Analyse inclusive des particules chargées négatives produites dans les interactions soufre sur plomb à 200 GeV/c par nucléon

Mohamed Hafidouni

▶ **To cite this version:**

Mohamed Hafidouni. Analyse inclusive des particules chargées négatives produites dans les interactions soufre sur plomb à 200 GeV/c par nucléon. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 1992. Français. NNT : . tel-00389663

HAL Id: tel-00389663

https://theses.hal.science/tel-00389663

Submitted on 29 May 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CERN LIBRARIES, GENEVA

CM-P00068744

Ex- CRN-HE 92-35
NU9317

STRASBOURG

CRN/~~HE~~ 92-35
N. d'ordre 1346

THESE

présentée

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG

par

Mohamed HAFIDOUNI

ANALYSE INCLUSIVE DES PARTICULES CHARGEES NEGATIVES PRODUITES DANS LES INTERACTIONS SOUFRE SUR PLOMB A 200 GeV/c PAR NUCLEON

Thesis-1992-Hafidouni

CENTRE DE RECHERCHES NUCLEAIRES

STRASBOURG

IN2P3 UNIVERSITE

CNRS LOUIS PASTEUR

CRN/HE 92-35
N. d'ordre 1346

THESE

présentée

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG

par

Mohamed HAFIDOUNI

ANALYSE INCLUSIVE DES PARTICULES CHARGEES NEGATIVES PRODUITES DANS LES INTERACTIONS SOUFRE SUR PLOMB A 200 GeV/c PAR NUCLEON

Soutenue le 03 Septembre 1992 devant la commission d'examen

M.M. J.-L. RIESTER	Président
H. SATZ	Rapporteur externe
J.-P. GERBER	Rapporteur interne
M. REGLER	
C. VOLTOLINI	

TABLE DES MATIERES

Introduction 1

1ERE PARTIE

PARTIE THEORIQUE

I - INTRODUCTION A LA CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE 3
I.1. La transition de phase de confinement 5
I.2. La transition de phase chirale 5

II - THERMODYNAMIQUE DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS 7
II.1. Etude de la transition de phase à l'aide du modèle du sac 7
II.1.1. Modèle du sac 7
II.1.2. Transition de phase de déconfinement 7
II.2. Etude de la transition de déconfinement à l'aide de QCD sur réseau . . . 11
II.2.1. Introduction 11
II.2.2. Etude de la transition de phase hadrons - QGP 12

III - DYNAMIQUE DES COLLISIONS NOYAU-NOYAU 19
III.1. Quelques caractéristiques des collisions hadroniques à haute énergie . . . 19
III.2. Collisions d'ions lourds ultrarelativistes 20
III.2.1. Modèle de Bjorken 21
III.2.2. Estimation de la densité d'énergie initiale 22
III.3. Modèle hydrodynamique 23
III.3.1. Expansion unidimensionnelle du quagma 23
III.3.2. Conséquences de la solution de Bjorken 25
III.3.3. Expansion tridimensionnelle 27

IV - SIGNATURES DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS 31
IV.I. Production des particules étranges 31
IV.2. Corrélation de $< P_T >$ avec dN/dy 35
IV.3. Dileptons 37
IV.4. Photons 38
IV.5. Suppression du J/Ψ 39
IV.6. Autres sources d'information sur le QGP 41

V - TRANSITION DE PHASE QGP-HADRONS ET COSMOLOGIE 46

2EME PARTIE

PARTIE EXPERIMENTALE

I - LE PROGRAMME EXPLORATOIRE AVEC FAISCEAUX D'IONS AU CERN . 47

II - BREVE REVUE DES EXPERIENCES D'IONS LOURDS AU CERN 49
II.1. NA34/HELIOS 49
II.2. NA35 50
II.3. NA38 51
II.4. WA80 52
II.5. WA85 53

III - PRESENTATION DE L'INSTALLATION EXPERIMENTALE DE NA36 . . . 54
III.1. Conception du spectromètre 54
III.2. Description du spectromètre 54
III.2.1. Chambres à fils U 56
III.2.2. Beam Tag 56
III.2.3. Cible active 56
III.2.4. Beam Veto 57
III.2.5. La chambre à projection temporelle 57
III.2.6. Les chambres W2 et D1-D6 61
III.2.7. Les calorimètres 61
III.2.8. FC 64
III.2.9. Système de déclenchement 65
III.2.10. Système d'acquisition de données 66

IV - ETUDE DES PARTICULES CHARGEES NEGATIVES 69
IV.1. Reconstruction des trajectoires dans la TPC 69
IV.1.1. Extraction des signaux de TPC 69
IV.1.2. Reconstruction des trajectoires 71
IV.1.3. Reconstruction du vertex 72

IV.2. Correction de la multiplicité 72
IV.2.1. Determination des tables d'acceptance 74
IV.2.2. Correction des données réelles 76

IV.3. Méthode de l'entropie maximale 77
IV.3.1. L'entropie statistique 77
IV.3.2. Principe de l'entropie maximale 78
IV.3.3. Application à la correction de la distribution de multiplicité . . . 79

IV.4. Correction de la distribution de l'impulsion transverse 85

IV.5. Correction de la distribution de pseudo-rapidité 92

Conclusion 99

APPENDICES 101

Remerciements

Introduction

Avec l'accélération d'ions lourds au CERN, les expérimentateurs ont cru et continuent à croire en la possibilité de produire un nouvel état de la matière : le Plasma de Quarks et de Gluons (PQG) [1]. L'utilisation des collisions d'ions lourds ultrarelativistes est motivée par le fait que la matière nucléaire dense pourrait subir une transition de phase vers un état où les quarks, qui sont les constituants fondamentaux des hadrons, sont libres. L'argument physique utilisé est basé sur l'effet d'écran de la charge de couleur [2] ; ce dernier est similaire à l'effet d'écran de Debye en physique atomique. En effet, l'augmentation de la densité d'un système de nucléons conduirait à une interpénétration entre proches voisins. Arrivé à une certaine densité critique, chaque quark va être entouré, de près, par d'autres quarks qui vont faire écran entre lui et ses partenaires dans le nucléon auquel il appartient. Comme l'interaction entre quarks colorés est faible à petites distances, le système de nucléons se transforme alors en un plasma. C'est la transition de phase de déconfinement.

L'hypothèse de l'existence d'une transition de phase hadrons-PQG a été avancée au milieu des années 70 [3]. Mais ce n'est qu'au début des années 80 qu'il est devenu possible de déterminer les paramètres de cette transition (ordre, température, ...) et ce, à l'aide des simulations des théories de jauge sur réseau par ordinateur. Ces dernières prédisent une température de déconfinement de l'ordre de 200 MeV et une densité d'énergie critique de l'ordre de 1 à 3 GeV/fm^3 [4]. Plus tard, des études phénoménologiques [5] ont montré qu'il était possible d'atteindre de telles densités dans des collisions de faisceaux d'ions lourds à des énergies ultrarelativistes sur des noyaux. A partir du milieu des années 80, le CERN a pu fournir des faisceaux d'oxygène et de soufre à une énergie de 200 GeV par nucléon. Un ensemble d'expériences y ont pris place pour une première période de prises de données dite exploratoire (1986-1990). Parmi ces expériences on trouve l'expérience NA36 qui a pris fin en 1990. C'est au sein de cette collaboration que ce travail de thèse a été effectué. L'objet en était l'étude de la production des particules chargées négatives dans des collisions soufre sur plomb à une énergie de 200 GeV par nucléon; plus exactement la correction des distributions de multiplicité, d'impulsion transverse et de pseudo-rapidité des particules chargées négatives enregistrées à l'aide de la Chambre à Projection Temporelle (TPC). Ces dernières peuvent nous renseigner, moyennant certains modèles, sur la température et la densité d'énergie atteinte dans ce type de collisions. Pour l'analyse de données on a utilisé des méthodes statistiques sophistiquées telles que le filtre de Kalman pour déterminer la position du vertex et la méthode de l'entropie maximale pour corriger la distribution de multiplicité.

Le plan de la présente thèse est organisé de la façon suivante : dans une première partie dite théorique on a introduit la physique du PQG. Le premier chapitre en est une introduction à la chromodynamique quantique qui est la théorie qui décrit l'interaction entre quarks et gluons. Dans le deuxième chapitre on a discuté la transition de phase de déconfinement à l'aide du modèle de sac puis à l'aide de la chromodynamique quantique discrétisée sur réseau. Le troisième chapitre introduit

le modèle de Bjorken pour les collisions d'ions lourds et le modèle hydrodynamique qui décrit l'évolution de la matière qui y est produite. Les signatures du PQG étant discutées dans le quatrième chapitre. Finalement dans un dernier petit chapitre est discutée sommairement l'importance de l'étude du PQG pour la cosmologie. Ce qui a manqué à cette première partie, pour couvrir les idées courantes dans ce nouveau domaine de la physique, sont les théories de jauge à température finie [6] qui connaissent un grand essor ces dernières années. La deuxième partie, intitulée partie expérimentale, débute par une revue des expériences sur les ions lourds au CERN durant la période exploratoire avant qu'on ne mette l'accent sur l'expérience NA36 dont le spectromètre est décrit en détail dans le troisième chapitre. Dans le quatrième chapitre sont présentées les distributions corrigées de la multiplicité, de l'impulsion transverse et de pseudo-rapidité précédées par une introduction à la méthode de l'entropie maximale. Finalement un ensemble d'appendices terminent la thèse. Ces derniers ont été mis en place pour alléger le texte ainsi que pour le compléter.

Références

[1] B. Muller, "The physics of the quark-gluon plasma", Springer-Verlag, Berlin (1985).
J. Cleymans, R.V. Gavai and E. Suhonen, Phys. Rep. 130 (1986) 217.
L. Mc Lerran, Rev. Mod. Phys. 58 (1987) 1021.
Voir les différents comptes rendus sur les rencontres Quark-Matter. Une liste complète, jusqu'en 1988, est donnée dans :
J. Bartke, Int. J. Mod. Phys. A4 (1989) 1319.
Voir aussi
M.J. Tannenbaum, Int. J. Mod. Phys. A4 (1989) 3377.
W.M. Geist, Int. J. Mod. Phys. A4 (1989) 3717.
Nucl. Phys. A498 (1989).
Nucl. Phys. A525 (1991).
Nucl. Phys. A544 (1992).
H.R. Schmidt and J. Schukraft, CERN Preprint CERN-PPE/92-42 (March 1992) to appear in J. Phys. G.

[2] H. Satz, Nature 324 (1986) 116.

[3] J.C. Collins and M.J. Perry, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1353.

[4] H. Satz, Ann. Rev. Part. Nucl. Sci. 35 (1985) 245.

[5] J.D. Bjorken, Phys. Rev. D27 (1983) 140.

[6] N.P. Landsman and C.G. Van Veert, Phys. Rep. 145 (1987) 141.
J. Kapusta, "Finite Temperature Field Theory", Cambridge University Press, Cambridge (1989).

PARTIE THEORIQUE

I – INTRODUCTION A LA CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE [1]

Les nombreuses particules interagissant fortement (hadrons) découvertes dans les années 60 sont décrites aujourd'hui comme étant des composés de particules hypothétiques appelées quarks. L'existence de ces derniers a été postulée dans un premier temps dans le cadre théorique au début des années 60 en essayant de classifier les hadrons dans des représentations de certains groupes de Lie; plus tard ils apparurent expérimentalement dans les expériences de collisions leptons-hadrons profondément inélastiques. L'analyse de ces expériences montre que les hadrons sont formés de particules ayant un spin 1/2 et une charge fractionnaire, appelées partons et identifiés par la suite avec les quarks. Ces derniers existent en six saveurs u (up), d (down), s (strange), c (charm), b (bottom) et t (top) dont le dernier est encore à mettre en évidence expérimentalement. En plus de leur charge, spin et saveur, les quarks possèdent un autre nombre quantique appelé couleur. Cette nouvelle charge a été introduite dans un cadre théorique pour expliquer la statistique de certains états hadroniques tel que la résonnance baryonique Δ^{++}, le rapport $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{ hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ et la désintégration $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. La charge de couleur existe dans trois états : bleu, rouge et jaune.

De nos jours on considère la chromodynamique quantique (QCD) comme étant la théorie fondamentale des interactions fortes. C'est une théorie de jauge (renormalisable) dont la symétrie de jauge associée est la symétrie de couleur. Les champs élémentaires de QCD sont d'une part les quarks (champs de matière) et d'autre part huit champs vectoriels (spin 1, masse nulle) associés aux générateurs du groupe de jauge $SU_c(3)$ (c pour couleur) et appelés gluons. Le caractère non abélien du groupe de jauge implique que les gluons transportent la charge de couleur et par conséquent ils interagissent entre eux. Même en l'absence de quarks, l'étude de QCD ne manque pas d'intérêt, conduisant par exemple à la prédiction de nouveaux hadrons, les boules de glu ou états de gluonium.

Le lagrangien de QCD localement invariant de jauge sous la symétrie de couleur est donné par l'expression suivante :

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_Q + \mathcal{L}_G \tag{I.1}$$

où $\mathcal{L}_Q$ et $\mathcal{L}_G$ sont respectivement les parties fermionique et gluonique du lagrangien dont on va expliciter les expressions.

$\mathcal{L}_Q$ est donné par :

$$\mathcal{L}_Q = \bar{q}^A_\alpha \left(\not{D}_{\alpha\beta} - m^A \delta_{\alpha\beta} \right) q^A_\beta \tag{I.2}$$

avec q^A_α est le champ de quark dont les indices A et α sont respectivement les indices de saveur (q^1_α = u, q^2_α = d, ...) et de couleur (q^A_1 = bleu, q^A_2 = rouge, q^A_3 = jaune). m^A est une matrice diagonale dont les éléments sont les masses des quarks. $\not{D}_{\alpha\beta}$ est la dérivée covariante donnée par :

$$\not{D}_{\alpha\beta} = \gamma^\mu \left(\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu - ig \lambda^a_{\alpha\beta} A^a_\mu / 2 \right) \tag{I.3}$$

où A^a_μ est le champ de gluon (a = 1,...,8), γ^μ est une matrice de Dirac, g la constante de couplage de l'interaction forte et λ^a sont les générateurs du groupe $SU_c(3)$ obéissant à l'algèbre

$$\left[\lambda^a\,,\lambda^b\right] = 2i\,f^{abc}\,\lambda^c \tag{I.4}$$

f^{abc} étant les fonctions de structure de $SU_c(3)$. Le second terme dans (I.3) contribue dans l'expression de $\mathcal{L}_Q$ à l'interaction de deux quarks et d'un gluon $\left[ig/2\,\left(\bar{q}^A_\alpha\,A^a_\mu\,\lambda^a_{\alpha\beta}\,q^A_\beta\right)\right]$.

$\mathcal{L}_G$ est donné par :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}\,F^a_{\mu\nu}\,F^{a,\mu\nu} \tag{I.5}$$

où :

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\,f^{abc}A^b_\mu A^c_\nu \tag{I.6}$$

est le tenseur des champs de gluons.
Le développement du produit $F^a_{\mu\nu}\,F^{a,\mu\nu}$ fait apparaître deux termes d'interaction entre gluons, l'un décrit l'interaction de trois gluons à l'ordre g et l'autre une interaction de quatre gluons à l'ordre g^2. Ces termes disparaissent dans le cas où les constantes de structure f^{abc} sont nulles (cas d'un groupe de jauge abélien); l'interaction entre gluons est une conséquence directe du caractère non-abélien du groupe de jauge.

On montre que $\mathcal{L}_1$ est invariant sous les transformations suivantes :

$$\begin{aligned} &A_\mu(x) = A^a_\mu(x)\lambda^a/2 \rightarrow U(x)A_\mu(x)U^{-1}(x) + \frac{i}{g}U(x)\partial_\mu U^{-1}(x) \\ &q^A(x) \rightarrow U(x)q^A(x) \\ &U(x) = \exp\left(i\theta^a(x)\lambda^a/2\right) \end{aligned} \tag{I.7}$$

où les $\theta^a(x)$ sont des paramètres qui caractérisent la rotation dans l'espace des couleurs. Au lagrangien $\mathcal{L}_1$ on ajoute deux termes indispensables à la quantification de QCD : le premier $\mathcal{L}_{gf}$ permet de fixer la jauge et le deuxième $\mathcal{L}_g$ est le terme de "ghosts" de Faddeev-Popov. Le lagrangien final décrivant QCD est donné par :

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_{gf} + \mathcal{L}_g \tag{I.8}$$

Si le lagrangien $\mathcal{L}_{QCD}$ est utilisé en perturbation il décrit des quarks et des gluons libres. Or ceux-ci n'ont jamais été observés. Seuls les hadrons, objets interagissant fortement et formés de quarks et/ou d'antiquarks sont observés. Le passage du monde des quarks et des gluons à celui des hadrons est expliqué en postulant que QCD subit deux transitions de phase : la transition de confinement et la transition de brisure de la symétrie chirale.

I.1. La transition de phase de confinement

Le confinement a été imposé dans la théorie de la chromodynamique quantique pour expliquer le fait que seuls les singulets de couleur de $SU_c(3)$ sont observables; ces derniers sont des états liés de quarks ou de gluons, ayant une charge entière. Pour les quarks ces états existent sous forme de paires de quark-anti-quark ou de triplets de quarks qui correspondent respectivement aux mésons et aux baryons. Il existe aussi des états liés de gluons appelés boules de glu ou états de gluonium. Une explication au phénomène de confinement provient de l'étude de la constante de couplage des théories de jauge non-abéliennes.

En conséquence de la renormalisabilité de QCD, la constante de couplage α_s (avec $\alpha_s = g^2/4\pi$) dépend de l'impulsion de transfert Q^2 (équation du groupe de renormalisation) selon l'expression suivante :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \mathrm{Log}\,(Q^2/\Lambda^2)} \tag{I.9}$$

avec $\beta_0 = (33-2N_f)/12\pi$, N_f le nombre de saveur et Λ une constante qui dépend du schéma de renormalisation utilisé. Sa valeur, déterminée expérimentalement, varie de 100 à 250 MeV [2].

En examinant l'expression de la constante de couplage (I.9), on voit que pour les grandes impulsions de transfert ($Q^2 \to \infty$) la constante de couplage α_s est petite ($\alpha_s \to 0$) : les quarks se comportent comme des particules libres; c'est la liberté asymptotique. Cette dernière est une propriété spécifique des théories de jauge non abéliennes.

Pour des petites impulsions de transfert ($Q^2 \to \Lambda^2$) la constante de couplage α_s devient, par extrapolation, très grande ($\alpha_s \to \infty$). Ce cas correspond à une force infinie qui confine les quarks à l'intérieur des hadrons : c'est ce qu'on appelle le confinement. Ce dernier est introduit (et non démontré) pour expliquer pourquoi seuls les hadrons sont observés. La seule preuve du confinement de QCD provient des calculs sur réseau.

Le domaine des petites impulsions de transfert est appelé domaine de couplage fort ou domaine non-perturbatif. Les caractéristiques de QCD dans ce domaine sont à la fois riches et complexes. Pour les traiter on utilise les calculs gigantesques de QCD sur réseau ou des modèles phénoménologiques de quarks, dans lesquels le confinement est imposé, tels que le modèle des partons, le modèle du sac (MIT ou SLAC bag model) ou le modèle des cordes.

I.2. La transition de phase chirale

Outre la symétrie de couleur, le lagrangien $\mathcal{L}_1$ admet, dans le cas où les quarks ont une masse nulle, une symétrie globale agissant dans l'espace des saveurs et correspondant au groupe chiral $SU(N_f) \times SU(N_f)$. En effet, si on prend une base des matrices de Dirac γ^μ telle que $\gamma_5 (= i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3)$ vérifie $\gamma_5^2 = 1$, on définit deux projecteurs $P_\pm = (1 \pm \gamma_5)/2$. Ces derniers projettent les quarks sur les états de

chiralité $\gamma_5 = \pm 1$. On obtient ainsi les quarks gauches q_L (L pour left) et droits q_R (R pour right) :

$$q_R = \frac{(1+\gamma_5)}{2} q \quad \text{et} \quad q_L = \frac{(1-\gamma_5)}{2} q \tag{I.10}$$

avec (à partir de $\overline{q} = q^+ \gamma_0$ et $\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0$)

$$\overline{q}_R = \overline{q} \frac{(1-\gamma_5)}{2} \quad \text{et} \quad \overline{q}_L = \overline{q} \frac{(1+\gamma_5)}{2} \tag{I.11}$$

Par suite le terme $i\overline{q} \not{D} q$ dans $\mathcal{L}_Q$ s'écrit sous la forme :

$$i\overline{q} \not{D}\, q = i\overline{q}_R \not{D}\, q_R + i\overline{q}_L \not{D}\, q_L \tag{I.12}$$

où on voit que les composantes R et L sont indépendantes l'une de l'autre dans les termes cinétiques et d'interaction avec le champ de jauge. Dans le cas où on introduit un terme de masse des quarks :

$$m\overline{q}q = m\,(\overline{q}_R q_L + \overline{q}_L q_R) \tag{I.13}$$

les composantes R et L restent couplées et par conséquent ce terme brise la symétrie chirale.

La brisure de la symétrie chirale donne lieu à l'apparition de $N_f^2 - 1$ bosons de Goldstone. Dans le cas de QCD, en se limitant à deux saveurs u et d ($N_f = 2$), la brisure de la symétrie chirale laisse apparaitre 3 (quasi-) bosons de Goldstone identifiés avec les pions.

Référence

[1] W. Marciano and H. Pagels, Phys. Rep. 36 (1978) 137.
F.J. Yndurain, "Quantum Chromodynamics", Springer-Verlag, Berlin (1983).
T. Muta, "Foundations of Quantum Chromodynamics", World Scientific Publishing Co, Singapore (1987).
G. Martinelli, CERN Preprint CERN-TH. 4927/87 (December 1987).

[2] F. Wilczek, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 32 (1982) 177.
D.W. Duke and R.G. Roberts, Phys. Rep. 120 (1985) 277.

II – THERMODYNAMIQUE DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS

II.1. Etude de la transition de phase à l'aide du modèle du sac

II.1.1. Modèle du sac [2]

Le modèle du sac reproduit les deux propriétés fondamentales de QCD à savoir la liberté asymptotique et le confinement selon un schéma simple. A l'intérieur du sac correspondant à un hadron les interactions de quarks et de gluons sont négligées ou sont traitées à des ordres perturbatifs bas, tandis qu'à l'extérieur du sac les quarks et les gluons sont supposés absents. Cette condition est accomplie en ajoutant au vide une densité d'énergie constante qui permet de garder les quarks et les gluons confinés à l'intérieur du sac. La masse du hadron est essentiellement constituée de l'énergie cinétique des quarks à l'intérieur du sac et de l'énergie de volume de la bulle, due aux forces de pression exercées sur le sac pour garder les quarks confinés à l'intérieur de ce dernier. Dans le cas du modèle de M.I.T., le sac est choisi sphérique. Le rayon R_0 est déterminé, pour chaque hadron, de façon à minimiser la masse :

$$M(R) = \frac{C}{R} + \frac{4}{3}\pi R^3 B \tag{II.1}$$

soit

$$R_0 = \left(\frac{C}{4\pi B}\right)^{1/4} \tag{II.2}$$

d'où la masse du hadron

$$M = \frac{16\pi}{3} R_0^3 B \tag{II.3}$$

La pression radiale exercée sur le sac est donnée par :

$$P = -\frac{\partial M/\partial R}{4\pi R^2} = -B + \frac{C}{4\pi R^4} \tag{II.4}$$

Elle s'annule dans le cas d'un sac statique (eq.II.2).

II.1.2. Transition de phase de déconfinement [3]

Dans le but d'étudier la transition de phase de déconfinement, on utilise un modèle simple basé sur le modèle du sac. On supposera qu'à l'intérieur du sac les quarks et les gluons forment un gaz sans interactions. A ce système à deux phases on appliquera les relations de thermodynamique statistique pour déterminer les paramètres de la transition de phase. Pour simplifier, on se limitera aux hadrons non étranges (pions et nucléons) et à deux saveurs de quarks (u et d).

Dans le cas d'un système de fermions, le nombre d'occupation d'un état d'énergie E est donné, dans le formalisme de la thermodynamique statistique, par :

$$\frac{\rho(E)}{\exp\left[(E-\mu)/T\right]+1} \tag{II.5}$$

où $\rho(E)$ est la dégénerescence du niveau égale à 12 (2 états de spin $\times$ 3 états de couleur $\times$ 2 saveurs u et d) dans le cas d'un système de quarks ou d'antiquarks et à 4 (2 nucléons $\times$ 2 états de spin) pour un système de nucléons. μ est le potentiel chimique qui reflète la différence entre le nombre de baryons et le nombre d'antibaryons. Il est positif pour un excès de baryons, négatif pour un excès d'antibaryons et nul en cas d'égalité de ces deux nombres. Dans le cas d'antiquarks on remplacera μ par $-\mu$ dans l'expression (II.5).

Le nombre d'occupation d'un état d'énergie E, dans le cas des bosons, est donné par :

$$\frac{\rho(E)}{e^{E/T}-1} \tag{II.6}$$

avec $\rho(E) = 16$ pour un système de gluons (2 états de spin $\times$ 8 états de couleur) et 6 pour un système de pions (3 pions $\times$ 2 états de spin).

II.1.2.a Transition de phase à potentiel chimique nul ($\mu = 0$)

Ce cas correspond à une phase hadronique essentiellement formée de pions. Pour un gaz de pions de masse nulle et sans interactions, la densité d'énergie est donnée par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= C_h T^4 \\ C_h &= \frac{\pi^2}{30} \times 3 \end{aligned} \tag{II.7}$$

et la pression P par :

$$P_h = \frac{\varepsilon_h}{3} \tag{II.8}$$

qui est l'équation d'état d'un gaz parfait (dans la suite on assimilera les phases hadronique et QGP à des gaz parfaits).

En supposant que la masse des quarks est nulle, on trouve que la densité d'énergie dans la phase du quagma est donnée par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{pl} &= C_{pl} T^4 \\ C_{pl} &= \frac{\pi^2}{30} \times 37 \end{aligned} \tag{II.9}$$

Ayant déterminé la densité d'énergie et la pression dans les deux phases, on doit incorporer la constante du sac B dans les expressions de ε et P pour la phase QGP. Pour cela on assimile la phase hadronique à un fluide relativiste dont le tenseur énergie-impulsion est donné par :

$$T^{\mu\nu} = (P_h + \varepsilon_h)\, u^\mu u^\nu - P_h g^{\mu\nu} \tag{II.10}$$

où $u = (\gamma, \gamma v)$, v est la vitesse du centre de masse du fluide et $g^{\mu\nu}$ (la métrique) est donnée par $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$, $g^{\mu\nu} = 0$ pour $\mu \neq \nu$. Dans le référentiel du centre de masse du fluide u= (1,0,0,0) d'où :

$$\begin{aligned} T^{00} &= \varepsilon_h = C_h T^4 \\ T^{11} &= T^{22} = T^{33} = P_h = \frac{\varepsilon_h}{3} \end{aligned} \tag{II.11}$$

Pour la phase QGP on ajoute la constante du sac B d'où :

$$T^{\mu\nu} = \frac{4}{3} C_{pl} T^4 u^\mu u^\nu - \frac{1}{3} C_{pl} T^4 g^{\mu\nu} + B g^{\mu\nu} \tag{II.12}$$

on en déduit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{pl} &= T^{00} = C_{pl} T^4 + B \\ P_{pl} &= T^{11} = \frac{1}{3} C_{pl} T^4 - B \end{aligned} \tag{II.13}$$

A l'équilibre on a :

$$P_{pl} = P_h \quad et \quad T_{pl} = T_h = T_c \tag{II.14}$$

En prenant $B^{1/4} = 200$ MeV (M.I.T. bag model) on trouve :

$$T_c = 145 \text{ MeV} \tag{II.15}$$

et la chaleur latente de transition

$$\Delta H = \varepsilon_{pl} - \varepsilon_h = 4B \tag{II.16}$$

dont on déduit que la transition de phase est du premier ordre. La figure (II.1) représente P et ε.

