour les limites basses et hautes fréquences. Elle permet aussi de vérifier certaines propriétés fondamentales du champ diffracté : les propriétés de réciprocité et d'invariance de phase (voir relation (3.4)), et la propriété d'invariance de tilt au premier ordre de l'amplitude diffractée. Cette dernière propriété signifie que l'amplitude ne dépend pas du plan de référence et des systèmes de coordonnées liés. L'invariance

de tilt étant une condition très contraignante, elle n'est, en général, vérifiée qu'au premier ordre [58].

Cette méthode a été testée avec succès pour les surfaces à spectre gaussien pour des incidences modérées dans [60, 61].

3.7 Comparaisons entre le formalisme intégral rasant, SSA2 et WCA

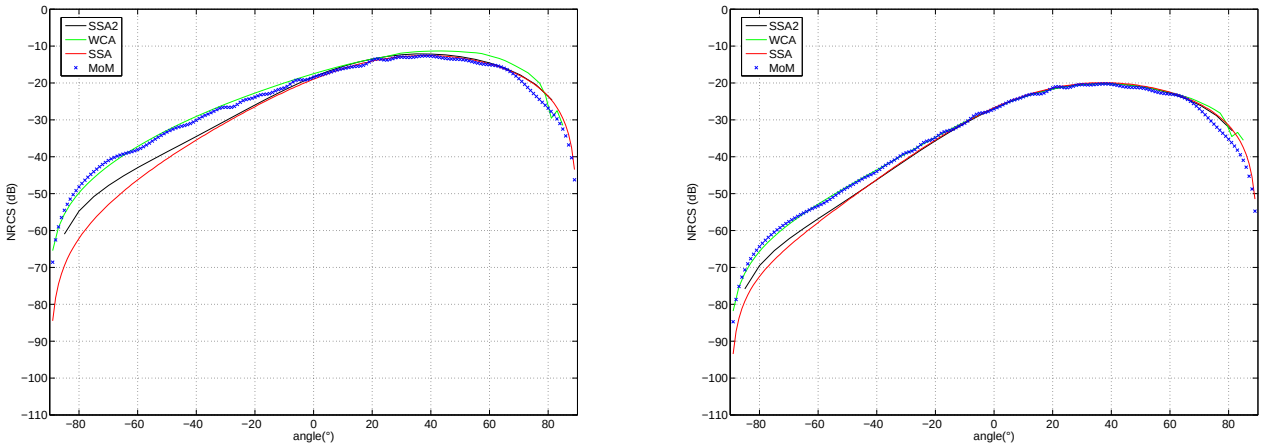
Sur les figures 3.10, les intensités diffractées obtenues avec la MoM rasant et les méthodes approchées SSA1, SSA2 et WCA ont été tracées pour une incidence de 80° avec plusieurs surfaces à spectre gaussien de longueur de corrélation 0.5λ et de hauteurs quadratiques moyennes différentes allant de 0.083λ à 0.008λ.

Pour SSA2, les surfaces sont supposées périodiques afin de pouvoir calculer de manière efficace l'amplitude diffractée à l'aide de FFT, les courbes ont été calculées par Joel T. Johnson. Pour WCA, la version statistique a été écrite dans [60] et les résultats ont été obtenus par Charles-Antoine Guérin.

Pour une hauteur quadratique moyenne de 0.083λ (figure 3.10(a)), SSA2 corrige SSA1 de manière significative mais non suffisante, à $-80°$ l'intensité est inférieure d'environ 6 dB. WCA coïncide avec la MoM rasant de $-90°$ à 20° et surestime l'intensité pour les angles supérieurs à 20°.

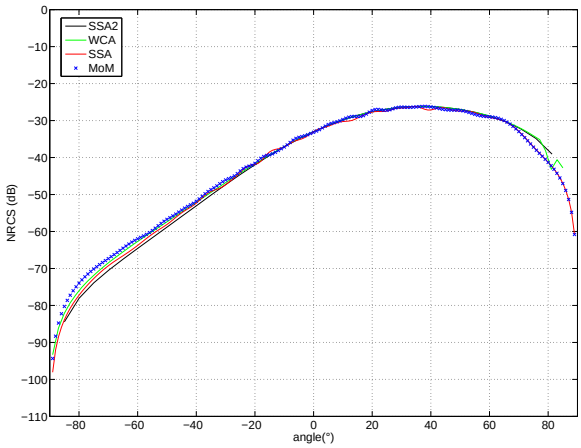
Pour une hauteur quadratique moyenne de 0.033λ, WCA coïncide parfaitement avec la MoM sur l'ensemble du diagramme, une différence apparaît au niveau du spéculaire, elle est liée à la méthode Monte-Carlo. Comme précédemment, la correction apportée par SSA2 est faible et insuffisante. Pour la hauteur quadratique moyenne de 0.016λ, WCA suit la MoM rasant sur l'ensemble du diagramme comme précédemment. SSA2 ne corrige quasiment plus SSA1. Pour la surface avec une hauteur quadratique moyenne, tous les modèles suivent la MoM rasant, l'écart très faible (1 dB) dans les angles rasants arrières, provient de la différence de représentation de la surface, surface infinie pour les méthodes approchées et plan localement perturbé pour la MoM rasant.

SSA2 est une méthode approchée qui nécessite des méthodes de calculs complexes. La périodicité de la surface utilisée pour calculer ce modèle ne permet pas d'aller à des incidences supérieures à 80° (il est nécessaire de prendre une surface très grande). WCA est plus facile à mettre en oeuvre numériquement. Sur les figures 3.11(a) et 3.11(b), l'intensité diffractée obte-

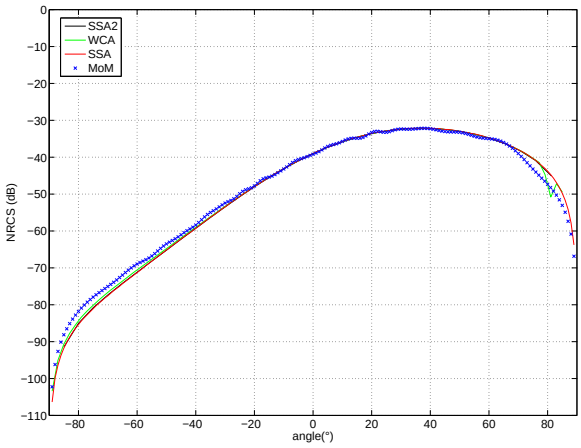


(a)

(b)

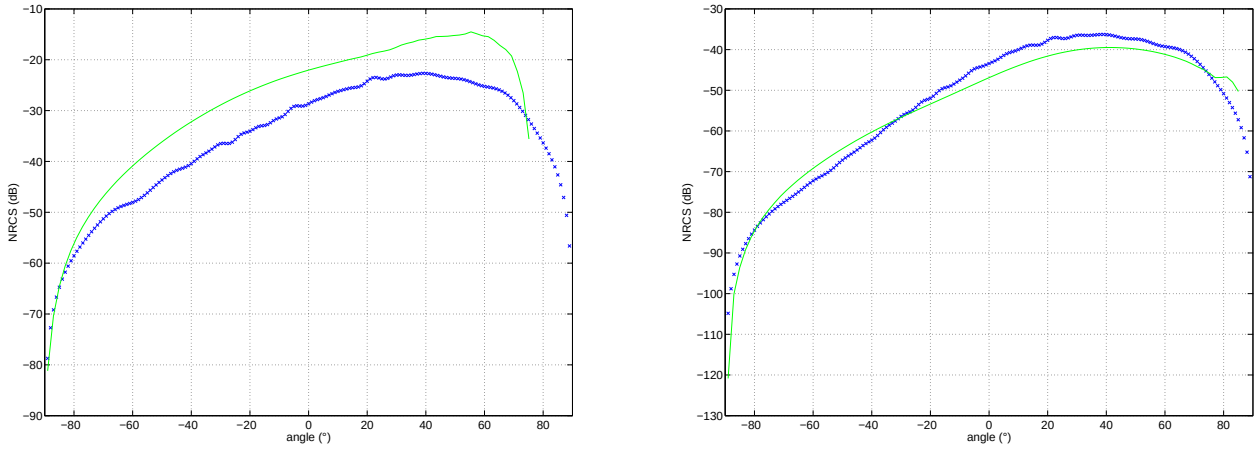


(c)



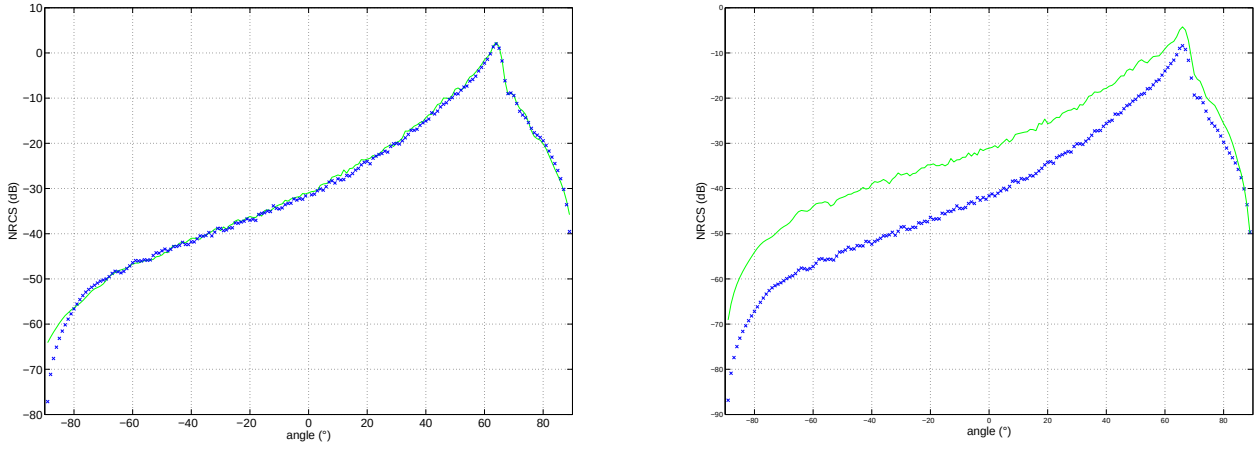
(d)

FIG. 3.10 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues), SSA2 (trait noir), WCA (trait vert) et SSA (trait rouge), pour une incidence de 80°. La surface utilisée est une surface à spectre gaussien de longueur de corrélation* 0.5λ *et de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *(a),* 0.033λ *(b),* 0.016λ *(c) et* 0.008λ *(d).*



(a) hauteur quadratique moyenne de 0.083λ (b) hauteur quadratique moyenne de 0.016λ

FIG. 3.11 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues) et WCA (trait vert) pour une incidence de 89°. La surface utilisée est une surface à spectre gaussien de longueur de corrélation* 0.5λ *et de hauteur quadratique moyenne de* 0.083λ *(a) et* 0.016λ *(c).*



(a) (b)

FIG. 3.12 – *Comparaison entre l'intensité diffractée obtenue avec la MoM rasant (croix bleues) et WCA (trait vert) pour une incidence de* $80°$ *et* $89°$*. La surface utilisée est une surface en* k^{-4} *tronqué à* $K/15$ *et* $4K$*.*

nue avec la MoM rasant et WCA pour les surfaces gaussiennes de hauteur quadratique moyenne 0.083λ et 0.016λ ont été tracées pour une incidence de 89°. Pour les angles diffractés inférieurs à -80°, WCA suit la MoM rasant. Pour les angles diffractés supérieurs à -80°, l'erreur observée diminue avec la hauteur de la surface.

Sur les figures 3.12(a) et 3.12(b), l'intensité diffractée obtenue avec la méthode WCA et la MoM rasant a été tracée pour une surface à spectre k^{-4} tronqué à $k_l = K/15$ et $k_u = 4K$ pour une incidence de 80° et 89°. N'ayant pas pour le moment de formulation statistique de WCA pour les surfaces à spectre k^{-4}, l'intensité diffractée de WCA a été obtenue par méthode Monte-Carlo à partir de cent réalisations de surface. Les surfaces utilisées ont une taille de $48 \times 48\lambda$ et les caractéristiques géométriques des surfaces sont $L1 = L1' = L2 = L2' = 4\lambda$ et des plateaux de 2λ. A 80° d'incidence, WCA donne de très bons résultats pour les angles diffractés compris entre -80° et 90°. Pour les angles diffractés inférieurs à -80°, WCA surestime l'intensité diffractée, l'erreur atteint environ 15 dB à -89°.

Pour une incidence de 89°, WCA surestime l'intensité diffractée de -90° à 65°. Comme pour les surfaces gaussiennes, WCA donne des résultats intéressants pour une incidence de 80°, mais pour des angles très rasants, WCA n'est plus valable.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai rappelé rapidement les trois méthodes les plus utilisées, l'approximation de Kirchhoff, SPM1 et SSA1. J'ai ensuite comparé SPM1 et SSA1 avec le formalisme intégral rasant obtenu dans les chapitres précédents. L'approximation de Kirchhoff n'étant pas valable pour les surfaces étudiées et les angles d'incidence rasants (l'amplitude diffractée ne présente pas le bon comportement en $q_0 q$), elle n'a pas fait l'objet de comparaisons.

J'ai pu montrer que l'erreur entre la méthode des moments et ces deux méthodes approchées augmente avec l'angle d'incidence et qu'elle est plus importante pour SPM1 que pour SSA1 et pour des surfaces gaussiennes. Ensuite, j'ai étudié des méthodes approchées plus complexes. Ces méthodes qui font intervenir des termes d'ordre supérieurs comme SSA2 ou des termes de courbures comme WCA, ont été brièvement présentées. Comme pour SPM1 et SSA1, j'ai effectué des comparaisons avec la méthode des moments. On a pu ainsi voir que la correction apportée à SSA avec SSA2 était très faible et ne suffisait pas à corriger le diagramme bistatique de manière significative. WCA a permis de retrouver les résultats obtenus avec la MoM rasant sur une large bande d'angles d'incidences et diffractés. Cependant lorsque l'angle d'incidence devient très grand, WCA ne permet plus de retrouver les résultats obtenus avec la MoM rasant.

Les comparaisons entre WCA et le formalisme intégral rasant permettent de mettre en évidence l'importance de prendre en compte la courbure dans les méthodes approchées dans le domaine rasant.

Pour les applications radar, je me suis essentiellement intéressé à la rétrodiffusion, par la suite il sera intéressant d'étudier ces méthodes en dehors du plan d'incidence.

Chapitre 4

Télédétection océanique

A partir du champ électromagnétique réfléchi par la surface océanique, il est possible de remonter à certaines caractéristiques de la surface (hauteur des vagues, direction du vent, température, ...). Les détails auxquels nous avons accès varient avec la longueur d'onde incidente. Les premières mesures de la diffusion des ondes électromagnétiques par la surface de la mer ont été réalisées dans les années 1950 avec l'utilisation de radar HF. A la fin des années 60, des mesures ont été obtenues dans le domaine du visible et de l'infra-rouge à l'aide de satellites météorologiques. A partir des années 1970, grâce aux nouveaux radars, la résolution spatiale a pu être améliorée, le satellite Seasat lancé en 1978 a permis de recueillir des informations sur les températures de la surface océanique ou la rugosité de la surface. Depuis, de nombreux satellites ont été et sont toujours envoyés afin de recueillir de nouvelles informations sur les océans, on peut citer Geosat ou Envisat et SMOS. Des mesures en avion sont aussi réalisées comme pour le projet POLARD-96. Avec la diminution de la longueur d'onde incidente, les informations sur les petites échelles permettent de mieux comprendre les phénomènes hydrodynamiques mis en jeu et ainsi de pouvoir décrire de manière plus correcte la surface océanique.

4.1 Surface océanique

La surface océanique peut être décrite par une superposition de vagues de longueur d'onde, de hauteur et de direction de propagation différentes (figure 4.1). Les surfaces de mer que l'on modélise sont des mers de vent, c'est-à-dire qu'elles sont générées par le vent local. Lorsque ce vent souffle depuis suffisamment longtemps et sur une distance suffisamment importante alors la surface atteint son état d'équilibre, on parle de mer totalement développée. En pleine mer, ces hypothèses sont raisonnables. Il est important de ne pas confondre une mer de vent avec la houle. Cette dernière est générée par les grandes échelles issues d'une mer de vent qui se

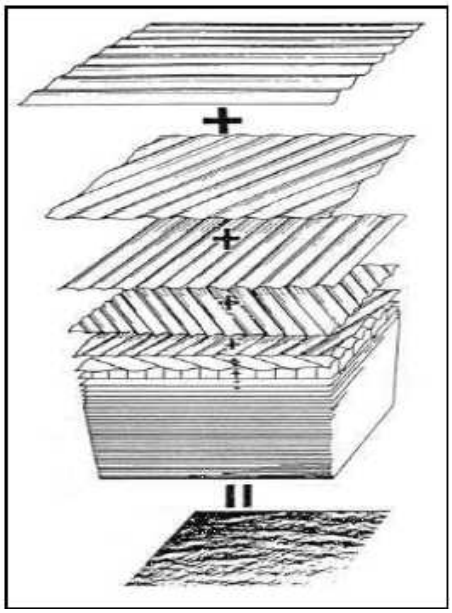


FIG. 4.1 – *Formation de la mer par superposition de vagues indépendantes (Bourlier 2000).*

propagent au delà de la zone ventée.

4.1.1 Spectre

La répartition de la hauteur de chacune des vagues est représentée par le spectre omnidirectionnel de hauteur $S(k)$, avec k qui représente le nombre d'onde. Pour prendre en compte la direction du vent, une fonction d'étalement est utilisée $\Phi(k,\phi)$, où ϕ représente la direction de l'onde par rapport au vent. A partir du spectre omnidirectionnel et de la fonction d'étalement, il est possible de définir le spectre directionnel qui va nous permettre de générer une surface océanique bidimensionnelle. Toutefois, ce spectre ne prend pas correctement en compte les non-linéarités hydrodynamiques car les relations de phase ne sont pas connues.

$$\mathbf{\Psi}(k,\phi) = \frac{1}{k} S(k)\Phi(k,\phi) \tag{4.1}$$

A partir du spectre bidimensionnel, la hauteur quadratique moyenne et la pente quadratique moyenne totale sont définies par les relations :

$$\begin{aligned} \mathrm{rms}^2 &= \int_0^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} \Psi(k,\phi) k \; dk \; d\phi \\ \mathrm{mss} &= \int_0^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} k^2 \Psi(k,\phi) k \; dk \; d\phi \end{aligned}$$

Les spectres omnidirectionnels sont basés sur la théorie et les observations. Selon la longueur d'onde de la vague, les forces de rappel mises en jeu dans leur formation sont différentes. Ainsi on distinguera plusieurs régimes, le régime de gravité, de capillarité et le régime intermédiaire de

gravité-capillarité. Les vagues de gravité sont les vagues dont la force de gravité est la principale force de rappel agissant. Les vagues de capillarité sont celles dues à la tension superficielle. Les ondes de surface des océans sont dispersives, c'est-à-dire que leur vitesse de phase varie avec la longueur d'onde.

Relation de dispersion

La pulsation ω s'écrit :

$$\omega^2 = gk + \frac{\tau}{\rho}k^3 \tag{4.2}$$

avec g l'accélération de la pesanteur, $\rho = 10^3 \text{kg.m}^{-3}$ la masse volumique et $\tau = 74.10^{-3} \text{N.m}^{-1}$ la tension superficielle de la surface de l'eau.
Si $gk >> k^3\tau/\rho$ alors on parle de vague de gravité. Si $gk << k^3\tau/\rho$, on parle de vague de capillarité. Si les deux termes sont du même ordre de grandeur, on est en régime gravité-capilarité.

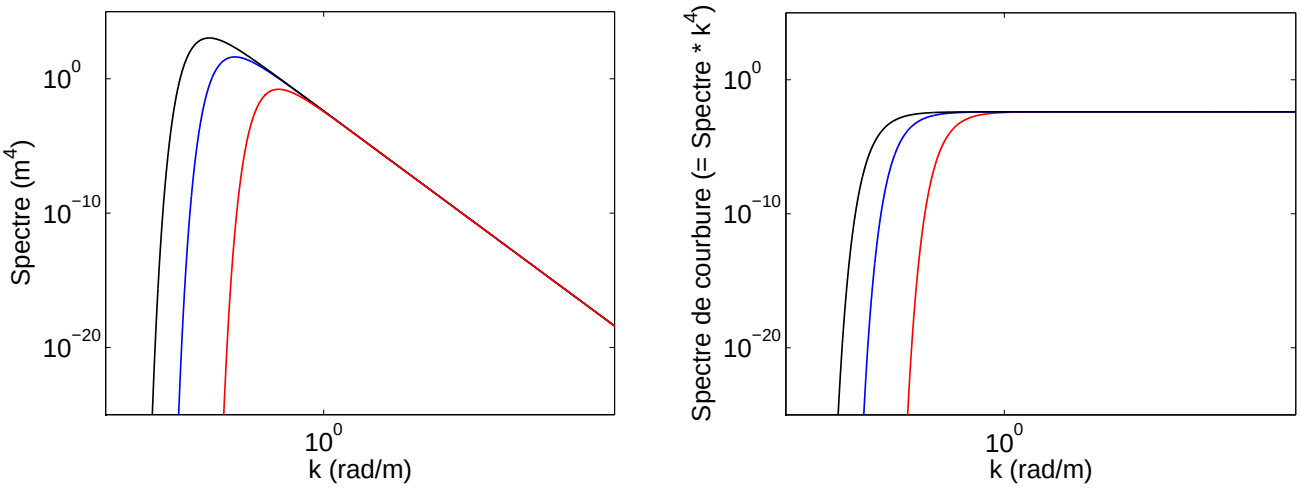
Il existe de nombreux modèles de surface de mer dont le domaine de validité varie. Je ne vais en présenter que trois, le spectre de Pierson-Moskowitz, le spectre de Kudryavtsev et le spectre d'Elfouhaily. Le spectre de Pierson-Moskowitz est l'un des premiers spectres de mer utilisé dans les années 1970. Il permet de modéliser le domaine de gravité. Les spectre de Kudryavstev et d'Elfouhaily sont les deux spectres les plus récents de la littérature datant de la fin des années 1990. La partie basses fréquences de ces spectres est basée sur le spectre de Pierson-Moskowitz.

4.1.2 Spectre de Pierson-Moskowitz

Le spectre de Pierson-Moskowitz a été élaboré dans les années 1970, il s'écrit :

$$\mathbf{\Psi}(k,\phi) = \frac{4.05e^{-3}}{k^4} exp\left(-\frac{0.74g^2}{k^2U_{19.5}^4}\right)\frac{cos^2(\phi)}{\pi} \tag{4.3}$$

où $g = 9.81\ m.s^{-2}$ est l'accélération de la pesanteur, $U_{19.5}$ est la vitesse du vent à une hauteur de 19.5 m au dessus de la surface de la mer et ϕ la direction du vent. Sur la figure 4.2(a) et 4.2(b), les spectres de mer d'élévation et de courbure ont été tracés en fonction du nombre d'onde pour trois vitesses de vents. Pour les trois courbes de la figure 4.2(a), il y a un pic appelé pic de gravité. La position de ce pic dépend de la vitesse du vent. Plus le vent est fort et plus la longueur d'onde de la plus grande vague augmente comme $2\pi/k_p$, avec $k_p = 0.702\frac{g}{U_{19.5}^2}$, par conséquent la rugosité de la surface augmente avec le vent. Après ce pic, pour les grandes longueurs d'ondes, le spectre se comporte en k^{-4}. La figure 4.2(b) permet de mieux voir se



(a) (b)

FIG. 4.2 – *Amplitude du spectre de hauteur (figure de gauche) et de courbure (figure de droite) de Pierson-Moskowitz le long de la direction du vent ($\phi = 0^\circ$) pour différentes vitesses de vent : 5 $m.s^{-1}$ (trait rouge), 10 $m.s^{-1}$ (trait bleu) et 15 $m.s^{-1}$ (trait noir).*

comportement. Ce spectre n'est pas suffisant pour retrouver les observations, notamment pour le domaines des vagues de capillarité, où il surestime l'énergie. Pour ces raisons, plusieurs autres modèles ont été élaborés. Dans la suite, je présente brièvement deux modèles récents, le spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev .