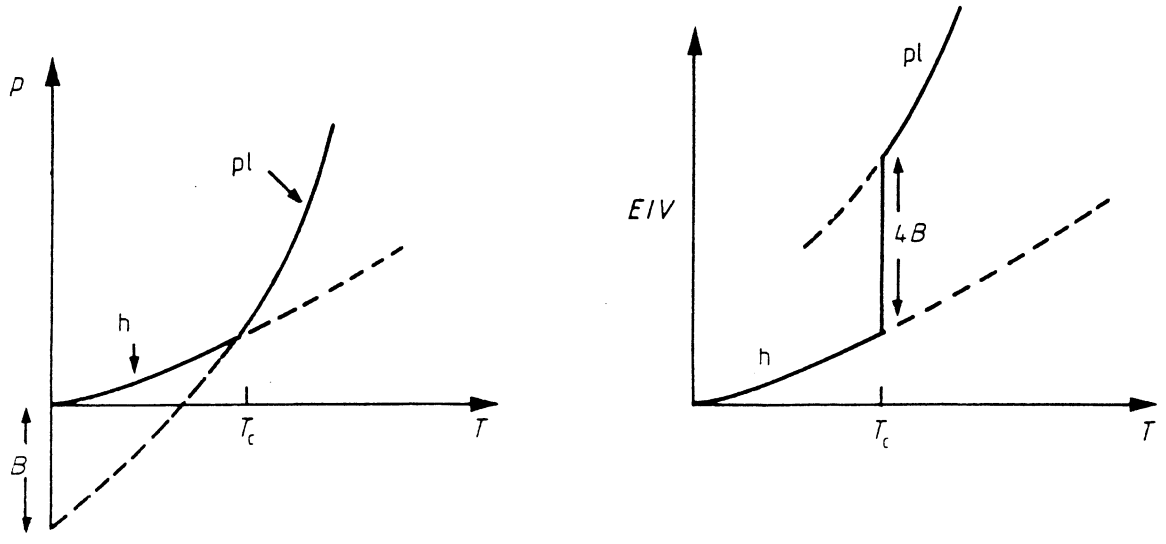


Fig. II.1 : La pression et la densité d'énergie en fonction de la température.

II.1.2.b Transition de phase à température nulle

Ce cas correspond à une phase hadronique composée de nucléons. La densité d'énergie des nucléons est donnée par :

$$\varepsilon_h = \frac{\mu^4}{2\pi^2} \tag{II.17}$$

et le nombre densité baryonique par :

$$n_B = \frac{2\mu^3}{3\pi^2} \tag{II.18}$$

Dans la phase QGP, le nombre densité des quarks est donné par :

$$n_q = \frac{2\mu_q^3}{\pi^2} \tag{II.19}$$

et leurs densité d'énergie et pression par :

$$\varepsilon_q = \frac{3}{2\pi^2}\mu_q^4 + B \tag{II.20}$$

$$P_q = \frac{1}{2\pi^2}\mu_q^4 - B \tag{II.21}$$

Les nombres densité des quarks et baryonique sont liés par la relation :

$$n_B = \frac{n_q}{3} \tag{II.22}$$

(chaque nucléon contient trois quarks). On en déduit à l'aide des relations (II.18) et (II.19) que :

$$\mu_q = \mu \tag{II.23}$$

A l'équilibre on a :

$$P_q = P_h \tag{II.24}$$

dont on déduit le potentiel chimique critique :

$$\mu_q = \mu = \mu_c = (3\pi^2)^{1/4}\, B^{1/4} \simeq 2,33\, B^{1/4} \tag{II.25}$$

et le nombre densité critique :

$$n_c = \frac{2}{(3\pi^2)^{1/4}}\, B^{3/4} \simeq 0,85\, B^{3/4} \tag{II.26}$$

Cette dernière valeur représente cinq fois la densité nucléaire ($\simeq 0,15$ fm^{-3}).
La chaleur latente ΔH de la transition est :

$$\varepsilon_q - \varepsilon_h = 4B \tag{II.27}$$

Dans le cas où la phase hadronique contient des nucléons et des pions, on montre que la température critique de déconfinement T_c décroît quand le potentiel chimique critique croît (Fig. II.2). La valeur des paramètres critiques augmente de 10 à 15% si on tient compte des interactions entre quarks et gluons (Fig. II.2). [4]

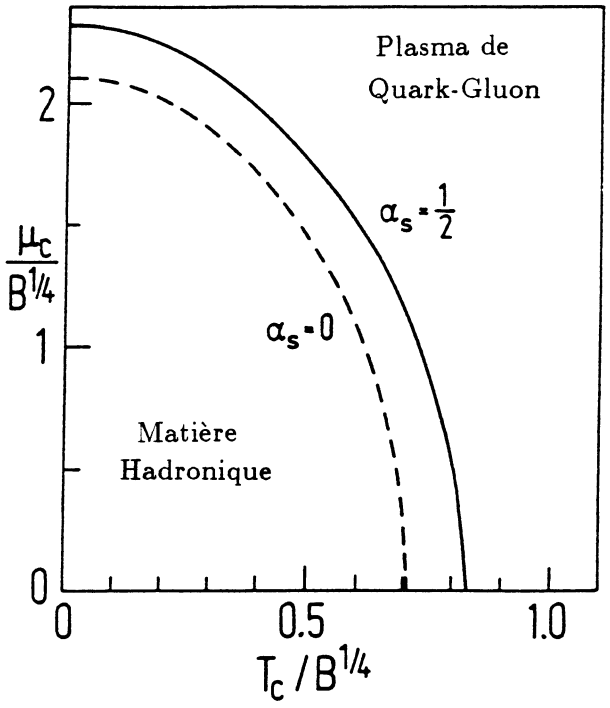


Fig. II.2 : Le potentiel chimique critique en fonction de la température critique en absence (- - -) et en présence (—) d'interactions.

II.2. Etude de la transition de déconfinement à l'aide de QCD sur réseau

II.2.1. Introduction

Dans le but de détecter la transition de phase hadrons-QGP, on étudie le comportement des paramètres suivants* :

i) La boucle de Polyakov $< L >$ est un paramètre d'ordre qui rend compte de la transition de déconfinement. Dans le cas de la théorie de Yang-Mills pure

$$< L >= \exp(-G_q/T) \tag{II.28}$$

où G_q est l'énergie libre d'un quark statique isolé. $< L >$ a une valeur non nulle dans le cas d'une phase désordonnée et une valeur nulle dans le cas d'une phase ordonnée (confinement).

ii) La densité d'énergie ε donne l'ordre de la transition de phase et permet de déterminer la chaleur latente dans le cas d'une transition de phase de premier ordre.

iii) La valeur moyenne de la norme des champs de quarks $< \bar{\psi}\psi >$ est un paramètre d'ordre rendant compte de la brisure de la symétrie chirale. Dans le cas où $< \bar{\psi}\psi > \neq 0$ la symétrie chirale est brisée; dans le cas où $< \bar{\psi}\psi >= 0$ la symétrie chirale est réalisée.

* Une introduction à QCD sur réseau est donnée dans l'appendice A.

II.2.2. Etude de la transition de phase hadrons - QGP

II.2.2.a Système de gluons (théorie de pure jauge)

Les premiers résultats [5, 6] de simulation de la théorie de jauge pure sur réseau indiquent que cette dernière subit une transition de phase de déconfinement. Les figures (II.3) et (II.4) montrent une variation abrupte des trois paramètres d'ordre ε, $< L >$ et $< \bar{\psi}\psi >$ au voisinage de la température critique; ce comportement est spécifique à une transition de phase de premier ordre. Cette dernière est caractérisée par la coexistence des phases QGP et hadronique au point critique. Une étude détaillée de la boucle de Polyakov $< L >$ (Fig. II.5) permet de déterminer la température de déconfinement [6].

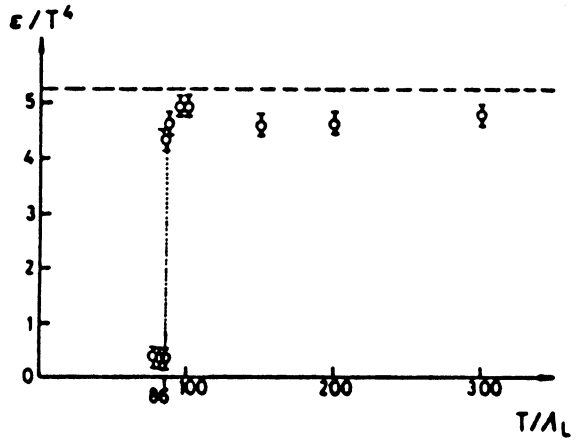


Fig. II.3 : La densité d'énergie d'un système de gluons en fonction de la température.

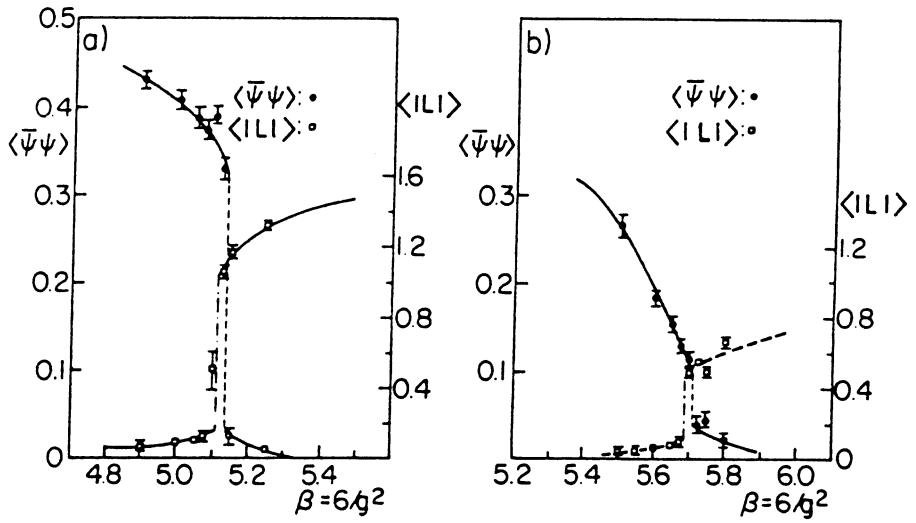


Fig. II.4 : $< L >$ et $< \bar{\psi}\psi >$ pour un système de gluons sur deux réseaux différents.

Pour $T/\Lambda_L = 78$ on observe un comportement non-critique : $< L >$ converge rapidement vers une valeur d'équilibre presque nulle; on est alors dans une phase confinée. Lorsque la température croît, les fluctuations augmentent jusqu'à $T/\Lambda_L = 86$ où on trouve un signal stable de deux états distincts. Au-delà de cette valeur, les fluctuations augmentent de nouveau et à $T/\Lambda_L = 88$, $< L >$ converge vers une valeur non nulle : on est dans une phase déconfinée. De cette étude on conclut que la température de déconfinement est $T_c/\Lambda_L = 86$. En utilisant la valeur de la tension de corde sur réseau [7], on trouve que :

$$T_c = 235\,\text{MeV} \tag{II.29}$$

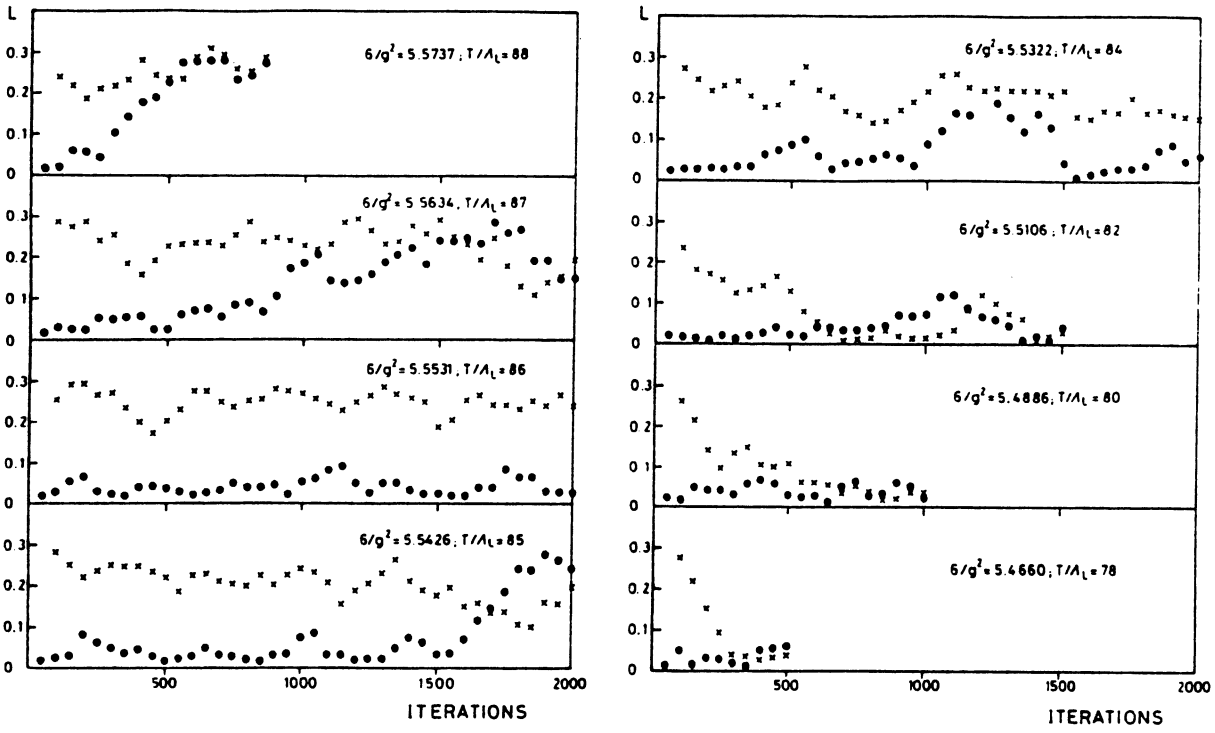


Fig. II.5 : Evolution de $< L >$ à partir d'un état désordonné (•) et d'un état ordonné (×) pour différentes températures.

En fait, T_c varie en fonction de la taille du réseau. La figure (II.6) montre les variations de T_c/Λ_L et $\sqrt{\sigma}/\Lambda_L$ en fonction de $6/g^2$ (où g est la constante de couplage sur réseau). On voit que T_c/Λ_L décroît de 86 à 53 pour $6/g^2$ allant de 5,55 à 6,2, tandis que $T_c/\sqrt{\sigma}$ se situe entre 0,51 et 0,62. En prenant la valeur phénoménologique de la tension de corde :

$$\sqrt{\sigma} = 420\,\text{MeV} \tag{II.30}$$

on trouve que T_c varie entre 214 et 260 MeV [7].

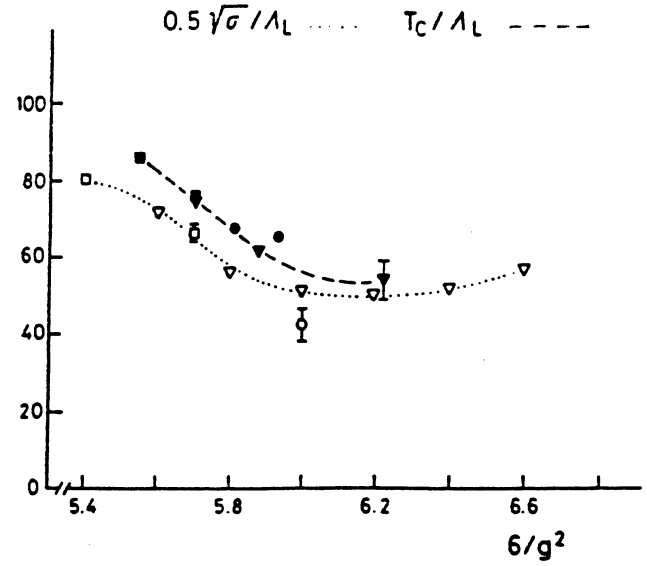


Fig. II.6 : La tension de corde et la température critique en fonction de la constante de couplage sur réseau.

D'autres résultats [8] montrent que la température de déconfinement devient constante pour un nombre de mailles temporelles $N_t \geq 10$ (Fig. II.7) et une constante de couplage critique $6/g_c^2 \geq 6$. Dans ce cas on trouve que la température critique :

$$T_c = 254 \pm 18\,\mathrm{MeV} \tag{II.31}$$

La chaleur latente de transition de déconfinement se situe dans l'intervalle [9, 10, 11] :

$$1 \lesssim \Delta H \lesssim 2\,\mathrm{GeV/fm^3} \tag{II.32}$$

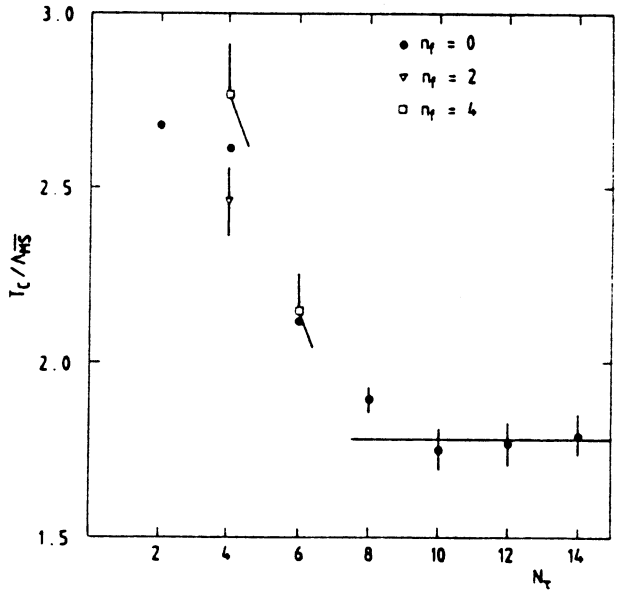


Fig. II.7 : La température critique en fonction du nombre de mailles dans la direction temporelle.

II.2.2.b Système de quarks et de gluons de densité baryonique nulle

L'introduction de la dynamique des champs de quarks dans l'étude de QCD à température finie est un problème complexe lié aux difficultés techniques pour traiter ces derniers sur réseau. En présence des quarks on s'attend, à haute température, d'une part à ce que QCD cesse d'être confinante et d'autre part à ce que la symétrie chirale, brisée à basse température, soit restaurée (pour des quarks de masse nulle). Il peut exister deux transitions de phase, la transition de déconfinement et la transition de restauration de la symétrie chirale caractérisées respectivement par deux températures T_c et T_{ch}. La matière hadronique peut donc exister dans plusieurs phases selon que $T_c < T_{ch}$, $T_c = T_{ch}$ ou $T_c > T_{ch}$; ce dernier cas est peu probable [12]. Si $T_c < T_{ch}$, la matière en interaction forte existe dans trois phases. Le domaine $T < T_c$ correspond à la phase hadronique. Pour $T_c < T < T_{ch}$, la matière consiste en un plasma de gluons et de quarks massifs dans lequel subsiste des excitations qui sont des bosons de Goldstone associés à la brisure de la symétrie chirale. Pour $T > T_{ch}$, on a un plasma de gluons et de quarks de masses nulles. Si $T_c = T_{ch}$, la matière ne peut exister que dans deux phases.

En présence des quarks, $< L >$ n'est plus un paramètre d'ordre pour la transition de déconfinement et il n'existe aucun autre paramètre d'ordre pour étudier cette dernière. Néanmoins, on espère dans ce cas que la transition de déconfinement se manifeste par une singularité dans le comportement de $< L >$ ou de la densité d'énergie ε. Il a été prédit, qu'en présence des quarks, la transition de déconfinement de premier ordre observée dans le cas de la théorie de pure jauge s'atténuerait ou disparaîtrait [13]. Certains calculs sur réseau ont en effet observé que la transition de déconfinement disparaît pour trois saveurs de quarks ayant des masses faibles [14], tandis que pour des masses encore plus petites on observe une transition de déconfinement de second ordre pour une et deux saveurs de quarks [15]. La température de déconfinement dans ce cas est de 228, 243, et 236 MeV respectivement pour $N_t = 3, 4$ et 5. D'autres calculs montrent que la transition de déconfinement est du premier ordre pour $N_f = 3$ et $N_t = 4$ [14], $N_f = 4$ et $N_t = 4$ [17] et $N_f \geq 8$ et $N_t \geq 4$ [18]. La température de déconfinement est de 235 MeV [17].

La plupart des calculs sur réseau montrent que la transition de phase chirale est du premier ordre pour un nombre de saveurs $N_f \geq 3$ et de petites masses de quarks [19, 20, 21]. Pour $N_f = 2$ la situation n'est pas claire [21, 22] ; la température de restauration de la symétrie chirale coïnciderait avec la température de déconfinement [17, 20, 23].

La chaleur latente de transition de déconfinement dans le cas d'une transition de premier ordre augmente de 25% par rapport au cas de pure jauge [17], soit :

$$1,25 \lesssim \Delta H \lesssim 2,50 \text{ GeV/fm}^3 \qquad \text{(II.33)}$$

II.2.2.c Système de quarks et de gluons de densité baryonique non nulle

Les systèmes de densité baryonique non nulle ($\mu \neq 0$) sont difficiles à traiter sur réseau. Les rares résultats qui existent montrent que les températures critiques de déconfinement et de restauration de la symétrie chirale diminuent quand le potentiel

chimique augmente (Fig. II.8) [24]. Notamment la température de déconfinement diminue de 20 à 25% par rapport à la température de déconfinement d'un système de pure jauge pour un potentiel chimique de l'ordre de cette dernière ($\mu \simeq 200\,\mathrm{MeV}$) [24].

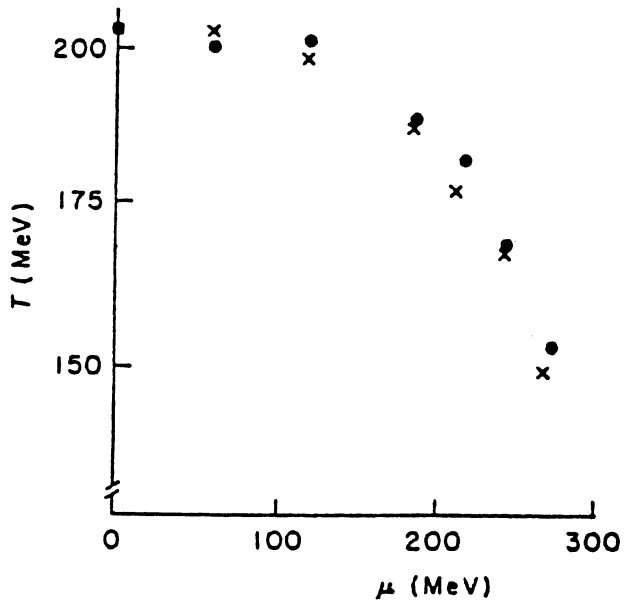


Fig. II.8 : Dépendance des températures de déconfinement (x) et de restauration de la symétrie chirale (•) en fonction du potentiel chimique.

Références

[2] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf, Phys. Rev. D9 (1974) 3471.
J. Kuti and P. Hasenfratz, Phys. Rep. 40 (1978) 75.
C.E. De Tar and J.F. Donoghue, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 33 (1983) 235.

[3] M. Jacob and P.V. Landshoff, Rep. Prog. Phys. 50 (1987) 1387.
H. Satz, Nucl. Phys. A400 (1983) 541c

[4] B. Müller, " The Physics of the quark-gluon plasma", Springer-Verlag, Berlin (1985).

[5] T. Çelik, J. Engels and H. Satz, Phys. Lett. 125B (1983) 411.

[6] J. Kogut, M. Stone, H.W. Wyld, W.R. Gibbs, J. Shigemitsu, S.H. Shenker and D.K. Sinclair, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 393.

[7] J. Cleymans, R.V. Gavai and E. Suhonen, Phys. Rep. 130 (1986) 217.

[8] F. Karsch, Z. Phys. C38 (1988) 147.

[9] T. Çelik, J. Engels and H. Satz, Phys. Lett. 129B (1983) 323.

[10] F. Fucito and B. Svetitsky, Phys. Lett. 131B (1983) 165.

[11] J. Kogut, H. Matsuoka, M. Stone, H.W. Wyld, S. Shenker, J. Shigemitsu and D.K. Sinclair, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 869.

[12] E.V. Shuryak, Phys. Lett. 107B (1981) 103.
R.D. Pisarski, Phys. Lett. 110B (1982) 155.

[13] T. Banks and A. Ukawa, Nucl. Phys. B225 [FS9] (1983) 145.

[14] P. Hasenfratz, F. Karsch and I.O. Stamatescu, Phys. Lett. 133B (1983) 221.

[15] T. Çelik, J. Engels, and H. Satz, Phys. Lett. 133B (1983) 427; Nucl Phys. B256 (1985) 670.

[16] F. Fucito and S. Solomon, Phys. Lett. 140B (1984) 387.

[17] J. Kogut, J. Polonyi, J. Shigemitsu, D.K. Sinclair and H.W. Wyld, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 644.

[18] J. Kogut, J. Polonyi, D.K. Sinclair and H.W. Wyld, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1475.
N.A. Attig, B. Petersson and M. Wolff, Phys. Lett. 190B (1987) 143.
M. Fukugita, S. Ohta and A. Ukawa, Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 178.

[19] J. Kogut, E.V.E. Kovacs and D.K. Sinclair, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 751.

[20] F. Karsch, J. Kogut, D.K. Sinclair and H.W. Wyld, Phys. Lett. 188B (1987) 353.

[21] S. Gottlieb, W. Liu, D. Toussaint, R.L. Renken and R.L. Sugar, Phys. Rev. D35 (1987) 3972.
R.V. Gavai, J. Potvin and S. Sanielevici, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 2519.

[22] M. Fukugita, S. Ohta, Y. Oyanagi and A.Ukawa, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 2515.

[23] M. Fukugita and A. Ukawa, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 503.

[24] J. Engels and H. Satz, Phys. Lett. 159B (1985) 151.
B. Berg, J. Engels, E. Kehl, B. Waltl and H. Satz, Z. Phys. C31 (1986) 167.
J. Engels, Nucl. Phys. A461 (1987) 317c.

[25] H. Satz, Nature 324 (1986) 116.

III – DYNAMIQUE DES COLLISIONS NOYAU-NOYAU

III.1. Quelques caractéristiques des collisions hadroniques à haute énergie

Maintenant qu'on a une idée des paramètres de la transition de déconfinement (densité d'énergie, température...), on peut se poser la question sur la manière dont on peut créer le plasma de quarks et de gluons dans le laboratoire. Différentes études phénoménologiques suggèrent l'utilisation des collisions de noyaux lourds ultrarelativistes [1]. Dans de telles collisions la densité d'énergie est en effet de l'ordre de celle prédite par les calculs de QCD sur réseau.

Dans ce troisième chapitre on essaiera d'évaluer la densité d'énergie atteinte dans de telles collisions et d'étudier l'évolution et le refroidissement du plasma de quarks et de gluons dans le cas où il est produit. Mais auparavant commençons par présenter quelques caractéristiques des collisions hadroniques à haute énergie.

Pour des collisions relativistes, il est commode de discuter les caractéristiques des particules produites en terme de rapidité. Cette dernière est définie pour une particule donnée par :

$$y = \frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{E + P_z}{E - P_z} \right) \qquad \text{(III.1)}$$

ou encore $th(y) = P_z/E = \beta$, E étant l'énergie de la particule et P_z son impulsion suivant l'axe du faisceau. Pour une transformation de Lorentz suivant l'axe du faisceau la rapidité subit une translation (Appendice B).