4.1.3 Spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev

Les spectres de Kudryavtsev et d'Elfouhaily ont été décrits dans [62, 63] durant la fin des années 1990. Le spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily s'écrit :

$$S(k) = \frac{k^{-4}}{2c}\left(\alpha_p c_p F_p + \alpha_m c_m F_m\right)\gamma^{\Gamma}\exp\left(-\frac{5}{4}\left(k_p/k\right)^2\right) \tag{4.4}$$

avec

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \exp\left[-\frac{\left(\sqrt{\frac{k}{k_p}}-1\right)}{2\sigma^2}\right] \\
F_p &= \exp\left(-\frac{5k_p^2}{4k^2}\right) \\
F_m &= \exp\left\{-\frac{1}{4}\left[\frac{k}{k_m}-1\right]^2\right\}
\end{aligned}$$

où k_p représente le pic de gravité, α_p et α_m sont des paramètres issus de l'expérience pour les vagues de gravité et de gravité-capillarité introduits par Philips et Kitaigorodskii, c_p est la

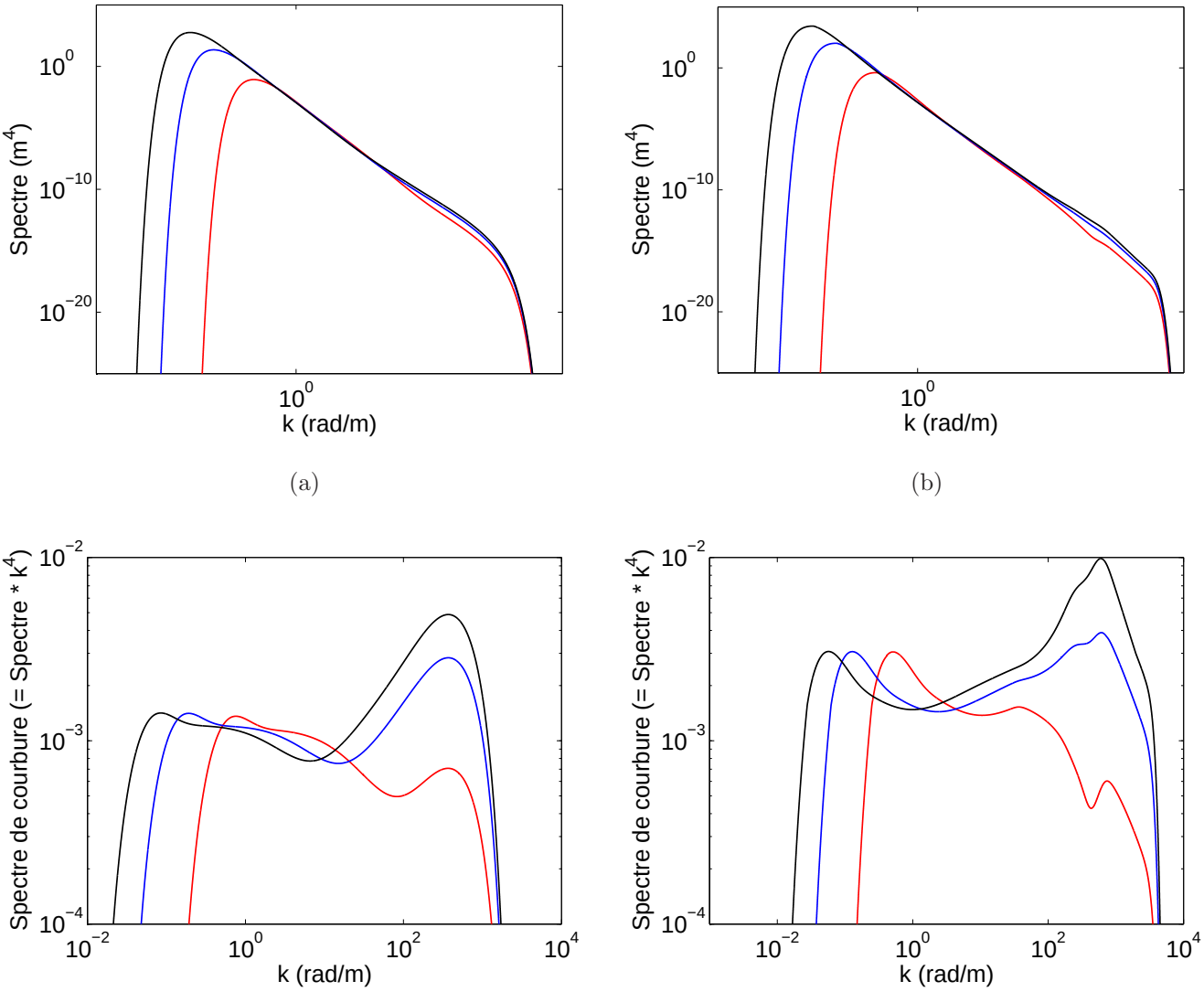


FIG. 4.3 – *Amplitude du spectre de hauteur (figures a et b) et de courbure (figures b et c) d'Elfouhaily (gauche) et de Kudryavtsev (droite) le long de la direction du vent ($\phi = 0^\circ$) pour différentes vitesses de vent :* 5 $m.s^{-1}$ *(trait rouge),* 10 $m.s^{-1}$ *(trait bleu) et* 15 $m.s^{-1}$ *(trait noir).*

vitesse de phase du pic de gravité et c_m la vitesse de phase minimum des vagues de gravité-capillarité. La fonction d'étalement s'écrit pour le spectre d'Elfouhaily :

$$\Phi(k,\phi) = \frac{1}{2\pi}\left[1 + \left(\tanh a_0 + a_p(c/cp)^{2.5} + a_m(c_m/c)^{2.5}\right)\cos(2\phi)\right] \tag{4.5}$$

avec $a_0 = 0.173$, $a_m = 4$ et $a_p = 0.13\frac{U_f}{c_m}$, où U_f représente la vitesse de friction. Toutes ces valeurs sont obtenues à l'aide d'observations.

Le spectre d'Elfouhaily décrit uniquement les vagues générées par le vent. Sur les figures 4.3(a) et 4.3(c), les spectres d'élévation et de courbure ont été tracés pour différentes vitesses de vent. On constate l'apparition d'un pic secondaire dans le domaine des vagues de gravité-capillarité

à 370 rad.m^{-1} observé par Jähne et Riemer. Le spectre d'Elfouhaily permet de retrouver les pentes quadratiques moyennes mesurées optiquement par Cox et Munk et de prendre en compte la notion de fetch (distance sur laquelle le vent agit). Ce modèle n'est pas valable dans le domaine des vagues de capillarité.
Le spectre de Kudryavstev est le spectre de mer le plus récent de la littérature. Contrairement au spectre d'Elfouhaily, ce spectre est basé sur des données radars. Il permet de décrire les vagues de capillarité en plus des vagues de gravité et de gravité-capillarité. La partie basses fréquences de ce spectre est composée du spectre de Donelan et al. [64]. Pour formuler son spectre, Kudryavstev propose de résoudre l'équation de conservation d'action à l'équilibre en évaluant les termes de sources et de pertes. Ce spectre prend en compte différents processus associés aux trois domaines de vagues rappelés en début de chapitre, les vagues de gravités, de capillarité-gravité et de capillarité, comme, par exemple, le transfert d'énergie des vagues de gravité courtes vers les vagues de capillarité, les interactions résonnantes à trois ondes dans le domaine des vagues capillarité-gravité ou encore les interactions non-linéaires à quatre vagues dans le domaine de gravité courtes [65]. Sur les figures 4.3(b) et 4.3(d), le spectre d'élévation et de courbure de Kudryavstev ont été tracés. On trouve un second pic entre 700 et 800 rad.m^{-1}.

Pour plus de précision sur les surfaces océaniques, je renvoie à [62, 63, 64, 65]. Pour les applications qui nous intéressent, les longueurs d'onde utilisées varient de 25 cm à 3 cm (1.2GHz à 10GHz), le spectre d'Elfouhaily est donc suffisant. De plus, avec le spectre d'Elfouhaily, il est possible de calculer la fonction d'auto-corrélation spatiale des hauteurs nécessaire pour les méthodes approchées.

4.2 Modèle de diffraction à deux échelles

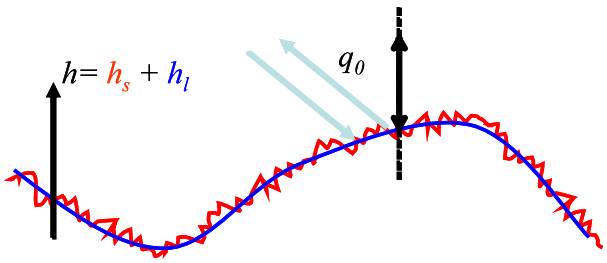


FIG. 4.4 – *Modèle deux échelles.*

Nous avons pu voir précédemment que la surface océanique était multi-échelles. La résolution rigoureuse du problème de diffraction des ondes électromagnétiques par la surface océanique

s'avère très difficile voire impossible pour des vents supérieurs à 5 m/s. Une méthode rigoureuse nécessite de calculer les courants de surface sur toute la surface, le nombre d'inconnues devient donc trop important pour pouvoir traiter le problème numériquement. Pour cette raison, l'utilisation de méthodes approchées s'avére nécessaire. Pour un vent de 5 m/s, la hauteur quadratique moyenne de la mer est d'environ 10 cm et la pente 0.1 environ. Par vent modéré, pour des longueurs d'onde incidentes supérieures à 3 m, il est possible de résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par la mer en utilisant SPM1. Dans le domaine micro-onde, l'utilisation de méthodes approchées s'avère délicate. En effet, dans ce domaine de longueur d'onde, les méthodes approchées comme SPM1, SSA1 ou Kirchhoff ne sont plus valables puisque la rugosité de la surface est de l'ordre de la longueur d'onde. Pour résoudre ce problème, on fait appel aux modèles à deux échelles.

Dans ces modèles, on suppose que la mer est la superposition de petites vagues (petites échelles) caractérisées par la fonction $h_s(\mathbf{r})$ et de grandes vagues (grandes échelles) caractérisées par $h_l(\mathbf{r})$. Les grandes et les petites échelles sont des processus supposés indépendants. La surface totale peut donc s'écrire comme la somme des deux processus (figure 4.4) :

$$h(\mathbf{r}) = h_s(\mathbf{r}) + h_l(\mathbf{r}) \tag{4.6}$$

En 1968, Wright, dans [66], montre que la section efficace pour ce problème peut s'écrire comme le produit de convolution entre la section efficace de diffusion des petites perturbations σ_{SPM1} évalué aux angles locaux qui dépendent de la pente locale, et de la densité de probabilité des pentes des grandes vagues.

$$\sigma_{TSM} = \sigma_{SPM1} * \mathbf{P} \tag{4.7}$$

Valenzuela dans [56] et Brown dans [67], améliorent l'approche de Wright en introduisant un terme supplémentaire d'optique géométrique provenant des grandes échelles dont la contribution devient importante au niveau du spéculaire.

$$\sigma_{TSM} = \sigma_{SPM1} * \mathbf{P} + \sigma_{GO} \tag{4.8}$$

σ_{GO} présente la section efficace des grandes vagues dans l'approximation de l'optique géométrique. Des améliorations ont été apportées sur la partie optique géométrique [68].

Avant d'aller plus loin dans les modèles deux échelles, il est intéressant d'estimer l'erreur faite avec SPM1 et SSA1 sur la partie hautes fréquences du spectre.

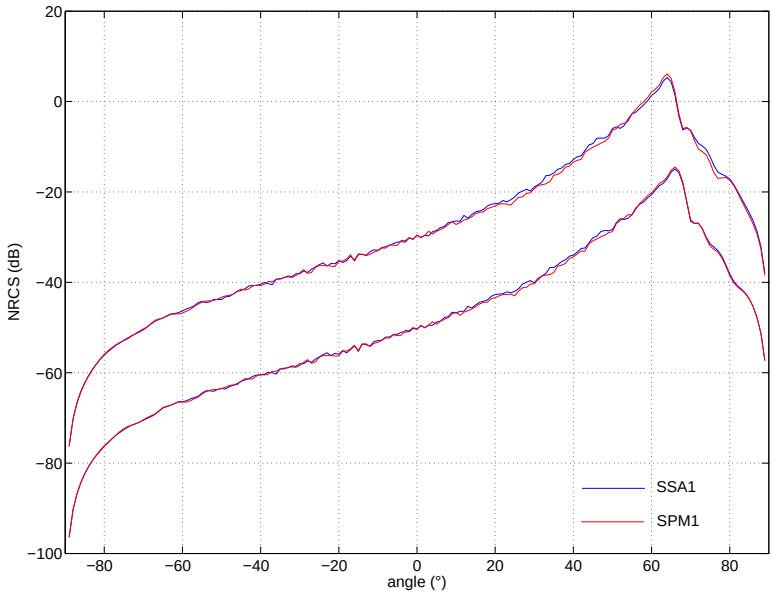
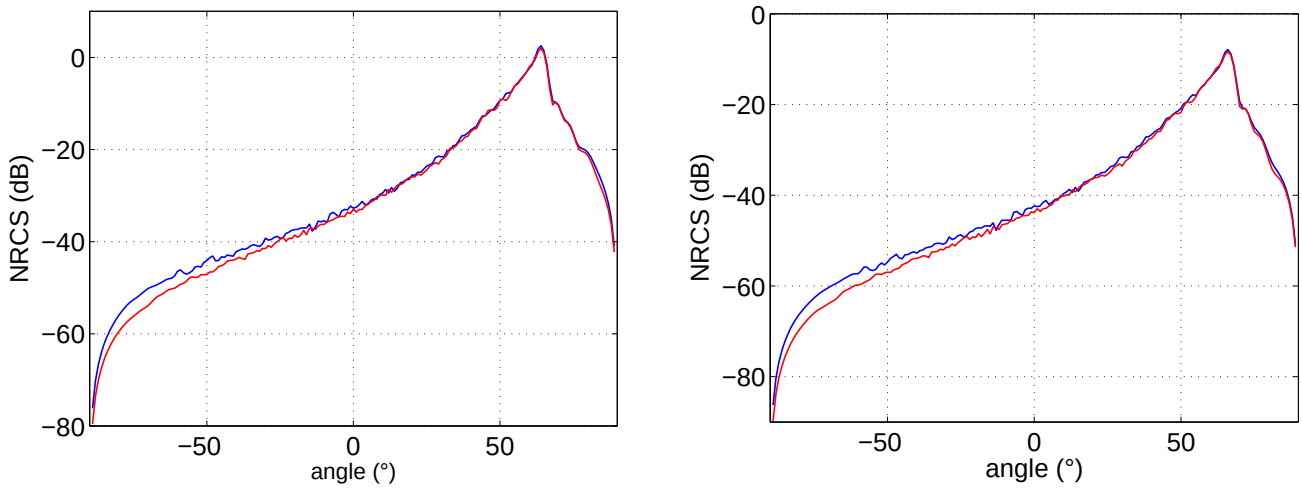


FIG. 4.5 – *Intensité diffractée calculée avec SSA1 et SPM1 pour une incidence de* 80° *et* 89°. *Surface océanique d'Elfouhaily tronquée à* $K/15$ *et* $4K$ *pour un vent de* 10 *m/s en bande L.*



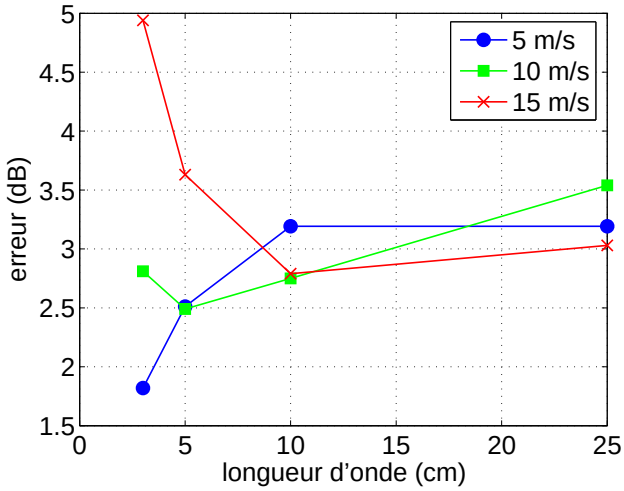
(a) 80° (b) 89°

FIG. 4.6 – *Intensité diffractée calculée avec la MoM rasant (courbe bleue) et calculé avec SSA1 (courbe rouge) pour une incidence de* 80° *(a) et* 89° *(b) : surface océanique d'Elfouhaily tronquée à* $K/15$ *et* $4K$ *pour un vent de* 10 *m/s en bande L.*

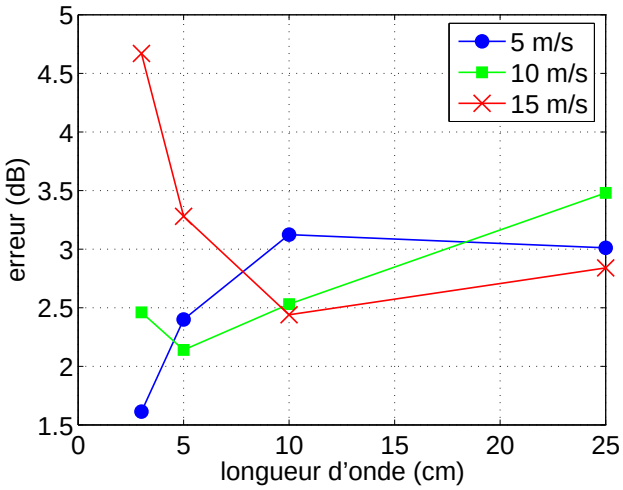
4.2.1 Partie hautes fréquences

La figure 4.5 montre que les résultats obtenus avec SPM1 et SSA1 sont quasiment similaires, pour ces raisons, dans la suite je ne parlerai que de SSA1.

Sur les figures 4.6(a) et 4.6(b), les résultats obtenus avec SSA1 et la MoM rasant pour une



(a) 80°



(b) 80°

FIG. 4.7 – *Ecart entre l'intensité diffractée rétro-diffusée calculée avec la MoM rasant et SSA1 en fonction du vent et de la longueur d'onde incidente pour une incidence de* 80° *(a) et de* 89° *(b) : surface océanique d'Elfouhaily tronquée à* $K/15$ *et* $4K$.

surface à spectre d'Elfouhaily tronqué à $K/15$ et $4K$ sont présentés pour une incidence de 80° et 89° et une longueur d'onde de 25 cm. La vitesse du vent est de 10 m/s. On constate que pour les angles diffractés inférieurs à 0°, SSA1 sous-estime l'intensité diffractée.
Sur les figures 4.7(a) et 4.7(b), l'écart sur l'intensité rétro-diffusée est tracé en fonction de la vitesse du vent et de longueur d'onde incidente. Pour un vent de 15 m/s, l'erreur atteint environ 5 dB pour une onde incidente de 3 cm de longueur d'onde. L'erreur moyenne est d'environ 3 dB. Comme pour les surfaces en loi de puissance k^{-4} étudiées précédemment dans le chapitre 3, SSA1 est beaucoup moins sensible à l'incidence que pour des surfaces gaussiennes. SSA1 est une méthode approchée envisageable pour la partie hautes fréquences du spectre. Cette conclusion est aussi valable pour SPM1. Ainsi, les méthodes approchées SPM1 et SSA1 seront utilisées pour calculer la diffraction des ondes électromagnétiques par la partie hautes fréquences du spectre océanique. Pour la partie basses fréquences, l'optique géométrique sera utilisée.

4.2.2 GOSSA

Pour séparer les petites échelles des grandes échelles, il est commode d'utiliser une fréquence de coupure. Les modèles deux échelles qui utilisent SPM1 sont très sensibles à cette fréquence de coupure comme le montre la figure 4.8. A cause de la dépendance à la fréquence de coupure des modèles deux échelles utilisant SPM1, Soriano et Guérin ont développé dans [68] un modèle à

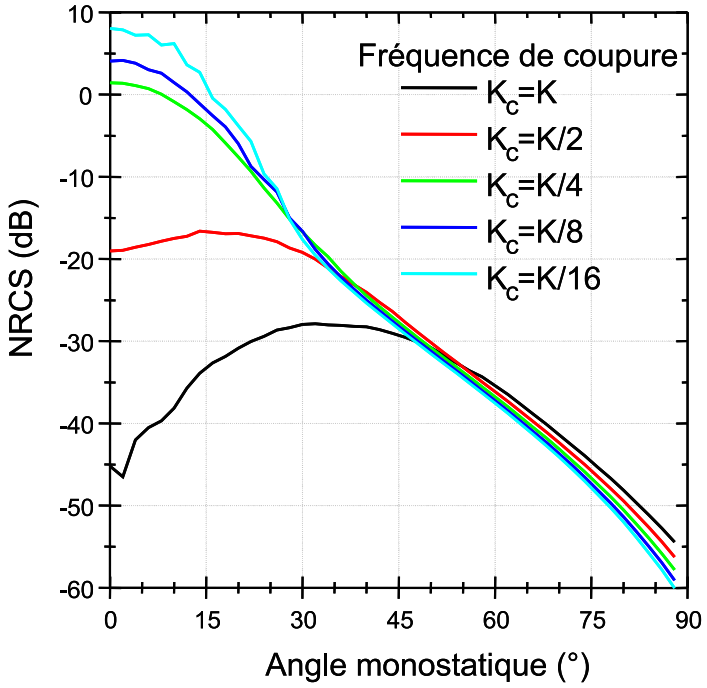


FIG. 4.8 – *Intensité retro-diffusée HH calculée par le modèle deux échelles classique en fonction de la fréquence de coupure : bande Ku, vent = 15 m/s.*

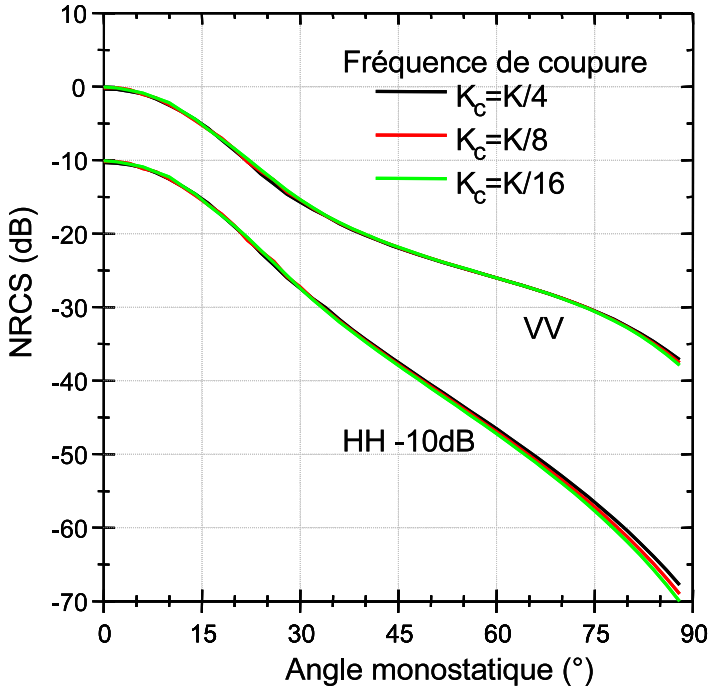


FIG. 4.9 – *Intensité rétro-diffusée HH calculée avec GOSSA en fonction de la fréquence de coupure : bande Ku, vent = 15 m/s.*

deux échelles en remplaçant en particulier SPM1 par SSA1. La section efficace obtenue s'écrit :

$$\sigma_{GOSSA} = \sigma_{GO}\ \mathrm{e}^{-(\mathbf{K}-\mathbf{K_0})^2\sigma_s^2}\left[1 -\ \mathrm{e}^{-(q+q_0)\sigma_l^2}\right] + \sigma_{SSA1} * \mathbf{P} \tag{4.9}$$

σ_s et σ_l représentent respectivement la hauteur quadratique moyenne des petites et grandes échelles. SSA1 est estimé pour les angles locaux. On constate que pour $\sigma_s = 0$ et $(q + q_0) >> 1$ on retrouve l'optique géométrique et, pour $\sigma_l = 0$, SSA1.

Sur la figure 4.9, la section efficace rétro-diffusée a été tracée pour les polarisations Horizontale et Verticale, pour différentes fréquences de coupure, un vent de 15 m/s et une onde incidente de 2 cm de longueur d'onde. GOSSA n'est quasiment pas sensible à la coupure.

Aux grands angles, GOSSA est équivalent au modèle à deux échelles utilisant SPM1 pour la partie hautes fréquences du spectre océanique. Cependant pour la suite de mon étude, je compare des données obtenues pour des incidences rasantes à des incidences modérées. Pour cette raison, j'utiliserai GOSSA car il est beaucoup moins sensible au choix de la fréquence de coupure. Sur la figure 4.10, l'intensité diffractée calculée avec GOSSA a été tracée pour un vent de 10 m/s et une longueur d'onde de 25 cm. On constate que l'intensité diffractée ne tend pas vers zéro pour les angles rasants ce qui est en contradiction avec la théorie électromagnétique. Ce problème vient du fait que certaines facettes constituant la surface ne doivent pas être éclairées et que d'autres facettes éclairées ne doivent pas renvoyer d'énergie dans certaines directions (voir la figure 4.11) : le modèle ne prend en compte que les interactions simples. A priori, GOSSA surestime l'intensité diffractée. Pour résoudre ce problème, on utilise des fonctions d'ombrage.

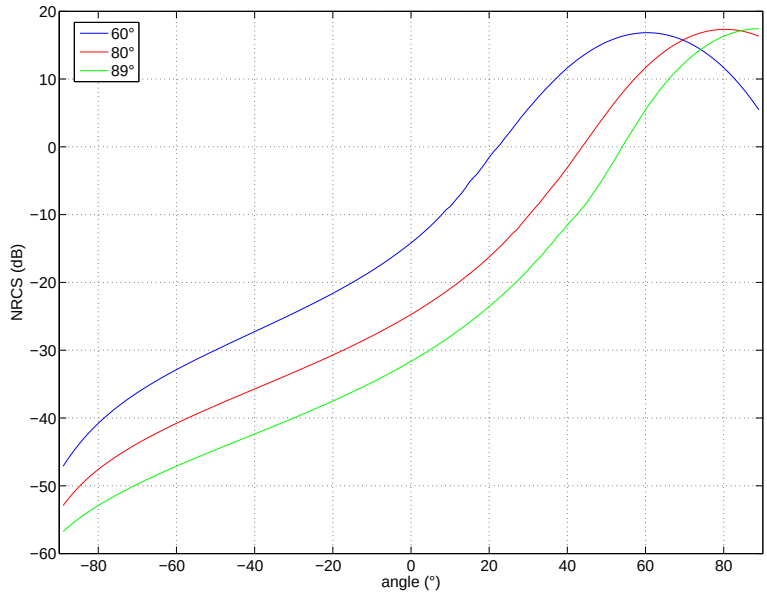


FIG. 4.10 – *Intensité diffractée HH calculée avec GOSSA pour différentes incidences* 60° *(courbe bleue),* 80° *(courbe rouge) et* 89° *(courbe verte) : bande L, vent* $= 10$ *m/s.*

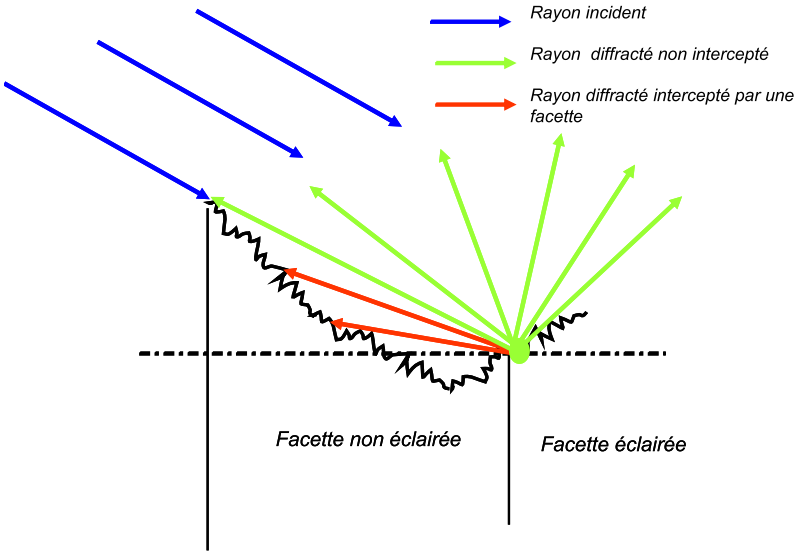


FIG. 4.11 – *Représentation du phénomène d'ombrage.*

4.3 Fonction d'ombrage

Les fonctions d'ombrage ou fonctions d'ombre (voir même fonction de visibilité) ont été introduites dans les années 60 pour améliorer l'approximation de Kirchhoff. En effet, en se basant sur une approche géométrique, lorsqu'une surface a une rugosité très importante une partie de celle-ci n'est pas illuminée. La fonction d'ombrage va permettre de déterminer la fraction de surface éclairée. L'avantage de l'utilisation de la fonction d'ombrage est que l'intensité diffractée avec l'ombrage est simplement le produit de l'intensité diffractée sans ombrage par la fonction d'ombrage ; pour la démonstration je renvoie à Sancer dans [69]. Beckmann a été l'un des premiers à déterminer une fonction d'ombrage en 1965 dans [70], cependant, Brockelman dans [71] montre numériquement que le modèle de Beckmann est erroné. En 1966 et 1967, le modèle est amélioré par Wagner [72] puis Smith [73, 74]. Ils obtiennent de meilleurs résultats que Beckmann. Brown dans [50] a montré, en se fondant sur la série de Kirchhoff, que l'utilisation des fonctions d'ombrage était valable pour des surfaces dites "douces" (pentes modérées et grands rayons de courbure). Plus tard, Bourlier dans [75, 76] montre numériquement que la fonction de Wagner surestime l'effet d'ombrage alors que celle de Smith est bien meilleure. Tous les résultats obtenus par Beckmann, Wagner et Smith, supposent que la densité de probabilité des hauteurs et des pentes sont gaussiennes et que la corrélation entre deux points est nulle. Les fonctions d'ombrage de Wagner et de Smith ont été calculées en prenant en compte cette corrélation dans [77].

4.3.1 Définition de la fonction d'ombrage monostatique monodimensionnelle

La fonction d'ombrage va être explicitée pour une surface unidimensionnelle, elle sera ensuite généralisée au cas de la surface bidimensionelle. Le problème est le suivant : quelle la probabilité $S(\xi_0,\gamma_0)$ qu'un point F d'une surface rugueuse, de hauteur ξ_0 au dessus du plan moyen, et avec une pente locale γ_0, ne soit pas dans l'ombre lorsque la surface est éclairée par un faisceau de rayons parallèles à un angle d'incidence θ (voir figure 4.12).
L'origine des coordonnées est prise par rapport au plan moyen sous le point F et (xOy) est plan incidence. Seule la partie à droite du point F et dans le plan d'incidence peut ombrer le point F. $S(\xi_0,\gamma_0,\theta)$, que l'on notera $S(F,\theta)$ pour simplifier, est équivalent à la probabilité qu'aucune partie de la surface à droite de F intercepte le rayon FS. Ceci, peut s'écrire :

$$S(F,\theta) = \lim_{\tau\to\infty} S(F,\theta,\tau) \tag{4.10}$$

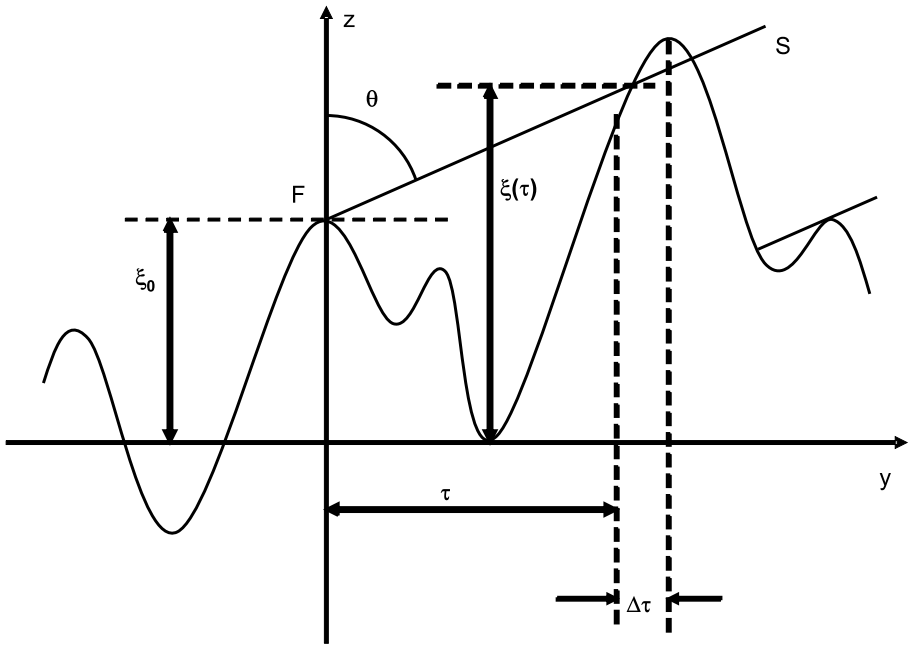


FIG. 4.12 – *Section d'une surface rugueuse aléatoire illuminée de S.*

où $S(F,\theta,\tau)$ est la probabilité qu'il n'y ait pas de point de la surface qui intercepte le rayon FS dans l'intervalle $[0;\tau]$. Une équation différentielle pour $S(F,\theta)$ peut être développée. Commençons par exprimer $S(F,\theta,\tau+\Delta\tau)$.

$$S(F,\theta,\tau+\Delta\tau) = S(F,\theta,\tau)\cdot Q(\Delta\tau|F,\theta,\tau) \tag{4.11}$$

où $Q(\Delta\tau|F,\theta,\tau)$ est la probabilité conditionnelle que la surface n'intercepte pas le rayon FS dans l'intervalle d'observation $\Delta\tau$ sachant qu'elle ne l'intercepte pas dans l'intervalle τ.
Si $g(\tau)\Delta\tau$ est la probabilité conditionnelle que le rayon FS soit intercepté par la surface dans l'intervalle $\Delta\tau$ sachant qu'elle ne l'intercepte pas dans l'intervalle τ. L'équation (4.11) peut s'écrire

$$S(F,\theta,\tau+\Delta\tau) = S(F,\theta,\tau)\left[1-g(F,\theta,\tau)\right]\Delta\tau \tag{4.12}$$

Donc $S(F,\theta,\tau)$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\partial S(F,\theta,\tau)}{\partial\tau} = -g(F,\theta,\tau)\cdot S(F,\theta,\tau) \tag{4.13}$$

dont la solution est

$$S(F,\theta,\tau) = S(F,\theta,0)exp\left\{-\int_0^\tau g(F,\theta,\tau)d\tau\right\} \tag{4.14}$$

donc d'après (4.10),

$$S(F,\theta) = S(F,\theta,0)exp\left\{-\int_0^\infty g(F,\theta,\tau)d\tau\right\} \tag{4.15}$$

avec, $S(F,\theta,0)$ égale à un si la pente dans le plan d'incidence γ_0, est inférieur à $\mu = \text{cotan}\theta$ et zéro sinon, soit $S(F,\theta,0) = H(\mu - \gamma_0)$, où H est la fonction d'Heaviside.
A partir de cette fonction d'ombrage, il est possible de définir la fonction d'ombrage moyenne sur les pentes et les hauteurs

$$S(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(F,\theta) p(\xi_0,\gamma_0) d\xi_0 d\gamma_0 \tag{4.16}$$

où $p(\xi_0,\gamma_0)$ est la densité de probabilité jointe des hauteurs et des pentes. Le calcul de la fonction d'ombrage repose sur la détermination de la fonction g et de son intégration sur τ. Les deux approches les plus utilisées sont celles de Wagner et de Smith. Toutes les deux sont un cas particulier des travaux de Ricciardi et Sato dans [78].

4.3.2 Approche de Ricciardi et Sato

L'expression de la fonction g, fondée sur l'approche de Ricciardi et Sato [78], s'exprime comme une série infinie d'intégrales faisant intervenir la densité de probabilité jointe que la surface intercepte le rayon FS au point $\xi(\tau)$ dans les intervalles $\{[\tau_1;\tau_1+\Delta\tau_1],...,[\tau_n;\tau_n+\Delta\tau_n]\}$ connaissant le point $F(\xi_0,\gamma_0)$. La densité de probabilité g a été rigoureusement calculée par Bourlier dans [77] pour un processus aléatoire décorrélé. Il montre que la fonction d'ombrage ne tend pas vers zéro aux grands angles et conclut sur la nécessité de prendre en compte la corrélation pour le calcul de g. Cependant, le calcul de la densité de probabilité g devient très complexe voir impossible analytiquement. Kapp et Brown dans [79], ont calculé numériquement les trois premiers termes du développement de la densité de probabilité, mais leurs résultats divergent pour les angles rasants et sont beaucoup moins précis que les résultats obtenus avec l'approche de Smith et Wagner [77].

4.3.3 Approche de Wagner

Pour Wagner, la probabilité conditionnelle $g\Delta\tau$ que le rayon FS soit intercepté par la surface dans l'intervalle $[\tau;\Delta\tau]$ sachant qu'elle ne l'intercepte pas dans l'intervalle $[0;\tau]$, est approchée par la probabilité que la surface intercepte le rayon FS dans l'intervalle $[\tau;\tau+\Delta\tau]$ connaissant le point $F(\xi_0,\gamma_0)$, [72]. Ainsi, il est possible de calculer g_W, qui s'écrit

$$g_w(F,\theta,\tau) = \int_{\mu}^{\infty} (\gamma - \mu)\, p(\xi = \xi_0 + \mu\tau,\gamma|,\xi_0,\gamma_0;\tau) d\gamma \tag{4.17}$$

pour un processus gaussien décorrélé, la probabilité de Wagner se simplifie :

$$g_W(F,\theta,\tau) = \mu\Lambda p(\xi = \xi_0 + \mu\tau) \tag{4.18}$$

avec $\Lambda = \frac{1}{\mu}\int_{\mu}^{\infty}(\gamma-\mu)p(\gamma)d\gamma$ et $\mu = \text{cotan}(\theta)$

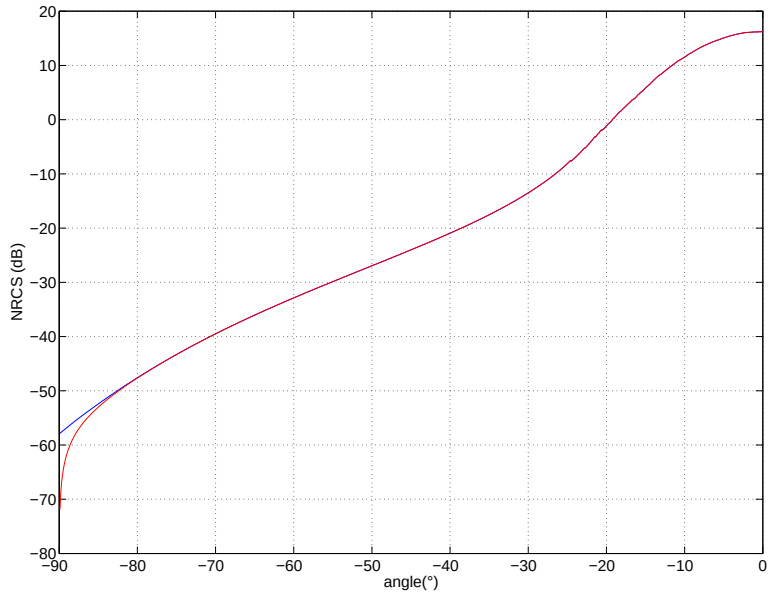


FIG. 4.13 – *Intensité rétrodiffusée pour un vent de* 10 $m.s^{-1}$ *en bande L sans fonction d'ombrage (courbe bleue) et avec la fonction d'ombrage de Smith décorrélée (courbe rouge).*

4.3.4 Approche de Smith

Pour Smith, la probabilité conditionnelle g est approchée par la probabilité conditionnelle que la surface intercepte le rayon FS dans l'intervalle $[\tau;\tau+\Delta\tau]$ sachant qu'elle ne l'intercepte pas avant τ et connaissant le point $F(\xi_0,\gamma_0)$, [73]. Smith rajoute une condition supplémentaire sur la probabilité de Wagner, ainsi la probabilité conditionnelle de Smith s'écrit :

$$g_S(F,\theta,\tau) = \frac{g_W(F,\theta,\tau)}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\xi_0+\mu\tau} p(\xi,\gamma|\xi_0,\gamma_0)d\xi} \tag{4.19}$$

où $p(\xi,\gamma|\xi_0,\gamma_0)$ est la densité de probabilité conjointe des hauteurs (ξ,ξ_0) et des pentes (γ,γ_0). La densité de probabilité de Smith n'est autre que la densité de probabilité de Wagner normalisée. Pour un processus décorrélé, g_S s'écrit

$$g_S(F,\theta,\tau) = \mu\frac{\Lambda p(\xi=\xi_0+\mu\tau)}{\int_{-\infty}^{\xi=\xi_0+\mu\tau} p(\xi_1)d\xi_1} \tag{4.20}$$

4.3.5 Surface gaussienne décorrélée

Les fonctions d'ombrage de Wagner et de Smith ont été calculées dans [72, 73, 77] pour une densité de probabilité des hauteurs et des pentes gaussienne et décorrélée.

$$\begin{cases} S_W(F,\theta) = H(\mu-\gamma_0)\exp^{-0.5\Lambda(v)\ \mathrm{erfc}(\xi_0/\sqrt{2}\sigma)} \\ S_S(F,\theta) = H(\mu-\gamma_0)\left(1-0.5\ \mathrm{erfc}\left(\xi_0/\sqrt{2}\sigma\right)\right)^{\Lambda\left(\mu/(\omega\sqrt{2})\right)} \end{cases} \tag{4.21}$$

Et donc les fonctions d'ombrage moyennes de Wagner et de Smith s'écrivent :

$$\begin{cases} S_W(\theta) = \Lambda' \times \frac{1-e^{-\Lambda}}{\Lambda} \\ S_S(\theta) = \Lambda' \times \frac{1}{\Lambda+1} \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} \Lambda(v) = \frac{e^{-v^2} - v\sqrt{\pi}\mathrm{erfc}(v)}{2v\sqrt{\pi}} \\ \Lambda'(v) = 1 - \frac{\mathrm{erfc}(v)}{2} \end{cases}$$

où $v = \frac{\mu}{\omega\sqrt{2}}$, avec ω l'écart type des pentes et $\mu = \mathrm{cotan}\theta$.

Bourlier a montré numériquement que les approches classiques de Smith et de Wagner surestiment la fonction d'ombre [75, 76]. Néanmoins, la fonction de Smith donne de meilleurs résultats que la fonction de Wagner. Wagner a calculé dans [72] sa fonction d'ombrage en prenant en compte la corrélation à l'aide d'approximations. Bourlier a étudié les fonctions d'ombre de Smith et de Wagner pour un processus gaussien corrélé. Les résultats qu'il a obtenus, montrent que l'influence de la corrélation devient négligeable pour les angles rasants [77]. Ceci est confirmé par Fuks dans [80, 81].

Sur la figure 4.13, l'intensité rétro-diffusée a été tracée en fonction de l'angle d'incidence pour un vent de 10 m.s^{-1} en bande L avec et sans la fonction d'ombrage de Smith décorrélée. L'ombre devient significative (inférieure à 1 dB) pour des angles d'incidence supérieurs à 85°.

4.3.6 Fonction d'ombrage bistatique

L'approche la plus répandue pour le problème bistatique est de considérer les deux problèmes monostatiques définis selon l'émetteur et le récepteur et de considérer trois cas, comme le montre la figure 4.14.

La fonction d'ombre bistatique $S(F,\theta_1,\theta_2)$ représente la probabilité que le rayon émis et le

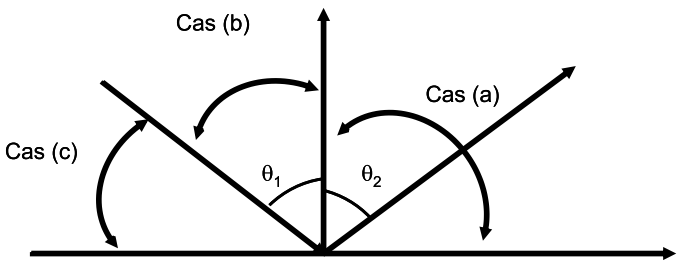
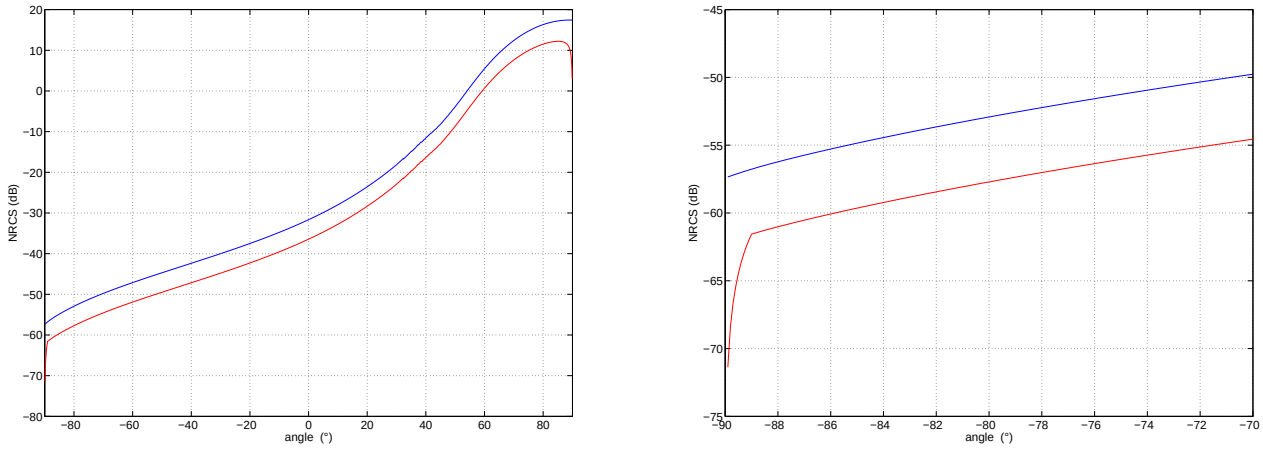


FIG. 4.14 – *Représentation géométrique des trois cas.*

rayon réfléchi se coupant au point F, d'incidences respectives (θ_1,θ_2) , ne soient pas interceptés



(a) (b)

FIG. 4.15 – *Diagramme bistatique obtenu avec GOSSA pour une surface de mer d'Elfouhaily avec un vent de 10 m/s et une incidence de 89°, avec la fonction d'ombrage de Smith bistatique (courbe rouge) et sans (courbe bleue).*

par la surface. La fonction d'ombre bistatique dépendra des fonctions d'ombre monostatique $S(F,\theta_1)$ et $S(F,\theta_2)$ [69], [76] :

$$S(\theta_1,\theta_2,F) = \begin{cases} S(F,\theta_1)S(F,\theta_2) \ pour \ \theta_2 \in [0;\frac{\pi}{2}] \\ S(F,\theta_1) \ pour \ \theta_2 \in [\theta_1;0] \\ S(F,\theta_2) \ pour \ \theta_2 \in [\theta_2;\theta_1] \end{cases} \tag{4.22}$$

Cette méthode, très simple pour calculer la fonction d'ombre bistatique, engendre une rupture brutale dans le comportement du diagramme bistatique autour de la direction de rétro-diffusion comme le montre la figure 4.15. Ce comportement a déjà été observé par Bourlier dans [82] (voir sa figure 4 pour une incidence de 80°). Ce phénomène est clairement non physique. Mudaliar dans [83] présente une fonction d'ombrage bistatique alternative permettant d'obtenir un comportement plus lisse. Cependant, la formulation de cette fonction d'ombre ne peut être obtenue de façon analytique que pour des cas limites et s'avère délicate à mettre en œuvre ce qui en limite son intérêt.

4.3.7 Fonction d'ombrage bidimensionnelle

Dans [76], la fonction d'ombrage monodimensionnelle a été généralisée au cas bidimensionnel. En faisant un changement de repère, la fonction d'ombrage bidimensionnelle s'écrit comme la fonction d'ombre monodimensionnelle en remplaçant σ par $\omega = \sqrt{(\omega_x cos\phi)^2 + (\omega_y sin\phi)^2}$,

ω_x et ω_y étant respectivement l'écart type des pentes γ_x et γ_y, et ϕ la direction d'observation selon l'axe (Ox). Les résultats déterminés précédemment au cas monodimensionnel peuvent donc être généralisés au cas bidimensionnel.

4.3.8 Comportement de la fonction d'ombrage aux grands angles

Il est intéressant d'étudier le comportement de la fonction d'ombrage aux grands angles.

Processus gaussien décorrélé

Pour les fonctions d'ombrage de Smith et de Wagner pour un processus gaussien décorrélé, grâce au développement en série de la fonction erfc donnée par Abramowitz dans [84], lorsque ν est petit :

$$\begin{aligned} \Lambda(\nu) &\approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}\nu} + O(\nu^2) \\ \Lambda'(\nu) &\approx \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\nu + O(\nu^2) \end{aligned}$$

Et donc les fonctions d'ombre de Wagner et de Smith pour un processus gaussien décorrélé s'écrivent :

$$S_S(\theta) = S_W(\theta) \approx \sqrt{\pi}\nu + O(\nu^2) \tag{4.23}$$

La variable ν étant directement liée à q par la relation :

$$\nu = \frac{\text{cotan}\theta}{\omega\sqrt{2}} = q/\sqrt{2}k_0\omega \tag{4.24}$$

Pour les angles d'incidences rasants, le comportement de ν et q sont comparables. Les fonctions d'ombre de Smith et Wagner se comportent comme ν et donc q lorsque l'angle d'incidence devient rasant. Ce résultat est en parfait accord avec celui obtenu par Milder dans [85].
Il engendre un problème sur le comportement de la fonction d'ombrage. Pour le modèle à deux échelles, il a été vu que l'intensité diffractée sans ombrage ne tendait pas vers zéro. L'intensité diffractée avec ombrage I_{0MB} est directement proportionnelle à la fonction d'ombre. Pour les angles rasants, elle s'écrit :

$$I_{OMB} = \mathrm{I} \cdot S\left(\theta\right) \approx I_{\theta=90^\circ}\ \sqrt{\pi}\nu + O(\nu^2) \tag{4.25}$$

L'utilisation de la fonction d'ombrage va donc faire tendre l'intensité diffracté vers zéro mais avec le mauvais comportement. Elle tendra vers zéro comme $O(\nu)$ au lieu de $O(\nu^4)$ pour une configuration monostatique.

Processus gaussien corrélé

Pour les surfaces corrélées, il est beaucoup plus difficile de déterminer directement le comportement de la fonction d'ombrage en ν. En effet, les probabilités de Smith et Wagner font intervenir la fonction de corrélation et ses dérivées en τ. Cependant, lorsque la longueur d'observation est plus grande que quelques longueurs de corrélation, les fonctions de corrélations et leurs dérivées deviennent négligeables. L'intégration, sur le domaine d'observation τ, de la probabilité de Smith ou de Wagner peut donc se décomposer en deux parties :

$$\int_0^\infty g(\tau)d\tau = \int_0^{\tau_0} g_c(\xi = \xi_0 + \mu\tau)d\tau + \int_{\tau_0}^\infty g_d(\xi = \xi_0 + \mu\tau)d\tau \tag{4.26}$$

avec g_c et g_d, la probabilité de Smith ou de Wagner avec corrélation et sans corrélation, τ_0 la longueur d'observation à partir de laquelle la fonction d'autocorrélation s'annule. Le changement de variable $X = \xi_0 + \mu\tau$ permet d'écrire :

$$\int_0^\infty g(\tau)d\tau = \frac{1}{\mu}\left\{\int_{\xi_0}^{\xi_0+\mu\tau_0} g_c(X)dX + \int_{\xi_0+\mu\tau_0}^\infty g_d(X)dX\right\} \tag{4.27}$$

Lorsque l'incidence devient rasant, μ tend vers zéro et donc

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty g(\tau)d\tau &\approx \frac{1}{\mu}\left\{\mu\tau_0 g_c(\xi_0) + \int_{\xi_0}^\infty g_d(X)dX\right\} \\
\int_0^\infty g(\tau)d\tau &\approx \frac{1}{\mu}\int_{\xi_0}^\infty g_d(X)dX + O(1) \\
\int_0^\infty g(\tau)d\tau &\approx \int_0^\infty g_d(\tau)d\tau + O(1)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

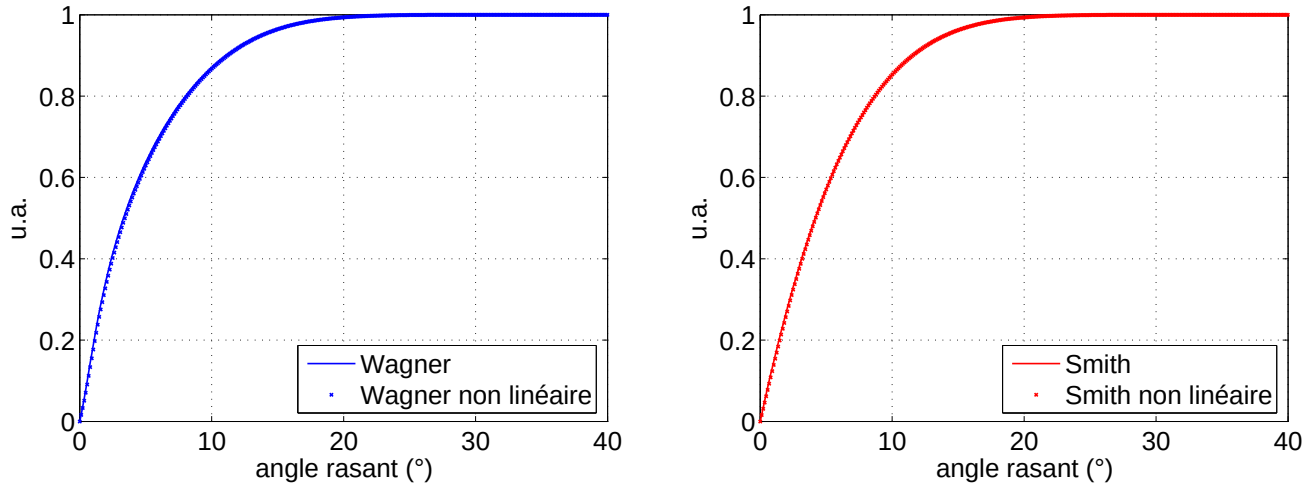
Donc pour les angles rasants, l'influence de la corrélation devient négligeable. Ainsi, le comportement de la fonction d'ombrage avec corrélation présente le même comportement en ν que la fonction d'ombrage sans corrélation. Ce résultat est en parfait accord avec celui obtenu par Wagner dans [72] (voir la fin de son annexe).