Dans une collision quelconque les particules produites sont distribuées dans un domaine de rapidité allant de la rapidité de la cible à celle du projectile et dont la largeur est donnée par :

$$\Delta y = 2 \text{ Log}(\sqrt{s}/m) \qquad \text{(III.2)}$$

où $\sqrt{s}$ est l'énergie disponible dans le système du centre de masse et m est la masse du proton (la largeur en rapidité dépend de l'énergie). Selon la rapidité des particules produites on distingue trois régions cinématiques. Les particules ayant une rapidité voisine de la rapidité du projectile (de la cible) forment la région dite de fragmentation du projectile (de la cible); ces deux régions sont caractérisées par une densité baryonique élevée et sont peuplées par les fragments du projectile (de la cible). Elles sont séparées par une région dite de rapidité centrale caractérisée par une densité baryonique nulle. Les particules produites dans cette région sont en majorité des mésons (essentiellement des pions). Cette structure apparaît dans les collisions pp aux ISR et les collisions $p\bar{p}$ au Sp$\bar{p}$S au CERN [2]. La figure (III.1) montre la multiplicité par unité de rapidité des particules chargées produites dans une collision d'un proton d'énergie 30 GeV sur un proton ayant la même énergie. La courbe supérieure montre le spectre des mésons; ce dernier s'étale dans la région de rapidité centrale et a un plateau (multiplicité par unité de rapidité constante) dans un intervalle d'une unité de rapidité autour de $y = 0$. Le spectre des baryons de la figure III.1 (courbe inférieure hachurée) a deux pics aux alentours des rapidités des deux protons initiaux.

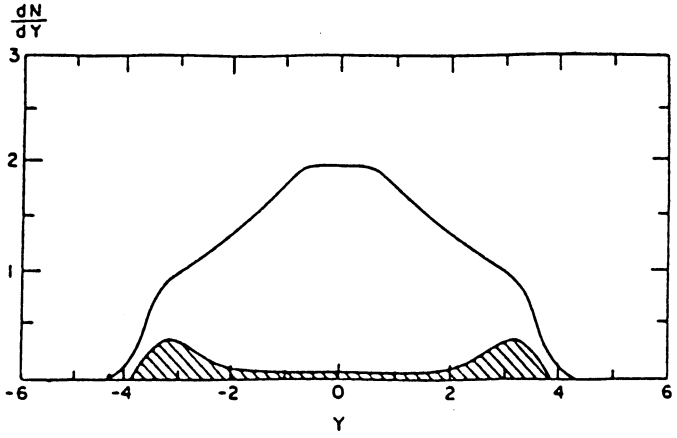


Fig.III.1 : La distribution de rapidité de collisions de proton de 30 GeV sur proton de 30 GeV.

III.2. Collisions d'ions lourds ultrarelativistes

Considérons une collision frontale (paramètre d'impact nul) de deux noyaux identiques à haute énergie. Dans le système du centre de masse des deux noyaux ces derniers apparaissent aplatis dans la direction du faisceau à cause de la contraction de Lorentz (Fig. III.2.). A des énergies inférieures à 10 GeV/nucléon dans le système du centre de masse, on s'attend à ce que le noyau projectile soit arrêté par le noyau cible; c'est ce qu'on appelle le régime d'arrêt. Tandis qu'à des énergies supérieures à 10 GeV/nucléon les deux noyaux se traversent; c'est le régime dit de transparence. Dans la voie finale on distingue deux régions de fragmentation (de la cible et du projectile) séparées par la région de rapidité centrale d'où sont émis tous les secondaires de la réaction.

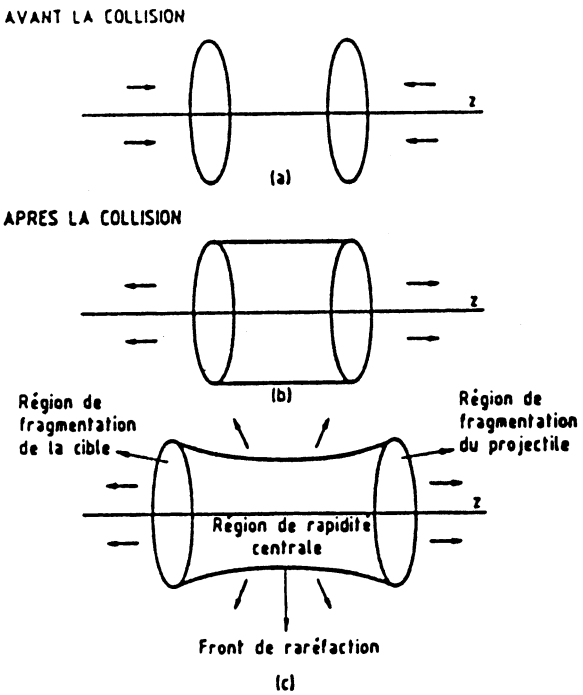


Fig.III.2 : Représentation schématique de la description d'une collision frontale dans le modèle de Bjorken dans le référentiel du centre de masse des deux noyaux.

Si la densité d'énergie atteinte dans la région de rapidité centrale est suffisamment élevée ($\sim 2\,\mathrm{GeV/fm^3}$), il peut y avoir formation d'un plasma de quarks et de gluons. Ce dernier se refroidit par émission de pions à sa surface [3] et par expansion hydrodynamique [4]. Néanmoins le refroidissement par émission de pions est négligeable par rapport au refroidissement hydrodynamique [3].

Dans la suite on s'intéressera à la région de rapidité centrale. Les régions de fragmentation sont traitées dans les références [5, 6].

III.2.1. Modèle de Bjorken

Ce modèle a pour but de décrire l'évolution spatio-temporelle du plasma de quarks et de gluons produit dans la région de rapidité centrale au cours de la collision de deux noyaux identiques à très haute énergie. Il se base sur les hypothèses suivantes : les noyaux sont transparents à haute énergie et la distribution des particules produites dans la région de rapidité centrale présente un plateau en analogie avec les collisions hadroniques.

L'évolution spatio-temporelle du plasma de quarks et de gluons produit dans la région de rapidité centrale peut être représentée dans un diagramme espace-temps à deux dimensions t et z (où z est la coordonnée suivant l'axe du faisceau ; ceci suppose qu'on ait négligé l'expansion transverse) ; les hyperboles correspondent chacune à une valeur donnée du temps propre $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ (Fig. III.3).

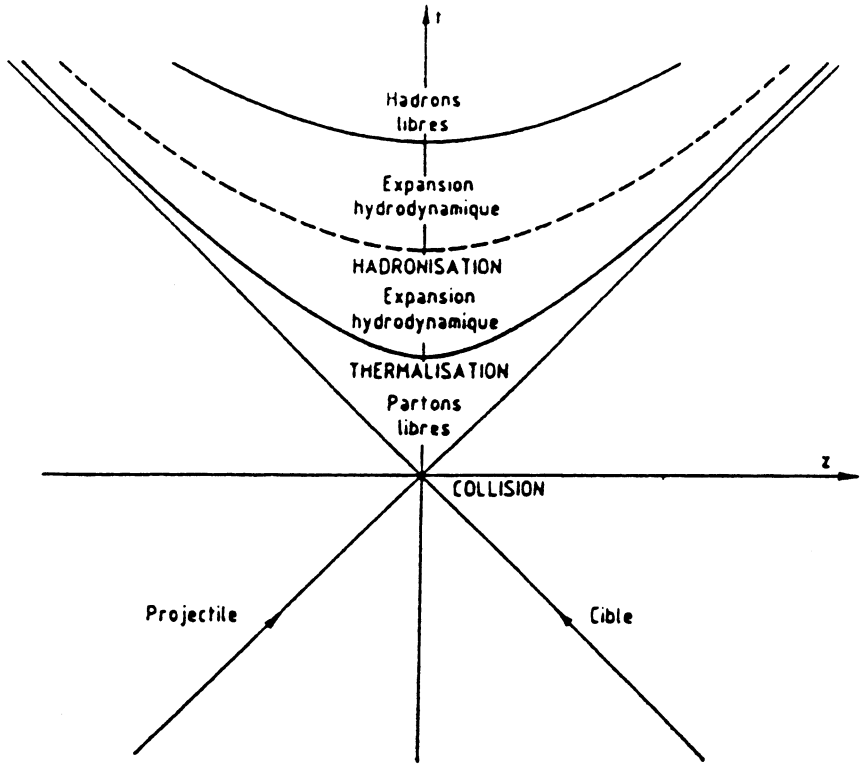


Fig.III.3 : Evolution de la région de rapidité centrale dans l'espace-temps (modèle de Bjorken à une dimension).

On considère la collision frontale (c'est dans ce genre de collision qu'on peut avoir un grand dépôt d'énergie) de deux noyaux identiques A. On suppose que la densité d'énergie déposée dans la collision est suffisamment élevée pour qu'il y ait création d'un plasma de quarks et de gluons dans la région de rapidité centrale et qu'au bout d'un temps propre τ de l'ordre de 1 fm/c, les interactions entre les quantas formés permettent l'établissement d'un équilibre thermodynamique local (thermalisation). Si les noyaux considérés sont suffisamment grands le libre parcours moyen des quarks et des gluons est faible par rapport aux dimensions du plasma et par conséquent le refroidissement de ce dernier peut être décrit à l'aide des équations hydrodynamiques. Ce refroidissement est dû dans un premier temps à l'expansion longitudinale suivant l'axe du faisceau. Au bout d'un temps propre de l'ordre de 10 à 12 fm/c, pour des noyaux lourds tels que l'uranium ou le plomb, l'expansion transverse devient importante. Au cours de l'expansion la température devient inférieure à celle de déconfinement et la transition d'hadronisation a lieu. Le système de hadrons produits subit une expansion hydrodynamique jusqu'à ce que leur libre parcours moyen devienne comparable aux dimensions du système; à ce stade les hadrons se comportent comme des particules libres.

Dans la suite on donnera une estimation de la densité d'énergie initiale atteinte dans les collisions frontales de deux noyaux puis on étudiera l'évolution spatio-temporelle de la matière produite dans la région de rapidité centrale d'abord en négligeant l'expansion transverse puis en tenant compte de cette dernière dans une symétrie cylindrique. On discutera les conséquences de l'expansion transverse, en présence d'une transition de phase de premier ordre, sur la distribution finale des particules produites. On ne discutera pas la phase de l'établissement de l'équilibre thermodynamique, ce dernier peut être étudié à l'aide de la théorie cinétique [7, 8].

III.2.2. Estimation de la densité d'énergie initiale

La densité d'énergie atteinte initialement dans les collisions de deux noyaux ultra-relativistes peut être estimée à partir de la densité d'énergie déposée dans les collisions pp ou p$\bar{\text{p}}$ [4]. Dans le cas d'une collision frontale de deux noyaux identiques de masse A la densité d'énergie initiale est donnée par (Appendice C) :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{(1,2)^2 \pi \tau_0} A^{1/3} < m_T > (dN/dy)_{\text{pp}} \qquad \text{(III.3)}$$

où A est la masse des noyaux, $< m_T >$ est la moyenne de la masse transverse m_T ($m_T^2 = E^2 - P_z^2$) et $(dN/dy)_{\text{pp}}$ est la multiplicité par unité de rapidité pour des collisions pp.

Dans des collisions p$\bar{\text{p}}$ aux énergies du SPS $(dN/dy)_{\text{pp}} \sim 4,5$ et $< m_T > \sim$ 0,4 GeV. Pour une valeur de $\tau_0 \sim 1$ fm/c, la densité d'énergie est donnée par :

$$\varepsilon_0 = 0,4\, A^{1/3}\ \text{GeV/fm}^3 \qquad \text{(III.4)}$$

soit $\varepsilon_0 = 1\ \text{GeV/fm}^3$ ($2,48\ \text{GeV/fm}^3$) respectivement pour des noyaux d'oxygène et d'uranium. La densité d'énergie atteinte pour les noyaux d'uranium est située dans la marge prédite par QCD sur réseaux tandis que pour l'oxygène on est à la limite.

Essayons maintenant d'estimer le libre parcours moyen afin de tester la validité de l'utilisation du modèle hydrodynamique. Le libre parcours moyen est défini par :

$$\lambda = 1/n\sigma \tag{III.5}$$

où n et σ sont respectivement la densité et la section efficace des partons (quarks et gluons). Cette dernière peut être estimée dans le cadre du modèle des partons, à partir de la section efficace hadron-hadron (de l'ordre de 40 mb), à 4,5 mb. En assimilant le quagma à un gaz parfait la densité des partons est donnée par (Appendice D) :

$$n \alpha s \sim T^3 \sim \varepsilon^{3/4} \tag{III.6}$$

d'où

$$\lambda \sim \frac{1}{4,5 \times (0,4)^{3/4}} A^{-1/4} \tag{III.7}$$

où on a pris $\varepsilon = \varepsilon_0$ (III.4).

En comparant le libre parcours moyen aux dimensions du quagma ($2 \times R = 2,4\,A^{1/3}$), on obtient :

$$\lambda/2R \sim A^{-7/12} \tag{III.8}$$

soit $\lambda/2R$ de l'ordre de 0,05 pour un noyau de plomb.

Le libre parcours moyen λ est très faible devant $2R$; on peut appliquer le modèle hydrodynamique pour étudier l'évolution de la matière produite dans la région de rapidité centrale d'une collision centrale de deux noyaux.

III.3. Modèle hydrodynamique

III.3.1. Expansion unidimensionnelle du quagma

Dans ce paragraphe on décrira l'expansion longitudinale du plasma de quarks et de gluons. Pour cela on supposera qu'un système macroscopique et thermalisé est formé dans la région de rapidité centrale dans la collision de deux noyaux identiques.

Une fois l'équilibre thermodynamique établi dans le système formé par collision de deux noyaux, l'évolution de ce dernier est décrite par les équations hydrodynamiques qui expriment la conservation de l'énergie-impulsion et du nombre baryonique

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \tag{III.9}$$

$$\partial_\mu b^\mu = 0 \tag{III.10}$$

où $T^{\mu\nu}$ et b^μ sont respectivement le tenseur énergie-impulsion et le courant baryonique. Dans la région centrale, où le potentiel chimique μ est nul et en absence de phénomènes dissipatifs (viscosité, conductivité thermique,...) ces deux équations se réduisent à la première équation avec

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\mu + P g^{\mu\nu} \tag{III.11}$$

où ε est la densité d'énergie, P la pression, $g_{\mu\nu}$ la métrique donnée par $(-+++)$ et u^μ est le quadrivecteur vitesse donné par :

$$u^\mu = \gamma(1,\beta) = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(1,\vec{v}/c) \qquad \text{et} \qquad u_\mu u^\mu = 1 \tag{III.12}$$

En supposant que l'expansion est unidimensionnelle, suivant l'axe de collision z, cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(s\cosh y) + \frac{\partial}{\partial z}(s\sinh y) = 0 \tag{III.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(T\sinh y) + \frac{\partial}{\partial z}(T\cosh y) = 0 \tag{III.14}$$

en ayant utilisé les relations suivantes, valables pour un potentiel chimique nul :

$$\varepsilon + p = Ts \tag{III.15}$$

$$d\varepsilon = T\,ds \qquad , \qquad dp = s\,dT \tag{III.16}$$

avec y la rapidité définie par $\tanh(y) = v_z$, T la température et s la densité d'entropie.

La solution de Bjorken de ces équations est obtenue en supposant que la densité d'énergie, la densité d'entropie et la température au temps temps propre initial τ_0 ne dépendent pas de la rapidité le long d'une hyperbole τ_0 :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon(\tau_0) \quad , \quad s_0 = s(\tau_0) \quad , \quad T_0 = T(\tau_0) \tag{III.17}$$

et que le quadrivecteur vitesse est donné pour tout temps propre $\tau \geq \tau_0$ par :

$$u^\mu = (t/\tau, 0, 0, z/\tau) = (\cosh y, 0, 0, \sinh y) \tag{III.18}$$

avec

$$y = \frac{1}{2}\,\mathrm{Log}\left(\frac{t+z}{t-z}\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Log}\left(\frac{1+v_z}{1-v_z}\right) \tag{III.19}$$

v_z étant la vitesse suivant l'axe z.

En fonction des variables y et τ ces équations se réduisent à

$$\tau\frac{\partial s}{\partial \tau} + s = 0 \tag{III.20}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \tag{III.21}$$

dont on déduit que T ne dépend pas de la rapidité et que la densité d'entropie est donnée par

$$s\tau = s_0\tau_0 \tag{III.22}$$

Cette équation exprime la conservation de l'entropie et montre que le volume du plasma varie linéairement avec τ.

Pour déterminer l'équation d'évolution de la densité d'énergie et de la température on doit disposer d'une équation d'état. Si on pose pour cette équation :

$$\frac{\partial P}{\partial \varepsilon} = \frac{s}{T}\frac{\partial T}{\partial s} = c_s^2 \tag{III.23}$$

où c_s est la vitesse du son dans un fluide, on trouve pour les équations d'évolution de la température et de la densité d'énergie :

$$T = T_0\,(\tau_0/\tau)^{c_s^2} \tag{III.24}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0\,(\tau_0/\tau)^{c_s^2+1} \tag{III.25}$$

soit

$$s\tau = s_0\tau_0 \quad , \quad \tau T^3 = \tau_0 T_0^3 \quad , \quad \varepsilon = \varepsilon_0\,(\tau_0/\tau)^{4/3} \tag{III.26}$$

dans le cas d'un gaz parfait ($c_s^2 = 1/3$). La densité d'énergie ε diminue en fonction de τ ; une bonne partie étant dissipée sous forme de travail pour étendre le système dans la direction longitudinale.

Dans le cas de l'équation d'état du sac

$$p = c_s^2\varepsilon - (1 + c_s^2)B \tag{III.27}$$

la densité d'énergie est donnée par

$$\varepsilon - B = (\varepsilon_0 - B)(\tau_0/\tau)^{c_s^2+1} \tag{III.28}$$

ou encore $\varepsilon - B = (\varepsilon_0 - B)(\tau_0/\tau)^{4/3}$ pour $c_s^2 = 1/3$.

III.3.2. Conséquences de la solution de Bjorken

Dans ce paragraphe on essayera de donner quelques conséquences de la solution de Bjorken.

Une première conséquence est qu'on peut calculer la densité d'énergie initiale en fonction de la multiplicité par unité de rapidité des particules (en majorité des pions) produites [9] (Appendice E) :

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{3\xi}{4a^{1/4}A_T\tau_0}\left(\frac{dN}{dy}\right)_{AA}\right]^{4/3} \tag{III.29}$$

où $A_T = \pi(1,2)^2 A^{2/3}$.

Essayons d'appliquer cette estimation à un événement Si+Ag à $E_{lab} = 4\,\mathrm{TeV/A}$ observé par la collaboration JACEE [10]. La multiplicité par unité de rapidité

observée dans cet événement est de l'ordre de 200 ce qui correspond à une densité d'énergie

$$\varepsilon_0 = 5,1\,\mathrm{GeV/fm^3} \qquad \text{(III.30)}$$

où on a pris pour A la masse du plus petit noyau (Si) et $\tau_0 \sim 1\,\mathrm{fm/c}$. Pour le même événement l'estimation de Bjorken (§ III.2.2.) donne une densité d'énergie de l'ordre de $3{,}6\,\mathrm{GeV/fm^3}$, en prenant $< m_T >= 0,5\,\mathrm{GeV}$.

Ci-dessus on a supposé que le temps de thermalisation dans les collisions de noyaux était de l'ordre de 1 fm/c; en fait ce dernier peut dépendre de A [11]. En effet, la température initiale T_0 et le temps de thermalisation τ_0 sont reliés par le principe d'incertitude [12]

$$T_0 \tau_0 \gtrsim 1 \qquad \text{(III.31)}$$

Dans ce cas on trouve (Appendice E) :

$$T_0 \lesssim 140 - 160\,A^{1/6}\mathrm{MeV} \quad , \quad \tau_0 \gtrsim 1,4 - 1,2\,A^{-1/6}\,\mathrm{fm/c} \qquad \text{(III.32)}$$

On remarque que plus les noyaux utilisés sont lourds plus τ_0 est petit et par conséquent la densité d'énergie initiale est plus élevée. Pour un noyau de plomb, T_0 est de l'ordre de 400 MeV et τ_0 est de l'ordre de 0,5 fm/c.

Cette dépendance de T_0 et τ_0 en fonction de A est trouvée dans d'autres modèles tels que le "flux tube model" [13, 12] et le modèle dual des partons [14, 15].

En conséquence de cette dépendance en A de τ_0 et de T_0, le libre parcours moyen des quarks dans le quagma est donné par (Appendice E) :

$$\lambda = 1/n\sigma \sim A^{-1/2} \qquad \text{(III.33)}$$

d'où (par comparaison de λ avec la taille des noyaux)

$$\lambda/R \sim A^{-5/6} \qquad \text{(III.34)}$$

où R est le rayon du noyau donné par $1,2\,A^{1/3}$. Cette valeur est encore plus faible que celle trouvée au paragraphe (III.2.2.).

Comme autres conséquences de la solution de Bjorken on peut déterminer, en ayant négligé l'expansion transverse, le temps de confinement et en déduire la durée de vie du quagma. En effet à partir de la solution de Bjorken pour la température on déduit le temps de confinement à partir du temps de thermalisation τ_0 (Appendice E)

$$\tau_c = 0,5 - 0,6\,A^{1/3} \qquad \text{(III.35)}$$

en ayant pris $T_c = 200\,\mathrm{MeV}$. Pour un noyau de plomb ($A = 208$), τ_c est de l'ordre de 3 à 3,6 fm/c et la durée de vie du quagma est de l'ordre de 2,3 à 3,2 fm/c.

De la même façon on peut déduire le temps d'hadronisation et la durée de vie de la phase mixte (Appendice E) :

$$\tau_h = 6,2 - 7,4\,A^{1/3} \qquad \text{(III.36)}$$

soit τ_h de l'ordre de 36,7 à 43,8 fm/c pour un noyau de plomb. La durée de vie de la phase mixte dans ce cas est de l'ordre de 33,8 à 40,3 fm/c.

III.3.3. Expansion tridimensionnelle

III.3.3.a. Expansion transverse

Dans le paragraphe précédent on a supposé que l'expansion hydrodynamique se fait essentiellement dans la direction longitudinale en ayant négligé l'expansion transverse. Pour étudier l'expansion transverse on résoud les équations hydrodynamiques pour $z = 0$; la solution en $z \neq 0$ s'obtient par une transformation de Lorentz dans la direction longitudinale. Ainsi, l'expansion hydrodynamique se fait par la superposition de deux mouvements collectifs : l'expansion longitudinale et l'expansion transverse. Les équations hydrodynamiques en $z = 0$ s'écrivent [16, 17] :

$$\frac{\partial}{\partial t}(s \cosh \alpha) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 s \sinh \alpha) = 0 \qquad \text{(III.37)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(T \sinh \alpha) + \frac{\partial}{\partial r}(T \cosh \alpha) = 0 \qquad \text{(III.38)}$$

où $\tanh(\alpha) = v_r$.

Ces équations ont été résolues pour une équation d'état de Stephan-Boltzmann [16]

$$p = \varepsilon/3 \qquad \text{(III.39)}$$

Les résultats obtenus montrent que l'expansion transverse est caractérisée par une onde de raréfaction qui se déplace à la vitesse du son dans un fluide relativiste, $c_s^2 = 1/3$, de la surface du quagma vers l'axe de collision et que l'expansion devient importante lorsque l'onde arrive à l'axe de collision.

Pour une collision frontale de deux noyaux identiques l'onde de raréfaction met un temps

$$R/c_s = 1,2\sqrt{3}A^{1/3}\,\text{fm/c} \qquad \text{(III.40)}$$

pour arriver à l'axe de collision; soit un temps de 12 fm/c pour des noyaux lourds (Pb, U,...), ce qui est un temps important comparé au temps d'expansion longitudinale. En effet, par conservation de l'entropie on a

$$T = (\tau_0/\tau)^{1/3} T_0 \qquad \text{(III.41)}$$

au bout d'un temps de 12 fm/c la température diminue de 34 à 43% T_0 en ayant pris un temps de thermalisation τ_0 de l'ordre de $0,5 - 1$ fm/c pour des noyaux lourds (Pb, U,...). Ainsi le refroidissement du quagma se fait essentiellement par expansion longitudinale. Néanmoins l'expansion transverse présente un intérêt lié au fait qu'elle peut être modifiée selon la nature de la transition de phase et par conséquent elle influence la distribution des particules produites.

III.3.3.b. Expansion tridimensionnelle avec transition de phase [18, 19]

Ci-dessus les équations hydrodynamiques ont été résolues pour une équation d'état du gaz parfait. Or, cette équation ne rend pas compte de la transition de phase hadrons-QGP observée dans les résultats obtenus par les calculs de QCD sur réseaux. Pour avoir une description réaliste de la transition de déconfinement on

doit disposer d'une équation d'état qui reproduit les résultats sur réseau à savoir une transition de déconfinement de premier ordre et une température de déconfinement de l'ordre de 200 MeV. Les calculs sur réseaux ne donnent pas encore une expression définitive de l'équation d'état de la matière en interaction forte [20]. En attendant, les calculs dans le cadre du modèle hydrodynamique utilisent l'équation d'état du sac; cette dernière décrit d'une part une transition de phase de premier ordre et d'autre part la constante B peut être modifiée de façon à avoir une température de déconfinement $T_c = 200\,\mathrm{MeV}$.

Dans le cas d'une transition de déconfinement de premier ordre la matière en interaction forte peut se trouver, selon la densité d'énergie initiale, dans l'une des trois phases suivantes : la phase QGP, la phase hadronique ou la phase mixte. Si on suppose que la densité d'énergie (ou la température) initiale est suffisamment élevée pour qu'il y ait formation d'un plasma de quarks et de gluons, l'évolution ultérieure de ce dernier se fait de la manière suivante : le quagma commence à se refroidir par expansion longitudinale; en même temps une onde de raréfaction se déplace de la surface de ce dernier vers l'axe de collision. A un temps τ donné par (III.40), soit un temps de l'ordre de 12 fm/c pour des noyaux lourds tels que l'uranium, l'onde de raréfaction arrive à l'axe de collision et le plasma commence à s'étendre dans la direction transverse.

En absence d'expansion transverse, le plasma se refroidit à la température de déconfinement en un temps τ donné par (III.41). Si la température initiale est très élevée, ce temps est supérieur à celui que met l'onde de raréfaction pour arriver à l'axe de collision; dans ce cas l'expansion transverse prend place dans le quagma. Tandis que pour des températures initiales plus basses (mais $> T_c$) elle n'a aucun effet sur le refroidissement du quagma.

Lorsque la température devient de l'ordre de T_c la transition de confinement prend place; à ce moment deux scénarios peuvent se dérouler : la transition de phase se fait rapidement par un "surrefroidissement" du quagma suivi d'un "suréchauffement" de la phase hadronique ou par l'existence d'une phase mixte. Dans cette dernière la pression et la température demeurent constantes d'où une vitesse du son nulle dans cette phase et par conséquent l'onde de raréfaction ne peut s'y propager. Par contre, une onde de choc se forme à l'interface des phases QGP et mixte d'une part et des phases mixte et hadronique d'autre part. Cette onde de choc est due à la différence d'entropie entre les différentes phases. Le fait que l'entropie de la phase mixte soit supérieure à celle de la phase hadronique a pour conséquence que les hadrons produits acquièrent une vitesse élevée pour libérer l'entropie de la phase mixte. Cette augmentation de la vitesse transverse entraîne une diminution rapide de la densité d'énergie et les hadrons se découplent les uns des autres pour arriver finalement dans les détecteurs.

La figure (III.4) montre l'évolution de la densité d'énergie, produite dans une collision $U-U$ donnant lieu à la création du quagma à une température de 350 MeV, en fonction du temps et de la coordonnée transverse r. Sur cette figure ont été reportées les densités d'énergie à partir du point de confinement correspondant à

la courbe inférieure. Dans la phase mixte, limitée par la courbe 0.2, la diminution de la densité d'énergie est au début indépendante de la coordonnée r ; elle se fait essentiellement par expansion longitudinale. En même temps l'onde de choc prend place et arrive à l'axe de collision au temps $t \simeq 40\,\mathrm{fm/c}$ (Fig. III.5), moment où la phase mixte est transformée en hadrons. A ce moment l'expansion devient tridimensionnelle et le découplage des hadrons se fait tout de suite après (courbe 0,05 correspondant à une température de 140 MeV).