Processus non linéaire décorrélé

D'après les travaux de Longuet-Higgins, Jackson développe la densité de probabilité jointe des hauteurs et des pentes pour un processus faiblement non linéaire, elle s'écrit [86, 87] :

$$p(\xi,\gamma) = \frac{1}{2\pi\omega\sigma}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi^2}{\sigma^2} + \frac{\gamma^2}{\omega^2}\right)\right\}\left[1 + \frac{1}{6}\lambda_{300}H_{300} + \frac{1}{2}\lambda_{120}\frac{\xi}{\sigma}\left(\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)^2 - 1\right)\right] \tag{4.29}$$

avec $H_{300} = \left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^3 - 3\frac{\xi}{\sigma}$, et λ_{300} et λ_{120} les coefficients de dissymétrie. Il faut faire attention au choix des paramètres de dissymétrie car la densité de probabilité peut être inférieure à zéro selon leur valeur. A partir de cette distribution jointe des pentes et des hauteurs, il est possible



(a) Wagner (b) Smith

FIG. 4.16 – *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (gauche) et de Smith (droite) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.2$ *et* $\lambda_{300} = 0.5$. *La hauteur quadratique moyenne est de* 0.365λ *et la pente de* 0.144.

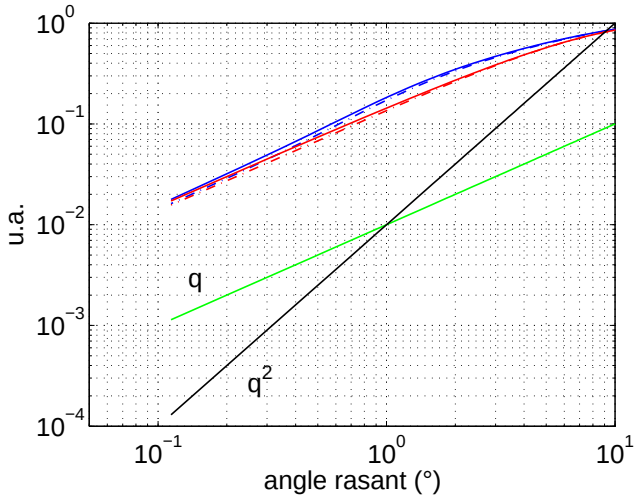
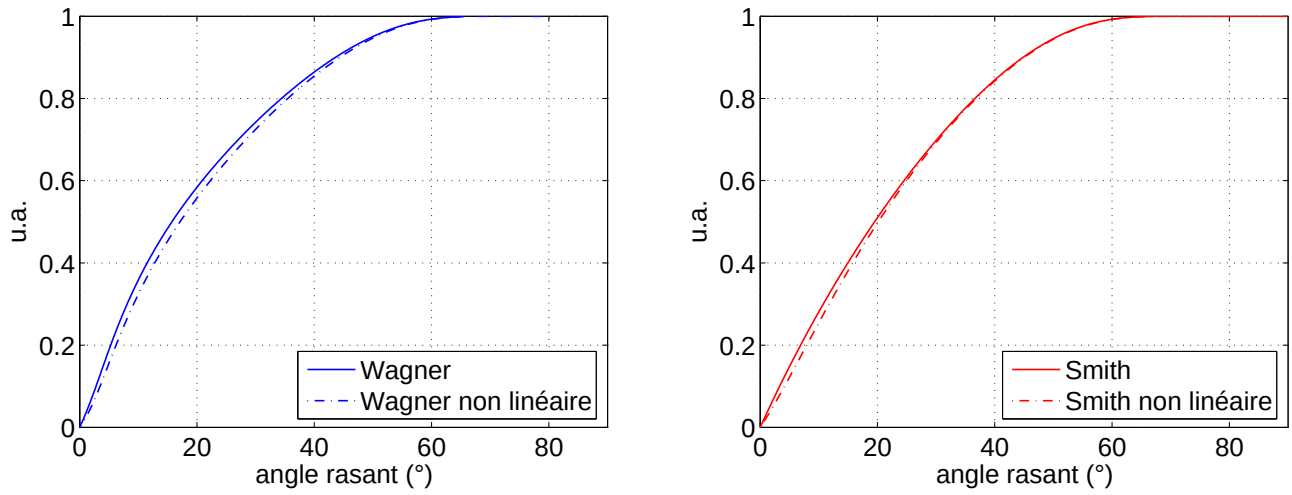


FIG. 4.17 – *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (courbes bleues) et de Smith (courbes rouges) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (courbes en trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.2$ *et* $\lambda_{300} = 0.5$. *La hauteur quadratique moyenne est de* 0.365λ *et la pente de* 0.144. *Les courbes* q *et* q^2 *présentent respectivement un comportement linéaire et quadratique.*



(a) Wagner (b) Smith

FIG. 4.18 – *Fonctions d'ombrage moyenne de Wagner (gauche) et de Smith (droite) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (croix) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.5$ *et* $\lambda_{300} = 0.2$. *La hauteur quadratique moyenne est de* 1λ *et la pente de* 0.7.

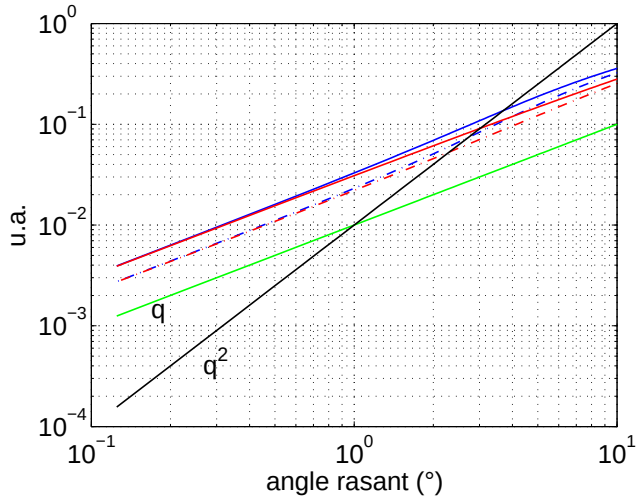


FIG. 4.19 – *Fonctions d'ombrage de Wagner (courbes bleues) et de Smith (courbes rouges) calculées pour une surface linéaire (courbe en trait plein) et non linéaire (courbes en trait discontinu) de paramètres* $\lambda_{120} = 0.5$ *et* $\lambda_{300} = 0.2$. *La hauteur quadratique moyenne est de* 1λ *et la pente de* 0.7. *Les courbes* q *et* q^2 *présentent respectivement un comportement linéaire et quadratique.*

de calculer, numériquement cette fois, les fonctions d'ombrage de Smith et de Wagner. Sur les figures 4.16(a) et 4.16(b), ces fonctions ont été tracées pour une mer de hauteur quadratique moyenne de 0.365λ et une pente de 0.144, ce qui correspond aux caractéristiques d'une surface océanique pour un vent de 7 m/s. Les paramètres de λ_{120} et λ_{300} sont pris respectivement égales à 0.2 et 0.5 suivant Srokosz [87]. Pour Wagner ou Smith, la différence est quasiment nulle. Sur la figure 4.17, on peut voir le comportement pour les grands angles d'incidences. Les figures 4.18(a), 4.18(b) et 4.19 présentent les résultats obtenues pour une surface de hauteur quadratique moyenne 1λ et de longueur de pente 0.7, ce qui correspond à une longueur de corrélation de 0.5λ pour une surface à spectre gaussien. L'influence des paramètres de dissymétrie est plus importante que pour la mer, elle reste cependant faible. Les fonctions d'ombrage calculées pour des surfaces non linéaires se comportent toujours comme $O(\nu)$.

Approche de Wetzel

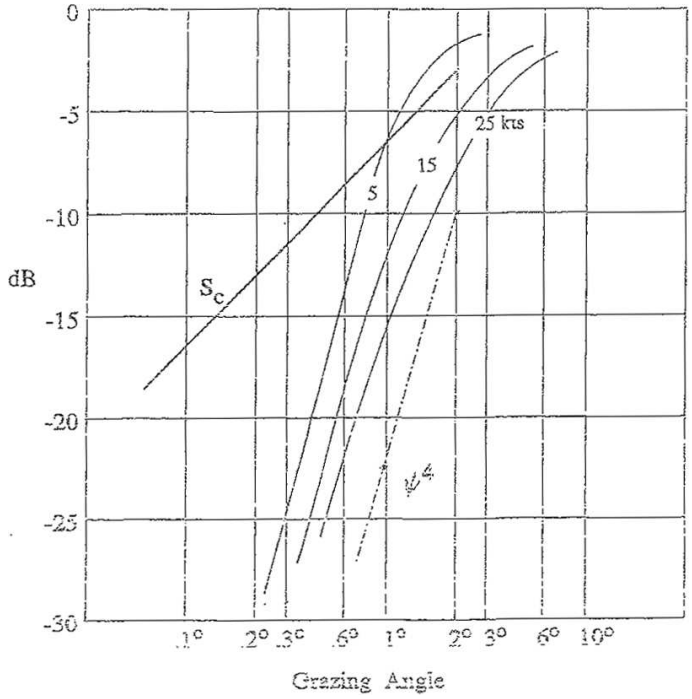


FIG. 4.20 – *Fonction d'ombrage de Wetzel pour différents vents, S_C représente la fonction d'ombre de Smith (Wetzel 1986).*

Wetzel dans [88] montre, en calculant la diffraction par un motif élémentaire à l'aide de la théorie physique de la diffraction, que le domaine d'illumination s'étale au delà de la région déterminée par l'optique géométrique, c'est-à-dire que l'intensité passe de zéro à un plus ou moins rapidement. A partir de ce résultat et d'observations, Wetzel considère que pour des

angles rasants, la surface de l'océan peut être représentée comme un plan noir d'où émergent des "îles" diffractantes. De plus, invoquant des conditions de stabilité de la surface, il suppose que ces "îles" sont des prismes d'angle intérieur 120° et de longueur d'arête L_I couvertes de vagues de Bragg. A partir de cette approche, Wetzel détermine une fonction d'ombrage qui s'écrit :

$$S_{Wetzel}(\theta) = (1/2)(L_I/L_{SH})^2 \tag{4.30}$$

Où $L_I = L^{\xi^2_{seuil}}[1 - \mathrm{erf}(\xi_{seui})]$ et $L_{SH} = L^{\xi^2_{seuil}}[1 + \mathrm{erf}(\xi_{seuil})]$ la distance séparant deux "îles", $L = \pi(\sigma/\omega)$ est la longueur caractéristique, la fonction d'ombrage de Wetzel s'exprime donc :

$$S_{\mathrm{Wetzel}} = \frac{1}{2}\left[\frac{1 - \mathrm{erf}(\xi_{seuil})}{1 + \mathrm{erf}(\xi_{seuil})}\right]^2 \tag{4.31}$$

ξ_{seuil} représente un niveau seuil qui décroît avec la valeur θ/ω. Ce niveau est obtenu à partir de la fonction d'ombre de Smith (4.21), elle correspond à la valeur de la hauteur ξ_0 pour lequel la probabilité $\left(1 - (1/2)\mathrm{erfc}(\xi_0/\sqrt{2}\sigma)\right)^{\Lambda(v)} = 0.5$.

Avec cette fonction d'ombrage, Wetzel montre graphiquement qu'elle se comporte en ν^4 pour les angles très rasants ($> 88°$, voir figure 4.20). Pour les angles moindres, cette fonction d'ombrage diverge rapidement. Sur la figure 4.20, Wetzel a introduit une fonction de transition afin de retrouver les résultats de la fonction d'ombre de Smith pour les grands angles angles rasants. Cette fonction arbitraire est insuffisamment documentée, pour cette raison, le modèle de Wetzel ne sera pas utilisé. De plus, cette approche repose sur de nombreuses hypothèses, forme des "îles", niveau seuil (qui repose sur la fonction d'ombrage de Smith).

4.3.9 Conclusion

La définition de la fonction d'ombrage monostatique monodimensionnelle ainsi que la généralisation à la fonction d'ombrage bistatique bidimensionnelle ont été rappelées. Le cas des surfaces gaussiennes corrélées et non corrélées a été étudié analytiquement, et les surfaces non corrélées faiblement non linéaires ont reçu un traitement numérique. Les fonctions d'ombrage de Smith et Wagner sont proportionnelles à ν. Ce comportement dérive de la nature géométrique de S. L'introduction de ce terme d'ombrage dans un modèle deux échelles ne permet donc pas de retrouver le comportement électromagnétique dans les angles rasants en q_0^4 dans le cas monostatique.

Les fonctions d'ombrage présentent aussi d'autres défauts. Elles sont toutes indépendantes de la polarisation de l'onde incidente. Dans le cas bistatique et surtout pour des angles très obliques, il apparaît un point d'inflexion au niveau de la direction rétrodiffusée. Ce problème a été en

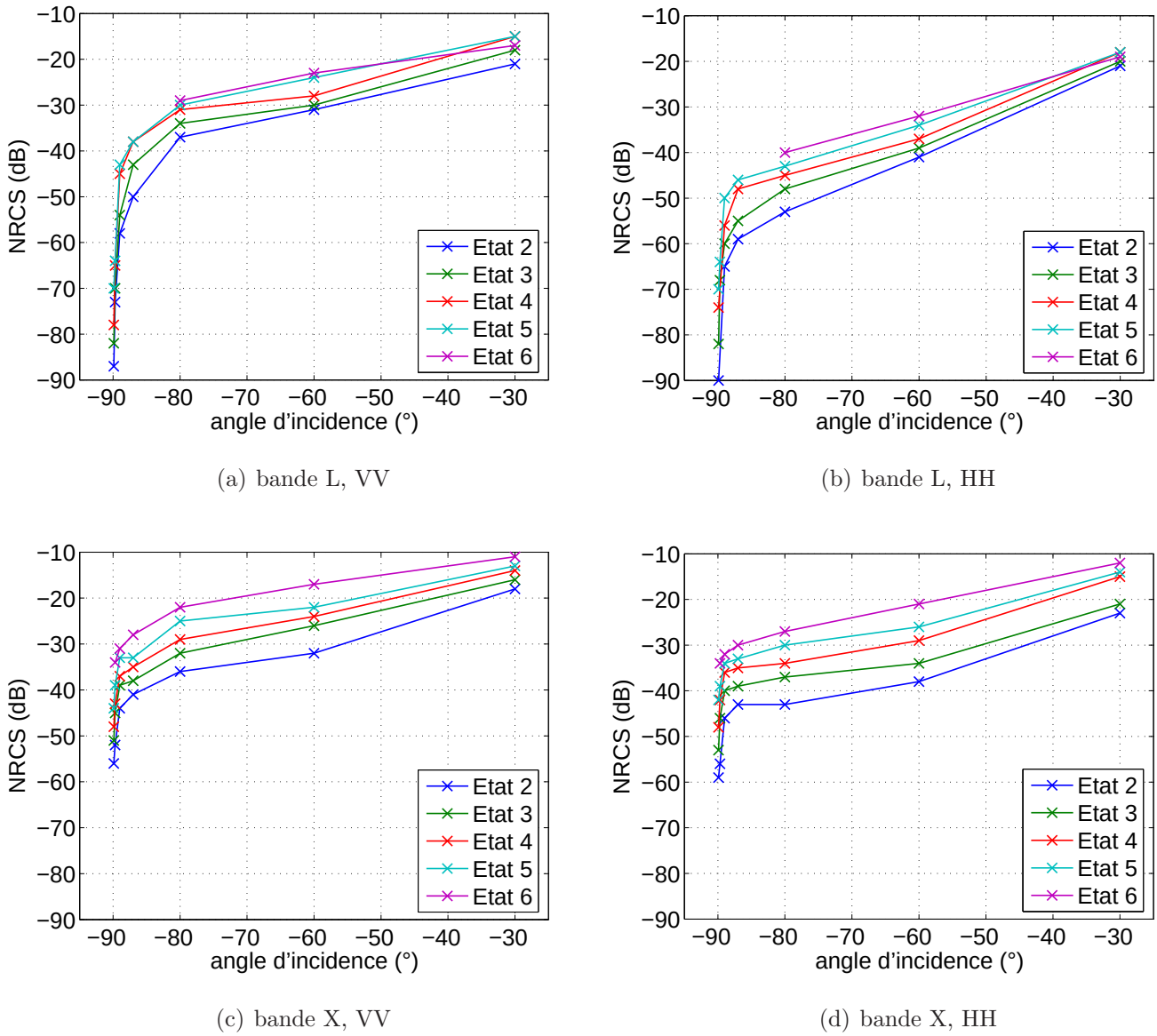
partie résolu par Mudaliar, mais la fonction d'ombrage bistatique obtenue n'a pas d'expression analytique.
Un des intérêts des fonctions d'ombrage est d'indiquer approximativement à partir de quel angle les effets d'ombrage apparaissent. Les surfaces océaniques présentent de faibles pentes quadratiques moyennes. Pour un vent de 10 m/s, en bande L, les effets d'ombrage, pour les fonctions étudiées, deviennent significatifs (supérieurs à 1 dB) pour des angles supérieurs à 87°. Leur influence sur le diagramme de diffraction apparaît ici assez faible.

On a pu voir que les fonctions d'ombrage ne permettent pas de corriger les modèles deux échelles de manière satisfaisante pour les surfaces de mer utilisées. Or, dans les angles rasants, il existe d'autres contributeurs qui peuvent intervenir dans la section efficace de diffusion de la surface océanique, comme par exemple les vagues déferlantes, et qui ne sont pas pris en compte dans nos modèles (MoM, GOSSA). Il est donc intéressant de comparer GOSSA avec des données expérimentales et d'introduire un terme supplémentaire dans la section efficace représentant le déferlement.

4.4 Comparaison de GOSSA avec les données de Nathanson

Dans cette partie, je me suis intéressé aux données obtenues par Nathanson dans les années 1960 et j'ai voulu voir quel était l'écart entre GOSSA et ces données. Ces données sont très utilisées dans l'industrie.

4.4.1 Les données de Nathanson



(a) bande L, VV

(b) bande L, HH

(c) bande X, VV

(d) bande X, HH

FIG. 4.21 – *Intensité rétrodiffusée mesurée par Nathanson pour différents états de mer.*

Les données de Nathanson ont été obtenues dans les années 1960, elles sont présentées dans [89] sous forme de tables. Elles donnent le σ_0 en fonction de l'état de mer (voir tableau 4.1

incidence (°)	Etat 2		Etat 3		Etat 4		Etat 5		Etat 6	
89.9	-87	-90	-82	-82	-78	-74	-70	-70	-	-
89.7	-73	-	-70	-68	-65	-	-64	-64	-	-
89	-58	-65	-54	-60	-45	-56	-43	-50	-	-
87	-50	-59	-43	-55	-38	-48	-38	-46	-	-
80	-37	-53	-34	-48	-31	-45	-30	-43	-29	-40
60	-31	-41	-30	-39	-28	-37	-24	-34	-23	-32
30	-21	-21	-18	-20	-15	-18	-15	-18	-17	-19

TAB. 4.1 – *Données de Nathanson en Bande L, colonne de gauche polarisation V et colonne de droite polarisation H. La NRCS est en dB.*

incidence (°)	Etat 2		Etat 3		Etat 4		Etat 5		Etat 6	
89.9	-56	-59	-51	-53	-48	-48	-44	-42	-	-
89.7	-52	-56	-45	-46	-43	-42	-39	-39	-34	-34
89	-44	-46	-39	-40	-37	-36	-33	-34	-31	-32
87	-41	-43	-38	-39	-35	-35	-33	-33	-28	-30
80	-36	-43	-32	-37	-29	-34	-25	-30	-22	-27
60	-32	-38	-26	-34	-24	-29	-22	-26	-17	-21
30	-18	-23	-16	-21	-14	-15	-13	-14	-11	-12

TAB. 4.2 – *Données de Nathanson en Bande X, colonne de gauche polarisation V et colonne de droite polarisation H. La NRCS est en dB.*

Echelle	Etat de mer	Hauteur de vague significative (m)	U_{10} (m/s)
0	plate	0	0
1	ridée	< 0.10	< 2
2	belle	0.1 à 0.5	2 à 4.5
3	peu agitée	0.5 à 1.25	4.5 à 7
4	agitée	1.25 à 2.5	7 à 10
5	forte	2.5 à 4	10 à 12.5
6	trés forte	4 à 6	12.5 à 15

TAB. 4.3 – *Echelle de Douglas.*

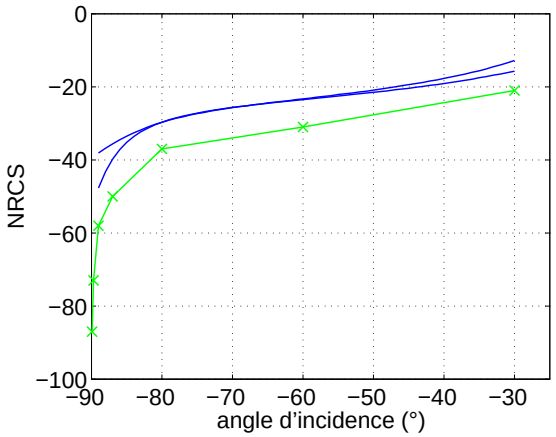
et 4.2), de l'incidence, de la fréquence et de la polarisation. Sur les figures 4.21(a) à 4.21(d), les données ont été tracées pour la bande X et L, en polarisation H et V. Ces données ne présentent pas le comportement électromagnétique en q_0^4 à cause de la présence de phénomènes non linéaires. Le tableau 4.3 donne les correspondances entre état de mer (Echelle de Douglas), hauteur de vagues significatives ($H = 4\ rms$) et vitesse de vent. Les données reportées ne prennent pas en compte la direction du vent.

4.4.2 Comparaison de GOSSA avec les données de Nathanson

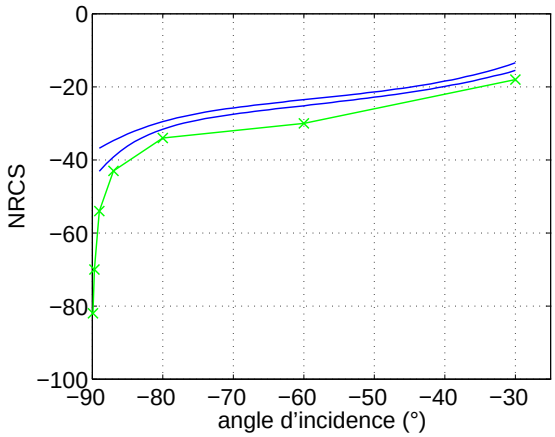
Ne connaissant pas la direction du vent pour les données de Nathanson, nous allons, pour chaque état de mer, calculer l'intensité diffractée pour le vent le plus faible et le vent le plus fort pour les deux directions de vent (vent de face et vent de coté), et considérer uniquement la valeur minimum et la valeur maximum. Nous allons ainsi donner une limite haute et une limite basse sur l'intensité diffractée pour les différents états de mer. Les états 0 et 1 ne seront pas étudiés dans notre cas, les modèles n'étant pas très fiables pour des vents si faibles. Le spectre de mer utilisé dans notre modèle sera le spectre d'Elfouhaily.

Sur les figures 4.22(a) à 4.22(e), l'intensité rétro-diffusée est tracée pour les différents états de mer en bande L, pour la polarisation V.