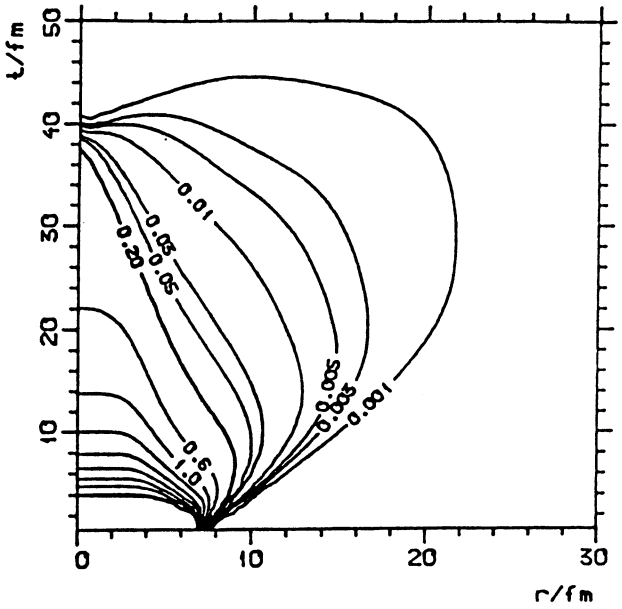


Fig.III.4 : Courbe de niveau de la densité d'énergie dans le plan (r, t).

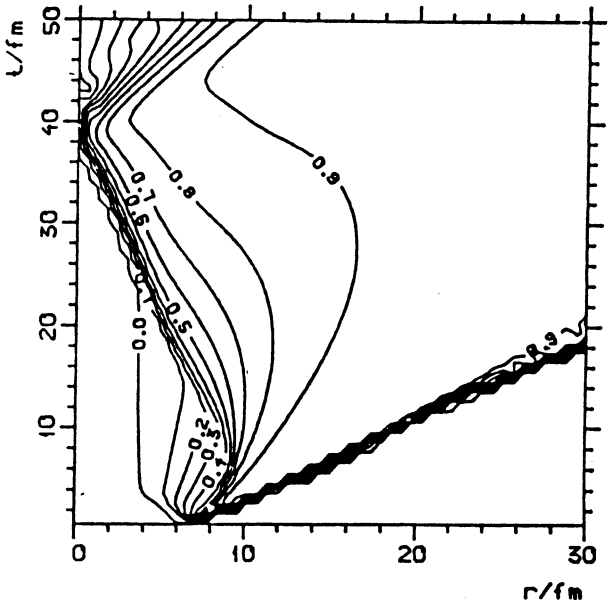


Fig.III.5 : Courbe de niveau de la vitesse radiale dans le plan (r, t).

La figure (III.6) montre les variations de la température en fonction de la coordonnée transverse r à des instants différents. On note qu'au temps $t = 8\,\mathrm{fm/c}$, la température est partout égale à la température de confinement et qu'une onde de choc prend place à l'interface des phases mixte et hadronique (courbe 9). Cette dernière arrive à l'axe de collision au temps $t \simeq 41\,\mathrm{fm/c}$; à partir de cet instant la température commence à diminuer rapidement.

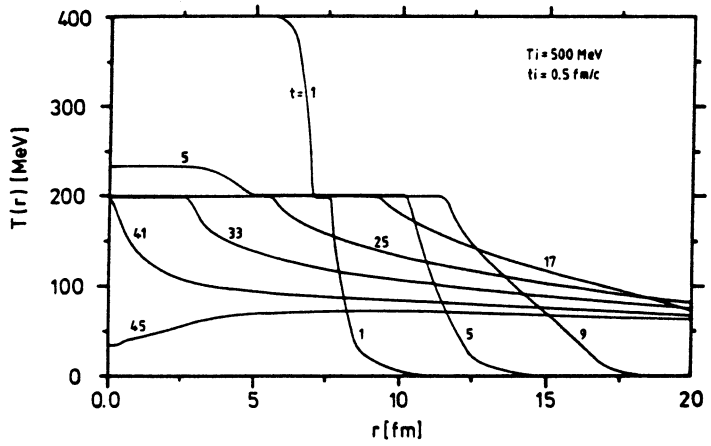


Fig.III.6 : La distribution de la température en fonction de la coordonnée transverse à différents temps.

Références

[1] "Quark Matter 82 Proceedings", Bielefeld 1982, Ed. M. Jacob and H. Satz, World Scientific, Singapore (1982).
"Quark Matter 84 Proceedings", Helsinki 1984, Ed. K. Kajantie, Springer-Verlag, Berlin (1985).

[2] G. Baym, Prog. Theor. Phys. Supplement 91 (1987) 251.

[3] B. Muller, "The physics of the quark-gluon plasma", Springer-Verlag, Berlin (1985).

[4] J.D. Bjorken, Phys. Rev. D27 (1983) 140.

[5] R. Anishetty, P. Koehler and L. McLerran, Phys. Rev. D22 (1980) 2793.

[6] K. Kajantie, P. Raitio and P. V. Ruuskanen, Nucl. Phys. B222 (1983) 152.

[7] G. Baym, "Quark Matter 84 Proceedings", Helsinki 84, Ed. K. Kajantie, Springer-Verlag, Berlin (1985).

[8] U. Heinz, Nucl. Phys. A461 (1987) 49c; Z. Phys. C38 (1988) 203.

[9] M. Gyulassy and T. Matsui, Phys. Rev. D29 (1984) 419.

[10] T. Burnett et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 2062.

[11] L. McLerran, "Quark Matter 84 Proceedings", Helsinki 84, Ed. K. Kajantie, Springer-Verlag, Berlin (1985).

[12] T. Matsui, Nucl. Phys. A461 (1987) 27c.

[13] A. Kerman, T. Matsui and B. Svetitsky, Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 219.

[14] R.C. Hwa and K. Kajantie, Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 696.

[15] J.-P. Blaizot and A. Mueller, Nucl. Phys. B289 (1987) 847.

[16] G. Baym, B. Friman, J.-P. Blaizot, M. Soyeur and W. Czyz, Nucl. Phys. A407 (1983) 541.

[17] A. Bialas, W. Czyz and A. Kolawa, Acta Phys. Pol. B15 (1984) 229.

[18] P.V. Ruuskanen, Acta Phys. Pol. B18 (1987) 551; Z. Phys. C38 (1988) 219.

[19] M. Kataja, P.V. Ruuskanen, L. McLerran and H. Von Gersdorff, Phys. Rev. D34 (1986) 794; Phys. Rev. D34 (1986) 2755.

[20] F. Karsch, Z. Phys. C38 (1988) 147.

IV – SIGNATURES DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS

Dans ce paragraphe on énumèrera quelques propositions sur la façon dont on doit procéder pour détecter le quagma dans le cas où ce dernier est formé.

Il est évident qu'on ne peut faire une mise en évidence directe du quagma vu sa durée de vie qui est de l'ordre de quelques fm/c ($\sim 4 - 5\,\mathrm{fm/c} \sim 1,3 - 1,7\,10^{-23}\,\mathrm{s}$) et qu'une détection du quagma ne peut se faire que par l'étude des propriétés des particules produites dans la phase finale. On doit donc trouver des signatures qui soient le moins possible affectées par les interactions dans l'état final. Ceci revient à trouver des particules qui n'interagissent pas fortement telles que les paires de leptons ou les photons, des nombres quantiques qui sont conservés par l'interaction forte comme l'étrangeté ou le charme.

IV.I. Production des particules étranges

Il a été suggéré qu'une production anormalement élevée de particules étranges serait une signature possible de la production du plasma de quarks et de gluons [1]. Ceci est argumenté par une simple comparaison du taux de production des particules étranges dans les deux phases hadroniques et QGP.

En supposant que les différentes saveurs de quarks (u, d et s) atteignent l'équilibre thermique dans le quagma, on peut évaluer leurs taux de production à l'aide des distributions statistiques (II.5). On notera que les quarks étranges sont toujours produits en paires ($s\bar{s}$) et par conséquent leur potentiel chimique est nul. Pour une température $T \simeq m_s = 200\,\mathrm{MeV}$, m_s étant la masse des quarks étranges, et un potentiel chimique des quarks légers u et d de l'ordre de 300 MeV (1/3 de la masse d'un nucléon) on trouve pour les rapports des quarks étranges aux quarks non-étranges les valeurs suivantes [2] :

$$\frac{N\bar{s}}{N\bar{q}} = 0,5 \quad \text{et} \quad \frac{Ns}{Nq} = 0,04 \tag{IV.1}$$

tandis que dans une collision p-p (à $E_{lab} = 100\,\mathrm{GeV}$) on trouve

$$\frac{N\bar{s}}{N\bar{q}} = 0,05 \quad \text{et} \quad \frac{Ns}{Nq} = 0,025 \tag{IV.2}$$

Par conséquent le taux de production de l'étrangeté est nettement plus élevé dans le quagma.

Néanmoins on peut se poser la question si les quarks étranges atteignent réellement l'équilibre chimique. Ce dernier est atteint quand l'annihilation des quarks étranges est contrebalancée par les processus de création de paires de quarks étranges.

Les paires de quarks étranges sont créées dans le plasma soit par la fusion des gluons ($gg \rightarrow s\bar{s}$) ou par l'annihilation des quarks légers u et d ($q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$; $q = u, d$). En supposant que les quarks légers ont atteint l'équilibre chimique, Rafelski et

En supposant que les quarks légers ont atteint l'équilibre chimique, Rafelski et Müller [3] ont montré que les quarks étranges atteignent suffisamment rapidement l'équilibre chimique. La figure (IV.1) montre la densité des quarks étranges en fonction de la température du plasma supposé statique. On note que pour des températures supérieures à 200 MeV l'équilibre chimique des étranges est atteint en un temps inférieur à la durée de vie du quagma (estimée ici à 6 fm/c). Ceci est dû au fait que la production des quarks étranges est dominée par la fusion des gluons (Fig. IV.2).

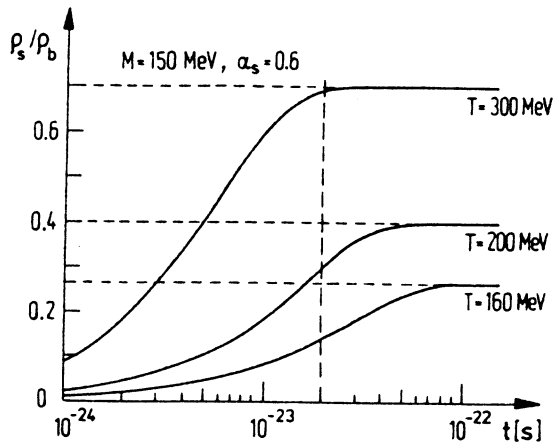


Fig.IV.1 : L'évolution en fonction du temps du rapport du taux de production de quarks s aux quarks u et d pour différentes températures.

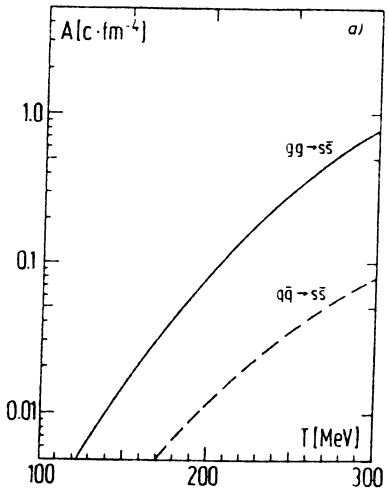


Fig.IV.2 : Taux de production de quarks s à partir des mécanismes $gg \to s\bar{s}$ et $q\bar{q} \to s\bar{s}$ en fonction de la température du plasma.

Ci-dessus, les calculs du taux de production des quarks étranges et de l'évolution de leur densité ont été faits pour un quagma statique. Koch et *al.* [4] ont effectué ces calculs en tenant compte de la dynamique du quagma dans le cas de l'expansion longitudinale (modèle de Bjorken) et le cas du régime d'arrêt (expansion tridimentionnelle). Les résultats reportés dans la figure (IV.3) montrent que l'équilibre est rapidement atteint pour les noyaux lourds ainsi que pour des températures initiales élevées. La figure (IV.4) montre le rapport du taux de production des quarks étranges à celui des antiquarks légers ($\bar{u}$ et $\bar{d}$); la production des quarks étranges est favorisée pour des potentiels chimiques, de quarks légers, élevés.

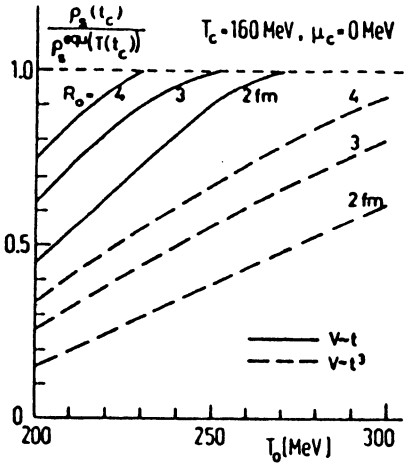


Fig.IV.3 : Taux de production de quarks s en fonction de la température initiale pour différents volumes du quagma et pour différentes expansions hydrodynamiques.

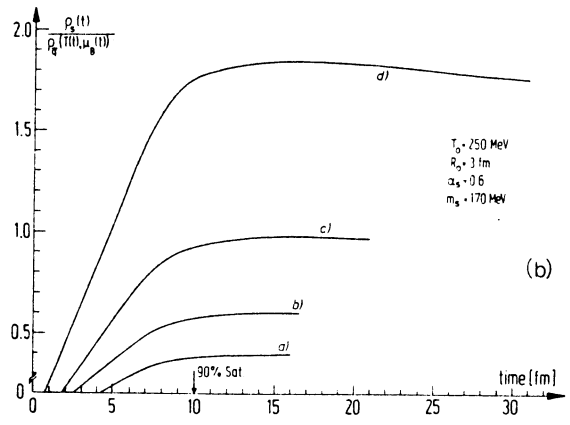


Fig.IV.4 : Rapport du taux de production de quarks s aux quarks $\bar{u}$ et $\bar{d}$ en fonction du temps pour différentes valeurs du potentiel chimique : a) μ = 0, b) μ = 200 c) μ = 400 et d) μ = 600 MeV.

Maintenant qu'on a une idée de la production des quarks et des antiquarks étranges dans le quagma on peut se demander s'il est possible de la relier à la production des particules étranges dans l'état final. En supposant que le plasma créé initialement hadronise par l'intermédiaire d'une phase mixte, Koch et *al.* [4] ont étudié l'évolution de la densité d'étrangeté pour l'expansion longitudinale (modèle de Bjorken) et tridimensionnelle du plasma. La hadronisation du quagma a été traitée par un modèle de fragmentation des gluons et des quarks (Field-Feynman et Lund) et de la recombinaison de ces derniers pour former des hadrons. Les figures (IV.5) et (IV.6) montrent les densités des particules qui contiennent des quarks étranges et celles qui contiennent des antiquarks étranges respectivement pour les deux expansions longitudinale et tridimentionnelle. On note que le taux des antibaryons étranges ($\overline{\Xi}, \overline{\Omega}, \overline{\Lambda}, \overline{\Sigma}$) provenant du quagma est nettement plus élevé que celui de la phase hadronique notamment pour de grandes valeurs du potentiel chimique (régions de grandes densités baryoniques). Koch et *al.* en concluent qu'une abondance des antibaryons étranges est un signal de la création du quagma et que contrairement à ce que suggèrent McLerran et *al.* [5], une abondance des kaons et un rapport K/π élevé ne peuvent être utilisés comme des signaux de la création du quagma.

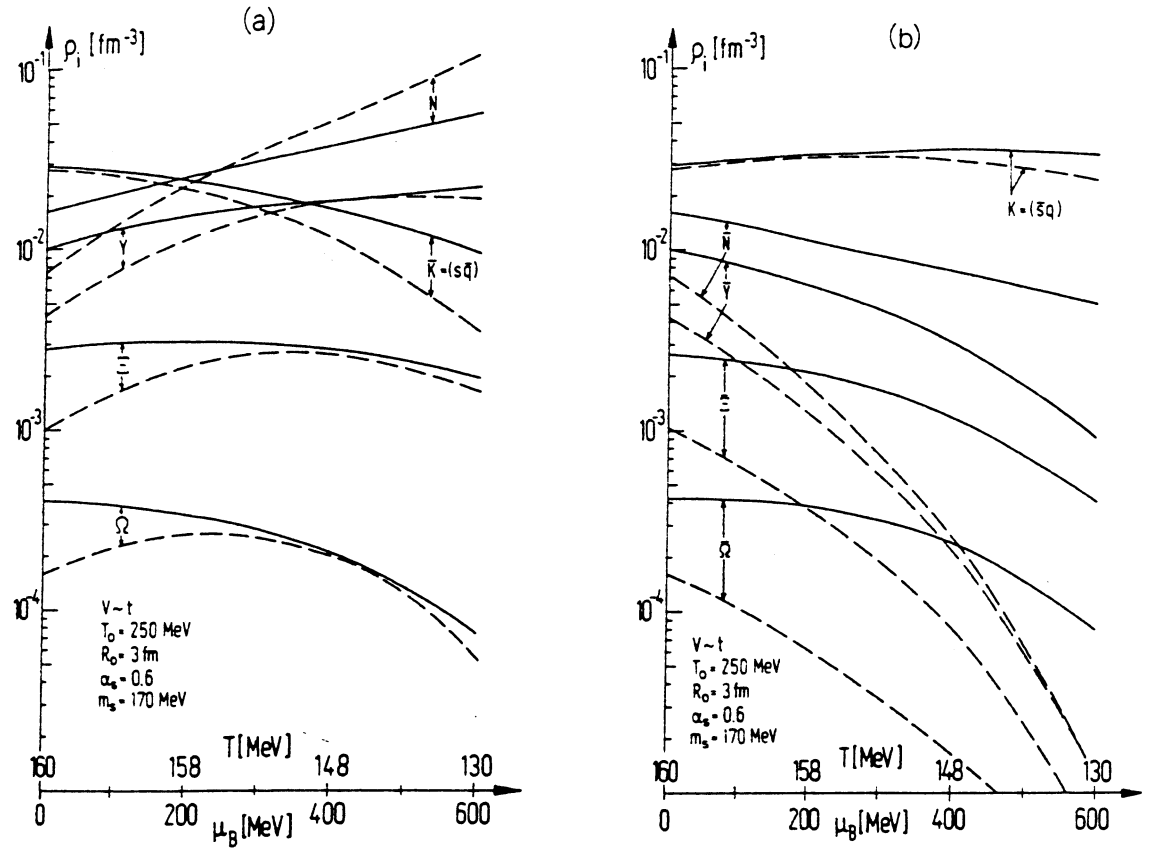


Fig.IV.5 : Taux de production des hadrons contenant des quarks s (a) et $\bar{s}$ (b) en fonction de la température et du potentiel chimique critiques. Les lignes continues (interrompues) correspondent aux hadrons produits dans le quagma en expansion hydrodynamique (phase hadronique).

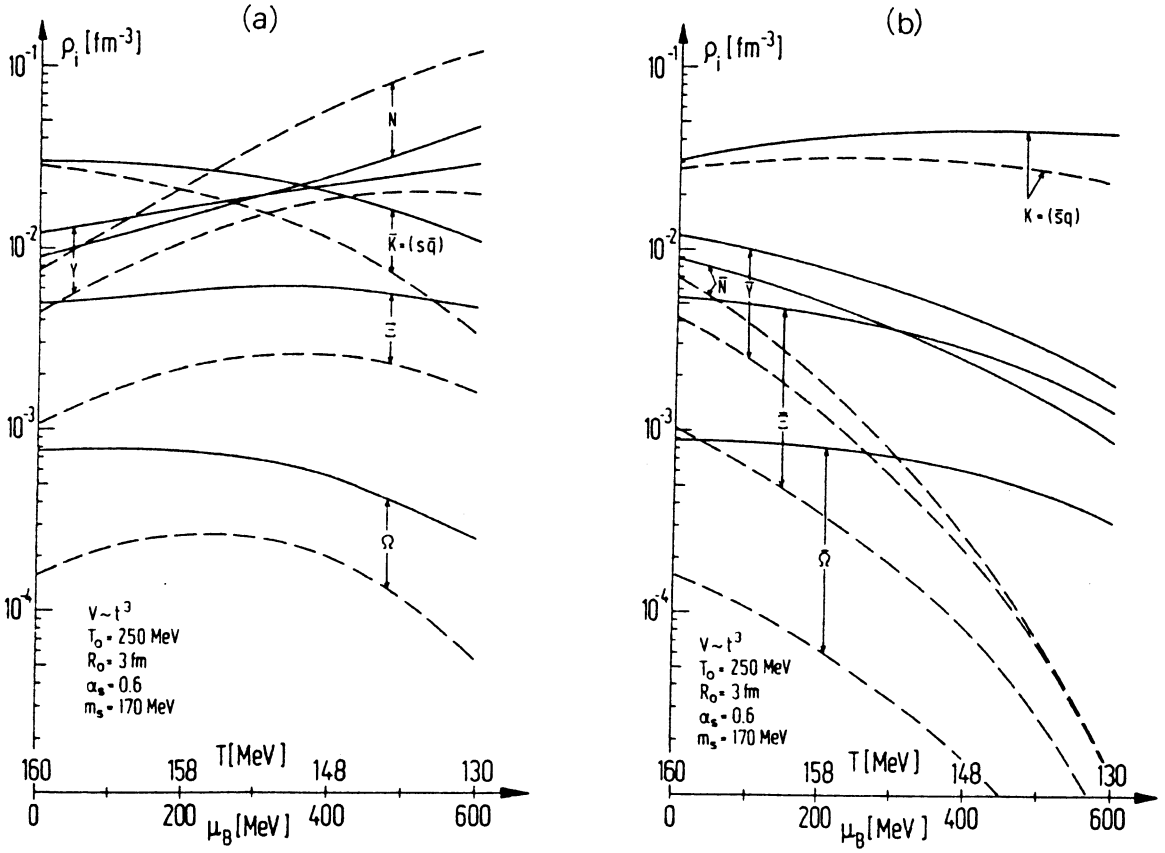


Fig.IV.6 : Même commentaire que pour la figure IV.5 mais pour une expansion sphérique.

IV.2. Corrélation de $< P_T >$ avec dN/dy [6]

A une énergie, dans le système du centre de masse, de l'ordre de $\sqrt{s} = 540\,\text{GeV}$ l'impulsion transverse moyenne $< P_T >$ des particules chargées produites dans la région de rapidité centrale, $|y| < 2,5$, des collisions $p\bar{p}$ [7], augmente rapidement en fonction du nombre de particules chargées par unité de rapidité dN_c/dy. Cette augmentation s'atténue pour $dN_c/dy > 7$ et pour $10 < dN_c/dy < 17$ on observe un plateau de $< P_T >$ en fonction de dN_c/dy (Fig. IV.7).

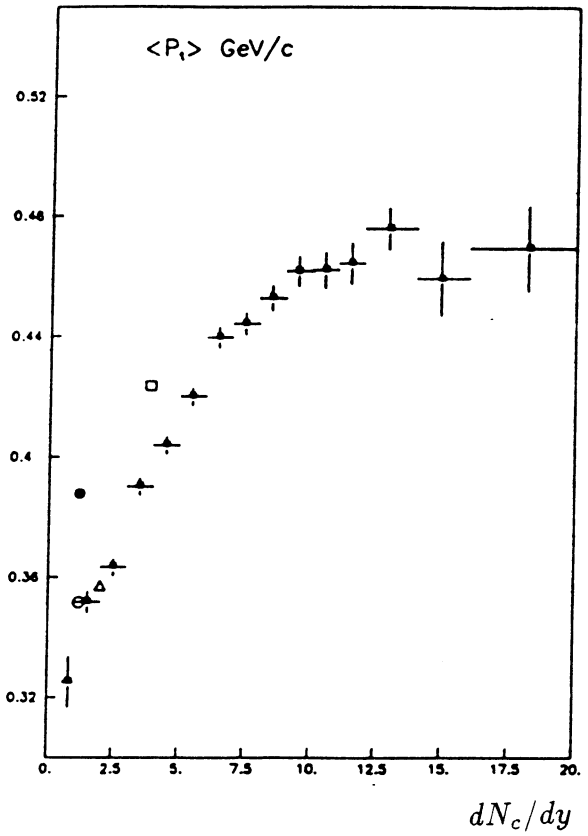


Fig.IV.7 : $< P_t >$ en fonction de dN_c/dy pour des données $p\bar{p}$ à $\sqrt{s} = 540\,\text{MeV}$.

Van Hove [8] interpréta ce comportement comme une possible transition de phase et suggéra que l'étude de $< P_T >$ en fonction de dN_c/dy peut être utilisée pour mettre en évidence la création du quagma et déduire son équation d'état (Fig. IV.8). En effet, $< P_T >$ reflète la température du système étudié tandis que dN_c/dy reflète son entropie (Appendice E.I.). Dans la phase mixte la température demeure constante tandis que l'entropie augmente continuellement, d'où le plateau de $< P_T >$ en fonction de dN_c/dy. Dans les deux phases QGP et hadronique, l'augmentation de l'entropie correspond à une augmentation de la température; la différence des pentes est due à la différence des nombres de degrés de liberté dans les deux phases.

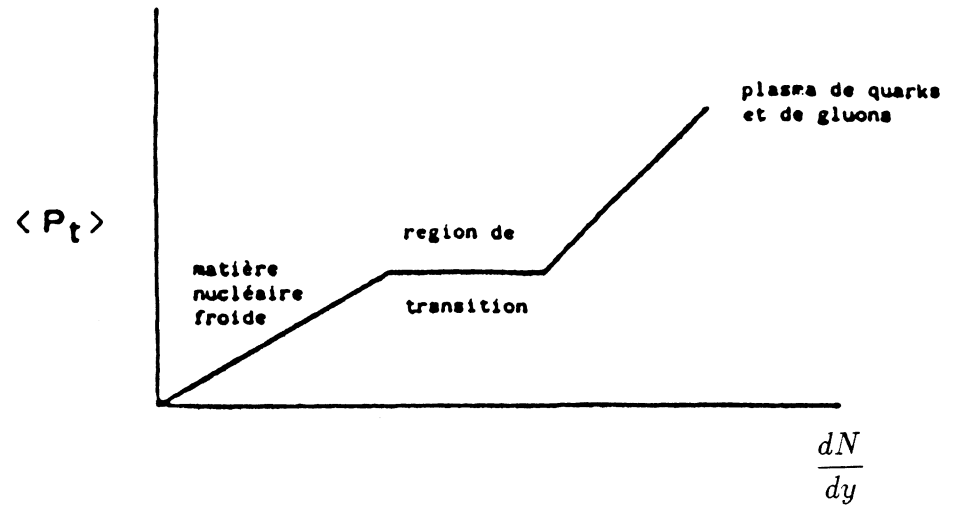


Fig.IV.8 : Diagramme $< P_t >$ en fonction de dN/dy attendu en cas de transition de phase.

Kataja et *al.* [9] ont étudié la corrélation de $< P_T >$ en fonction de $\varepsilon(\alpha dN/dy)$ donnée par la formule de Bjorken pour un plasma en expansion hydrodynamique, longitudinale et transverse, avec une équation d'état du type sac. La figure (IV.9) montre la variation de $< P_T >$ en fonction de ε pour différents noyaux; le plateau de $< P_T >$ a une légère pente due à l'existence d'un mouvement collectif. En présence de ce dernier les particules les plus lourdes acquièrent une grande impulsion transverse; ceci est illustré par la figure (IV.10).

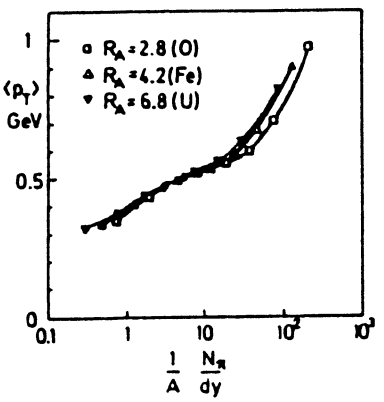


Fig.IV.9 : $< P_t >$ en fonction de dN/dy pour différents noyaux.

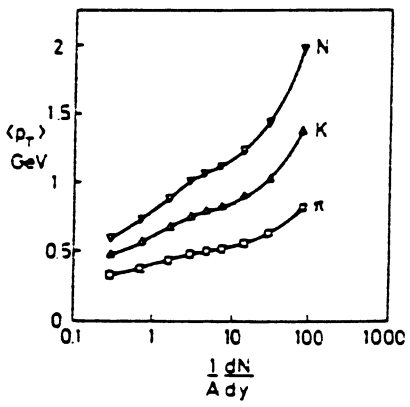


Fig.IV.10 : $< P_t >$ en fonction de dN/dy pour différentes particules.

La figure (IV.11) montre la variation de $< P_T >$ en fonction de ε donnée par la formule de Bjorken pour des interactions de rayons cosmiques observées par la collaboration JACEE [10]. La brusque augmentation de $< P_T >$ pour une densité d'énergie de l'ordre de $2\,\mathrm{GeV/fm^3}$ peut être interprétée comme une transition de phase.

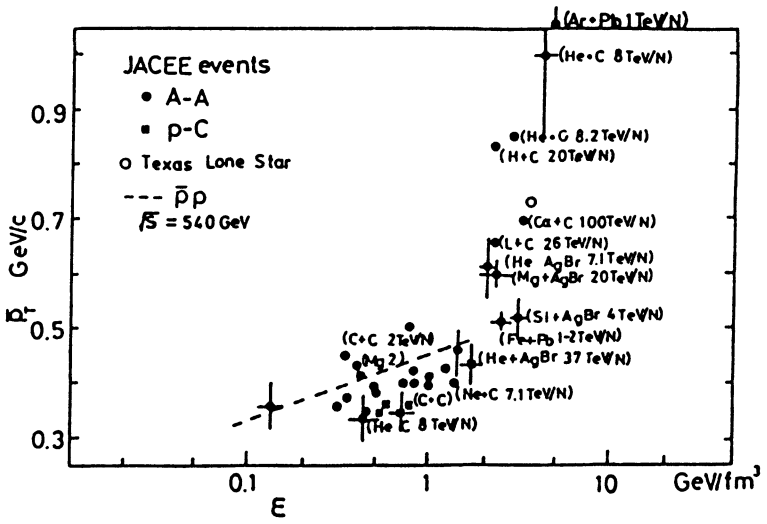


Fig.IV.11 : $< P_t >$ en fonction de ε (formule de Bjorken) pour des interactions de rayons cosmiques.

IV.3. Dileptons [11]

Les leptons ne sont sensibles qu'aux interactions électrofaibles et par conséquent elles peuvent s'échapper du quagma en conservant les propriétés de ce dernier au moment où il a été créé. Les couples lepton-antilepton, appelés dileptons, produits dans les collisions de noyaux proviennent de différents mécanismes selon le temps qui s'est écoulé après la collision; il y a une corrélation entre la masse des dileptons émis et l'évolution spatio-temporelle du quagma. Tout de suite après la collision il y a production de paires, appelées paires de pré-équilibre, dont une partie est due au mécanisme Drell-Yan. Après l'établissement de l'équilibre thermique dans la phase QGP il y a production de paires par annihilation d'un quark et d'un antiquark en un photon virtuel qui se matérialise en une paire de leptons, dites paires thermiques; ce mécanisme est analogue à celui de Drell-Yan sauf que les paires produites ici proviennent de la phase de l'équilibre thermique. Dans la phase hadronique la production de dileptons est essentiellement due à des collisions $\pi^+\pi^- \rightarrow \ell^+\ell^-$ ainsi qu'à d'autres mécanismes tels que les désintégrations leptoniques des mésons chargés ($\pi^\pm \rightarrow \ell^\pm\nu$), les désintégrations des particules charmées, etc.

Kajantie et *al.* [12] ont étudié la production de dileptons dans des collisions de noyaux donnant lieu à la création du quagma, ce dernier se refroidissant ensuite par expansion hydrodynamique longitudinale et transverse puis subissant une transition de phase du premier ordre. La figure (IV.12) montre le taux de dileptons produits dans les différentes phases en fonction de leur masse. Ces calculs ont été effectués pour plusieurs températures et instants initiaux et pour des événements ayant une multiplicité par unité de rapidité de dN/dy = 26 A et 6,8 A; A étant la masse des noyaux considérés (238 dans cet exemple). On note la corrélation entre la masse des dileptons et l'instant de leur émission. Les paires les plus lourdes sont essentiellement émises très tôt après la collision. Dans le domaine de masse

$M \leq 1$ GeV, la production des dileptons est dominée par les phases hadronique et mixte. Pour $1 < M \leq 3$ GeV, les paires provenant du quagma dominent et leur taux de production augmente avec la température initiale T_i. La figure IV.12 met aussi en évidence l'effet d'une expansion transverse; cette dernière a un effet négligeable sur la phase QGP par contre elle influence les phases mixte et hadronique. Cette même figure suggère aussi de choisir des événements ayant des multiplicités par unité de rapidité très élevées (collisions frontales : paramètre d'impact nul) pour avoir un signal de dileptons thermiques net.

Les auteurs [13] suggèrent l'utilisation des dileptons pour mettre en évidence l'existence d'un mouvement transverse.

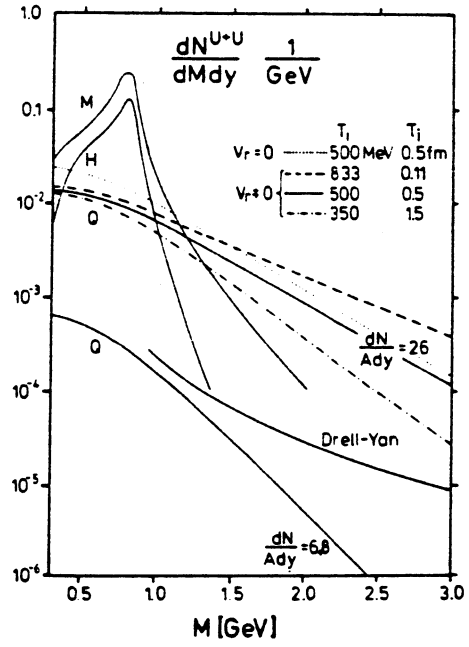


Fig.IV.12 : Taux de production de paires de leptons pour différentes phases et différents scénarios.

IV.4. Photons

Les photons directs peuvent eux aussi fournir des renseignements sur le quagma puisqu'ils n'interagissent pas fortement. L'auteur de la référence [14] propose de mesurer le rapport γ/π^0 dans le domaine d'impulsion transverse $P_T \sim 2-3\,\mathrm{GeV/c}$. Ceux de la référence [15] avaient estimé ce rapport à 20% dans le cas où le quagma est créé.

D'autres auteurs [16] suggèrent que si le quagma est créé il doit rayonner des photons de bremsstrahlung magnétique dus à l'accélération des quarks suivant des trajectoires courbées par le champ de couleur qui sévit à sa surface. Le spectre de ces photons diffère de celui des photons perturbatifs de par sa dépendance en T.

IV.5. Suppression du J/Ψ

Le déconfinement dans un milieu dense est dû à l'effet d'écran des charges de couleur (effet d'écran de Debye). Cet effet est caractérisé par une longueur $r_D(T)$ dépendant de la température et appelée rayon de Debye. Quand r_D est inférieur au rayon d'un hadron la force de confinement devient trop faible pour garder les quarks, qui composent le hadron, liés et le déconfinement se produit. Cet effet est analogue à la transition de Mott pour les isolants; au delà d'une certaine température la conductivité électrique des isolants devient non nulle et par conséquent ils deviennent conducteurs.

Matsui et Satz [17] utilisèrent ce phénomène pour montrer que, dans le cas où la phase QGP est atteinte, le J/Ψ, qui est un état lié d'une paire de quarks charmés $c\bar{c}$, peut être supprimé. En effet, si une paire $c\bar{c}$ est produite dans une collision d'ions donnant lieu à la formation d'un quagma ayant une température suffisamment élevée pour que le rayon de Debye $r_D(T)$ soit plus petit que la distance qui sépare cette paire, cette dernière se dissocie et par conséquent la formation d'un état lié $c\bar{c}$, J/Ψ se trouve supprimée. Ce phénomène peut être généralisé à tout état lié de quarks lourds (charmonium, bottonium,...).

Pour étudier la suppression des états liés de quarks lourds on commence par déterminer le rayon de Debye r_D correspondant à cet état puis on détermine le domaine de température dans lequel l'effet d'écrantage devient effectif.

Karsch et *al.* [18] ont résolu, pour différents états (n,ℓ), l'équation de Schrödinger:

$$[H(r,\mu) - E_{n,\ell}]\ \phi_{n,\ell}(r,\mu) = 0 \tag{IV.3}$$

où

$$H(r,\mu) = 2m - \frac{1}{m}\nabla^2 + V(r,\mu) \tag{IV.4}$$

est l'hamiltonien du système de la paire $q\bar{q}$ et $V(r,\mu)$ est le potentiel d'interaction entre les deux quarks qui forment la paire (μ est défini plus loin). Ce dernier est donné, dans le cas d'une paire isolée, par :

$$V(r,0) = \sigma r + \frac{\alpha}{r} \tag{IV.5}$$

où $\sigma = 0,192\,\mathrm{GeV}^2$ est la tension de corde et $\alpha = 0,471$ est une constante dont les valeurs sont déterminées expérimentalement.

En présence d'un milieu déconfinant le potentiel d'interaction de la paire de quarks peut être paramétrisé de la façon suivante:

$$V(r,\mu) = \frac{\sigma}{\mu(T)}\left(1 - e^{-\mu(T)r}\right) + \frac{\alpha}{r}\ e^{-\mu(T)r} \tag{IV.6}$$

où $\mu(T) = 1/r_D(T)$ alors que σ et α sont les mêmes constantes que pour le potentiel $V(r,0)$. Pour $\mu \to 0, V(r,\mu) \to V(r,0)$.

Pour déterminer le rayon de Debye correspondant à un état donné Karsch et *al.* [18] ont calculé l'énergie de dissociation d'une paire $q\bar{q}$ de quarks lourds; cette dernière est positive pour les états liés, négative pour le continuum et s'annule pour la valeur critique du rayon de Debye correspondant à l'état en question. Les figures (IV.13a) et (IV.13b) montrent les résultats obtenus pour les différents états étudiés. On note que le rayon de Debye pour le J/Ψ est de l'ordre de 0,3 fm.

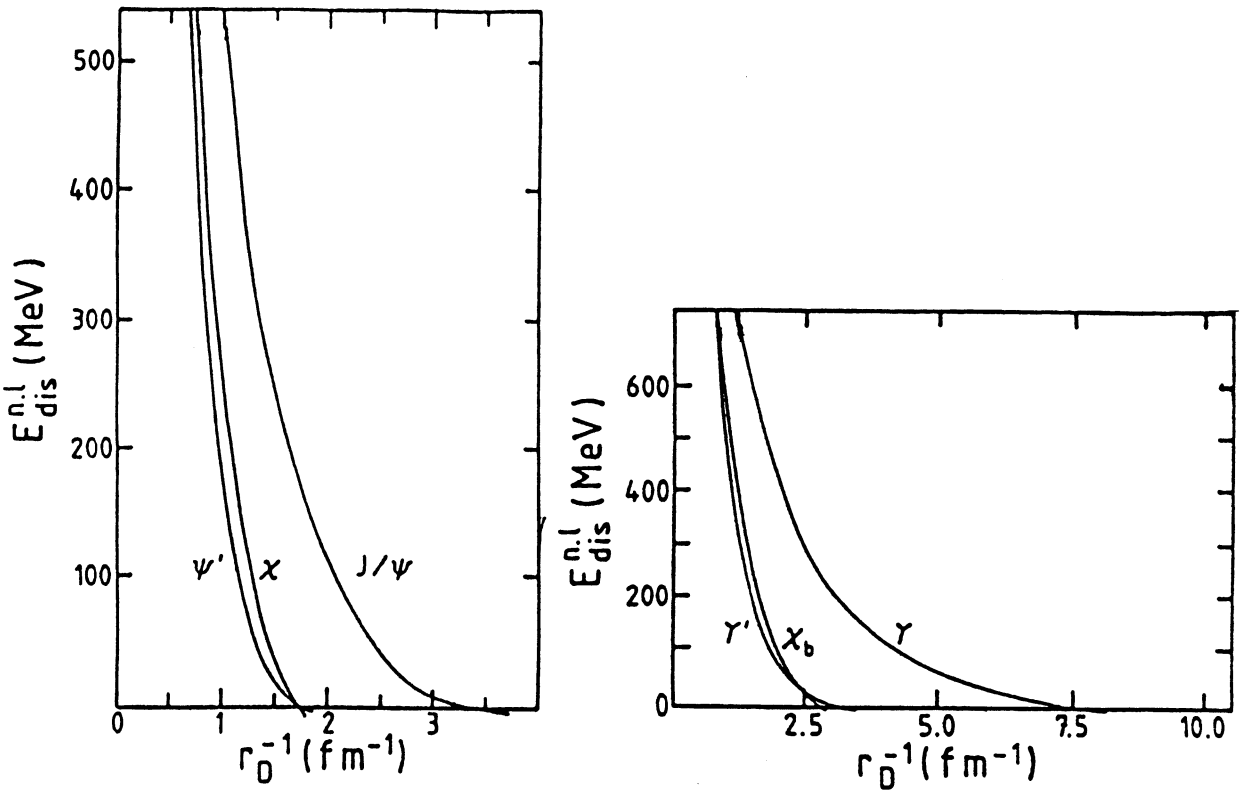


Fig.IV.13 : Energies de dissociation de différents états liés $c\bar{c}$ et $b\bar{b}$ en fonction du rayon de Debye r_D.

Pour déterminer le domaine de température dans lequel l'effet d'écrantage devient effectif on détermine les variations de $\mu(T)$ en fonction de la température par les calculs sur réseau. La figure (IV.14) montre l'allure de $r_D(T)$ en fonction de la température ainsi que les rayons de Debye critique pour différents états charmonium et bottonium. On note que le J/Ψ est supprimé pour une température $T \gtrsim 1,2\,T_c$ tandis que le χ_c et Ψ' sont supprimés pour $T \simeq T_c$. Ce dernier résultat est important puisque 36% des J/Ψ produits proviennent de désintégrations du χ_c et environ 8% de celles de Ψ'.

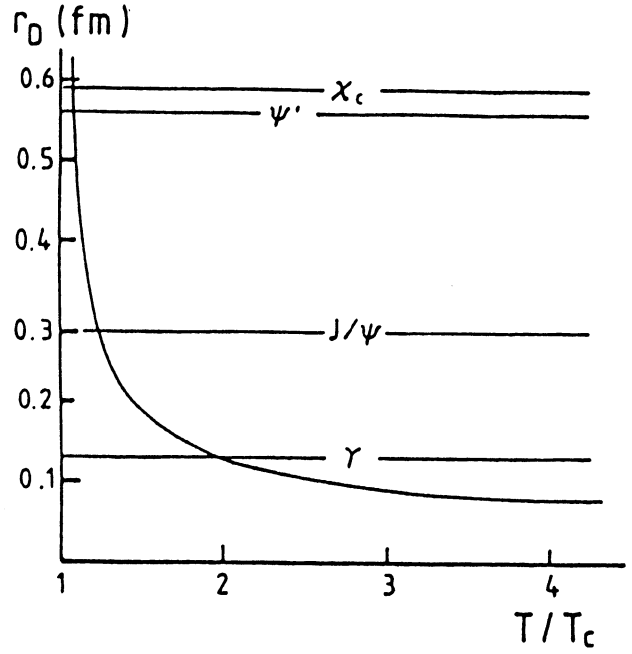


Fig.IV.14 : Rayon de Debye en fonction de la température.

Dans le cas où une paire $c\bar{c}$ produite dans la collision d'ions a une grande impulsion elle peut s'échapper du quagma, de taille finie, avant que le phénomène d'écrantage ne devienne important pour pouvoir la dissocier. Par conséquent la suppression du J/Ψ peut dépendre de l'impulsion et plus spécialement de P_T [19, 20].

Une diminution de la production du J/Ψ a été observée expérimentalement par l'expérience NA38. Pour une discussion de la dépendance de la suppression du J/Ψ en P_T, des résultats expérimentaux obtenus par NA38 ainsi que des autres phénomènes qui peuvent être à l'origine de la suppression du J/Ψ voir [19, 20] et les références citées dans ces articles.

IV.6. Autres sources d'information sur le QGP

a. Corrélation de pions (Hanbury-Brown-Twiss) [21]

Cette méthode a été utilisée initialement en astronomie pour mesurer le rayon des étoiles observées par télescope. Son principe est basé sur l'interférence d'ondes, de particules identiques, mesurées en coïncidence par deux détecteurs distants. Si on calcule la somme des amplitudes des signaux collectés par les deux détecteurs et on détermine sa norme, le résultat dépend de la taille de la source émettrice.

La détection de particules identiques (pions) produites dans les collisions d'ions lourds devrait permettre d'apporter des informations sur la taille et la durée de vie du quagma.

b. Effet de polarisation

Dans le quagma thermalisé les quarks et les gluons ont une distribution isotrope en impulsion. Cette isotropie a des conséquences sur la polarisation des particules produites après hadronisation du quagma [22]. Par exemple, dans le cas des dileptons thermiques ($q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \ell\bar{\ell}$) le photon virtuel est toujours polarisé transversalement par rapport aux impulsions des quarks. Or, comme ces derniers proviennent du quagma, le photon serait non polarisé et par conséquent la distribution angulaire des paires de leptons, dans leurs systèmes du centre de masse, serait isotrope. Par un raisonnement similaire on peut conclure que les hypérons (Λ, Σ, Ξ), produits dans une collision donnant lieu au quagma, seraient non polarisés [22].

Jacob et Rafelski [23] ont montré que la polarisation longitudinale, des $\overline{\Lambda}$ produits dans des collisions donnant lieu au plasma, peut être utilisée pour estimer le taux de production du $\overline{\Xi}$.

c. Fluctuations de dN/dy

Un surrefroidissement du quagma peut engendrer des fluctuations dans la distribution de rapidité des particules produites [24, 25]. De telles fluctuations ont été observées par la collaboration JACEE [26] (Fig. IV.15). D'autres propositions ont été faites pour expliquer ces fluctuations, telle que la formation de gouttelettes de quagma non thermalisé [27]. Des méthodes d'analyse de ces fluctuations ont été proposées dans [28].

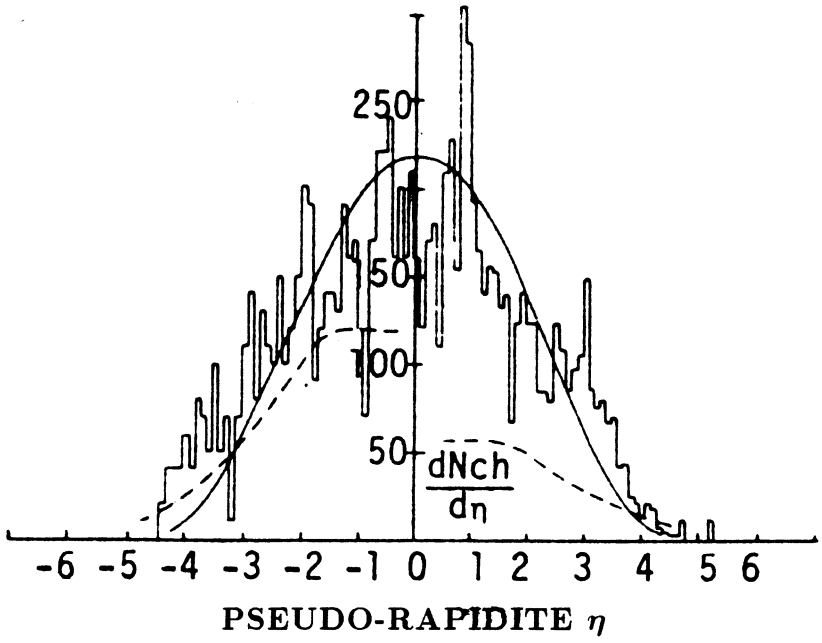


Fig.IV.15 : Distribution de pseudo-rapidité de rayons cosmiques.

d. Effets de la transition de phase chirale

La restauration de la symétrie chirale pourrait avoir un effet sur les masses et les largeurs des résonnances [29].

e. Production de charme (ou de saveurs lourdes en général) [30]

Les quarks charmés ne thermalisent pas dans le quagma. Ils s'échappent de ce dernier sans interagir à cause de leur section efficace hadronique faible $\sigma < 1\,\mathrm{mb}$.

Il existe d'autres signatures spéculées. Pour plus de détails voir [31, 32].

Références

[1] J. Rafelski, "Workshop on Future Relativistic Heavy Ion Experiments", Ed. R. Bock and R. Stock, GSI-Report 81-6; Phys. Rep. 88 (1982) 331.

[2] B. Müller, "The physics of the quark-gluon plasma", Springer-Verlag, Berlin (1985).

[3] J. Rafelski and B. Müller, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1066.

[4] J. Koch, B. Müller and J. Rafelski, Phys. Rep. 142 (1986) 167.

[5] K. Kajantie and L. Mc Lerran, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37 (1987) 293; L. Mc Lerran, Nucl. Phys. A461 (1987) 245c et les références citées dedans.

[6] H. Von Gersdorff, Nucl. Phys. A461 (1987) 251c.
P.V. Ruuskanen, Acta Phys. Pol. B18 (1987) 551.

[7] G. Arnison et al., Phys. Lett. 118B (1982) 167.

[8] L. Van Hove, Phys. Lett. 118B (1982) 138.

[9] M. Kataja, P.V. Ruuskanen, L. Mc Lerran and H. Von Gersdorff, Phys. Rev. D34 (1986) 2755.

[10] O. Miyamura, "Quark Matter 84 Proceedings", Helsinki 84, Ed. K. Kajantie, Springer-Verlag, Berlin (1985).

[11] K. Kajantie, Nucl. Phys. A461 (1987) 225c.
P.V. Ruuskanen, Z. Phys. C38 (1988) 219.

[12] K. Kajantie, J. Kapusta, L. Mc Lerran and A. Mekjian, Phys. Rev. D34 (1986) 2746.

[13] K. Kajantie, M. Kataja, L. Mc Lerran and P.V. Ruuskanen, Phys. Rev. D34 (1986) 811.

[14] B. Sinha, Phys. Lett. 197B (1987) 263.

[15] F. Halzen and H.C. Liu, Phys. Rev. D25 (1982) 1842.

[16] V.V. Goloviznin, A.M. Snigirev and G.M. Zinovjev, Bielefeld preprint BI-TP 87/12 (1987); Z. Phys. C38 (1988) 255.

[17] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. 178B (1986) 416.

[18] F. Karsch, M.T. Mehr and H. Satz, Z. Phys. C37 (1988) 617.

[19] H. Satz, Nucl. Phys. A488 (1988) 511c.

[20] T. Matsui, Nucl. Phys. A488 (1988) 535c.

[21] L. Mc Lerran, FERMILAB preprint, FERMILAB-Conf-86/164-T (1986).
K. Kajantie and L. Mc Lerran, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37 (1987) 293 et les références citées dedans.

[22] P. Hoyer, Phys. Lett. 187B (1987) 162.

[23] M. Jacob and J. Rafelski, Phys. Lett. 190B (1987) 173.

[24] L. Van Hove, Z. Phys. C21 (1983) 93.

[25] M. Gyulassy, K. Kajantie, H. Kurki-Suonio and L. Mc Lerran, Nucl. Phys. B237 (1984) 477.

[26] Y. Takahashi and S. Dake, Nucl. Phys. A461 (1987) 263c.

[27] I.M. Dremin, JETP Lett. 30 (1979) 142; 145; Sov. J. Part. Nucl. 18 (1987) 31.

[28] R.C. Hwa, Phys. Lett. 201B (1988) 165.
A. Bialas and R. Peschanski, Nucl. Phys. B273 (1986) 703; B308 (1988) 857; Phys. Lett. 207B (1988) 59.

[29] R.D. Pisarski, Phys. Lett. 110B (1982) 155.
R.D. Pisarski and F. Wilczek, Phys. Rev. D29 (1984) 338.

[30] J. Cleymans, Phys. Lett. 127B (1983) 375.

[31] L. Mc Lerran, "Quark Matter 84 Proceedings", Helsinki 84, Ed. K. Kajantie, Springer-Verlag, Berlin (1985).

[32] M. Gyulassy, Nucl. Phys. A418 (1984) 59c.

V – TRANSITION DE PHASE QGP-HADRONS ET COSMOLOGIE [1]

Selon les idées actuelles en cosmologie, l'univers se serait refroidi par expansion d'un état initial, caractérisé par une grande densité et une grande température $T > 10^{19}$ GeV, au temps de Planck $t \simeq 10^{-43}$s à un état actuel caractérisé par une température de $T \lesssim 3°$ K. Donc il a dû exister à l'état de plasma de gluon et de quark après la formation de ces derniers à une température $T \simeq 10^{14}$GeV au temps $t \simeq 10^{-35}$s et avant de subir la transition de phase d'hadronisation ($t \simeq 10^{-5}$s, $T \simeq 200$ MeV) et par la suite la nucléosynthèse. On peut donc s'attendre à ce que l'étude du plasma de quarks et de gluons joue un rôle dans la compréhension de la transition d'hadronisation dans l'univers primordial, la structure des étoiles à neutrons et la formation de formes exotiques de la matière.

Une transition de phase QGP-hadrons de premier ordre aurait des conséquences intéressantes en cosmologie et différents scénarios peuvent avoir lieu. A la transition de confinement il y aurait formation de bulles hadroniques dont les collisions peuvent créer des trous noirs et que des ondes gravitationnelles auraient été émises à ce moment-là. De même il peut y avoir la formation de bulles de matière étrange (quagma formé de trois saveurs de quarks u, d et s) stables qui survivraient à la transition d'hadronisation et qui existeraient encore dans l'univers.

Il existe d'autres spéculations, en cosmologie et en astrophysique, inspirées par la physique du plasma de quarks et de gluons [1].

Références

[1] A.V. Olinto, Z. Phys. C38 (1988) 303 et les références citées dedans.
F. Grassi, Z. Phys. C38 (1988) 307 et les références citées dedans.

PARTIE EXPERIMENTALE

I – LE PROGRAMME EXPLORATOIRE AVEC FAISCEAUX D'IONS AU CERN

Comme on l'a vu dans la première partie, des travaux théoriques suggèrent la possibilité de créer le plasma de quarks et de gluons (QGP) en utilisant des faisceaux d'ions ultra-relativistes pour bombarder des noyaux lourds. De ce fait plusieurs expériences ont vu le jour au CERN et aux Etats-Unis.

Le CERN a fourni un faisceau d'ions d'oxygène ^{16}O pour les premières prises de données en automne 1986 aux deux énergies de 60 et 200 GeV/nucléon et un faisceau d'ions de soufre ^{32}S à 200 GeV/nucléon pour les prises de données suivantes, à partir de l'automne 1987. Les faisceaux d'ions sont disponibles dans les aires nord et ouest (Fig. I.1). La réalisation de ces faisceaux a été rendue possible grâce à la mise au point d'une source et d'un préaccélérateur d'ions installés au CERN par la collaboration : GSI Darmstadt – LBL Berkeley [1].