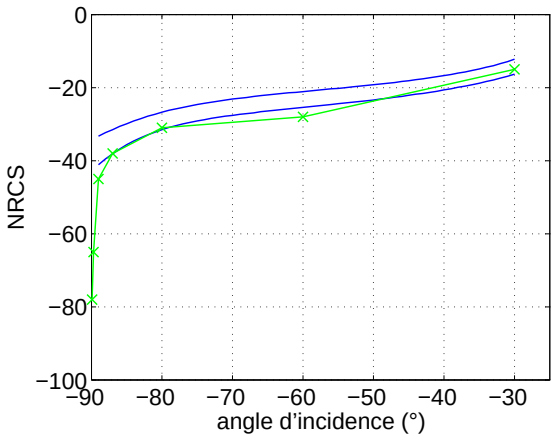
Pour un état de mer 2, l'écart entre GOSSA et les données de Nathanson atteint 8 dB pour une incidence de 60°. Pour les états de mer 3 à 6, les données de Nathanson sont très proches de la limite inférieure de GOSSA. Cependant, l'erreur sur la mesure donnée par Nathanson varie entre 3 et 8 dB. Pour tous les états de mer, les données de Nathanson présentent le même comportement que GOSSA, sauf pour les angles très rasants où les phénomènes d'ombrage interviennent de manière importante (pour un état de mer 4 où 5, l'ombrage géométrique



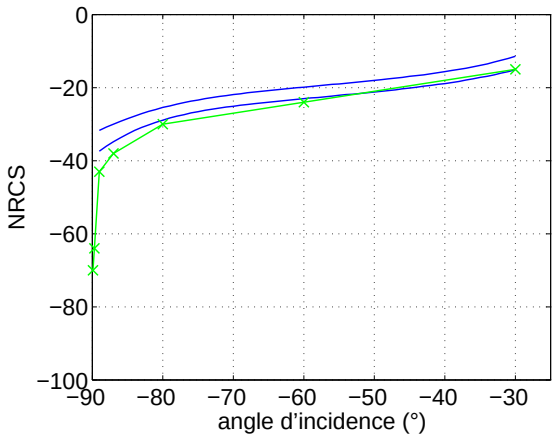
(a) Etat de mer 2



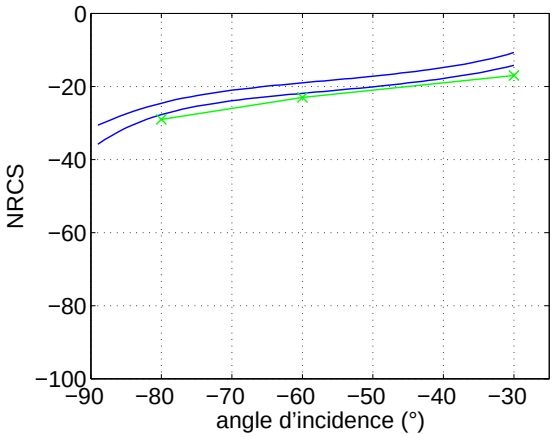
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

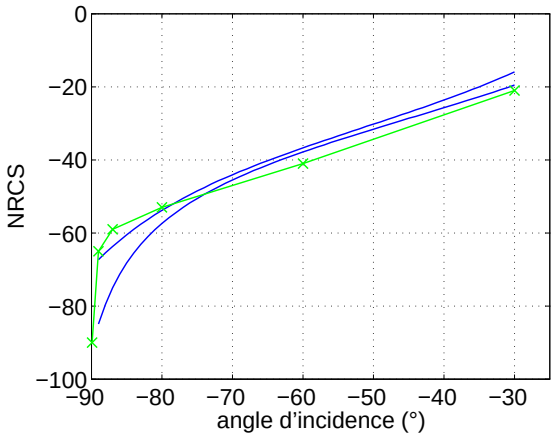


(d) Etat de mer 5

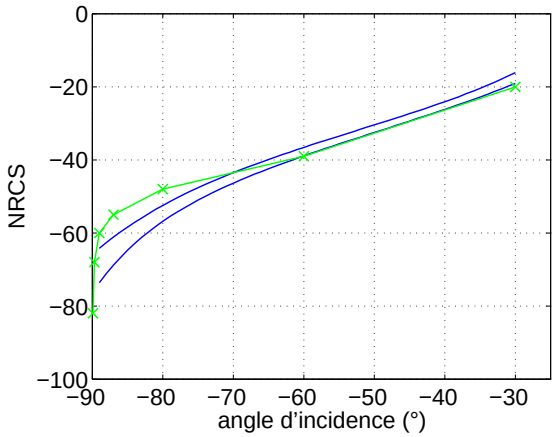


(e) Etat de mer 6

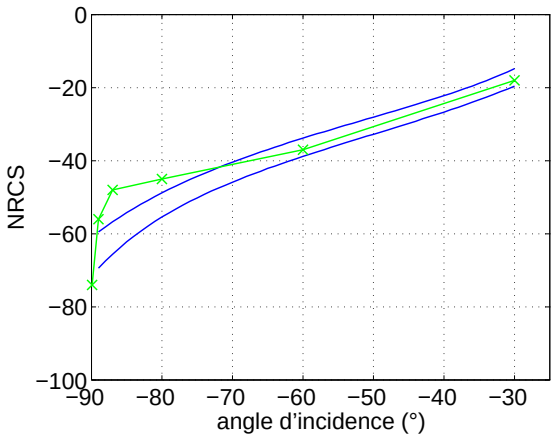
FIG. 4.22 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec $\phi = 0^\circ$ (courbe bleue supérieure), GOSSA avec $\phi = 90^\circ$ (courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation V.*



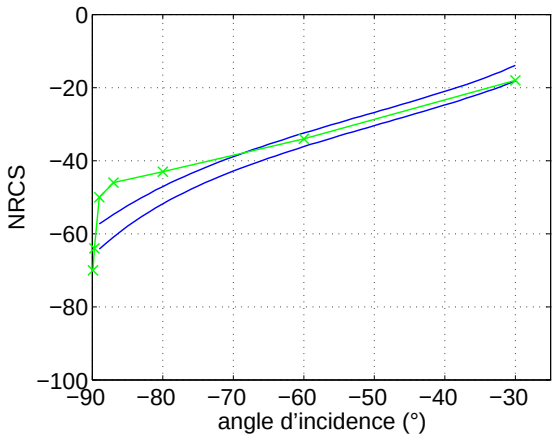
(a) Etat de mer 2



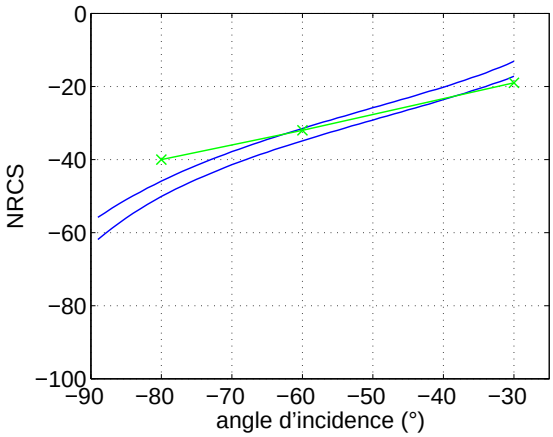
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

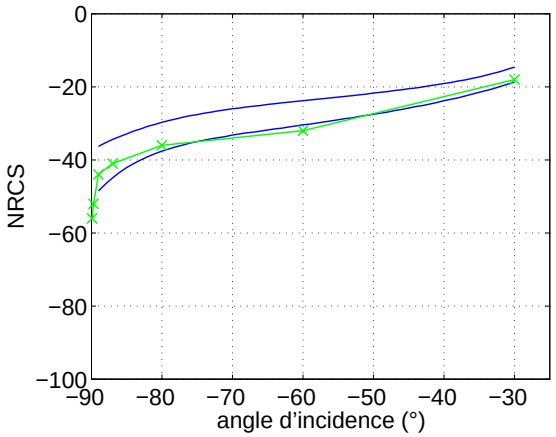


(d) Etat de mer 5

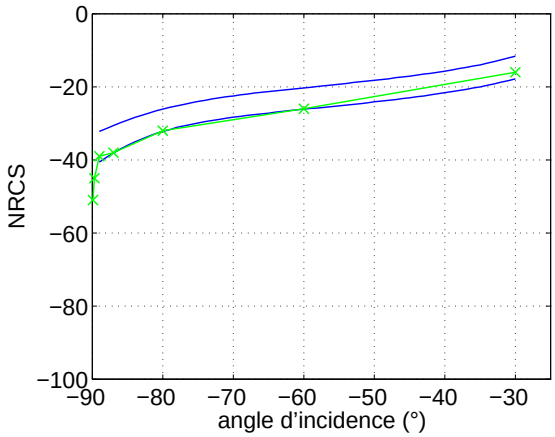


(e) Etat de mer 6

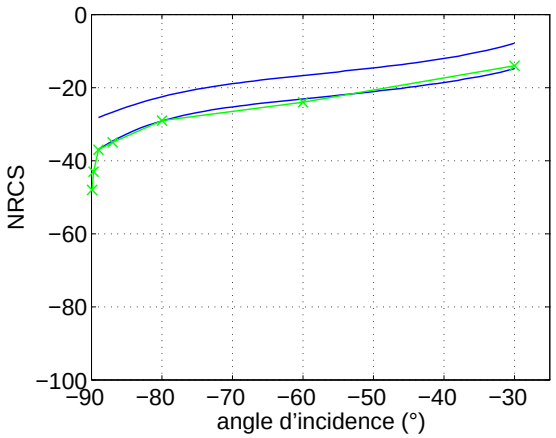
FIG. 4.23 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec $\phi = 0^\circ$ (courbe bleue supérieure), GOSSA avec $\phi = 90^\circ$ (courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation H.*



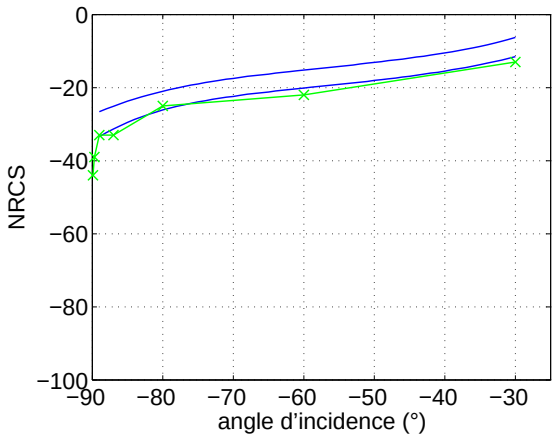
(a) Etat de mer 2



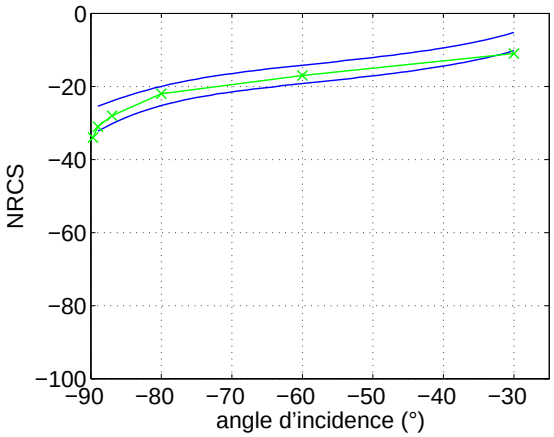
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

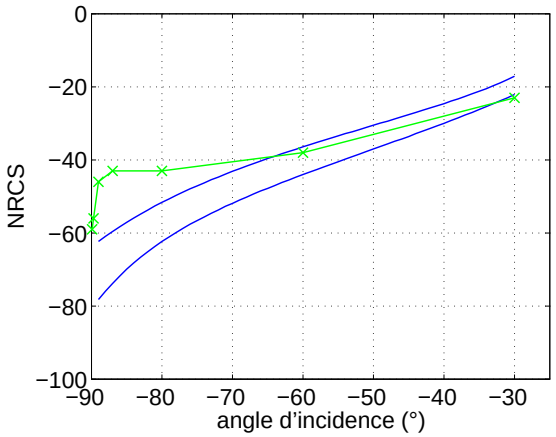


(d) Etat de mer 5

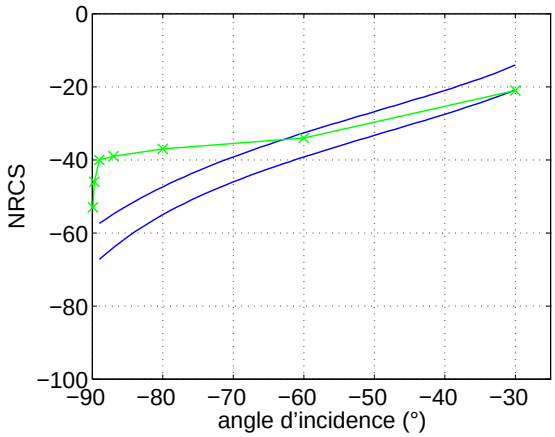


(e) Etat de mer 6

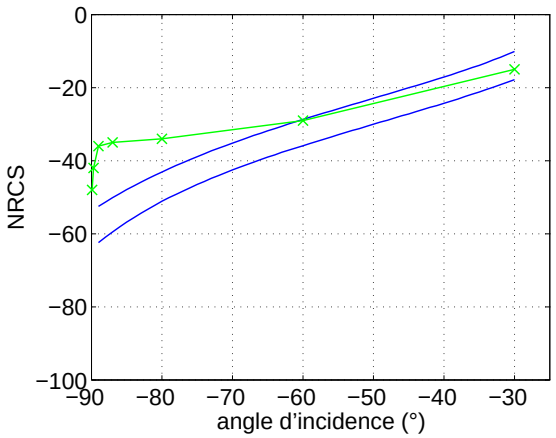
FIG. 4.24 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec $\phi = 0^\circ$ (courbe bleue supérieure), GOSSA avec $\phi = 90^\circ$ (courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation V.*



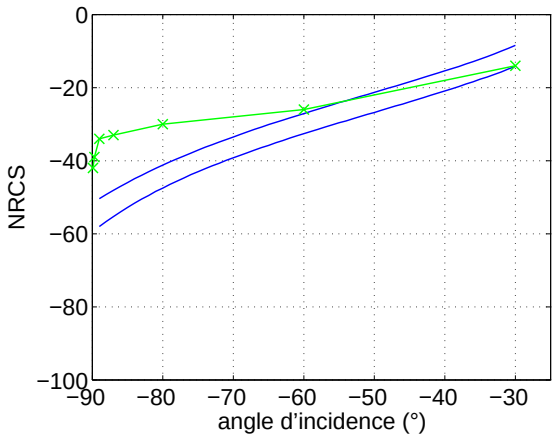
(a) Etat de mer 2



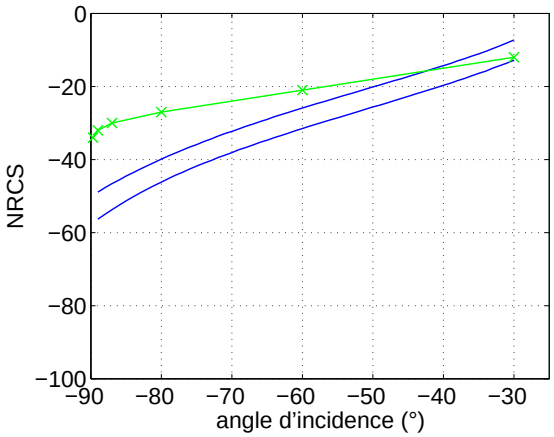
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4



(d) Etat de mer 5



(e) Etat de mer 6

FIG. 4.25 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA avec $\phi = 0^\circ$ (courbe bleue supérieure), GOSSA avec $\phi = 90^\circ$ (courbe bleue inférieure) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation H.*

devient significatif à partir de 87°).

Sur les figures 4.23(a)-4.23(d), l'intensité rétro-diffusée en bande L pour la polarisation H est tracée. Pour les angles modérés (<60°), les données de Nathanson et GOSSA sont proches. Au delà, on constate que la courbe expérimentale se situe au dessus de celle de GOSSA et plonge brutalement. Contrairement à la polarisation V, GOSSA ne présente pas le même comportement que les données.

Les figures 4.24(a) à 4.25(e) présentent les résultats obtenus pour la bande X.

Pour la polarisation V, on constate que GOSSA permet de retrouver les données de Nathanson de manière satisfaisante jusqu'à des angles de 89° comme pour la bande L. Pour la polarisation H, l'erreur entre GOSSA et Nathanson est très importante. Cette erreur augmente avec l'état de la mer. De plus, contrairement à la bande L, l'écart apparaît pour des angles beaucoup plus faibles, aux alentours de 65° pour la bande X alors que pour la bande L cet écart commençait à apparaître aux alentours de 75°.

La méthode GOSSA a été comparée aux données de Nathanson obtenues dans les années 1960. Les comparaisons ont permis de voir que le calcul de la polarisation V avec GOSSA permettait de retrouver le comportement des données en bande L et X, bien que les phénomènes d'ombrage ne soient pas pris en compte. Pour la polarisation H, GOSSA ne permet pas de retrouver le bon comportement dans les grands angles d'incidences, mais, alors que l'on s'attend à ce que GOSSA surestime l'intensité diffractée, on constate que l'intensité diffractée mesurée par Nathanson est beaucoup plus élevée. Cette différence peut s'expliquer par la modélisation de la surface océanique. Dans notre modèle, la mer est supposée totalement développée, linéaire et les effets de déferlement ne sont pas pris en compte. En langage géophysicien, seule la contribution dite de Bragg est calculée. Lorsqu'on réalise des mesures temporelles, on s'aperçoit qu'à certains moments des pics d'énergie très élevés et très brefs apparaissent. Ces pics sont couramment appelés "sea spikes", que l'on peut traduire par flash de mer, et vont augmenter le niveau de l'intensité diffractée moyennée sur le temps. Ces phénomènes dits non Bragg sont liés aux effets de déferlement, pour ces raisons je me suis intéressé à ces vagues déferlantes et à leur contribution sur l'intensité diffractée.

4.4.3 Le déferlement

Pour prendre en compte la contribution des vagues déferlantes dans la section efficace rétro-diffusée, je vais utiliser le modèle de Kudryavtsev [90, 91] basé en partie sur les travaux de Phillips et Wetzel [92, 88].

Modèle de Kudryavtsev

Dans ce modèle, les contributions linéaire (ou Bragg) et déferlement sont supposées indépendantes, ainsi la section efficace de rétro-diffusion totale peut s'écrire :

$$\sigma_0 = \sigma_{br} + \sigma_{sp} + \sigma_{def} \tag{4.32}$$

σ_{br} représente la contribution à la section efficace de la diffusion de Bragg, σ_{sp} la réflexion spéculaire et σ_{def} la contribution à la section efficace des zones de déferlement.
La section efficace des vagues déferlantes n'est pas connue de manière théorique. Kudryavtsev se fonde sur les travaux de Wetzel [88] et d'Ericson [93] pour obtenir une expression semi-empirique de la section efficace des vagues déferlantes. Il modélise les fronts déferlants des vagues qui cassent par des rouleaux dont la face avant comporte une zone de très forte rugosité (voir figure 4.26). Ericson et al. montrent, dans [93], à partir de mesures en bassin, qu'à 45° la section efficace rétro-diffusée normalisée augmente significativement près des crêtes des vagues déferlantes et que le rapport de polarisation est proche de 0 dB. Ils montrent que l'approximation de Kirchhoff permet de bien reproduire le signal radar près des crêtes des vagues, et le modèle des petites perturbations (ou approximation de Bragg) loin de ces crêtes. A partir de ces données, Kudryavtsev modélise d'une part la diffusion par le front déferlant par un terme d'optique géométrique et, d'autre part, la diffusion par les fortes rugosités par un terme constant (!). Finalement, la section efficace d'une vague déferlante s'écrit :

$$\sigma_{0wb}(\theta) = sec^4\theta/\mathrm{s}^2_{def}\ \exp\left(-\tan^2\theta/\mathrm{s}^2_{def}\right) + \epsilon_{def}/\mathrm{s}^2_{def} \tag{4.33}$$

où s^2_{def} est la variance des pentes des vagues de fortes rugosités générées par le déferlement et ϵ_{def} le rapport des échelles verticales sur les échelles horizontales des parties déferlantes. Le deuxième terme de la section efficace des vagues déferlantes devient prépondérant devant le premier pour des angles d'incidence supérieurs à 50°. Dans ce modèle de section efficace, Kudryavtsev n'a pas pris en compte la longueur d'onde incidente. Cette contribution est tracée sur la figure 4.27 en prenant les valeurs données par Kudryavtsev. Maintenant que la section efficace d'un front déferlant a été déterminée, il reste à calculer la section efficace d'un ensemble de vagues déferlantes. Kudryavtsev utilise les travaux de Phillips et Wetzel [92, 94] pour déterminer cette section. Il obtient :

$$\sigma_{wb} = Q\left[1 + M_{twb}\bar{\theta}A_{wb}(\phi)\right]\sigma_{0wb} \tag{4.34}$$

$M_{twb}\bar{\theta}A_{wb}(\phi)$ est le terme responsable de l'assymétrie face/dos au vent. Pour le reste de notre étude ce terme sera négligé. Q représente la fraction de surface couverte par les vagues déferlantes.

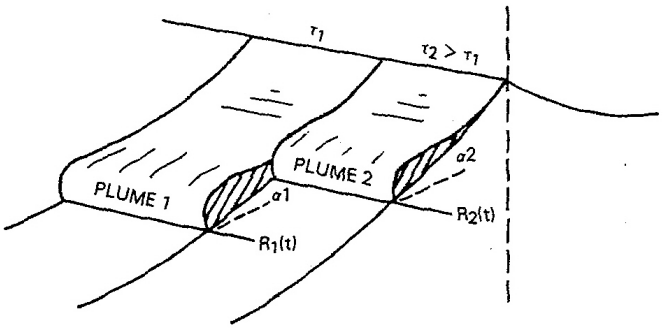


Fig. 32a — Idealized plumes on a breaking wave face (Wetzel, 1986)

(a)

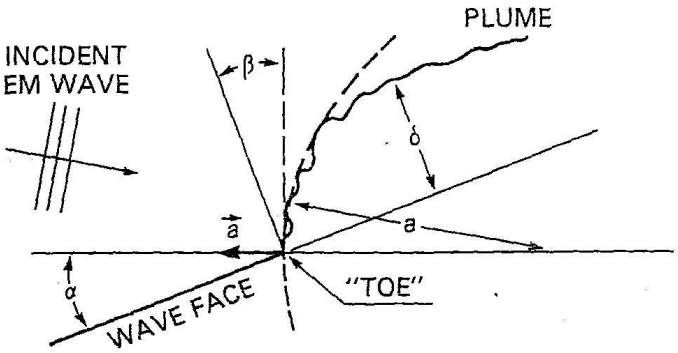


Fig. 32b — Sketch of "plume" geometry (Wetzel, 1986)

(b)

FIG. 4.26 – *(a) Schéma idéalisé de fronts déferlants. (b) Géométrie de la face avant d'un front déferlant. Figures extraites du chapitre 12 de Wetzel et al.*

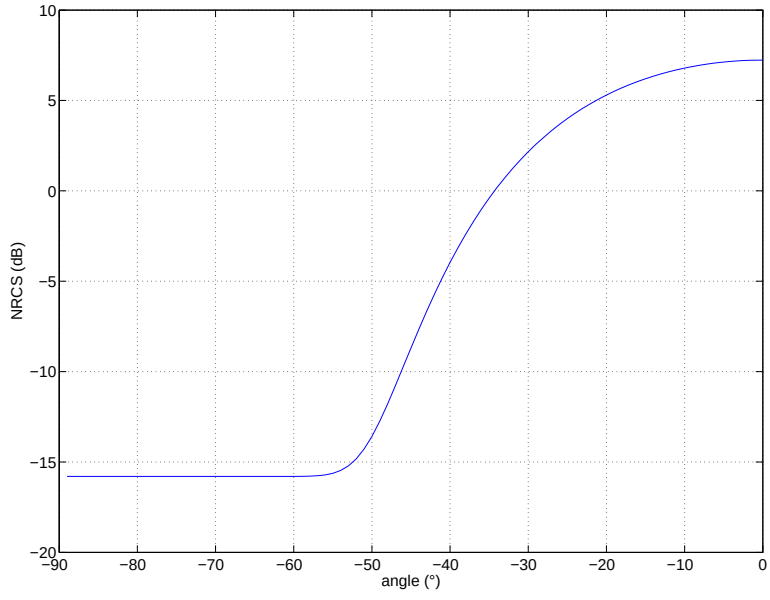


FIG. 4.27 – *Section efficace d'un front déferlant.*

Couverture

La couverture Q pour Kudryavstev s'écrit :

$$Q = c_Q \int_{\phi} \int_{k<k_{wb}} \Lambda\left(k,\phi\right) dk d\phi \tag{4.35}$$

avec $\Lambda\left(k,\phi\right)$ la longueur totale des fronts déferlants, $k_{nb} = min(0.1\ k_{radar}; k_w b = \frac{2\pi}{0.15})$, ce qui signifie que seules les vagues de longueur d'onde supérieure à 15 cm où à 10 fois la longueur d'onde radar vont participer à l'augmentation de la section efficace radar par déferlement. C_Q, s^2_{wb} et ϵ_{wb} sont des constantes, Kudryavstev détermine ces valeurs de façon à retrouver les données radar (incidences non rasantes) de Una et al., Masuko et al.[95, 96]. Il prend $s^2_{wb} = 0.19$, $\epsilon_{wb} = 0.005$ et $C_Q = 10.5$. La longueur totale des fronts déferlants s'exprime à partir du spectre de Kudryavtsev :

$$\Lambda\left(k,\phi\right) = \frac{1}{2k}\left(\frac{B(k,\phi)^{n+1}}{\alpha}\right) \tag{4.36}$$

avec $B(k,\phi)$ le spectre de Kudryavstev et α et n des paramètres qui dépendent de la longueur d'onde des vagues donnés dans [65, 97, 90, 91]. Finalement la section efficace finale s'écrira :

$$\sigma_0 = (1-Q)\left[\sigma_{br} + \sigma_{sp}\right] + Q\sigma_{0wb} \tag{4.37}$$

Dans la section précédente, j'ai utilisé GOSSA pour déterminer la section efficace qui n'est rien d'autre que la composante Bragg et spéculaire de la section efficace déterminée par Kudryavtsev, pour nous, la section efficace totale s'écrira :

$$\sigma_0 = (1-Q)\sigma_{GOSSA} + Q\sigma_{0wb} \tag{4.38}$$

Maintenant, je peux calculer la section efficace de la mer en prenant en compte les vagues déferlantes. Ce modèle sera appelé GOSSA/déferlement.

Il est intéressant de comparer la couverture de vagues déferlantes avec celle obtenue par Hwang et al. dans [98]. Hwang considère que si le rapport de polarisation σ_{HH}/σ_{VV} est supérieur à 0 dB alors il a détecté un flash de mer. Ainsi, il est capable d'estimer la couverture de flash de mer qu'il compare à la couverture d'écume mesurée à l'aide de moyen optique. Il montre que le taux de couverture de flash de mer est supérieur aux taux de couverture d'écume. Les résultats obtenus sont approximés par les courbes de tendance données par Monahan et Wu [99] qui s'écrivent respectivement :

$$Q_M = 1.3510^{-5} U_{10}^{3.4}$$

$$Q_W = 1.710^{-6} U_{10}^{3.75}$$

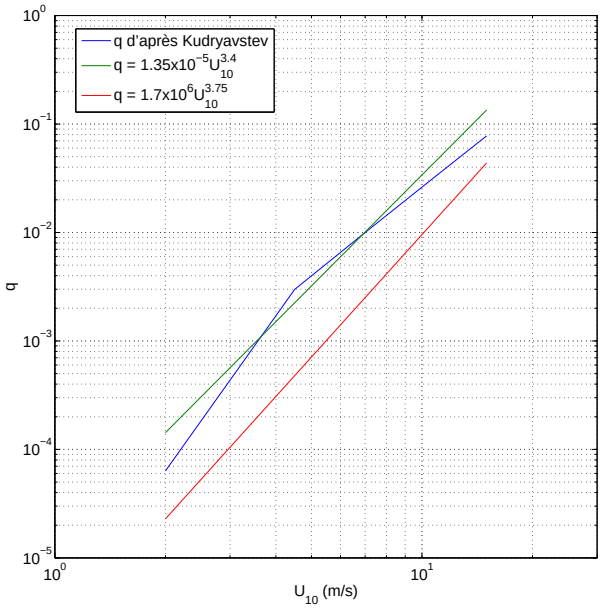


FIG. 4.28 – *Comparaison des couvertures de Kudryavstev (courbe bleu), Monahan (courbe verte) et Wu (courbe bleue).*

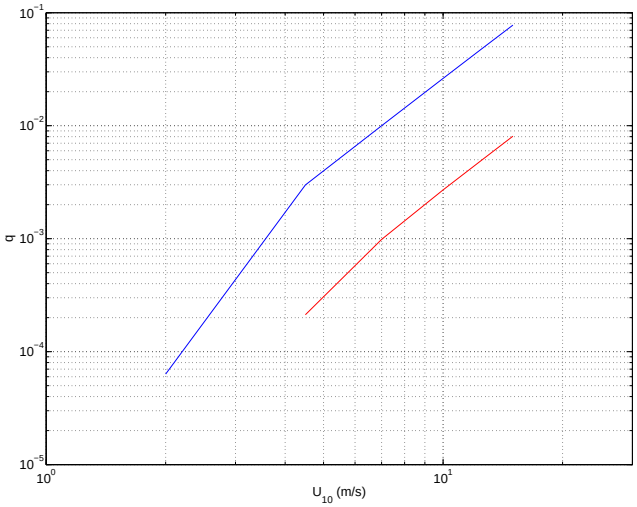


FIG. 4.29 – *Comparaison des couvertures de Kudryavstev pour la bande L (courbe rouge) et la bande X (courbe bleue).*

U_{10} étant la vitesse du vent à 10 m au dessus de la surface de la mer.
Hwang montre que la couverture de flash de mer est bien représentée avec la formule empirique de Monahan pour des vents compris entre 9 et 15 m/s. Sur la figure 4.28, la couverture calculée avec le spectre de Kudryavtsev est comparée avec les courbes de tendances de Monahan et Wu. On constate que la courbe de Monahan est proche de celle de Kudryavstev, par la suite j'utiliserai donc la couverture de déferlement obtenue par Kudryavtsev. Il existe de nombreuses autres formules de couverture d'écume obtenues par les mesures (voir la table 1 de Anguelova et Webster dans [99]).
La figure 4.29 présente la couverture de vague déferlante calculée pour la bande X et la bande L. On constate que la couverture de vague déferlante pour la bande L est largement inférieure à la couverture obtenue en bande X. Ce qui signifie que l'influence du déferlement est beaucoup plus importante pour la bande X.

Influence du déferlement sur la section efficace

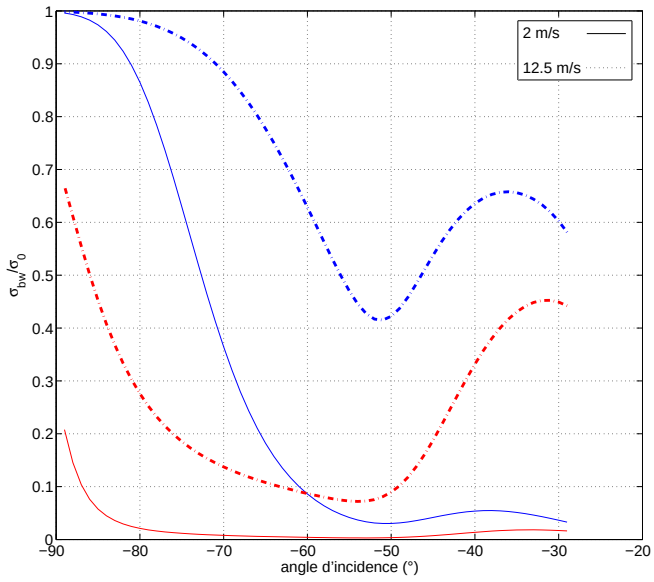


FIG. 4.30 – *Rapport de la section efficace du déferlement sur la section efficace totale (σ_{wb}/σ_0) en fonction de l'angle d'incidence pour une vitesse de vent de 2 m/s (trait plein) et 12.5 m/s (trait pointillé). Polarisation V (courbe rouge), polarisation H (courbe bleue).*

Sur la figure 4.30, le rapport entre la section efficace des vagues déferlantes et la section efficace totale a été tracée pour une vitesse de vent de 2 et 12.5 m/s, pour la polarisation H et V en bande X. Pour un vent de 2 m/s, la contribution géométrique du déferlement

est négligeable quelle que soit la polarisation. La contribution des fortes rugosités des vagues déferlantes devient prépondérante pour les grands angles d'incidence en polarisation H. Elle atteint 50% à environ 75° pour seulement 20% à 89° en polarisation V. Pour un vent de 12.5 m/s, la contribution géométrique des vagues déferlantes (pour les angles d'incidence inférieurs à 50° environ) représente jusqu'à 65%, en polarisation H, et 45%, en polarisation V, de la section efficace totale. En polarisation H, la section efficace du déferlement représente la majorité de l'énergie rétrodiffusée par la surface océanique. En polarisation V, la contribution des rugosités des vagues déferlantes devient non négligeable pour les angles d'incidence supérieurs à 80° environ. La partie Bragg de la section efficace étant plus forte en polarisation V, les effets de vagues déferlantes sont moins importants en polarisation V qu'en polarisation H. Ces résultats sont en accord avec les observations.

Dans le chapitre 4.4.1, les sections efficaces obtenues avec GOSSA ont été comparées avec les données de Nathanson. Il a été vu que les données en polarisation H pour les bandes L et X étaient sous estimées par GOSSA. Je vais donc comparer les mesures de Nathanson avec les résultats de GOSSA/déferlement.

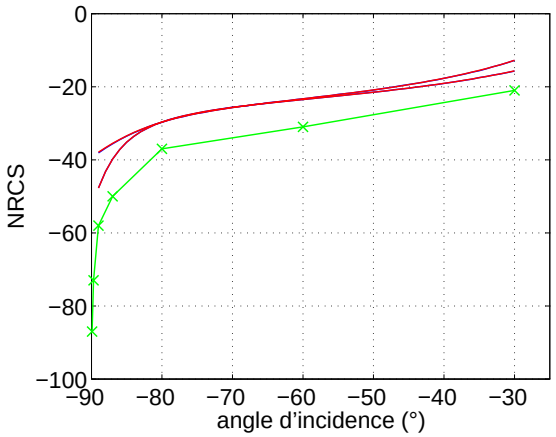
4.4.4 Comparaison GOSSA/déferlement avec les données de Nathanson

Sur les figures 4.31(a) à 4.32(e), les résultats obtenues avec GOSSA, GOSSA /déferlement et les données de Nathanson sont tracés pour la bande L. En polarisation V, la contribution des vagues déferlantes est négligeable.

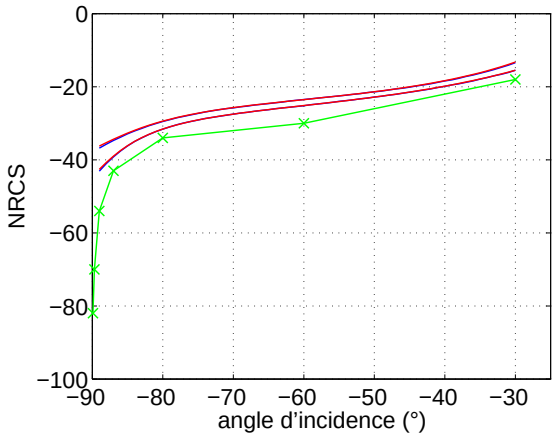
En polarisation H, l'introduction du terme de déferlement dans la section efficace permet de se rapprocher des mesures de Nathanson pour les angles d'incidence proches de 80°, mais surestime la section efficace. En effet, le terme constant de la section efficace des fronts déferlants dû aux fortes rugosités présentes sur les vagues déferlantes ne dépend pas de l'angle d'incidence et donc ne permet pas d'obtenir le bon comportement pour les angles rasants. C'est aussi vrai en polarisation V mais cela n'est pas visible à cause de la faible contribution du déferlement.

Les données obtenues en bande X sont présentées sur les figures 4.33(a) à 4.34(e). Comme pour la bande L, en polarisation V, l'ajout des vagues déferlantes a tendance à détériorer les résultats. La contribution du déferlement est donc trop importante.

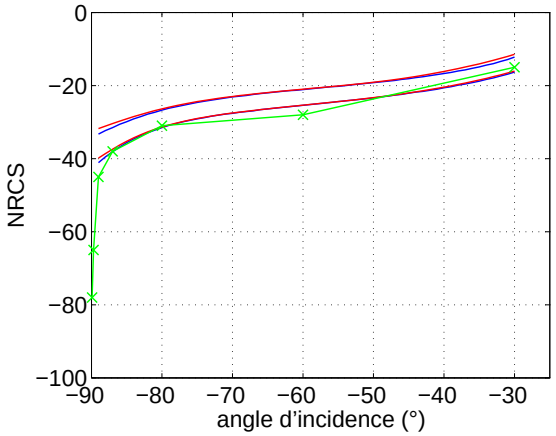
Pour la polarisation H, jusqu'à un état de mer 4, la contribution du déferlement améliore les comparaisons avec les mesures pour des angles d'incidence inférieurs à 89°. Pour des états de mer supérieurs à 4, la contribution géométrique du déferlement est très faible et ne corrige pas



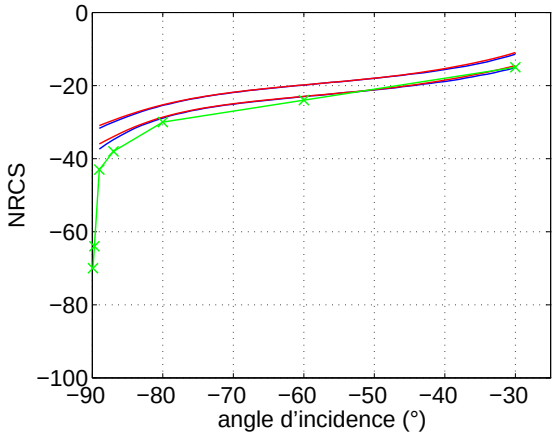
(a) Etat de mer 2



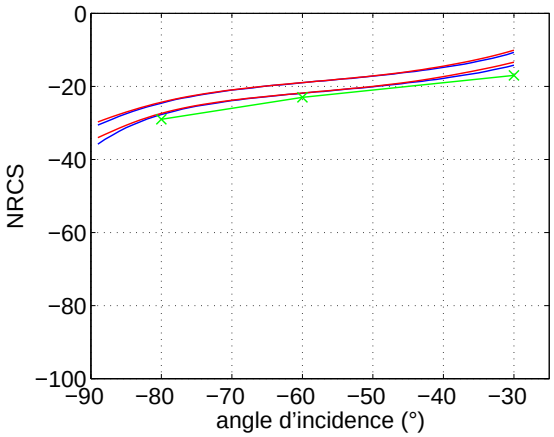
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

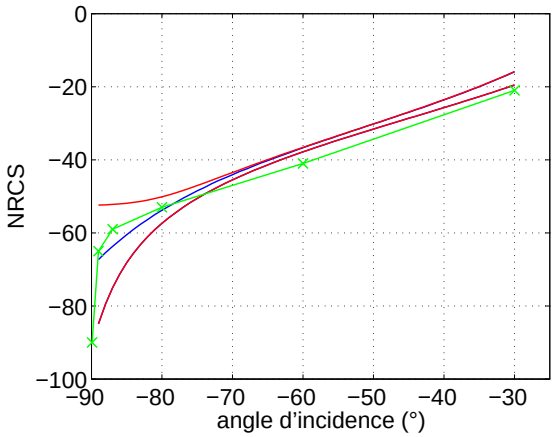


(d) Etat de mer 5

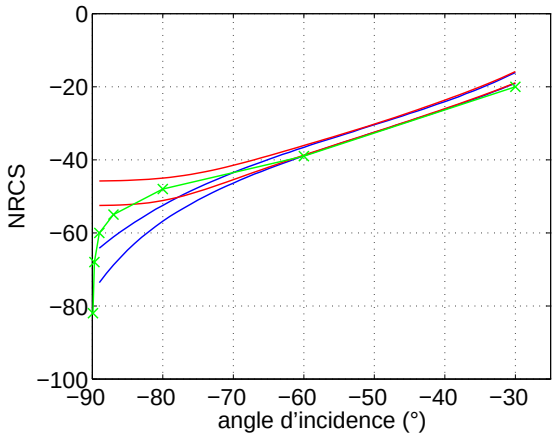


(e) Etat de mer 6

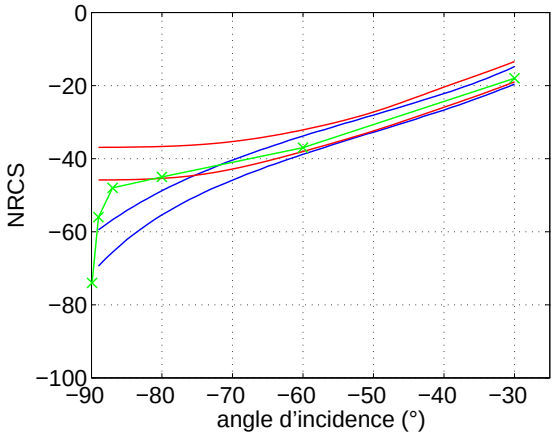
FIG. 4.31 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation V.*



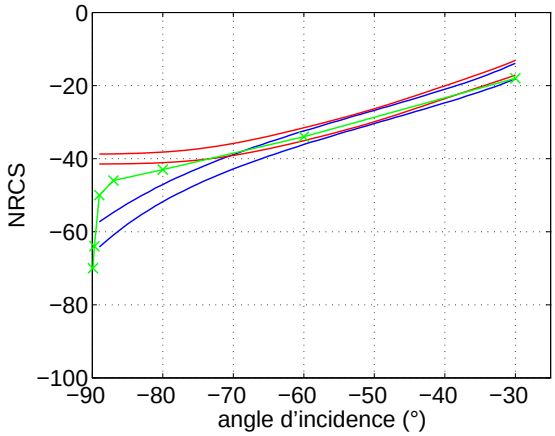
(a) Etat de mer 2



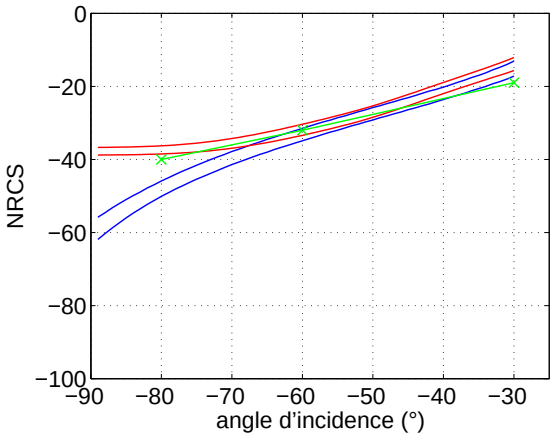
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

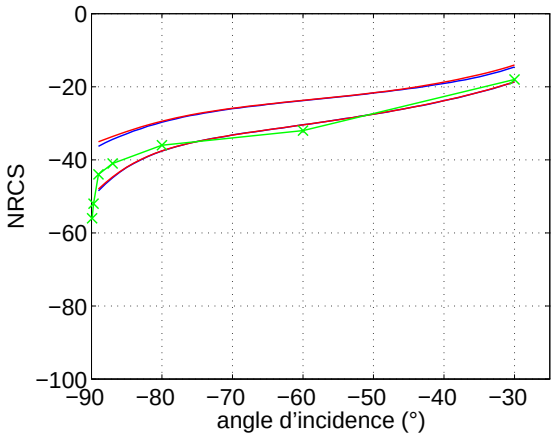


(d) Etat de mer 5

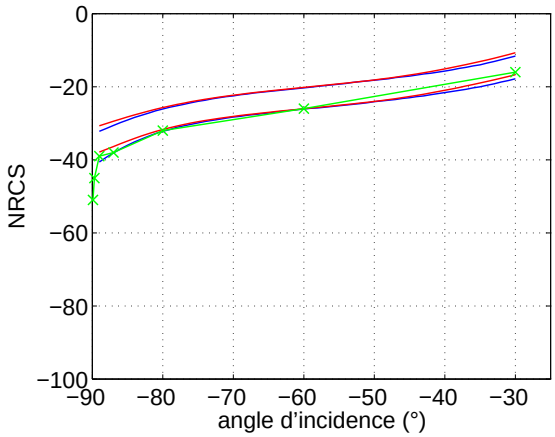


(e) Etat de mer 6

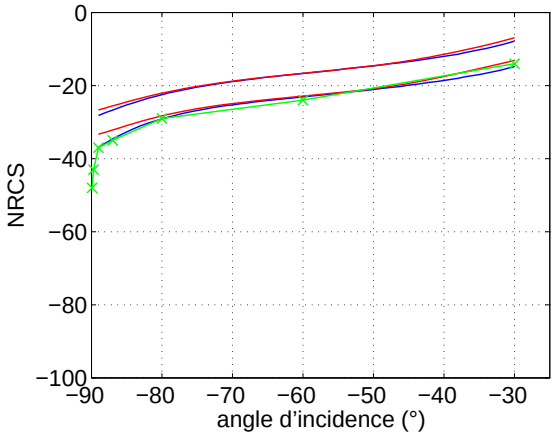
FIG. 4.32 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande L, polarisation H.*



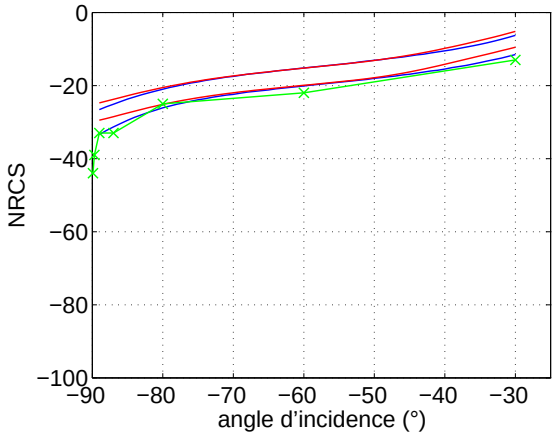
(a) Etat de mer 2



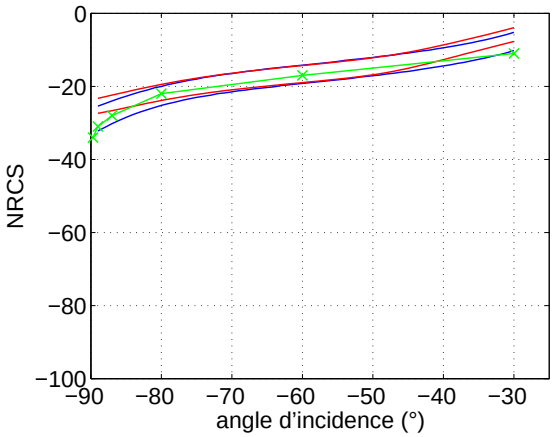
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

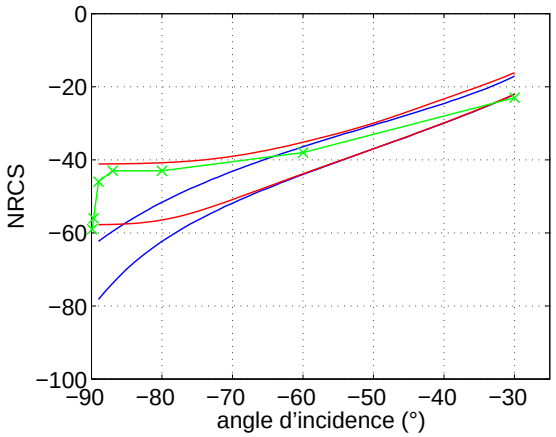


(d) Etat de mer 5

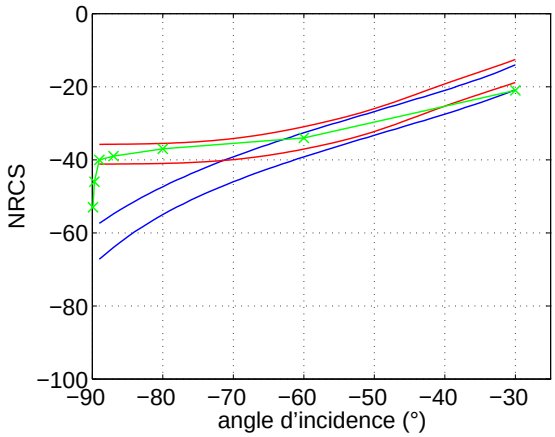


(e) Etat de mer 6

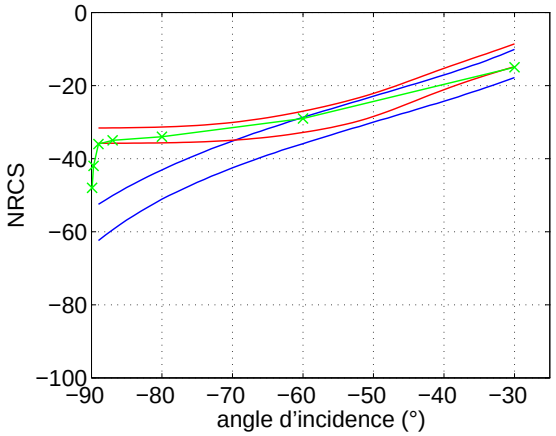
FIG. 4.33 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation V.*



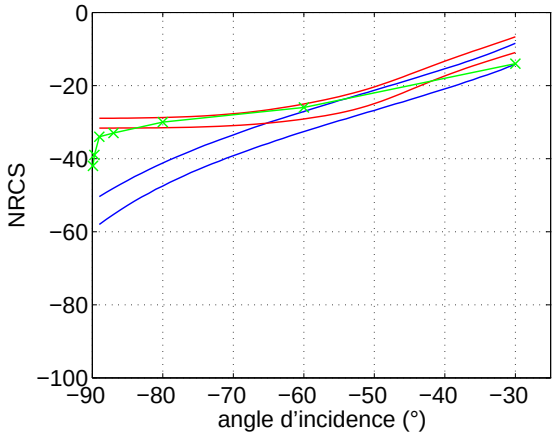
(a) Etat de mer 2



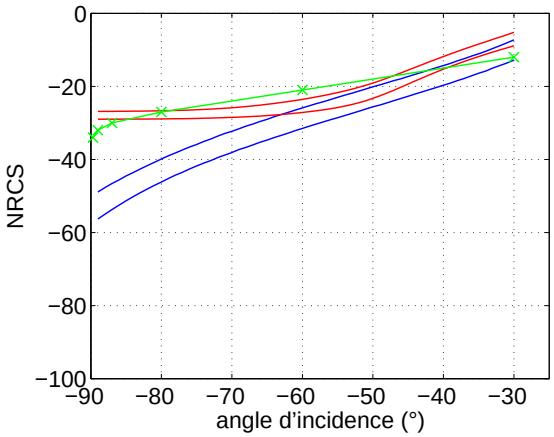
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4



(d) Etat de mer 5



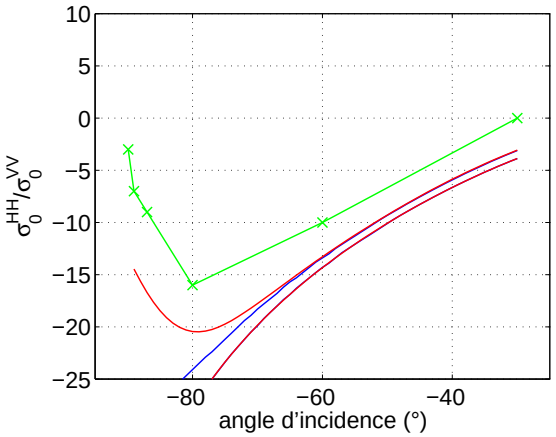
(e) Etat de mer 6

FIG. 4.34 – *Intensité rétro-diffusée, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte). Bande X, polarisation H.*

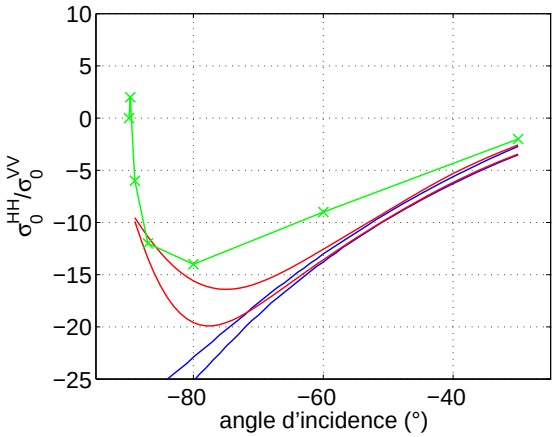
dans le bon sens les résultats obtenus avec GOSSA pour les angles modérés (inférieurs à 50°). Cependant pour les angles d'incidence inférieurs à 89°, les résultats de GOSSA/déferlement sont plus proches des mesures que GOSSA. Toutefois, GOSSA/déferlement ne permet pas de retrouver le comportement dans les angles rasants des données de Nathanson différent du comportement électromagnétique en q_0^4.
L'ajout de la section efficace des vagues déferlantes donnée par Kudryavtsev permet d'améliorer les comparaisons entre le code et les mesures pour la polarisation H en bande L mais surtout en bande X. Cependant, le terme de Kudyrvatsev ne tend pas vers zéro pour les angles rasants ce qui a pour conséquence de détériorer les résultats pour des angles d'incidence supérieurs à 87°. On ne retrouve pas le comportement en q^4 dans les angles rasants. De manière générale, en bande L et X, le modèle de section efficace du déferlement de Kudryavtsev n'a pas d'intérêt en polarisation V.

4.4.5 Comparaisons des rapports de polarisation

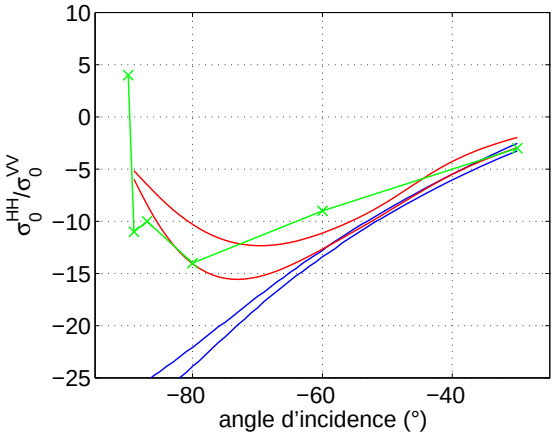
Pour la plupart des travaux expérimentaux existants, la donnée intéressante est le rapport de polarisation (σ_{HH}/σ_{VV}) pour la détection des flash de mer et des vagues déferlantes. En effet, si le rapport de polarisation est supérieur à un alors il y a un flash de mer. Le modèle de Kudryavtsev a été développé afin de retrouver la dépendance azimutale des rapports de polarisation des sections efficaces en fonction de la vitesse du vent [90, 91, 65, 97]. Pour ces raisons, j'ai voulu étudier les rapports de polarisation obtenus avec GOSSA/déferlement.
Sur les figures 4.35(a) à 4.36(e), les rapports de polarisation obtenues avec GOSSA, GOSSA /déferlement et les données de Nathanson sont tracés. La prise en compte de la section efficace du déferlement permet d'améliorer le rapport de polarisation en bandes L et X. En effet contrairement à GOSSA qui a un rapport qui décroît de manière monotone, GOSSA/déferlement permet de faire remonter le rapport de polarisation aux angles rasants et ainsi d'obtenir le même comportement que pour les données de Nathanson. De plus, l'écart entre le rapport de polarisation calculé à l'aide de GOSSA/déferlement et des mesures de Nathanson diminue lorsque l'état de mer augmente.