L'ensemble source-préaccélérateur fournit un faisceau d'ions d'oxygène (soufre) O^{6+} (S^{12+}) ayant une intensité de 100 μA et une énergie d'environ 10 keV/nucléon. Ces ions sont injectés dans l'accélérateur linéaire LINAC 1 où ils atteignent une énergie de 12 MeV/nucléon. A la sortie du LINAC 1, ils passent à travers une feuille de carbone où, par "épluchage" , ils perdent deux (quatre) électrons se transformant ainsi en O^{8+} (S^{16+}).

L'accélération efficace des particules dans des machines circulaires exige la réalisation de systèmes de plusieurs accélérateurs en cascades. Ainsi, les ions obtenus par "épluchage" ci-dessus passent-ils dans plusieurs accélérateurs avant d'atteindre l'énergie finale de 60 ou 200 GeV/nucléon :

– Le Booster du PS (PSB), premier anneau dont le rôle est d'amener les ions à une énergie de 260 MeV/nucléon.

– Le Synchrotron à Protons (PS), première grande machine de physique du CERN qui permet d'atteindre l'énergie de 10 GeV/nucléon.

– Le Super Synchrotron à Proton (SPS) qui atteint les énergies souhaitées pour les expériences : 60 ou 200 GeV/nucléon.

Les faisceaux distribués dans les aires d'expérimentation ont une intensité qui varie de 10^5 à $5 \cdot 10^7$ ions par cycle de 14 secondes, avec une durée d'extraction de 3 secondes.

Dans la suite on présentera dans un premier paragraphe les différentes expériences en place au CERN, puis dans un second l'expérience NA36.

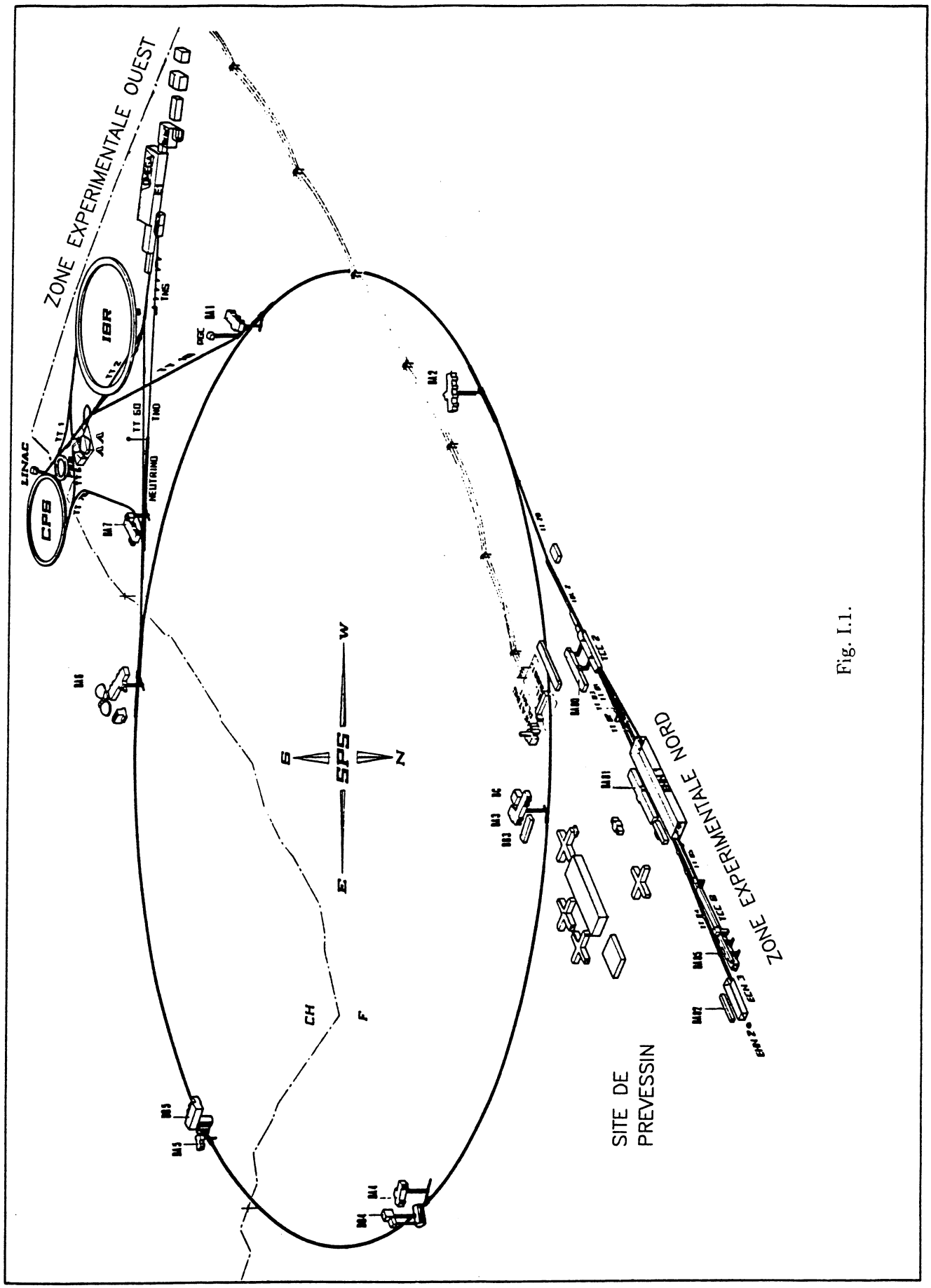

ZONE EXPERIMENTALE OUEST
IBR
LINAC
CPS
NEUTRINO
SPS
S
W
E
N
CH
F
SITE DE
PREVESSIN
ZONE EXPERIMENTALE NORD

Fig. I.1.

II – BREVE REVUE DES EXPERIENCES D'IONS LOURDS AU CERN

Différentes expériences exploratoires sur les ions ont participé à ce premier programme au CERN [2]; chacune ayant pour but d'étudier quelques unes des signatures prévues dans le cas où le plasma de quarks et de gluons est produit.

II.1. NA34/HELIOS [3]

Cette expérience se propose de faire une étude détaillée des caractéristiques des collisions centrales d'ions lourds ultrarelativistes en mesurant la distribution de l'énergie transverse dans un angle solide de 4π stéradians, la production inclusive de particules ($\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, p, $\bar{p}$, d et α), les corrélations entre deux pions, la distribution de $< P_T >$ en fonction de dN_c/dy et de la multiplicité chargée par unité de rapidité (dN_c/dy), les productions de particules étranges, de photons directs et de paires de muons.

Le spectromètre de NA34 (Fig. II.1) est formé de trois parties. La première partie est constituée d'un ensemble de calorimètres permettant de mesurer les distributions d'énergie et d'énergie transverse dans un angle solide de 4π stéradian, de deux compteurs au silicium qui servent à mesurer les multiplicités des particules chargées dans le domaine de pseudo-rapidité $0,9 \leq \eta_{lab} \leq 5$ et d'un détecteur de radiation de transition permettant d'identifier les électrons.

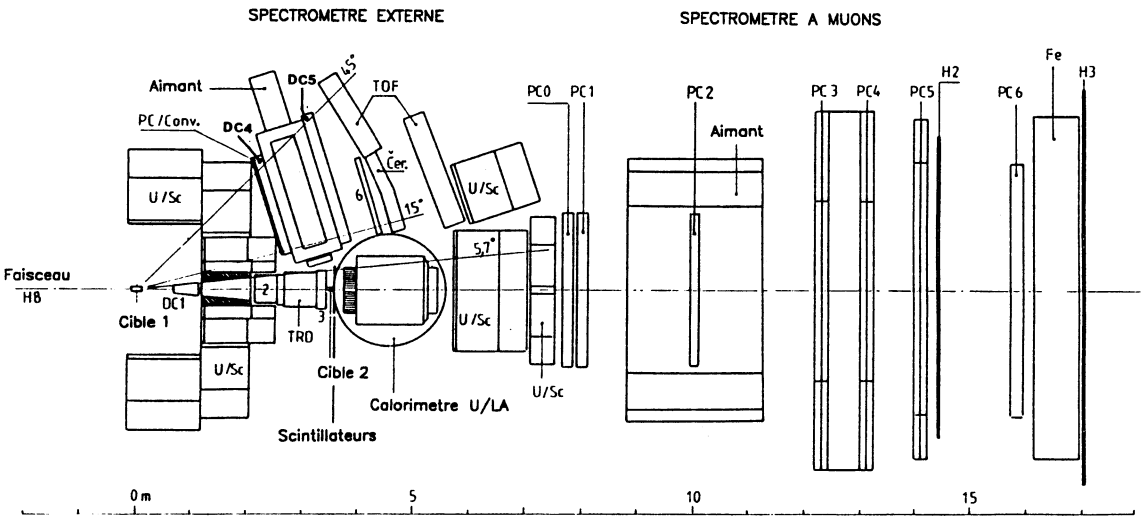


Fig. II.1 : Dispositif expérimental de NA34

La deuxième partie est un spectromètre à muons. Il est constitué d'un ensemble de chambres à fils (PC0-PC6), de deux hodoscopes (H2 et H3) et d'un aimant.

La troisième partie, appelée spectromètre externe est composée de deux chambres à dérive (DC4 et DC5), un aimant, un détecteur de temps de vol, un Čerenkov et un convertisseur de photons. Elle permet de mesurer la multiplicité moyenne des particules chargées, $< P_T >$ en fonction de dN_c/dy, le spectre des photons et les corrélations entre particules dans le domaine $0,9 \leq \eta \leq 2$.

II.2. NA35 [4]

Cette expérience se propose d'étudier le pouvoir d'arrêt de la matière nucléaire en mesurant les distributions de l'énergie et de l'impulsion des particules électromagnétiques et hadroniques produites ainsi que les distributions de rapidité des π^+ et π^-. La recherche des signatures du QGP sera entreprise dans la région de rapidité centrale des collisions frontales en particulier en étudiant la production de particules étranges.

Le spectromètre (Fig. II.2) est articulé autour d'une grande chambre à dards, de dimensions $200 \times 120 \times 72\,\mathrm{cm}^3$, placée dans un champ magnétique d'intensité 1,5 T. La reconstruction des traces, enregistrées par la chambre, permet de mesurer les multiplicités, les distributions en P_T et en rapidité des particules chargées et les corrélations entre deux, trois ou plusieurs π. La recherche des vertex de désintégrations des particules étranges $\Lambda, \overline{\Lambda}, K^0$ et $K^{\pm}$ est également effectuée par analyse des photographies de la chambre à dards.

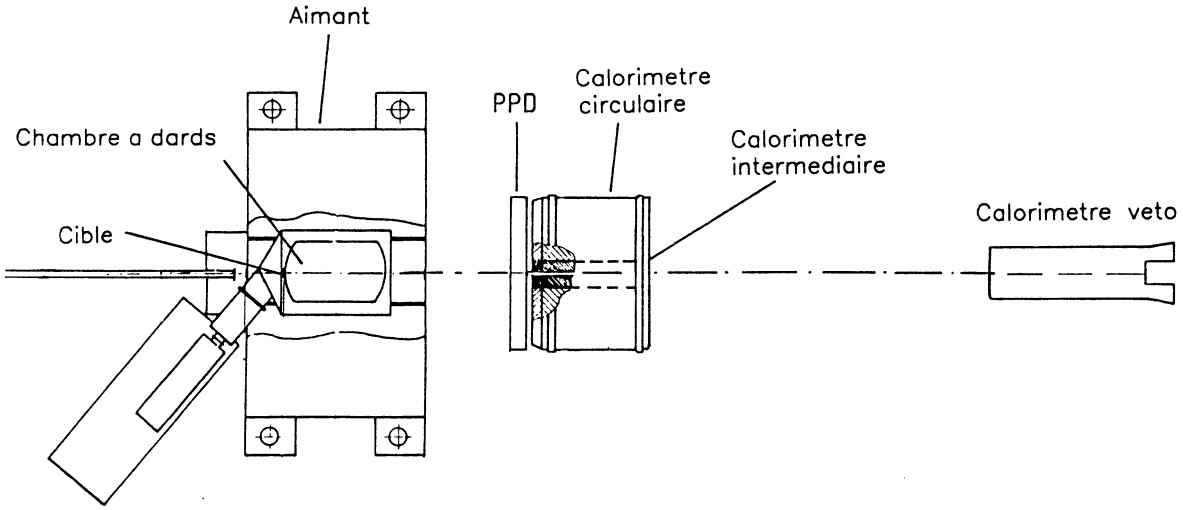


Fig. II.2 : Dispositif expérimental de NA35

A la suite de la chambre à dards on trouve un ensemble de calorimètres électromagnétique et hadronique. Les distributions de l'énergie E et de l'énergie transverse E_T des photons produits, le spectre des π^0 ayant une grande impulsion transverse ainsi que les distributions de l'énergie hadronique peuvent être obtenues à partir de ces détecteurs.

II.3. NA38 [5]

Cette expérience étudie la production des paires de muons ayant une masse $M_{\mu\mu} > 0,5\,\mathrm{GeV/c^2}$ dans le domaine de pseudo-rapidité $2,8 \leq \eta \leq 4$. Les muons proviennent de différentes sources : mécanisme de Drell-Yan, désintégration de particules charmées, de $\pi^{\pm}$, de $K^{\pm}$, des paires de muons dits thermiques qui proviennent directememt du plasma. Ce dernier spectre est relié, selon certains modèles [6], à la température du plasma tandis que la production de J/Ψ devrait diminuer si le plasma est formé [7].

Le dispositif expérimental de NA38 (Fig. II.3) se compose d'un spectromètre à muons constitué de 8 chambres proportionnelles (CP1-CP8), d'un ensemble d'hodoscopes (R1-R4 et S1-S2) et d'un aimant. Un calorimètre électromagnétique permet de mesurer l'énergie transverse des photons.

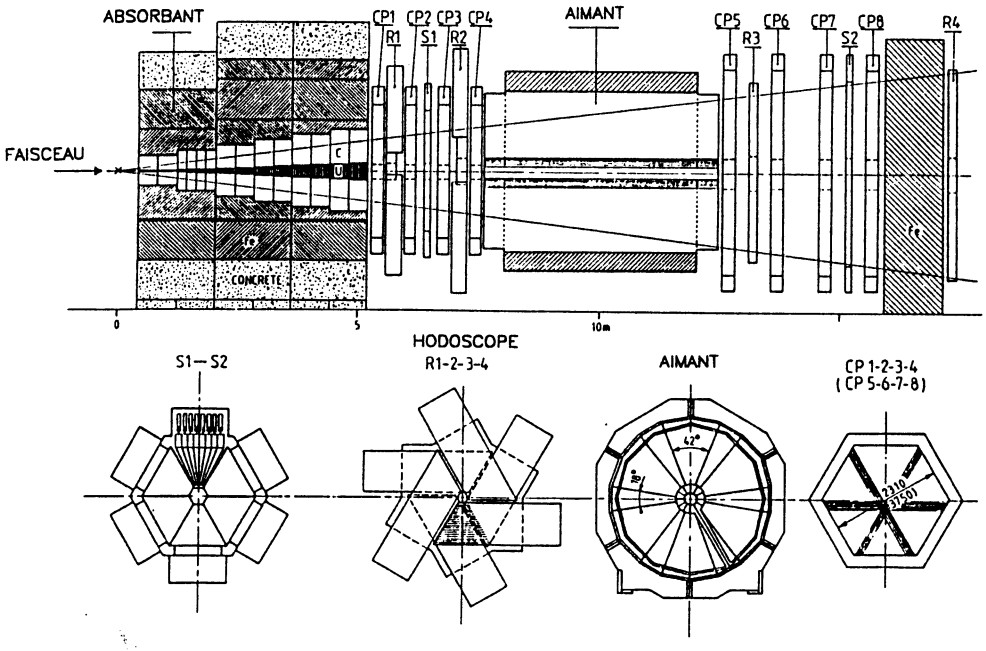


Fig. II.3 : Dispositif expérimental de NA38

II.4. WA80 [8]

Le but de cette expérience est de mesurer les multiplicités des particules chargées dans un angle solide d'environ 4π stéradian, le taux de production des π^0 et des photons directs et finalement le flux d'énergie transverse $dE_T/d\eta$.

Le dispositif expérimental (Fig. II.4) comprend un détecteur sphérique appelé "Plastic Ball" formé de 655 scintillateurs pour mesurer la multiplicité des particules chargées, identifier des noyaux pour l'étude de la fragmentation de la cible et mesurer le flux d'énergie transverse. Ce détecteur couvre le domaine de pseudorapidité $-1,7 \leq \eta \leq 1,3$. Trois hodoscopes, détecteurs de multiplicité, servent à mesurer la multiplicité des particules chargées dans le domaine $1,3 \leq \eta \leq 4,8$. Un calorimètre électromagnétique sert à identifier les π^0 et les photons dans le domaine $1,5 \leq \eta \leq 2,1$; un ensemble de calorimètres électromagnétique et hadronique mesurent l'énergie des particules neutres et chargées pour $\eta \geq 2,5$.

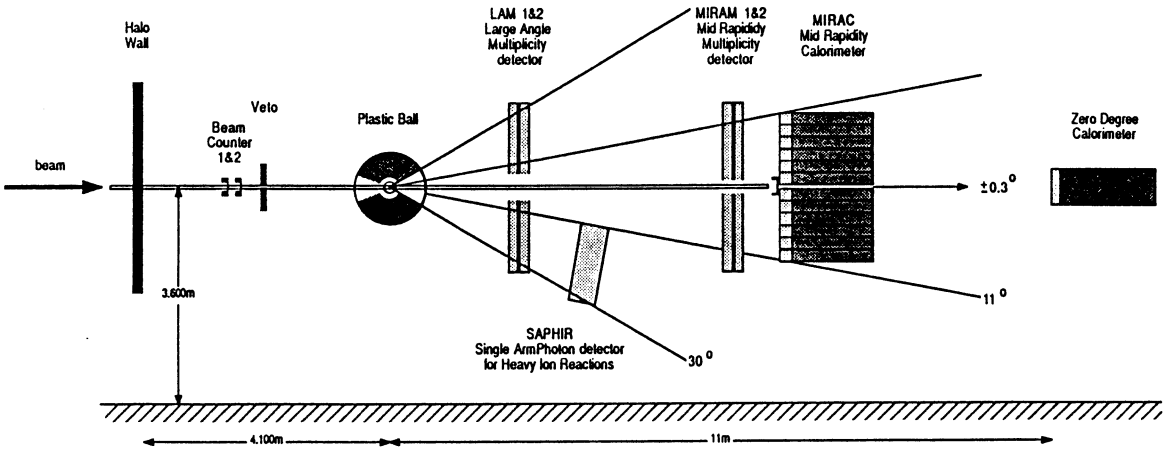


Fig. II.4 : Dispositif expérimental de WA80

II.5. WA85 [9]

Le but de cette expérience est d'étudier la production des particules étranges (K^0, Λ et $\overline{\Lambda}$) à l'aide du spectromètre Ω équipé pour identifier les particules ayant une grande impulsion transverse P_T.

Le spectromètre (Fig. II.5.) est constitué d'un aimant d'analyse de 1,8 T, de deux hodoscopes et d'un ensemble de 11 chambres proportionnelles dont les plans sont disposés selon la conception papillon. L'acceptance pour les particules chargées est $P_T > 0,6\,\mathrm{GeV/c}$ et $2,2 \leq y_{lab} \leq 3,2$. Deux ensembles de microrubans (*microstrips*) servent à étudier la multiplicité chargée par unité de pseudo-rapidité $dN_c/d\eta$ pour $2,1 \leq \eta \leq 3,4$. Enfin, un calorimètre permet de mesurer l'énergie des fragments du projectile.

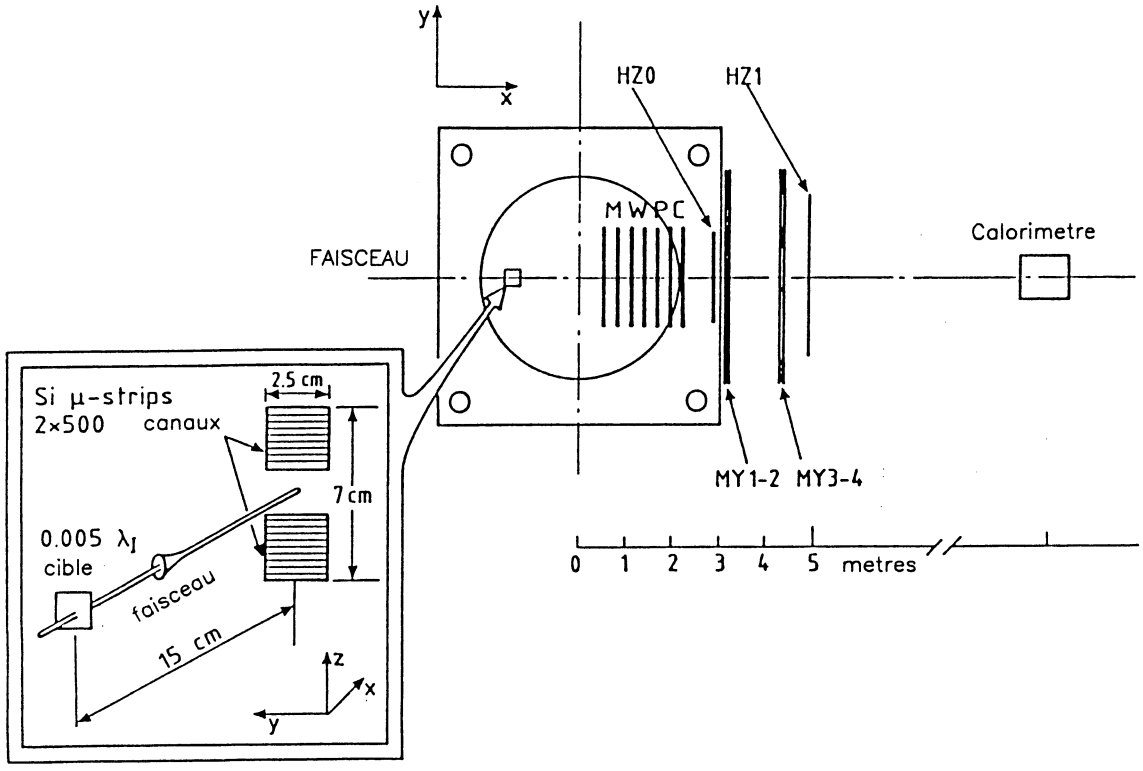


Fig. II.5 : Dispositif expérimental de WA85

Il existe d'autres expériences d'ions lourds qui utilisent des émulsions [2] et que nous ne présentons pas ici.

III – PRESENTATION DE L'INSTALLATION EXPERIMENTALE DE NA36

Le but de l'expérience NA36 est de mesurer, dans l'hémisphère aval du système du centre de masse, aux deux énergies de 60 et 200 GeV dans des collisions p, ^{16}O, ^{32}S sur différentes cibles (Al, Cu, Ag, Pb,...) :

1 – Les sections efficaces de production des particules étranges K^0_s, Λ, $\overline{\Lambda}$ et, si la statistique le permet, $\Xi, \overline{\Xi}, \Omega$ et $\overline{\Omega}$.

2 – les distributions en P_T et en rapidité des particules chargées.

3 – la multiplicité des particules chargées.

4 – l'énergie à zéro degré.

5 – les corrélations entre les points 1, 2, 3 et 4.

6 – les sections efficaces des fragments du projectile.

Dans la suite on décrira l'installation expérimentale de NA36.

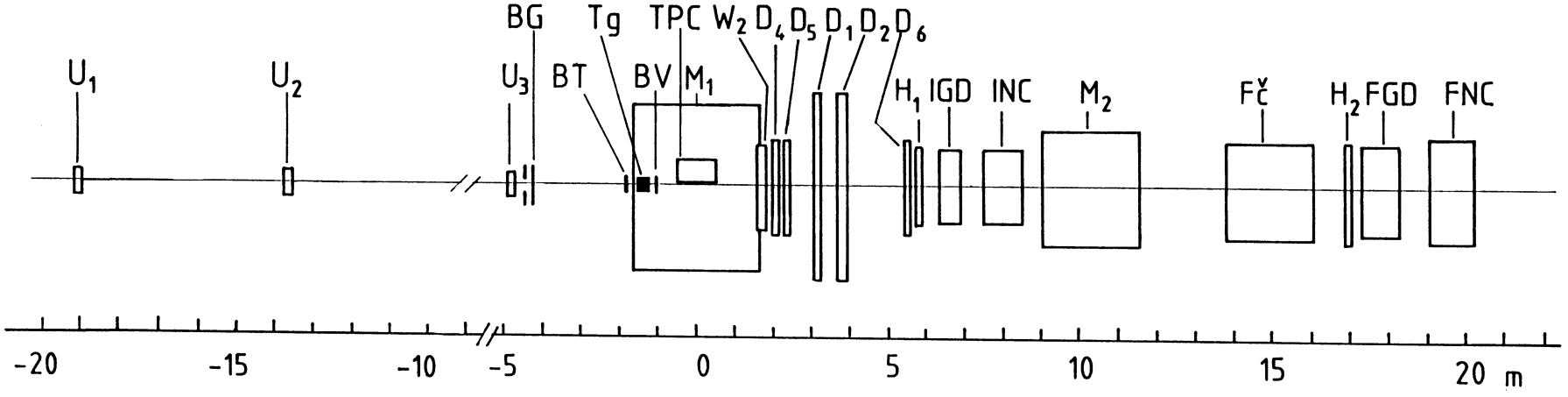
III.1. Conception du spectromètre

L'installation expérimentale de NA36 est une version modifiée du Spectromètre Hybride Européen (EHS) [10] auquel a été ajoutée essentiellement une TPC. Il est globalement conçu de la façon suivante :

- Définition du faisceau; chambres à fils proportionnelles U1, U2 et U3 et "étiquetage" (BT).
- Zone d'interaction : cible passive (ou éventuellement active).
- Visualisation des désintégrations des particules étranges et mesure des impulsions des particules chargées : TPC.
- Amélioration sur la précision de la mesure de l'impulsion des particules chargées pour les interactions à multiplicité limitée (20 traces) : ensemble des chambres à fils proportionnelles : W2 et à migration : D1, D2, D4, D5 et D6.
- Mesure des énergies hadroniques et électromagnétiques : ensemble calorimétrique hadronique et électromagnétique.
- Signature des fragments : le Čerenkov aval (FC).

III.2. Description du spectromètre (Fig. III.1)

Dans ce paragraphe on donne une brève description du spectromètre. En allant de gauche à droite :



SPECTROMETRE DE NA 36

Fig. III.1.

III.2.1. Chambres à fils U [11]

U1, U2 et U3 sont trois petites chambres à fils servant à déterminer la direction et la position du faisceau. Elles ont une surface de $26 \times 36\,cm^2$ et sont constituées de 5 plans de fils inclinés respectivement à $-60°$, $-60°$, $0°$, $+60°$ et $+60°$ par rapport à la direction horizontale (verticale pour U3). Les deux premiers (derniers) plans ayant le même angle d'inclinaison sont décalés d'un demi-pas l'un par rapport à l'autre. Les fils cathodes (de mesure) ont un diamètre de $100\,\mu m$ ($20\,\mu m$) et sont séparés par une distance de 1 mm (2 mm). La distance entre les plans de fils de mesure et de cathodes est de 8 mm. Deux feuilles en mylar de $50\,\mu m$ d'épaisseur délimitent le volume des chambres qui contient un mélange gazeux d'argon (72 %), isobutane (23 %), fréon (1 %) et méthylal (4 %).

III.2.2. Beam Tag (BT)

Un compteur Čerenkov ou en silicium (BT) sert à "étiqueter" les particules du faisceau c'est-à-dire identifier les ions ^{16}O ou ^{32}S par rapport aux éventuelles contaminations provenant d'interactions dans la ligne du faisceau.