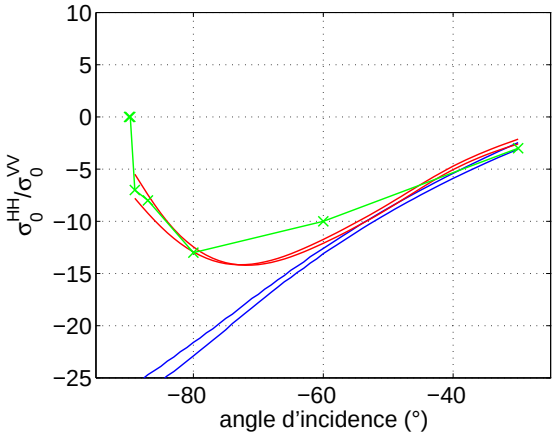
(a) Etat de mer 2



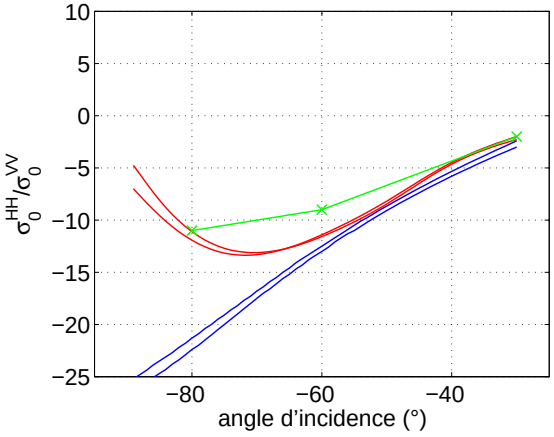
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4

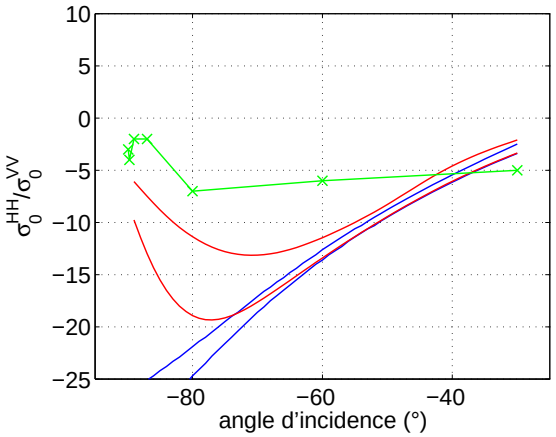


(d) Etat de mer 5

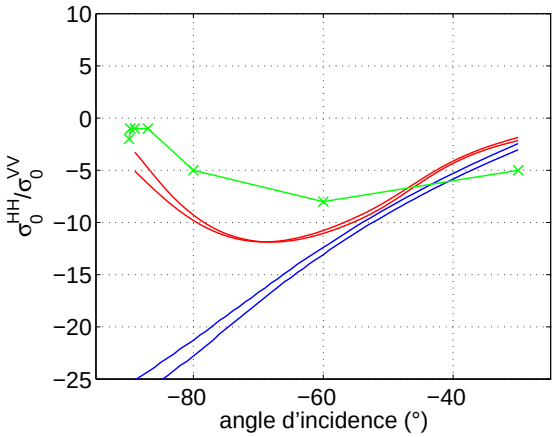


(e) Etat de mer 6

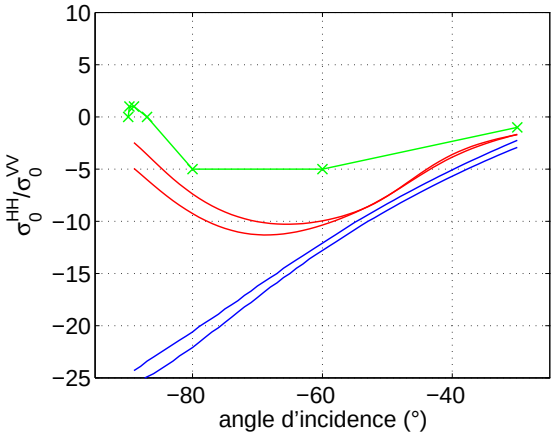
FIG. 4.35 – *Rapport de polarisation, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte), bande L.*



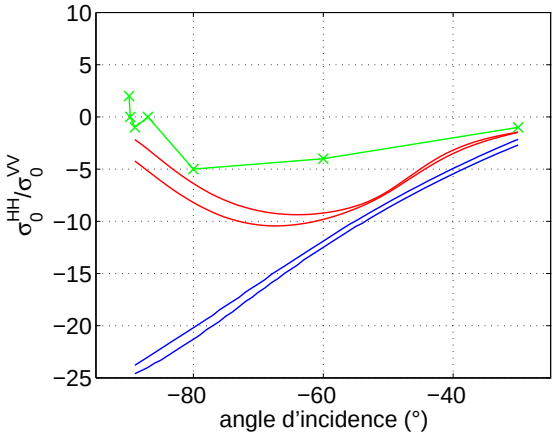
(a) Etat de mer 2



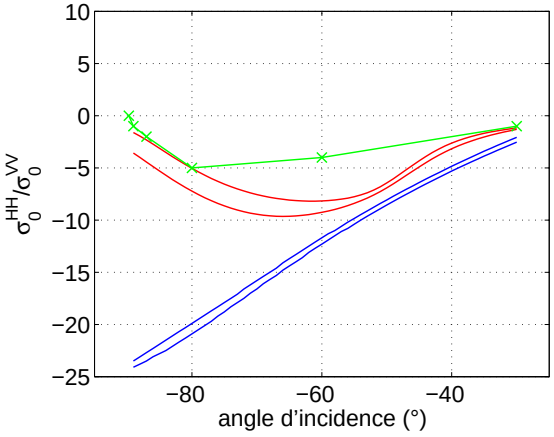
(b) Etat de mer 3



(c) Etat de mer 4



(d) Etat de mer 5



(e) Etat de mer 6

FIG. 4.36 – *Rapport de polarisation, GOSSA (courbes bleues), GOSSA/déferlement (courbes rouges) et données de Nathanson (courbe verte), bande X.*

4.5 Conclusion

Dans cette partie, GOSSA calculé avec une surface de mer d'Elfouhaily a été comparé pour des angles d'incidence rasants avec les données de Nathanson de 1969 en bande L et en bande X. En polarisation V, GOSSA permet de retrouver les mesures de Nathanson sauf pour les angles très rasants (inférieurs à 89°) ou les effets d'ombrage présents ne sont pas pris en compte par GOSSA. En polarisation H, GOSSA sous-estime l'intensité diffractée par rapport aux données de Nathanson pour des angles d'incidence supérieurs à 60°, cette différence étant beaucoup plus importante en bande X qu'en bande L. A partir de ces comparaisons, l'introduction d'un terme supplémentaire non Bragg a été ajouté à GOSSA en se fondant sur les travaux de Kudryavtsev. Un modèle empirique de section efficace de vagues déferlantes a ainsi été ajouté à GOSSA. Les nouvelles comparaisons avec les données de Nathanson et le modèle GOSSA/déferlement ont montré que cela améliore de façon très significative la section efficace en polarisation H en bandes L et X. Cependant, la contribution optique géométrique introduite par Kudryavtsev pour décrire la section efficace des fronts déferlants est, au mieux, négligeable ou détériore les résultats. En polarisation V, l'introduction d'un terme supplémentaire ne se révèle pas pertinent.

Pour des angles très rasants (supérieurs à 89°), un terme constant ne permet pas de retrouver la limite électromagnétique en q_0^4, ce qui montre la limite de la section efficace de la vague déferlante introduite par Kudryavtsev. Les rapports de polarisation de Nathanson ne peuvent être retrouvés aux fortes incidences qu'avec l'introduction d'un terme de déferlement. Ce terme permet d'obtenir un rapport de polarisation précis même lorsqu'une erreur importante est commise sur la section efficace dans chaque polarisation.

Des améliorations sur la modélisation de la surface de mer restent à faire. Une étude sur la non linéarité de la surface est en cours avec les travaux de Charles-Antoine Guérin et Frédéric Nouguier pour prendre en compte la non linéarité de la surface dans un modèle SSA. Les premiers résultats montreraient que l'influence de la non linéarité de la surface augmente la section efficace de manière significative pour des grands angles d'incidence, mais cela reste à approfondir. La modélisation hydrodynamique du déferlement est un sujet en plein essor. Le modèle de Kudryavtsev est un modèle imparfait, il est nécessaire de l'améliorer.

Actuellement, il existe peu de données en incidence rasante directement exploitables. Parmi ces données, il y a celles du LSEET obtenues en bande L [100]. Des comparaisons de GOSSA/Déferlement

avec ces données seraient intéressantes. Toutefois, il parait nécessaire de réaliser d'autres mesures en incidence rasante afin de pouvoir approfondir nos connaissances sur les phénomènes hydrodynamiques.

Conclusion et perspectives

Un modèle rigoureux, fondé sur le plan localement perturbé éclairé par une onde plane, a été développé pour résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante. Le formalisme intégral de frontière a ainsi pu être adapté au problème de l'incidence rasante pour les diverses conditions de passage. En utilisant notre formalisme intégral, le comportement asymptotique de l'amplitude diffractée aux grands angles d'incidence et diffractés a pu être déterminé.
Un modèle numérique de type méthode des moments a été développé pour le problème du métal infiniment conducteur en polarisation Horizontale. Ce modèle a été validé par des comparaisons avec un formalisme intégral classique (surface rugueuse infinie éclairée par un faisceau) pour des angles d'incidence modérés. Avec notre modèle, le nombre d'inconnues est indépendant de l'angle d'incidence ce qui permet de traiter numériquement le problème des angles rasants. A partir des résultats théoriques obtenus sur le comportement asymptotique du champ diffracté aux angles rasants, un modèle perturbatif en fonction de l'angle d'incidence et diffracté de l'amplitude diffracté a pu être développé. Ce modèle a été comparé à notre formalisme intégral rigoureux. L'étude montre qu'avec ce développement asymptotique, il est possible de déterminer l'amplitude diffractée sur une plage d'angle incident et diffracté à partir d'un unique calcul. Ce domaine angulaire dépend, bien entendu, des caractéristiques des surfaces rugueuses.

Des comparaisons entre notre modèle et la méthode des petites perturbations à l'ordre 1 (SPM1) et la méthode des faibles pentes à l'ordre 1 (SSA1) ont été menées sur des surfaces gaussiennes et des surfaces de type océanique. Ces confrontations ont montré que la validité de ces méthodes dépendait certes des caractéristiques de la surface rugueuse mais aussi de l'angle d'incidence. Pour une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne de $\lambda/12$, SPM1 donne des résultats corrects pour une incidence de 20°. A 89°, l'erreur commise est très importante et atteint 16 dB en rétrodiffusion. Pour obtenir avec cette méthode le même niveau de précision qu'à 20°, il faut réduire la rugosité à $\lambda/120$ soit d'un facteur 10. Les conclusions

sont similaires pour SSA1.
Des modèles approchés plus complexes comme la méthode des faibles pentes à l'ordre 2 (SSA2) et l'approximation de la courbure pondérée (ou WCA pour Weighted Curvature Approximation) ont été comparés à notre formalisme intégral. Le terme supplémentaire apporté par SSA2 ne permet pas de corriger suffisamment SSA1 dans les angles rasants. WCA a permis d'obtenir de meilleurs résultats jusqu'à des angles d'incidence de 80°, au-delà, WCA s'écarte significativement du formalisme intégral. L'intégration de la courbure dans un modèle de diffusion simple s'avère plus pertinente que la prise en compte d'effets de diffusion double.

Les modèles numériques ne sont pas adaptés aux surfaces présentant des échelles de rugosité trop grandes devant la longueur d'onde. Ainsi la surface océanique aux fréquences microondes est généralement inabordable avec ce genre de modèle. Pour prendre en compte toutes les échelles de rugosité, nous considérons des modèles à deux échelle de complexité abordable et connus pour donner de bons résultats pour des angles modérés. Ces modèles ont été développés à partir des années 1960 par la communauté scientifique de la télédétection océanique. Aux angles plus importants, apparaissent des phénomènes d'ombrage où seule une fraction de la surface est éclairée. Ce phénomène est calculé à l'aide des fonctions d'ombrage fondées sur la théorie des rayons. Après une étude exhaustive de ces fonctions, couvrant les surfaces corrélées, linéaires et faiblement non linéaires, l'accent a été mis sur les angles rasants. Il en résulte que les fonctions d'ombrage présentent un comportement commun, à savoir que la fraction de surface éclairée est asymptotiquement proportionnelle à l'angle rasant. Pour cette raison, ces fonctions appliquées au modèle à deux échelles s'avèrent inadaptées pour les surfaces océaniques modélisées. Elles ne permettent pas de retrouver le comportement de l'intensité diffractée dans les angles rasants prédit par la théorie des ondes électromagnétiques.

Les phénomènes hydrodynamiques complexes tels que le déferlement, l'écume, etc, ne sont pas considérés dans notre modélisation océanique et peuvent se révéler contributifs en rasant. Afin d'estimer leur importance sur la section efficace de diffusion, les résultats obtenus avec le modèle à deux échelles GOSSA ont été confrontés aux données expérimentales de Nathanson en bande X et L. En polarisation V, où la section efficace est la plus forte, GOSSA et les données de Nathanson sont comparables. Même s'il existe parfois une différence de niveau, les courbes présentent la même allure. Ceci n'est plus le cas en polarisation H et les erreurs commises sont beaucoup plus importantes en bande X qu'en bande L. Suivant les travaux de Kudryavstev, un terme représentant le déferlement est ajouté à la section efficace de GOSSA. Ce terme,

d'influence négligeable sur la polarisation V, permet de corriger le modèle à deux échelles de manière significative en polarisation H. Malgré la simplicité du modèle de Kudryavtsev, cette étude prouve que la prise en compte des phénomènes fortement non linéaires s'avère nécessaire pour cette polarisation.

Pour la suite, une modélisation plus poussée de la surface océanique, avec la prise en compte de phénomènes hydrodynamiques complexes (déferlement, etc) est incontournable. D'autres comparaisons entre les modèles de diffraction actuels et les données obtenues pour des angles rasants doivent être réalisées. Le modèle numérique doit être développé pour les milieux fortement conducteurs en polarisation Horizontale et Verticale. Ainsi, il sera possible d'approfondir les comparaisons des méthodes approchées.
Le développement asymptotique de l'amplitude diffractée doit être étudié pour d'autres surfaces afin de déterminer le domaine angulaire de validité de ce développement. Enfin, notre modèle n'étant pas limité à l'onde plane comme champ incident, il sera intéressant de prendre en compte des sources localisées au dessus de la surface pour des applications de compatibilité électromagnétique par exemple.

Annexe A

Surface rugueuse aléatoire

L'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses nécessite la modélisation de ces surfaces. Pour cela, une approche probabiliste est utilisée. La surface est un processus aléatoire vérifiant certaines propriétés statistiques. Pour les surfaces que nous utilisons, la distribution des hauteurs et des pentes est supposée gaussienne. De plus les surfaces sont stationnaires spatialement, c'est à dire que les propriétés statistiques de la surface sont invariantes par translation des coordonnées spatiales. Bien que les surfaces rugueuses ne soient pas nécessairement gaussiennes, l'utilisation de statistiques gaussiennes permet de réduire la complexité associée au processus aléatoire. La description d'un processus aléatoire gaussien est donnée par sa moyenne et sa fonction de corrélation.

A.1 Surface gaussienne aléatoire.

Pour faciliter les calculs, nous considérerons une surface aléatoire unidimensionnelle, il sera très facile de généraliser les résultats pour les surfaces aléatoires bidimensionnelles. Le profil d'une surface est décrit par une fonction aléatoire de coordonnée x et sera noté $h(x)$. Les coordonnées d'un point de la surface s'écriront $(x,h(x))$. Les hauteurs de la surface $z = h(x)$ sont distribuées selon une densité de probabilité gaussienne qui s'écrit comme :

$$p(z) = \frac{1}{\sigma^2\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(z-m)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{A.1}$$

où σ est l'écart type des hauteurs, et m la valeur moyenne. Nous supposerons que la surface est un processus aléatoire centré sur zéro, c'est-à-dire que sa moyenne est nulle. La densité de probabilité jointe $p_{z_1 z_2}(z_1,z_2)$ de deux variables aléatoires gaussiennes, z_1 et z_2, est donnée par

Tsang dans [16].

$$p_{z_1 z_2}(z_1,z_2) = \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi\sqrt{1-C^2}} exp\left\{ -\frac{\left[\frac{(z_1-m_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{2C(z_1-m_1)(z_2-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(z_2-m_2)^2}{\sigma_2^2}\right]}{2(1-C^2)} \right\} \tag{A.2}$$

où m_1 et m_2 sont respectivement les moyennes de z_1 et z_2, et σ_1^2 et σ_2^2 leurs variances. C est le coefficient de corrélation. Pour $m_1 = m_2 = 0$ et $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, la covariance de deux variables aléatoires z_1 et z_2 est d'après [16].

$$\langle z_1 z_2 \rangle = \sigma^2 C \tag{A.3}$$

où $\langle\rangle$ représente la moyenne d'ensemble définie pour une variable x par :

$$\langle x \rangle = \int x p(x) dx \tag{A.4}$$

Avec $p(x)$, la densité de probabilité de la variable x.
Si $C = 0$, alors z_1 et z_2 sont deux variables indépendantes.

A.1.1 Fonction de corrélation

La fonction de corrélation d'une variable aléatoire $h(x)$ est définie comme :

$$R_h(x_1,x_2) = \langle h(x_1)h(x_2)\rangle \tag{A.5}$$

Pour un processus gaussien à moyenne nulle et avec une hauteur quadratique moyenne σ, la fonction de corrélation s'écrit d'après (A.3) :

$$R_h(x_1,x_2) = \sigma^2 C(x_1,x_2) \tag{A.6}$$

Pour un processus stationnaire $h(x)$, la fonction de corrélation dépend seulement de la distance $x_1 - x_2$ donc :

$$R_h(x_1,x_2) = R_h(x_1 - x_2) \tag{A.7}$$

A.1.2 Fonction de corrélation des pentes

Pour un processus aléatoire $h(x)$, sa dérivée $h'(x)$ est toujours un processus aléatoire. Pour une surface rugueuse caractérisée par son profil $h(x)$, $h'(x)$ correspond à la pente de la surface au point x. Il est donc tout à fait possible de déterminer la fonction de corrélation des pentes. D'après [16] :

$$R_{h'}(x_1,x_2) = \langle h'(x_1)h'(x_2)\rangle = -\frac{\partial^2 R_h(x)}{\partial x^2} \tag{A.8}$$

A.1.3 Densité spectrale de puissance

La densité spectrale de puissance ou spectre de puissance d'un processus aléatoire est définie comme la transformée de Fourier de la fonction de corrélation :

$$S(k) = TF\left[R_h(x)\right] \tag{A.9}$$

$$S(k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_h(x)e^{ik\cdot x}dx \tag{A.10}$$

Pour une surface bidimensionnelle, la densité spectrale de puissance s'écrira :

$$\Psi(k_x,k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty} R_h(x,y)e^{i(k_x\cdot x+k_y\cdot y)}dx \tag{A.11}$$

Pour générer un processus gaussien stationnaire de moyenne nulle, il suffit de connaître son spectre de puissance. Pour la plupart des surfaces rugueuses réalisées en laboratoire, comme par exemple des couches minces, le spectre est gaussien. Pour les surfaces océaniques, les spectres utilisés sont beaucoup plus compliqués à cause du caractère multi-échelle de ces surfaces et des interactions locales et non-locales très complexes qui existent.

A.2 Spectre gaussien

Le spectre gaussien isotrope pour une surface bidimensionnelle est donné par [49]

$$\Psi(k_x,k_y) = \frac{\sigma^2 lc^2}{4\pi}exp(-\frac{k_x^2 lc^2}{4})exp(-\frac{k_y^2 lc^2}{4}) \tag{A.12}$$

où lc est la longueur de corrélation, σ la hauteur quadratique moyenne. La pente quadratique moyenne est définie par :

$$s = \frac{\sqrt{2}\sigma}{lc} \tag{A.13}$$

A.3 Spectre de puissance

Le spectre de puissance est un spectre isotrope donné par [56] :

$$S(k_x,k_y) = a_0 k^{-4} \tag{A.14}$$

avec $a_0 = 5.25e-3$ et $k^2 = k_x^2 + k_y^2$.

A cause de la singularité en $k = 0$, ce spectre ne peut être utilisé que pour des nombres d'onde compris entre $k_l \leq k \leq k_u$. Bien que les variations de la vitesse du vent et le caractère

anisotrope de la surface ne soient pas pris en compte dans ce modèle simplifié, les spectres océaniques mesurés sont qualitativement bien représentés par un spectre tronqué en k^{-4} dans la région des vagues de gravité, c'est-à-dire les vagues dont l'évolution au cours du temps est régit par la loi de la gravité.

Pour un spectre de puissance tronqué, la hauteur quadratique moyenne est donné par :

$$\sigma^2 = \pi a_0 \left(\frac{1}{k_l^2} - \frac{1}{k_u^2} \right) \tag{A.15}$$

et la pente quadratique moyenne par :

$$s^2 = 2\pi a_0 \log \left| \frac{k_u}{k_l} \right| \tag{A.16}$$

Annexe B

Formalisme intégral direct : surface unidimensionnelle

Dans cette annexe, je présente le formalisme intégral direct pour une surface unidimensionnelle. Le modèle du plan localement perturbé est toujours adopté.

B.1 Equation intégrale de frontière

En polarisation Horizontale, le champ électrique est supposé parallèle à l'axe Oy ; il s'écrit :

$$\mathbf{E} = u(x,y)\hat{\mathbf{y}} \tag{B.1}$$

Pour la polarisation Verticale, c'est le champ magnétique qui est parallèle à l'axe Oy :

$$\mathbf{H} = u(x,y)\hat{\mathbf{y}} \tag{B.2}$$

Donc, nous pouvons raisonner sur une fonction u qui représentera le champ électrique ou magnétique selon la polarisation. Pour construire les équations intégrales de frontières, nous considérons la fonction discontinue u_0 définie par :

$$u_0 = \begin{cases} u - u^i - u^r = u^d \text{ si z>h(x)} \\ 0 \text{ si z<h(x)} \end{cases} \tag{B.3}$$

Ou u, u^i et u^r représentent respectivement l'amplitude du champ total, incident et spéculairement réfléchi par le plan moyen du champ électrique ou magnétique selon la polarisation. u_0 vérifie l'équation d'Helmholtz avec source suivante :

$$\Delta u_0 + K_0^2 u_0 = \left[\frac{\partial u_0}{\partial n}\right] \delta_\Sigma + div\left[u_0 \hat{\mathbf{n}}\right] \delta_\Sigma \tag{B.4}$$

$[u_0\hat{\mathbf{n}}]$ et $\left[\frac{\partial u_0}{\partial n}\right]$ représentent respectivement le saut de la fonction u_0 et de sa dérivée, δ_Σ est la distribution de Dirac. La solution élémentaire de cette équation est la fonction de Green 1D $G_0(R) = -\frac{i}{4}H_0^{(1)}(K_0R)$, $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel et R la distance entre deux points. La solution de l'équation (B.4) s'écrit comme le produit de convolution entre la fonction de Green et le second membre.

$$u_0 = \hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{grad}\, G_0 * [u_0]\delta_\Sigma + G_0 * [\frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}}]\delta_\Sigma \tag{B.5}$$

Avec $[u_0] = u^d$ et $\left[\frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}}\right] = \frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}}$, de plus $\frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{grad}\, u^d$. Le passage à la limite sur la surface permet d'obtenir les équations intégrales sur la surface.

$$\left(\frac{1}{2} - D_0\right) u^d - S_0 \frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}} = 0 \tag{B.6}$$

Avec D_0 et S_0, les opérateurs intégraux définis par :

$$\begin{aligned} D_0 u_0(\mathbf{r}) &= \int_\Sigma \mathbf{grad}\, G_0\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') u(\mathbf{r}') dl' \\ S_0 \frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}) &= \int_\Sigma G_0\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right) \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}') dl' \end{aligned} \tag{B.7}$$

B.2 Le problème du métal infiniment conducteur

Pour le métal infiniment conducteur, $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ pour la polarisation Verticale et $u_0 = 0$ pour la polarisation Horizontale. Finalement les deux équations intégrales de frontière s'écrivent :

$$\left(\frac{1}{2} - D_0\right) u^d = -S_0 \left(\frac{\partial u^i}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial u^r}{\partial \mathbf{n}}\right) \tag{B.8}$$

Pour la polarisation Verticale, et :

$$-S_0 \frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}} = \left(\frac{1}{2} - D_0\right) \left(u^i + u^r\right) \tag{B.9}$$

Comme pour le problème bidimensionnel, u^d et $\frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}}$ sont les inconnues de notre problème. Les deux équations obtenues ont une excitation qui tend vers zéro sur le plan par conséquent les équations intégrales de frontières (B.8) et (B.9) sont à support borné pour le problème du plan localement perturbé éclairé par une onde plane.

B.3 Approximation d'impédance

Pour le problème d'impédance, il existe une relation entre le champ totale et sa dérivée. Pour la polarisation Horizontale, la condition d'impédance s'écrit :

$$\frac{i}{K_0} Z_H \frac{\partial u}{\partial n} - u = 0 \tag{B.10}$$

Pour la polarisation Verticale, elle s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial n} + iK_0 Z_V u = 0 \tag{B.11}$$

Avec Z_H et Z_V les impédances de surface définies par :

$$Z_V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[1 + \frac{i\ h''}{2K_0\sqrt{\varepsilon_r}\,(1+h'^2)^{3/2}} \right] \tag{B.12}$$

$$Z_H = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[1 + \frac{i\ h''}{2K_0\sqrt{\varepsilon_r}\,(1+h'^2)^{3/2}} \right]^{-1} \tag{B.13}$$

h' et h'' représentent respectivement la dérivée première et seconde par rapport à x de la hauteur. Les relations d'impédance permettent de relier les deux inconnues u^d et $\frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}}$ et d'obtenir les équations intégrales de frontières à partir de l'équation intégrale B.6. Pour la polarisation Verticale :

$$\left\{ \left(\frac{1}{2} - D_0 \right) - iK_0 S_0 Z_V \right\} u^d = -S_0 \left\{ \left(\frac{\partial u^i}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial u^r}{\partial \mathbf{n}} \right) + iK_0 Z_V \left(u^i + u^r \right) \right\} \tag{B.14}$$

Et pour la polarisation Horizontale :

$$\left\{ \frac{i}{K_0} \left(\frac{1}{2} - D_0 \right) Z_H - S_0 \right\} \frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}} = -S_0 \left\{ u^i + u^r - \frac{i}{K_0} Z_H \left(\frac{\partial u^i}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial u^r}{\partial \mathbf{n}} \right) \right\} \tag{B.15}$$

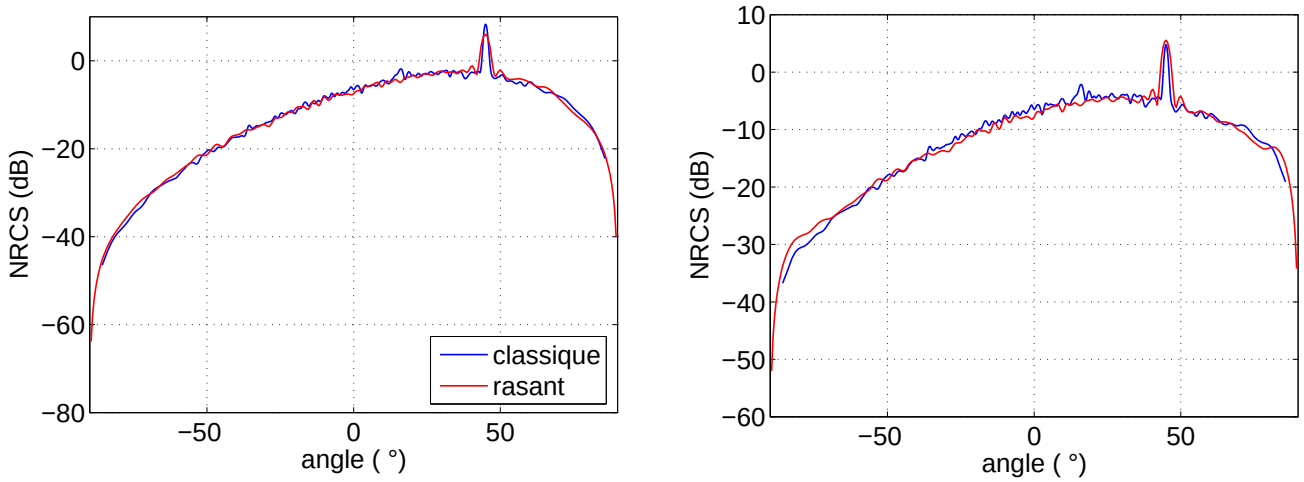
Comme pour le problème de la surface bidimensionnelle, les deux termes d'excitations tendent vers zéro pour le plan. Les équations (B.14) et (B.15) sont donc bornées pour le plan localement perturbé. Lorsque la permittivité tend vers l'infini, les équations intégrales (B.8) et (B.9) sont retrouvées.

B.4 Amplitude diffractée

Selon la combinaison réalisée dans le chapitre 1, l'amplitude diffractée s'écrit pour le problème d'impédance :

$$S = \frac{1}{2\pi} \int_\Sigma \left\{ \sin\left(qh(x)\right) \left[ih'(x)u^d - \frac{\partial u^d}{\partial \mathbf{n}} \right] + q\ u^d \cos\left(qh(x)\right) \right\} e^{-ikx} dx \tag{B.16}$$

avec $q = K_0 \cos\theta$ et $k = K_0 \sin\theta$, θ étant l'angle diffracté pris par rapport à la normale au plan moyen. Le champ se comporte comme $O(q)$. Pour la polarisation H, $u^d = -(u^i + u^r)$ et pour la polarisation V, $\partial u^d/\partial n = -(\partial u^i/\partial n + \partial u^d/\partial n)$.



(a) Horizontale (b) Verticale

FIG. B.1 – *Intensité diffractée calculée avec le formalisme intégral rasant (courbe rouge) et le formalisme intégral classique (courbe bleue) pour une incidence de* 45° *et une polarisation incidente Horizontale (figure de gauche) et Verticale (figure de droite). La surface est une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne* 0.15λ *et de longueur de corrélation* 0.75λ.

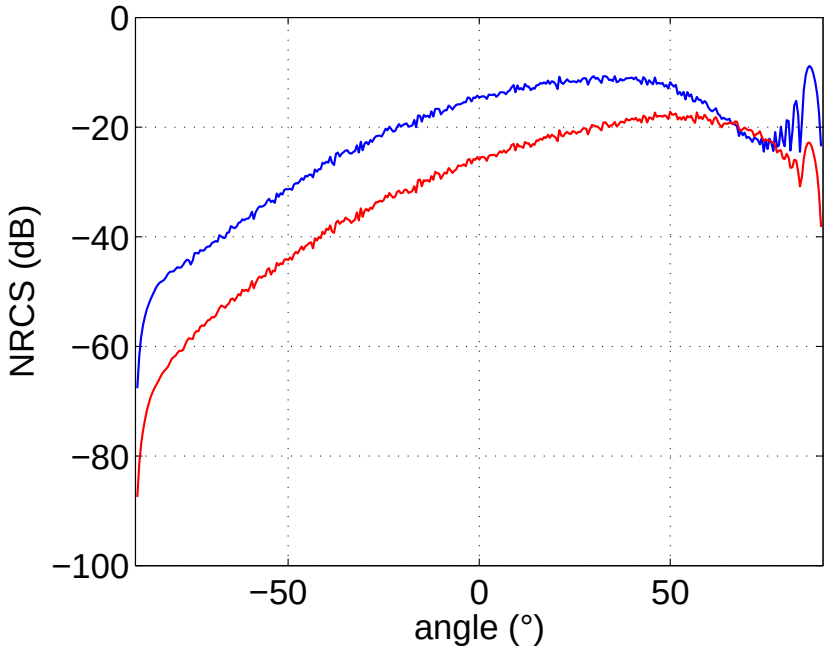


FIG. B.2 – *Intensité diffractée calculée avec le formalisme intégral rasant pour une incidence de* 89° *et une polarisation incidente Horizontale (courbe rouge) et Verticale (courbe bleue). La surface est une surface gaussienne de hauteur quadratique moyenne* 0.15λ *et de longueur de corrélation* 0.75λ.

B.5 Numérique

Un code a été réalisé sous Matlab pour résoudre le problème de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses. Comme pour le problème bidimensionnel, la méthode des moments est utilisée pour la discrétisation. La résolution du système est réalisée en inversant une matrice. Les techniques d'accélérations présentées dans (2) n'ont pas été utilisée ici. Sur les figures B.1(a) et B.1(b), le formalisme intégral rasant a été comparé avec le formalisme intégral classique utilisant un faisceau gaussien comme onde plane incidente. Les comparaisons ont été réalisées sur cent échantillons de surface gaussienne de permittivité $\varepsilon_r = 60 + i60$ pour une incidence de 45°. Pour la polarisation Horizontale et Verticale, les deux formalismes sont en parfait accord. La figure (B.2) présente les résultats obtenues pour la même surface que précédemment mais avec une incidence de 89°.

B.6 Conclusion

Le formalisme intégral rasant a été modélisé pour une surface unidimensionnelle de permittivité finie. Il a été comparé au formalisme intégral classique avec lequel il est en parfait accord.

Bibliographie

[1] Daniel Maystre. Electromagnetic scattering from perfectly conducting rough surfaces in the resonance region. *IEEE Ant. and Prop.*, 31 :885–895, 1983.

[2] Daniel Maystre and J.P. Rossi. Implementation of a rigorous vector theory of speckle for 2D microrough surfaces. 3 :1276–1282, 1986.

[3] E. I. Thorsos. The validity of the kirchhoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum. *J. Acoust. Soc. Am. A*, 82 :78–92, 1988.

[4] J. T. Johnson. Surface currents induced on a dielectric half-space by a Gaussian beam : An extended validation for point matching method of moment codes. *Radio Science*, 32 :923–934, 1997.

[5] H. Braunisch, Y. Zhang, C. O. Ao, S. E. Shih, Y. E. Yang, K. H. Ding, and J. A. Kong. Tapered wave with dominant polarization stat for all angles of incidence. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 48 :1086–1096, 2000.

[6] L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding, and C. O. Ao. *Scattering of electromagnetic waves : numerical simulations*. Wiley series in remote sensing. Wiley-Interscience, 2001.

[7] Mark A. Donelan and JR. Willard J. Pierson. Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. *Journal of Geophysical Research*, 92 :4971–5029, 1987.

[8] J. T. Johnson. A numerical study of low-grazing-angle backscatter from ocean-like impedance surfaces with the canonical grid method. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 46 :114–120, 1998.

[9] T. Senior and V. Liepa. Backscattering from tapered resistive strips. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on [legacy, pre-1988]*, 32(7) :747–751, 1984.

[10] R. Haupt and V. Liepa. Synthesis of tapered resistive strips. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on [legacy, pre-1988]*, 35(11) :1217–1225, 1987.

[11] J.C. West. On the control of edge diffraction in numerical rough surface scattering using resistive tapering. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 51, 2003.

[12] Z. Zhao and J.C. West. Resistive suppression of edge effects in mlfma scattering from finite conductivity surfaces. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 53, 2005.

[13] D. E. Barrick. Near-grazing illumination and shadowing of rough surfaces. *Radio Science*, 30 :563–580, May 1995.

[14] R. Chen and J. C. West. Analysis of scattering from rough surfaces at large incidence angles using a periodic-surface moment method. *IEEE Trans. Geophys. Remote Sensing*, 33(5) :1206–1213, September 1995.

[15] R. Petit. *Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique*. Masson, Paris, 1993.

[16] L. Tsang, J. A. Kong, and Shin. *Scattering of electromagnetic Waves : Theories and applications*. Wiley series in remote sensing. Wiley-Interscience, 2000.

[17] R. Mittra. *Computer techniques for electromagnetics*. Springer, 1987.

[18] Marc Saillard and Daniel Maystre. Scattering from metallic and dielectric rough surfaces. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 7(6) :982–990, 1990.

[19] D. Colton and R. Kress. *Integral Equations in Scattering Theory*. Wiley-Interscience, New York, 1983.

[20] P. A. Martin and P. Ola. Boundary integral equations for the scattering of electromagnetic waves by a homogeneous dielectric obstacle. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 123A :185–208, 1993.

[21] G. Soriano. Etude de la diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses bidimensionnelles. *Thèse pour le grade de Docteur en Sciences*, 2000.

[22] V. I. Tatarskii and M. Charnotskii. On the universal behavior of scattering from a rough surface for small grazing angles. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 46 :67–72, 1998.

[23] M. Saillard and G. Soriano. Fast numerical solution for scattering from rough surfaces with small slopes. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 52 :2799–2802, 2004.

[24] G. Soriano and M. Saillard. Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional rough surfaces with impedance approximation. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 18(1) :124–133, 2001.

[25] G. Soriano, C.-A. Guérin, and M. Saillard. Scattering by two-dimensional rough surfaces : comparison between the method of moments, kirchhoff and small-slope approximations. *Waves Random Media*, 12 :63–83, 2002.

[26] A. M. Marvin and V. Celli. Relation between the surface impedance and the extinction theorem on a rough surface. *Phys. Rev. B*, 50 :14546–14553, 1994.

[27] T. T. Ong, V. Celli, and A. A. Maradudin. The impedance of a curved surface. *Optics Comm.*, 95 :1–4, 1993.

[28] T. T. Ong, V. Celli, and A. A. Maradudin. General relation between surface impedance and surface curvature. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11, 1994.

[29] A. G. Voronovich. *Wave scattering from rough surfaces*. Springer-Verlag, Berlin, 1994.

[30] V. I. Tatarskii and M. Charnotskii. Universal behaviour of scattering amplitudes for scattering from a plane in an average rough surface for small grazing angles. *Waves in Random Media*, 8 :29–40, 1998.

[31] I. M. Fuks, V. I. Tatarskii, and M. Charnotskii. Behaviour of scattering from a rough surface at small grazing angles. *Waves in Random Media*, 9 :295–305, 1999.

[32] W. C. Chew V. Jandhyala, B. Shanker, and E. Michielssen. Fast Multilevel techniques for solving integral equations in electromagnetics. *Asia Pacific Microwave Conference*, 3, 1997.

[33] K. A. Braham. Diffusion des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses aléatoires naturelles : Méthode exacte en coordonnées curvilignes et principe du faible couplage. *Thèse de doctorat*, 2007.

[34] R Dusséaux and C Baudier. Scattering of a plane wave by 1-dimensional dielectric rough surfaces- study of the field in a nonorthogonal coordinate system. *Progress In Electromagnetic Research*, 37 :289–317, 2003.

[35] C. Baudier, R. Dusséaux, K. S. Edee, and G. Granet. Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces- study with the curvilinear coordinate method. *Waves in Random Media*, 14 :61–74, 2004.

[36] Harrington. *Field computation by moment method*. Macmillan, New York, 1968.

[37] P. Liu and Ya-Qiu Jin. Numerical simulation of bistatic scattering from a target at low altitude above rough sea surface under an em-wave incidence at low grazong angle by using the finite element method. *IEEE Trans. Antennas and Propoagation*, 52 :1205–1210, 2004.

[38] K.F. Warnick and W.C. Chew. Numerical simulation methods for rough surface scattering. *Waves in Random Media*, 11(1) :1–30, 2001.

[39] S. Q. Li, C. H. Chan, M. Y. Xia, B. Zhang, and L. Tsang. Multilevel expansion of the sparse-matrix canonical grid method for two-dimensional random rough surfaces. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 47(4) :752–763, april 2001.

[40] G. Soriano and M. Saillard. Modelization of the scattering of electromagnetic waves from the ocean surface. *Progress In Electromagnetics Research*, 10 :101–128, 2003.

[41] Akira Ishimaru, J. D. Rockway, and Y. Kuga. Sommerfeld and zenneck wave propagation for a finitely conducting one-dimensional rough surface. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 48, 2000.

[42] Daniel Maystre. General study of grating anomalies from electromagnetic surface modes. In A. D. Boardman, editor, *Electromagnetic Surface Modes*, pages 661–724. John Wiley & Sons Ltd, 1982.

[43] M. Saillard and D. Maystre. Scattering from metallic and dielectrique rough surfaces. *J. Opt. Soc. Am. A*, 7 :982–990, 1990.

[44] M. Saillard. Random rough surfaces : numerical study of localized electromagnetic surface modes. *Applied Optics*, 32 :3354–3361, 1993.

[45] C. S. West and K. A. O'Donnell. Observations of backscattering enhancement from polaritons on a rough metal surface. *J. Opt. Am. A*, 12 :390–397, 1995.

[46] S.M. Rao, D.R. Wilton, and A.W. Glisson. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 30, 1982.

[47] M.Y. Xia, C.H. Chan, S.Q. Li, B. Zhang, and L. Tsang. An efficient algorithm for electromagnetic scattering from rough surfaces using a single integral equation and multilevel sparse-matrix canonical-grid method. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 51, 2003.

[48] T. Elfouhaily and C. A. Guérin. A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random Media*, 14 :R1–R40, 2004.

[49] J. A. Ogilvy. *Theory of wave scattering from random rough surfaces.* Adam Hilger, New York, 1991.

[50] G. S. Brown. The validity of shadowing corrections in rough surface scattering. *Radio Sci.*, 19 :1461–1468, 1984.

[51] Jei S. Chen and Akira Ishimaru. Numerical simulation of the second-order kirchhoff approximation from very rough surfaces and a study of backscattering enhancement. *J.Acoust.Soc.Am.*, 88, 1990.

[52] G. Berginc. The small-slope approximation method : a further study of vector wave scattering from two-dimensional surfaces and comparison with experimental data. *Progress in Electromagnetics Research, 2002*, 2002.

[53] G. Berginc and C. Bourely. The small-slope approximation method applied to a three-dimensional slab with rough boundaries. *Progress in Electromagnetics Research, 2007*, 2007.

[54] Suzanne T McDaniel. An extension of the small-slope approximation for rough surface scattering. *Waves in Random Media*, 5 :201–214, 1995.

[55] Eric I. Thorsos and Shira Lynn Broshat. An investigation of the small slope approximation for scattering from rough surfaces. part i. theory. *J. Acoust. Soc. AM.*, 97, 1997.

[56] G. R. Valenzuela. Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves- a review. *Boundary-layer Meteorol.*, 13(1), 1978.

[57] Elfouhaily T, Guignard S, Awadallah R, and Thompson D. Local and non-local curvature approximation : a new asymptotic theory for wave scattering. *Waves in Random Media*, 13, 2003.

[58] Elfouhaily T, Guignard S, and Thompson D. Formal tilt invariance of the local curvature approximation. *Waves in Random Media*, 13, 2003.

[59] A G Voronovich. Non-local small-slope approximation for wave scattering from rough surfaces. *Waves in Random Media*, 6 :151–167, 1996.

[60] Guérin C A, Soriano G, and Elfouhaily T. Weighted curvature approximation : numerical tests on 2d dielectic surfaces. *Waves in Random Media*, 14, 2004.

[61] C. Bourlier, N. Déchamps, and G. Berginc. Comparison of asymptotic backscattering models (ssa, wca and lca) from one-dimensional gaussian ocean-like surface. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 53 :1640–1652, 2005.

[62] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandermark. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *Journal of Geophysical Research*, 102 :15 781–15 796, 1997.

[63] V.N Kudryavtsev, V.K Makin, and B. Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model : 2. spectrum of short wind waves. *Journal of Geophysical Research*, 104 :7625–7639, 1999.

[64] Mark A. Donelan and JR. Willard J. Pierson. Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. *Journal of Geophysical Research*, 92 :4971–5029, 1987.

[65] Alexis Mouche. *Apport de la double polarisation pour l'étude expérimentale et théorique de la section efficace radar de la surface océanique*. PhD thesis, Université de Versailles Saint-Quentin-En-Yvelines, Décembre 2005.

[66] J. W. Wright. A new model for sea clutter. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, pages 217–223, 1968.

[67] G. Brown. Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pages 472–482, 1978.

[68] G.Soriano and C.A. Guèrin. A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 5 :199–203, 2008.

[69] M. I. Sancer. Shadow-corrected electromagnetic scattering from a randomly rough surface. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 17 :577–585, 1969.

[70] P. Beckmann. Shadowing of random rough surfaces. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 13 :384–388, 1965.

[71] R. A. Brockelman and T. Hagfors. Note on the effect of shadowing on the backscattering of waves from a random rough surface. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 14 :621–626, 1966.

[72] R. J. Wagner. Shadowing of randomly rough surfaces. *J. Acous. Soc. Am.*, 41 :138–147, 1967.

[73] B. G. Smith. Lunar surface roughness shadowing and thermal emission. *Report for the Headquarters, National Aeronautics and Space Administration*, 1966.

[74] B. G. Smith. Geometrical shadowing of a random rough surface. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 15 :668–671, 1967.

[75] C. Bourlier. Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique, application au domaine océanique. *Thèse pour le grade de Docteur*, 2000.

[76] C. Bourlier, J. Saillard, and G. berginc. One- and two-dimensional shadowing functions for any height and slope stationary uncorrelated surface in the monostatic and bistatic configurations. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 50 :312–324, 2002.

[77] C. Bourlier, J. Saillard, and G. Berginc. Effect of correlation between shadowing and shadowed points on the wagner and smith monostatic one-dimensional shadowing functions. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 48 :437–446, 2000.

[78] L. M. Ricciardi and S. Sato. A note on first passage time problems for gaussian processes and varying boundaries. *IEEE Trans. Information Theory*, 29 :454–457, 1983.

[79] D. A. Kapp and G. S. Brown. Effect of correlation between shadowing and shadowed points in rough surface scattering. *IEEE Trans. Antennas and Propoagation*, 42 :1154–1160, 1994.

[80] I. M. Fuks. Effective probability density function of rough surface slopes when strong shadowing is present. *Waves in Random Media*, 12 :401–416, 2002.

[81] F G Bass and I M Fuks. *Wave scattering from statistically rough surfaces*. Pergamon press, New York, 1979.

[82] C. Bourlier, J. Saillard, and G. berginc. Theoretical study of the kirchhoff integral from a two-dimensional randomly rough surface with shadowing effect : application to the backscattering coefficient for a perfectly-conducting surface. *Waves in Random Media*, 11 :91–118, 2001.

[83] S. Mudaliar. Bistatic scattering cross sections of a composite rough surface. *Rpt. for Griffiss Air Force Base*, 1993.

[84] M. Abramowitz et I.A. Stegun. *Handbook of mathematical function*. Dover, New York, 1968.

[85] D. M. Milder. Surface shadowing at small grazing angle. *Waves in Random Media*, 13 :89–94, 2003.

[86] F. C. Jackson. The reflection of impulses from a nonlinear random sea. *Journal of Geophysical Research*, 84 :4939–4943, 1979.

[87] M. A. Srokosz. On the joint distribution of surface elevation and slopes for a nonlinear random sea, with an application to radar altimetry. *Journal of Geophysical Research*, 91 :995–1006, 1986.

[88] Wetzel L. B. Electromagnetic scattering from the sea surface at low grazing angles. *Surface waves and fluxes*, 2 :109–171, 1990.

[89] M. Long. *Radar reflectivity of land and sea : third edition*. Artech House, Boston, 2001.

[90] V.N Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semi-empirical model of the normalized radar cross section of the sea surface, 1. background model. *Journal of Geophysical Research*, 108, 2003.

[91] V.N Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semi-empirical model of the normalized radar cross section of the sea surface, 2. radar modulation transfert function. *Journal of Geophysical Research*, 108, 2003.

[92] Phillips O. M. Radar returns from the sea surface-bragg scattering and breaking waves. *J. Phys. Oceanogr.*, 18 :1063–1074, 1988.

[93] Ericson E. A., D. R. Lyzenga, and D. T. Walker. Radar backscattering fromù stationary breaking waves. *Journal of Geophysical Research*, 104 :29 679–29 695, 1999.

[94] L.B. Wetzel. Electromagnetic scattering from the sea at low grazing angles. *in Surface waves and fluxes, G.L Geernaert and W.L. Plant, Eds. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer*, pages 109–171, 1990.

[95] C. M. H. Unal, P. Snoeij, and P.J.F Swart. The polarization-dependent relation between radar backscatter for the ocean and surface wind vector at frequencies between 1 and 18 ghz. *IEEE Trans. on Geosc. and Remote Sens.*, 29, 1991.

[96] H. Masuko, K. Okamoto, S. Shimada, and S. Niwa. Measurements of microwave, backscattering of the ocean surface using x band, ka band airborne scatterometer. *J. Geophys. Res.*, 91 :13065–13083, 1986.

[97] A. Mouche, D. Hauser, and V. Kudryavstev. Radar scattering of the ocean surface and sea-roughness properties : a combined analysis form dual-polarizations airborne radar observations and models in c band. *J. Phys. Oceanogr.*, 111, 2006.

[98] P. A. Hwang, M. A. Sletten, and J. V. Toporkov. Analysis of radar sea return for breaking wave investigation. *Journal of Geophysical Research*, 113, 2008.

[99] M. D. Anguelova and F. Webster. Whitecap coverage from satellite measurements : A first step toward modeling the variability of oceanic whitecaps. *Journal of Geophysical Research*, 111, 2006.

[100] P. Forget, M. Saillard, and P. Broche. Observations of the sea surface by coherent l band radar at low grazing angles in a nearshore environment. *Journal of Geophysical Research*, 111, 2006.

Résumé :

La diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses intéresse de nombreux domaines comme l'Optique, la furtivité, la compatibilité électromagnétique ou bien encore la télédétection. La modélisation de ce phénomène peut se faire soit à l'aide de théories rigoureuses basées sur la résolution des équations de Maxwell, soit avec des théories approchées. Actuellement, le problème tridimensionnel de la diffusion des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses éclairées sous incidence rasante ne peut pas être résolu de manière satisfaisante par les méthodes rigoureuses. Ces méthodes ne peuvent donc pas être utilisées pour estimer la validité des méthodes approchées pour ce type d'incidence.

Afin de résoudre ce problème, de nouvelles équations intégrales de frontière ont été développées. A l'aide du théorème d'extinction et du théorème de réciprocité, le comportement du champ diffracté pour les angles rasants a pu être déterminé. A partir de ces résultats, l'amplitude diffractée a été reformulée afin d'obtenir explicitement le bon comportement du champ pour de tels angles.

Une technique de résolution numérique de l'équation intégrale obtenue a été mise en oeuvre pour des surfaces rugueuses infiniment conductrices en polarisation Horizontale. La validation a été menée par comparaison avec des résultats issus du formalisme intégral classique, pour des angles d'incidence raisonnables. La pertinence de quelques méthodes approchées pour des incidences rasantes a été étudiée.

Le problème de diffraction par la surface de la mer ne pouvant être résolu de manière rigoureuse pour des vents supérieurs à 4m/s, l'étude s'est portée sur les modèles à deux échelles et les fonctions d'ombrage. Nous montrons que ces dernières ne sont pas adaptées à la surface océanique. Enfin, en comparant un modèle à deux échelles, combinant l'Optique géométrique et l'approximation des faibles pentes, aux données expérimentales de Nathanson, nous avons montré que les phénomènes hydrodynamiques comme le déferlement augmentent de manière significative l'énergie rétro-diffusée dans les angles rasants.

Mots Clés : Electromagnétisme, diffraction, formalisme intégral, incidence rasante, méthodes approchées, surface océanique, modèle à deux échelles, fonction d'ombrage, déferlement.