III.2.3. Cible active (AT)

Les expériences avec des faisceaux et des cibles nucléaires présentent deux problèmes majeurs dont les effets peuvent masquer les produits de la collision initiale. Le premier est lié aux réinteractions à l'intérieur de la cible qui peuvent être de l'ordre de quelques dizaines dans le cas d'une collision ayant une grande énergie transverse, tandis que le second est dû à la conversion des photons (en e^+e^-) à l'intérieur de la cible. Pour surmonter ces deux problèmes on pourrait utiliser une cible ayant une épaisseur de quelques 10^{-3} longueurs d'interaction ce qui malheureusement conduirait à un rapport signal sur bruit de fond dû aux interactions sur les matériaux avoisinant trop faible. Une solution à ce problème consiste à mettre au point une cible fractionnée de plusieurs dizaines de cibles élémentaires ayant une dimension transverse de la taille du spot du faisceau et séparées les unes des autres par une distance de l'ordre du centimètre. Cette conception de la cible présente deux avantages : d'une part de limiter, par simple effet de cône d'ombre, le taux d'interactions secondaires des hadrons et des fragments produits dans un faible angle avec les cibles élémentaires avales. Cet effet est d'autant plus efficace que le spot du faisceau et donc les cibles élémentaires ont de faibles dimensions transverses. D'autre part cette conception permet d'utiliser différents noyaux cibles (Al, Cu, Ag,...) en parallèle afin de pouvoir effectuer des comparaisons les plus significatives possibles.

Par contre le prix à payer pour ces avantages est la nécessité de disposer d'un moyen d'identification de la cible élémentaire qui a subi la collison. Ceci est réalisé pratiquement en transformant la cible, à l'aide des techniques utilisées dans les chambres à dérives, en un détecteur capable de localiser la cible élémentaire touchée ; d'où l'appellation cible active.

La cible active de NA36 comporte une dizaine de cibles élémentaires de différentes densités – aluminium, cuivre, argent et plomb – ayant des épaisseurs de l'ordere de 0,1 mm et placées à une distance régulière de 20 mm les unes des autres. Elle est placée dans un volume de dérive délimité par deux plaques verticales. Le système de mesure comporte une anode filiforme renfermée dans une cathode cylindrique segmentée portant une fente latérale. Cette géométrie permet de minimiser les effets de charge d'espace et l'influence des fragments de la cible. Une lecture cathodique permet de détecter une variation de l'amplitude du signal avant et après une interaction et donc de localiser la cible où cette dernière s'est produite.

Malheureusement la taille du spot de faisceau dans NA36 n'a pas permis une mise en œuvre de cette cible et les prises de données ont été effectuées avec des cibles passives.

III.2.4. Beam Veto (BV)

C'est un détecteur au silicium (identique au BT) permettant d'identifier les ions qui n'ont pas interagi.

III.2.5. La chambre à projection temporelle (TPC)

a. Principe [12].

La chambre à projection temporelle (TPC) permet de reconstruire, sans ambiguïté de principe, les trajectoires des particules chargées et de mesurer leurs impulsions et leurs vitesses selon le principe suivant : les électrons d'ionisation produits par le passage d'une particule chargée dans le volume gazeux sensible dérivent, sous l'effet du champ électrique, vers un ensemble de fils anodes. Dans leur voisinage immédiat se développent des avalanches permettant des gains de l'ordre de 10^4 à 10^7 par rapport au signal d'ionisation primaire. La géométrie des fils anodes et des cathodes est telle que les signaux collectés permettent de déterminer deux coordonnées de la position de l'élément de trace à leur origine. Connaissant la vitesse de dérive, on détermine la troisième coordonnée par la mesure du temps de dérive des électrons d'ionisation vers les fils anodes, d'où l'appellation chambre à projection temporelle.

La mesure de l'impulsion des particules chargées se fait en plongeant la TPC dans un champ magnétique, ce qui conduit à des trajectoires hélicoïdales. Afin de ne pas perturber la dérive des électrons d'ionisation le champ magnétique doit être parallèle au champ électrique engendrant cette dérive. Dans ces conditions le champ magnétique a en outre un "effet focalisant" qui limite l'amplitude de la dispersion du signal par diffusion multiple.

Au cours du processus d'ionisation la particule chargée perd une partie de son énergie; cette perte d'énergie dépend de sa charge et de sa vitesse. Par conséquent, en mesurant la perte d'énergie différentielle (dE/dx) de la particule, on détermine sa vitesse. Connaissant la vitesse et l'impulsion d'une particule on peut déterminer sa masse, ce qui revient à une identification. Dans la mesure où les impulsions des

particules correspondent au domaine de remontée relativiste de la perte d'énergie, un traitement statistique de cette mesure est indispensable.

b. La TPC de NA36 [13]

Le but de l'utilisation de la TPC dans l'expérience NA36 est de pouvoir reconstruire les traces des désintégrations des baryons étranges et de mesurer leurs impulsions. L'électronique utilisée ne permet pas la mesure de la perte d'énergie (dE/dx).

La TPC de NA36 (Fig. III.2) a un volume effectif de 1 m de long dans la direction du faisceau $\times 50^2$ cm^2 dans les deux directions transverses. Elle est placée entre les deux bobines de l'aimant M1 à 1 cm au dessus de l'axe du faisceau et à $\sim$ 1 m en aval de la cible. Dans cette position les effets de charge d'espace, dus au halo du faisceau et aux interactions diffractives, se trouvent minimisés. L'acceptance pour les baryons étranges, produits dans la région de rapidité centrale, reste bonne. Le champ magnétique intense (2,7 T) produit par l'aimant M1 permet de balayer les fragments de la cible et les pions ayant une rapidité inférieure à 3 et ainsi de limiter le nombre de traces chargées, à l'intérieur de la TPC, à $\sim$ 200.

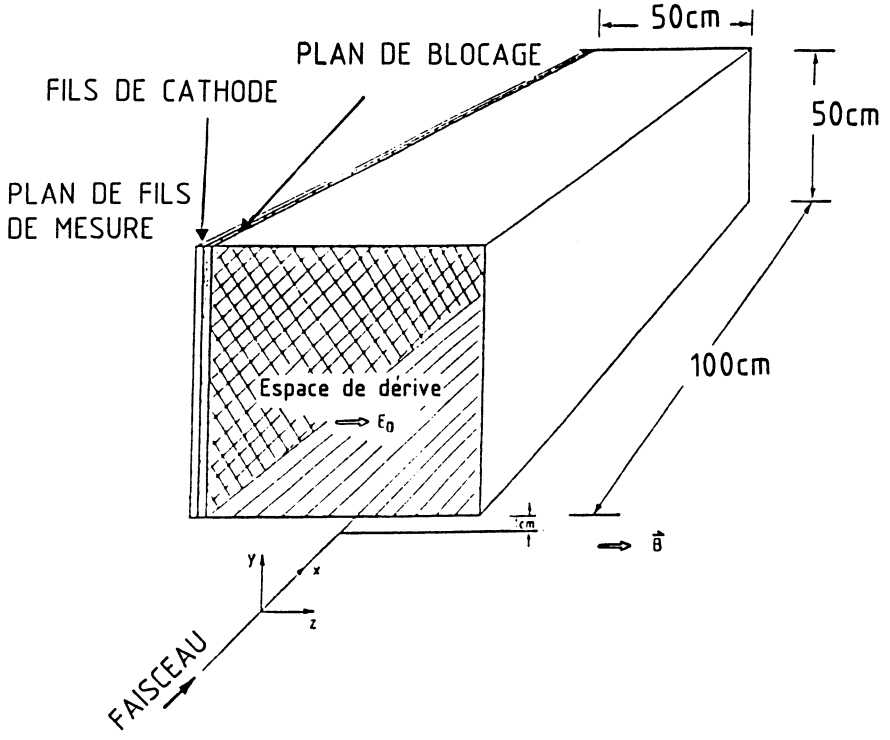


Fig. III.2 : Schéma de la TPC

La TPC contient un mélange d'argon et de méthane (9%) à la pression atmosphérique. Elle se subdivise en deux parties : la région de dérive (ou volume sensible) et la platine de mesure. Un champ électrique de même direction que le champ magnétique (suivant z), uniforme, d'intensité 110 V/cm est créé dans la région de dérive.

Le gaz utilisé offre l'avantage d'une faible diffusion transverse des électrons mais l'inconvénient d'un facteur $\omega\tau$ élevé de l'ordre de 20 où $\omega = e \cdot B/m$ est la fréquence cyclotronique et τ est le temps moyen qui sépare deux collisions successives des électrons en migration. Cette valeur élevée du facteur $\omega\tau$ présente un inconvénient lié au fait qu'en présence d'un champ magnétique non uniforme, ce qui est le cas du champ magnétique de NA36, les électrons ont tendance à suivre les lignes de champ de ce dernier au lieu de celles du champ électrique. En effet, la vitesse de dérive d'une particule, en présence d'un champ magnétique et d'un champ électrique, est donnée par [14] :

$$\vec{v}_d = \frac{\mu}{1+\omega^2\tau^2}\left[\vec{E} + \omega\tau\,\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{B} + \omega^2\tau^2(\vec{E}\cdot\vec{B})\,\frac{\vec{B}}{B^2}\right]$$

où μ est la mobilité de la particule dans le gaz.

Dans le cas où $\omega\tau \gg 1$, le troisième terme dans la parenthèse est dominant ; par conséquent les électrons suivent les lignes de champ de $\vec{B}$. Pour remédier à ce problème, une carte détaillée du champ magnétique a été dressée dans le but d'apporter les corrections nécessaires aux mesures de la distance de dérive. Dans les conditions actuelles de fonctionnement de la TPC, la vitesse de dérive est de l'ordre de 5 cm/μs.

La structure de la platine de mesure est représentée schématiquement sur la figure III.3. Un plan de fils cathodes parallèles à l'axe y est placé à 3 mm du plan de fils d'anodes parallèles à l'axe x ; entre ces deux plans règne un champ électrique de quelques kV/cm. Les fils cathodes ont une longueur de 50 cm, un diamètre de 50 μm et sont distants de 2 mm, tandis que les fils anodes ont une longueur de 10 mm et un diamètre de 20 μm. Ils sont disposés au pas de 2,54 mm, en rangées orientées suivant l'axe y et en alternance avec des fils de champ. Le réglage du potentiel des fils de champ est choisi afin d'optimiser l'efficacité de collection sur les fils anodes. L'ensemble ainsi constitué forme 40 rangées de 192 fils disposées tous les 24 mm. La lecture est effectuée indépendamment sur chacun des fils anodes.

Derrière chaque rangée de fils de mesure, à 2 mm, est disposée une cathode massive en cuivre. Entre le plan de fils cathodes et le volume de dérive se trouve un plan de fils de blocage. Cette géométrie permet une bonne collection des ions positifs et donc évite l'accumulation de charges d'espace. En effet, seulement de l'ordre de 1% des ions produits dans l'avalanche migre vers le volume de dérive.

Etant donné le gain bas auquel opère la TPC ($\sim 10^4$), le nombre de charges d'espace qui arrivent dans la région de dérive est inférieur à $7 \cdot 10^3$ ions/cm/trace.

Néanmoins, le passage de particules très ionisantes dans la région de mesure, compte tenu de la faible vitesse de migration des ions positifs, peut conduire à une accumulation de charges et de ce fait à une diminution du champ électrique et par conséquent du gain.

Dans le cas extrême, un claquage peut se produire. En prévision à ce genre d'incident, chaque cathode est alimentée en tension indépendamment, ce qui autorise un fonctionnement à plus faible gain pour les rangées d'anodes sujettes aux claquages. En outre, des résistances de protection sont insérées dans les lignes d'alimentation afin d'éviter des cassures de fils.

La TPC de NA36 a été spécialement conçue pour la localisation des désintégrations des baryons étranges dans des événements de haute multiplicité, par conséquent elle doit avoir une bonne résolution spatiale. Dans le cas d'une trace unique, on prévoit une résolution, pour chaque point mesuré individuellement, de 10 mm, 2,5 mm et 10 mm respectivement dans les directions z, y et x.

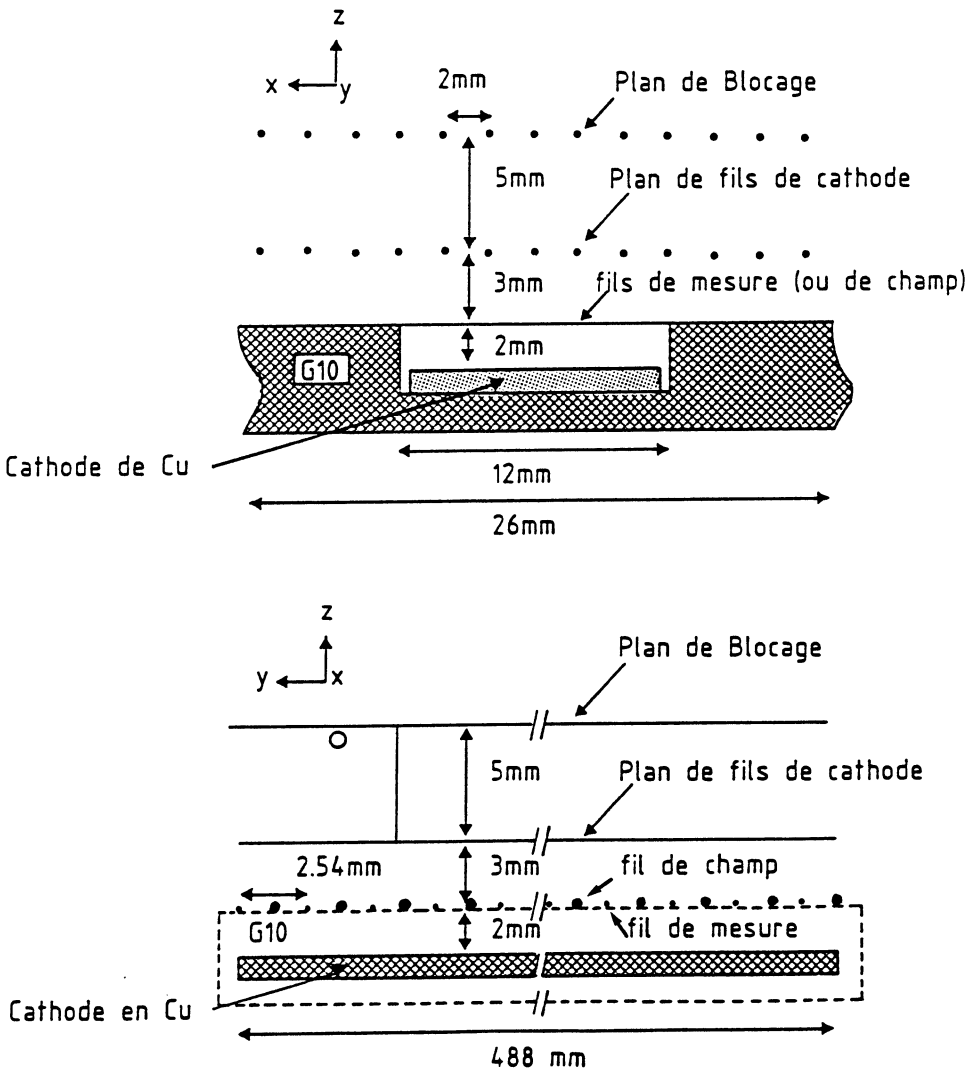


Fig. III.3 : Structure de la platine de mesure.

III.2.6. Les chambres W2 et D1-D6 [11] :

A la suite de l'aimant on trouve un ensemble de chambres à fils proportionnelles et à dérive permettant de préciser la mesure de l'impulsion des particules chargées.

W2 est une chambre à fils proportionnelle ayant une surface de $1,2 \times 2,15\,m^2$ et formée de 7 chambres élémentaires. Ces dernières sont formées chacune d'un plan de fils de mesure intercallé entre deux plans de fils cathodes placés dans un volume contenant le même mélange gazeux que les chambres U et limité par deux feuilles de mylar. Les fils de mesure ont un diamètre de $20\,\mu m$ et sont séparés par une distance de 2 mm. Les plans de fils de mesure des différentes chambres élémentaires ont des inclinaisons respectives de $0°$, $+30°$, $+10,9°$, $-10,9°$, $-30°$, $0°$ et $90°$ par rapport au plan horizontal. Cette disposition (plans 2 à 5) de type papillon a le mérite de minimiser la combinatoire et donc de permettre des multiplicités élevées pour ce genre de détecteur [15].

D1-D6 sont des chambres à dérive constituées chacune de 4 plans de coordonnées dont les fils sont inclinés respectivement de $+16,7°$, $+5,7°$, $-5,7°$ et $-16,7°$ par rapport au plan horizontal. La distance entre les fils de mesure varie d'un plan à l'autre de façon à ce que la distance entre eux, suivant le cadre, reste fixe, = 48 mm; ceci constitue également une configuration papillon.

D1 et D2 sont de grandes chambres ayant une surface de $425 \times 210\,cm^2$. Les plans de mesure de coordonnées contenus dans un volume de gaz de $2000\,\ell$ scellé par deux feuilles transparentes, en mylar, d'épaisseur $50\,\mu m$. D4, D5 et D6 sont de petites chambres ayant une surface de $1,30 \times 2,00\,m^2$.

III.2.7. Les calorimètres

La calorimétrie est constituée de deux ensembles de détecteurs de gerbes électromagnétiques et hadroniques : le premier au niveau intermédiaire correspondant à une acceptance de $2,7 < \eta < 4,5$; le second au niveau aval, correspondant à une acceptance de $\eta > 4,5$. Les deux détecteurs intermédiaires et le détecteur électromagnétique aval sont montés sur des structures mobiles permettant d'amener chaque compteur dans le faisceau à des fins de calibration.

a. IGD [11,16]

Le détecteur de gamma intermédiaire (Fig. III.4) est formé de 1136 compteurs en verre au plomb fabriqués en URSS couvrant une surface de $160 \times 195\,cm^2$ avec un trou au centre de surface $80 \times 35\,cm^2$ pour laisser passer les particules ayant une grande rapidité. Chaque barreau a une section de $5 \times 5\,cm^2$ et une longueur, le long de la direction du faisceau, de 42 cm ce qui correspond à 15 longueurs de radiation.

Les PM sont protégés contre les effets de champ magnétique par deux cylindres en μmétal et en acier ayant respectivement une épaisseur de 0,3 mm et 0,6 mm. La limite de champ admissible est de 20 G.

L'IGD a une résolution en énergie donnée par $\sigma(E)/E = \left(\frac{15}{\sqrt{E}} + 2\right)\%$, E étant en GeV [11].

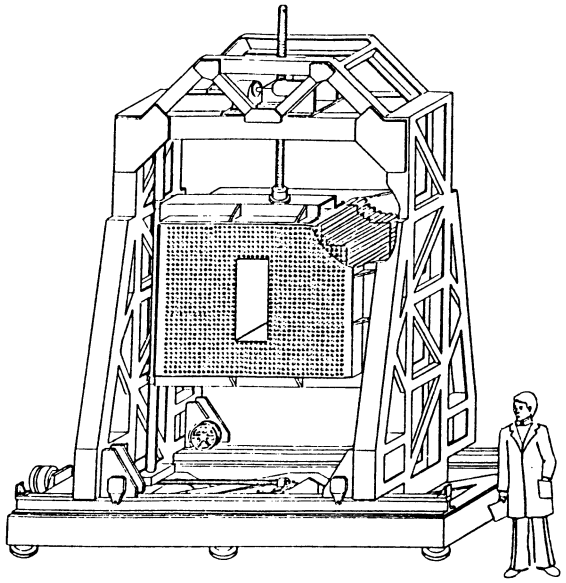


Figure III.4

b. INC [10]

Le calorimètre hadronique intermédiaire (Fig. III.5.) couvre sensiblement le même domaine de pseudo-rapidité que l'IGD. Les 144 cellules sont disposées suivant trois niveaux le long du faisceau, ce qui permet une analyse longitudinale rustique de la gerbe. Globalement il est formé de 12 plaques de fer ayant une épaisseur de 5 cm, correspondant à 3,6 longueurs d'interaction, en alternance avec des scintillateurs lus de manière traditionnelle par l'intermédiaire de guides de lumière. 60% des gerbes hadroniques sont initialisées dans l'IGD. L'énergie totale est donnée par :

$$E = (E_{NC} + E_{GD}) \times f(E, r)$$

où $r = E_{GD}/(E_{GD} + E_{NC})$ est la partition d'énergie, $f(E,r)$ est un polynôme de second degré en E et r dont les coefficients sont calculés à partir des calibrations. La résolution en énergie a été déterminée à l'aide de trois points aux énergies de 40, 60 et 80 GeV : $\sigma(E) = 1,5\sqrt{E}$ (E étant en GeV) [10].

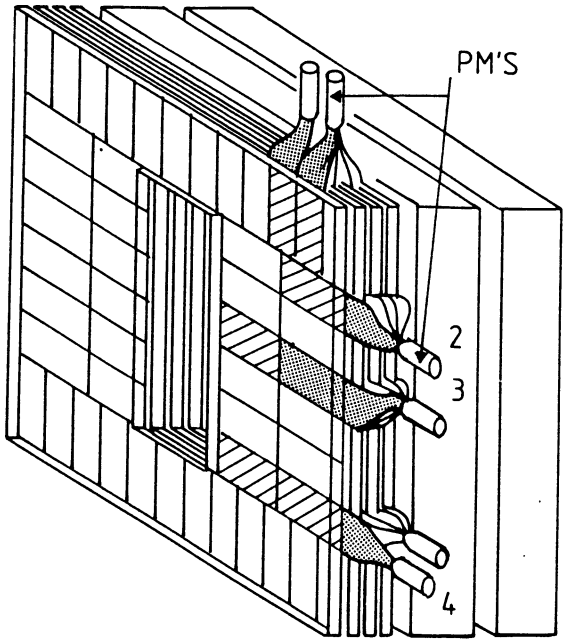


Figure III.5

c. FGD [11, 16]

Le détecteur de gamma aval (Fig. III.6) est constitué de 109 blocs en verre au plomb ayant une section de $15 \times 15\,cm^2$. Les blocs centraux ont une longueur de 60 cm correspondant à 24 longueurs de radiation, quant aux blocs périphériques, ils

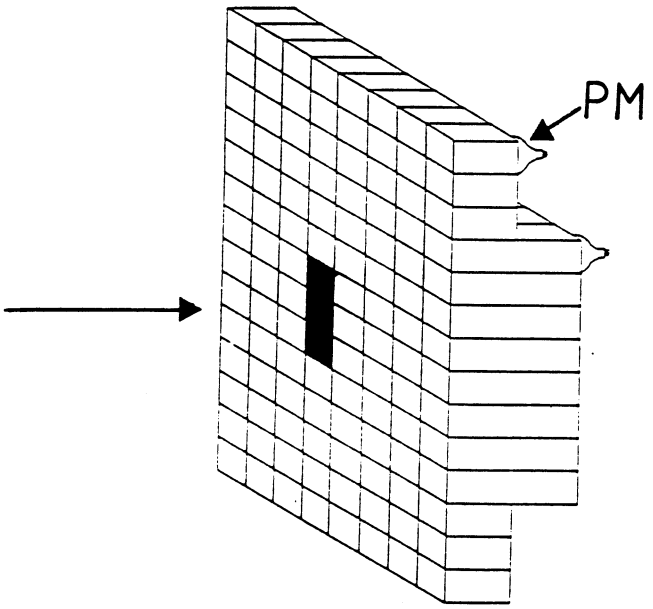


Figure III.6

ont une longueur de 40 cm correspondant à 16 longueurs de radiation. Un trou (de surface $15 \times 45\,\mathrm{cm}^2$) a été aménagé au milieu du FGD pour permettre une mesure de l'énergie à 0° dans le FNC seulement. Le FGD a une résolution en énergie donnée par $\sigma(E)/E = \left(\frac{10}{\sqrt{E}} + 2\right)\%$, E étant en GeV [10].

d. FNC [10]

Le calorimètre hadronique aval (Fig. III.7) est formé de 200 cellules couvrant une surface totale de $150 \times 300\,\mathrm{cm}^2$. Chaque cellule est constituée de 16 plaques de fer ($15 \times 15 \times 5\,\mathrm{cm}^3$) séparées par des scintillateurs ayant une épaisseur de 2 cm, correspondant à 4,8 longueurs d'interaction en tout. La lecture est effectuée par l'intermédiaire de barreau à conversion de longueur d'onde. Le FNC a une résolution en énergie $\sigma(E) = 1,21\sqrt{E}$, mesurée dans la gamme d'énergie 40–400 GeV [10].

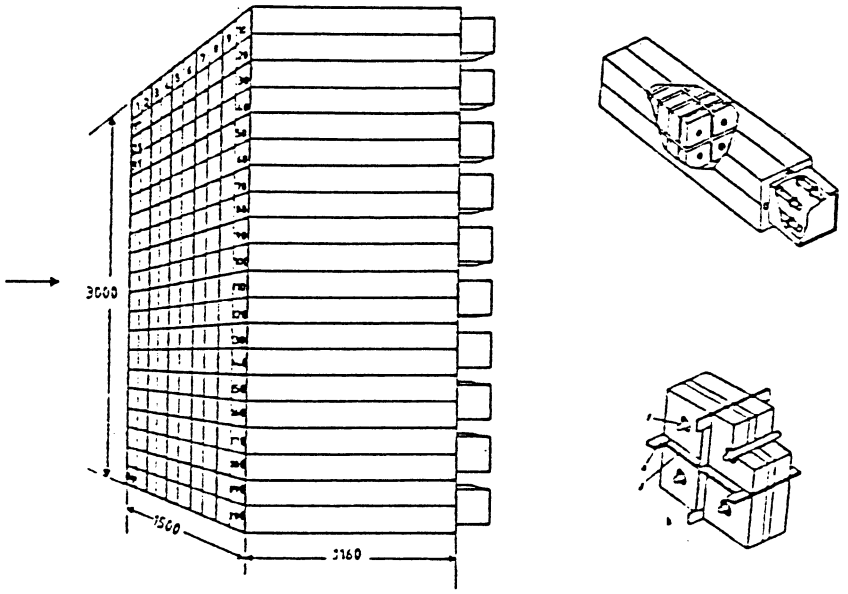


Figure III.7

III.2.8 FC (Forward Čerenkov) [10,17]

Le compteur à effet Čerenkov aval (Fig. III.8) sert à identifier les fragments du projectile dans le domaine de pseudo-rapidité $\eta > 3$. Il a une longueur de 2 m et comporte 14 cellules disposées en deux colonnes. Chaque cellule est formée d'un miroir concave rectangulaire ayant un rayon de courbure de 2 m. Les miroirs permettent de focaliser la lumière Čerenkov sur des photomultiplicateurs calibrés à l'aide de diodes émettrices de lumière (LED) ou d'un faisceau de particules.

L'indice de réfraction peut être ajusté en changeant le mélange gazeux (azote ou hélium) de façon à avoir une impulsion-seuil variable entre 70 à 150 GeV/c pour le proton.

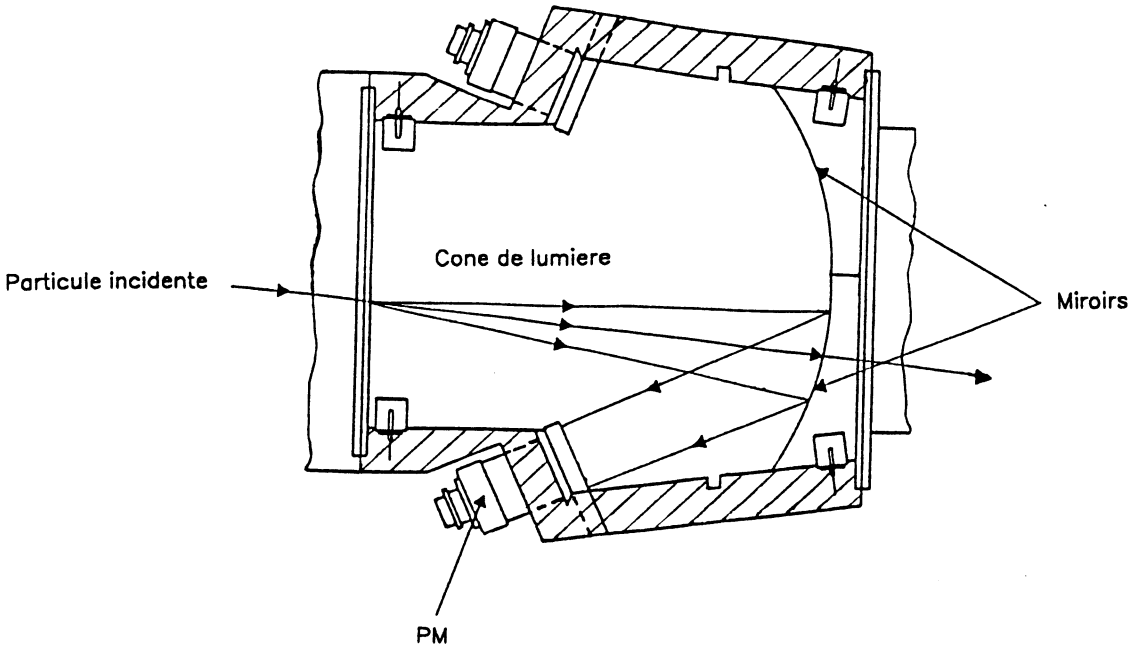


Fig. III.8 : Schéma de deux cellules du Čerenkov (vue de dessus)

III.2.9. Système de déclenchement (Trigger)

Le système de déclenchement de NA36 est constitué des détecteurs T0, BG1, BG2, BT et BV (Fig. III.9) dont BT et BV ont été décrits ci-dessus. T0 est un compteur à scintillateur servant à identifier les particules du faisceau. Il est placé à la suite de l'aimant de collimation de la ligne de sortie du SPS, à 17 m en amont de la cible. Les compteurs BG1 et BG2 (Beam Geometry) sont formés chacun de 4 plaques rectangulaires de scintillateur en plastique disposées autour de l'axe du faisceau de façon à détecter les particules qui passent loin de ce dernier. Ils permettent de rejeter les interactions parasites se produisant dans la ligne de faisceau.

Le système de déclenchement de NA36 peut se subdiviser essentiellement en trois parties :

- La définition du faisceau.
- La détection d'une interaction.
- La sélection des interactions présentant un intérêt physique et pour lesquelles les données issues des divers détecteurs vont être enregistrées.

a – Définition du faisceau

Le faisceau qui arrive sur le premier détecteur du spectromètre (T0) peut être contaminé par différents types de particules qui proviennent des interactions de ce dernier avec les matériaux placés en amont du spectromètre. Il est donc nécessaire de vérifier si le faisceau est contaminé et s'il correspond au type d'ions désirés. Pour ce faire on exige un même signal dans T0 et BT et une absence de signal dans BG1

et BG2. Pour signer les ions du faisceau, on examine les amplitudes des signaux de T0 et de BT. Ces derniers sont proportionnels au carré de la charge de la particule incidente. C'est le déclenchement dit "faisceau d'ions".

b – La détection d'une interaction

Pour mettre en évidence une interaction on exige que les conditions imposées en a – soient remplies puis on examine le signal délivré par BV. Ce dernier est proportionnel au carré de la charge de la particule incidente. La charge des ions détectés par BV doit être inférieure à celle d'un ion du faisceau.

c – Collisions centrales

Une collision est dite centrale si une grande partie des nucléons de l'ion incident ont interagi. Dans ce cas, le peu de nucléons qui n'ont pas interagi poursuivent leur trajectoire sans déviation et finissent par déposer leur énergie dans les quatre blocs centraux du FNC. Donc un critère de sélection des collisions centrales est d'exiger que l'énergie déposée dans les quatre blocs centraux du FNC (énergie à 0°) soit inférieure à un certain seuil. Ce dernier a été fixé à 1600 GeV (3200 GeV) dans le cas d'un projectile ^{16}O (^{32}S) ayant une énergie de 200 GeV/A.

En plus de ces trois types de déclenchement, il y a un déclenchement dit mixte. Ce dernier est un mélange des trois déclenchements cités ci-dessus. On prend toutes les interactions centrales et seulement une petite proportion convenablement choisie des deux autres déclenchements.

Il existe d'autres déclenchements utilisés pour la calibration des différents détecteurs.

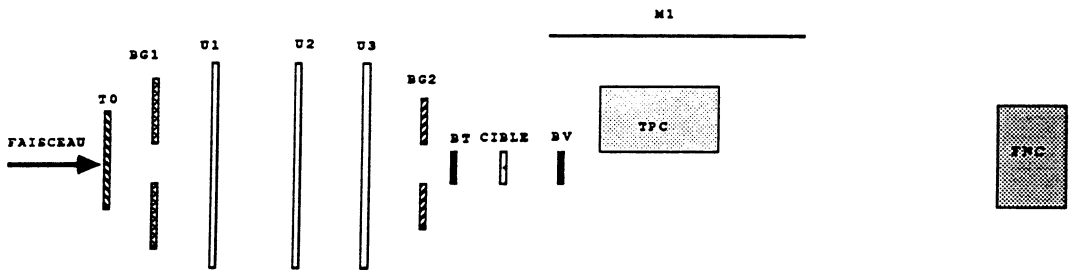


Fig. III.9 : Système de déclenchement

III.2.10. Le système d'acquisition de données [18]

Le système d'acquisition de données (Fig. III.10) est basé sur des modules FASTBUS qui permettent une grande vitesse d'acquisition de données. Les principales sources de données sont les suivantes : les convertisseurs temporels-digitaux

(TDC) servent à lire les données provenant de la TPC, les convertisseurs analogiques digitaux (ADC) enregistrent les données des calorimètres et du Čerenkov, une branche de RMH (Receiver Memory Hybrid) rassemble les données des chambres proportionnelles et finalement des lecteurs de temps de dérive (DTR) enregistrent les données des chambres à dérive.Ces deux dernières composantes ont conservé leur structure de type CAMAC.

Le système d'acquisition de données utilise trois ordinateurs permettant une lecture en ligne. Six microprocesseurs SSP (SLAC Scanner Processor), contenus chacun dans un panier FASTBUS, remplissent les tâches de gestion des prises de données.

L'ordinateur principal du système est un VAX750 connecté au FASTBUS. Il assure le transfert des données vers les bandes magnétiques. Le second ordinateur est un microVAX connecté au VAX750; il sert au monitorage. Le troisième ordinateur est un NORD100 qui a accès aux différentes composantes du spectromètre EHS (chambres à fils, chambres à dérive) par l'intermédiaire du CAMAC.

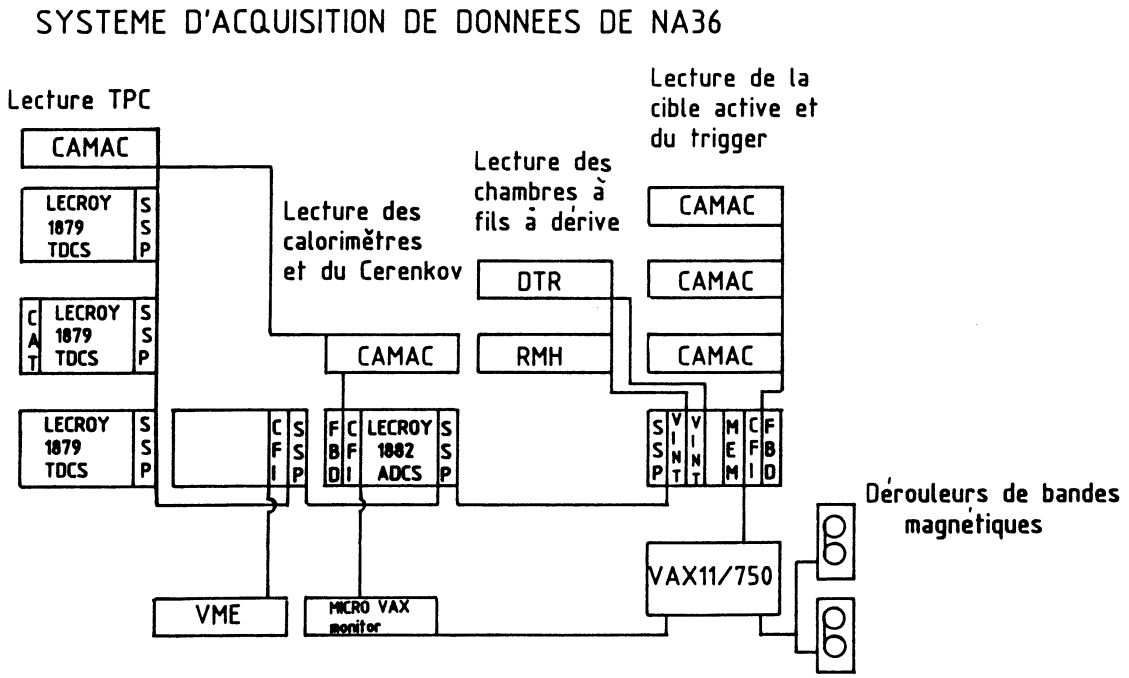


Figure III.10

Références des parties I, II et III

[1] H. Haseroth, Proceedings of the workshop on SPS fixed target physics in the years 1984-1989, Geneva, 1983 (CERN 83-2, Geneva, 1983) 443.
R. Stock, Nucl. Phys. A447 (1986) 371c.
P. Darriulat, Z. Phys. C38 (1988) 325.
R. Billinge et al., Concept for a lead-ion accelerating facility at CERN, CERN yellow report 90-01 (1990). (Proton Synchrotron Division).

[2] Experiments at CERN in 1985, 1986 and 1987, Geneva, November 1985, 1986 and 1987.

[3] H. Gordon et al., NA34 proposal, CERN-SPSC/84-43/P203.

[4] A. Sandoval et al., Nucl. Phys. A461 (1987) 465c.

[5] A. Bussière, Z. Phys. C38 (1988) 117.

[6] K. Kajantie et al., Phys. Rev. D34 (1986) 811.

[7] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. 178B (1986) 416.

[8] R. Albrecht et al., GSI scientific report 1986 no. GSI-87-1 (1987) 77.
H.R. Schmidt GSI preprint GSI-87-64 (1987).

[9] F. Navach, Proceedings of the IXth Autumn School, Lisbon 1987. Eds. J.D. de Deus and S.C. Ramos, World Scientific, Singapore (1988).

[10] M. Aguilar-Benitez et al., Nucl. Instr. Meth. 258 (1987) 26.

[11] M. Aguilar-Benitez et al., Nucl. Instr. Meth. 205 (1983) 79.

[12] J.N. Marx and D.R. Nygren, Physics Today (October 1978) 46.
R.J. Madaras and P.J. Oddone, Physics Today (August 1984) 36.
F. Sauli, Z. Phys. C38 (1988) 339.

[13] NA36 Internal Report 85-1 (LBL).
C.R. Gruhn, Nucl. Phys. A461 (1987) 391c.
C. Garabatos, Proceedings of the IXth Autumn School, Lisbon 1987. Eds. J.D. de Deus and S.C. Ramos, World Scientific, Singapore (1988); Nucl. Instr. Meth. A283 (1989) 553.

[14] W.P. Allis, "Motion of Ions and Electrons", Handbuch der Physik Vol. 21, Springer-Verlag, Berlin (1956).

[15] R. Bruyant et al., Nucl. Instr. Meth. 176 (1980) 409.

[16] B. Powell et al., Nucl. Instr. Meth. 198 (1982) 217.

[17] P.L. De Guevara, Seminars given at the CRN/Strasbourg, March 1989.

[18] M. Cherney, Nucl. Instr. Meth. A283 (1989) 796.

IV. ETUDE DES PARTICULES CHARGEES NEGATIVES

Dans ce chapitre, on discutera la correction des distributions observées de multiplicité, d'impulsion transverse et de pseudorapidité des particules chargées négatives. Ces dernières représentent mieux les particules chargées produites; les particules chargées positives pouvant être contaminées par des protons des ions en collision. Cette étude est effectuée sur des données prises avec un faisceau de soufre sur une cible de plomb à une impulsion de 200 GeV/c par nucléon.

IV.1. Reconstruction des trajectoires dans la TPC

IV.1.1. Extraction des signaux de TPC

Les signaux de la TPC sont enregistrés à travers des convertisseurs temporels digitaux (TDC); à chaque élément de lecture du détecteur (fils anodes) est associé un canal de TDC. Les données sont stockées sur la bande magnétique sous la forme d'un enregistrement logique par module de TDC; dans chaque enregistrement logique apparaissent successivement deux séries de couples de mots : numéros de canal-temps de montée t_ℓ du signal au dessus du seuil, puis numéro de canal-temps de descente t_t du signal au-dessous du seuil.

Les valeurs de t_ℓ *(leading edge)* et de t_t *(trailing edge)* vont permettre de calculer la largeur de signal :

$$\Delta t = t_t - t_\ell \tag{1}$$

puis le temps de dérive associé au signal

$$t_d = t_\ell + C\,\Delta t \tag{2}$$

La constante C est déterminée expérimentalement à partir de prises de données de calibration avec un faisceau d'électrons.

L'étape suivante consiste à déterminer les coordonnées spatiales brutes de l'élément de trajectoire à l'origine du signal enregistré. La connaissance de t_d permet de déterminer la coordonnée z :

$$z = v_d\,(t_d - t_0) \tag{3}$$

où v_d est la vitesse de dérive des électrons d'ionisation dans le volume sensible et t_0 une constante de correction pour la zone proche des fils anode. L'expression de v_d est donnée dans le paragraphe sur la TPC; t_0 est déterminé expérimentalement à partir des calibrations en faisceau d'électrons.

Les coordonnées x et y sont déterminées par le numéro du canal de TDC, en correspondance biunivoque avec un fil anode dont la rangée définit la coordonnée x et la position dans la rangée, la coordonnée y (Fig. IV.1.).

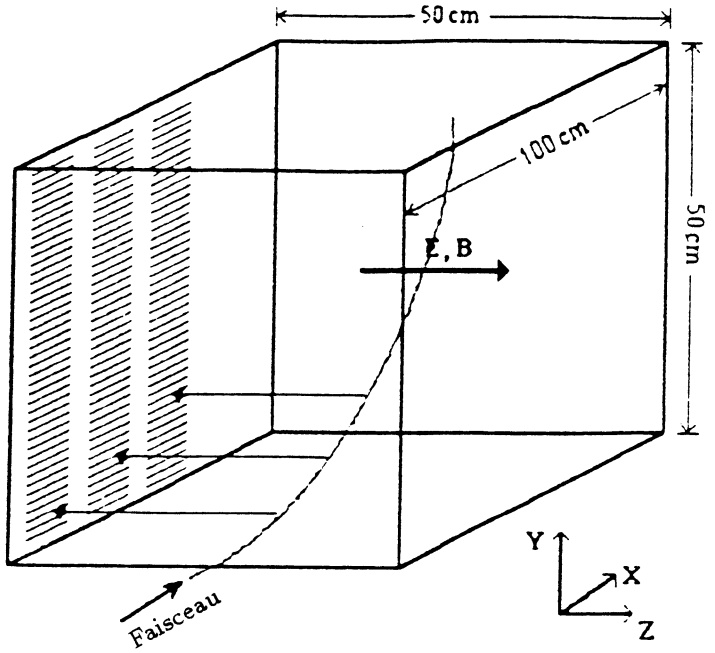


Fig. IV.1 : Vue schématique de la TPC faisant apparaître la matrice de lecture.

Enfin les défauts des champs magnétique et électrique le long des trajectoires de dérive des électrons rendent nécessaires l'application de corrections sur les coordonnées brutes. Ces corrections sont effectuées à partir d'une table de valeurs de corrections de v_d définies sur un maillage fin du volume sensible de la TPC. Cette façon de faire a permis un calcul rapide des coordonnées corrigées connaissant le temps de dérive et les coordonnées non corrigées. La figure IV.2. montre les coordonnées corrigées d'un événement central.

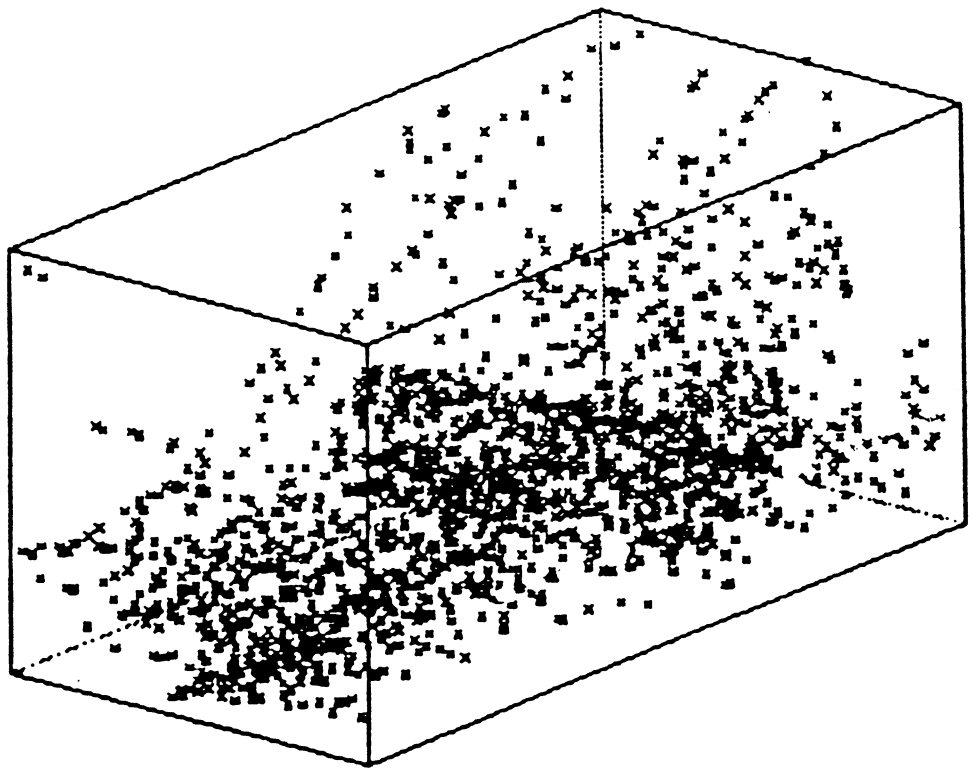


Fig. IV.2 : Coordonnées corrigées d'un événement dans la TPC.

IV.1.2. Reconstruction des trajectoires

La reconstruction des trajectoires se fait à partir des coordonnées corrigées par deux méthodes successives complémentaires (voir appendice G). Dans le premier temps les trajectoires sont reconstruites à l'aide de la méthode dite de "suivage de trace" puis sont ajustées à des arcs d'hélice. Dans le second, on applique la méthode des routes : on projette l'ensemble des coordonnées et des trajectoires reconstruites sur un plan où leurs traces sont des droites. Cette deuxième étape permet de tenir compte des coordonnées qui appartiennent à des trajectoires et qui n'ont pu être trouvées par la première méthode ainsi que de construire de nouvelles trajectoires, à partir de coordonnées projetées alignées sur une droite pointant vers le vertex. La figure IV.3. montre des trajectoires reconstruites dans la TPC.

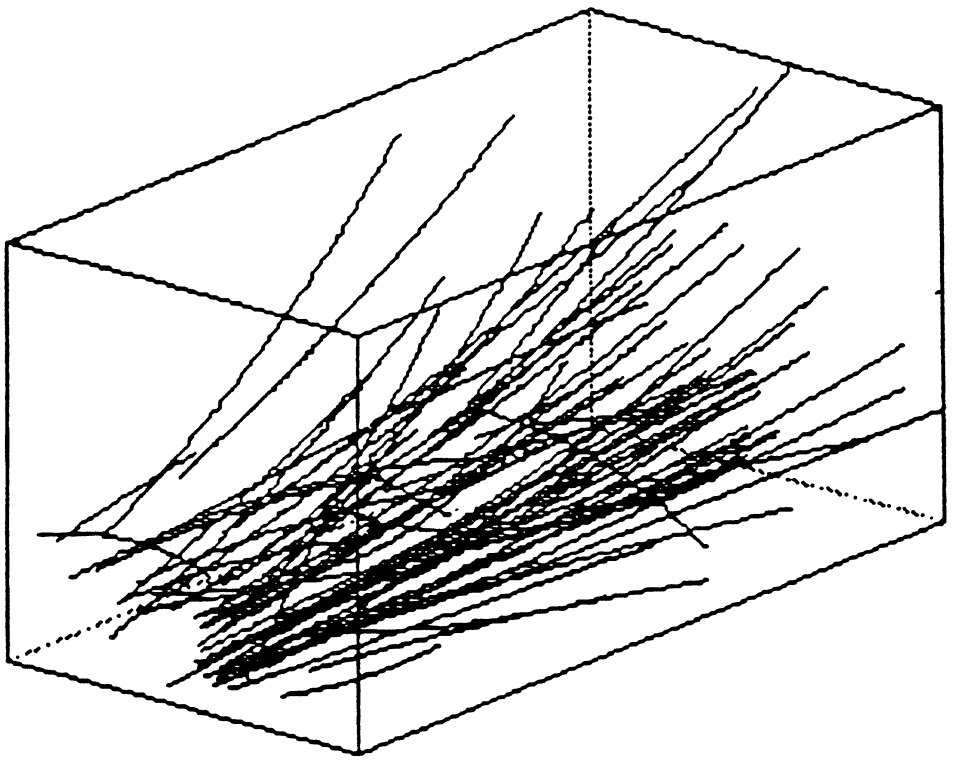


Fig. IV.3 : Trajectoires reconstruites dans la TPC à partir des coordonnées de la figure IV.2.

Pour les prises de données de 1990, l'efficacité de la TPC peut atteindre 80%. Cette dernière est déterminée de la façon suivante : pour chaque trajectoire on divise le nombre de coordonnées utilisées pour la reconstruction par le nombre de rangées de fils traversées.

Pour des données soufre sur plomb le nombre moyen de trajectoires reconstruites est de 125 avec un maximum de 400.

IV.1.3. Reconstruction du vertex

Une fois les trajectoires reconstruites, on doit déterminer le point d'interaction ou vertex. Cette étape est nécessaire pour deux raisons. La première est de sélectionner les trajectoires qui proviennent du vertex et donc d'éliminer celles qui proviennent d'interactions avec les matériaux ou de désintégrations de particules neutres qui sont à éliminer dans notre cas. La seconde est de disposer des impulsions des particules au vertex en vue d'étudier des distributions physiques. Le vertex a été reconstruit à l'aide de la méthode du filtre de Kalman (voir appendice I). La figure IV.4. illustre la nécessité d'une telle opération ainsi que la puissance de la méthode utilisée. Le premier pic correspond aux interactions dans le "Beam Tag" et le troisième à celles dans le "Beam Veto".

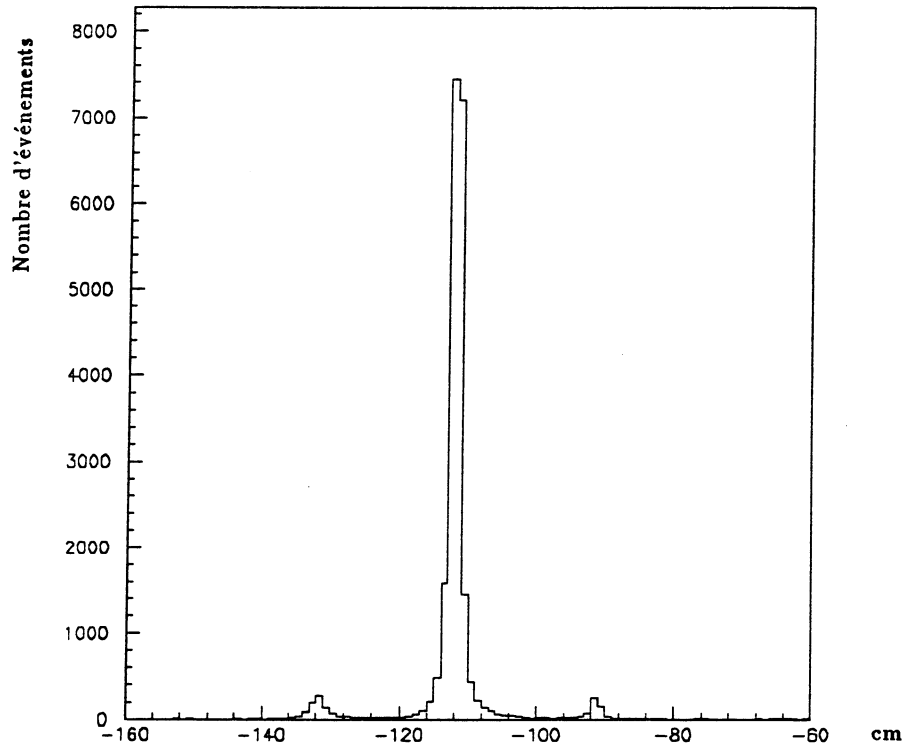


Fig. IV.4 : Distribution de la position reconstruite du vertex le long de la ligne du faisceau.

IV.2. Correction de la multiplicité

Dans la suite on discutera la procédure suivie pour corriger la distribution de multiplicité des particules chargées négatives.

La multiplicité est usuellement mesurée à l'aide d'un détecteur qui a une acceptance géométrique limitée et une efficacité inférieure à l'unité. Par conséquent,

la multiplicité mesurée est différente de la multiplicité vraie. Il faut donc corriger la multiplicité observée pour l'inéfficacité et l'acceptance géométrique du détecteur utilisé. Dans la suite on notera les multiplicités observée (après reconstruction du vertex) et vraie respectivement O et T.

Si on divise la distribution de multiplicité observée O en M intervalles et la distribution de multiplicité vraie T en N intervalles, on a la relation suivante

$$O(m) = \sum_{n=1}^{N} P_{mn}\, T(n) \tag{4}$$

où $O(m)$ est la fraction d'événements observés dans l'intervalle m, $T(n)$ est la fraction d'événements vrais dans l'intervalle n et P_{mn} est la probabilité pour qu'on observe une multiplicité dans l'intervalle m pour un événement ayant une multiplicité vraie dans l'intervalle n. Les P_{mn} vérifient la relation

$$\sum_{m=1}^{M} P_{mn} = 1 \tag{5}$$

Dans le cas des données réelles on dispose des $O(m)$ et on aimerait déterminer les $T(n)$. Pour cela, il faut avoir déterminé les P_{mn}. L'approche couramment utilisée consiste à simuler le détecteur, d'y injecter une distribution quelconque en multiplicité et de voir comment cette dernière est altérée. Les P_{mn} sont alors déterminées de la façon suivante : si on a A événements dans l'intervalle i de la distribution vraie, qui donnent B_{j_1}, B_{j_2} et B_{j_3} événements, respéctivement, dans les intervalles j_1, j_2 et j_3 de la distribution observée (0 événements ailleurs), alors on a :

$$P_{j_1 i} = \frac{B_{j_1}}{A} \tag{6}$$

$$P_{j_2 i} = \frac{B_{j_2}}{A} \tag{7}$$

$$P_{j_3 i} = \frac{B_{j_3}}{A} \tag{8}$$

avec

$$A = B_{j_1} + B_{j_2} + B_{j_3} \tag{9}$$

de façon à ce que la condition (5) soit vérifiée. Toutes les autres probabilités P_{mn} sont nulles.

IV.2.1. Détermination des tables d'acceptance

La première étape consiste à simuler les signaux qu'on obtiendrait dans la TPC à partir d'interactions engendrées par une méthode de Monte-Carlo. 23000 événements issus du générateur IRIS [1] ont été injectés dans les programmes de simulation de NA36. Ces derniers reproduisent les effets de tous les matériaux traversés en utilisant le code du programme GEANT [2]; les efficacités de la chaîne d'électronique sont également prises en compte pour construire les enregistrements logiques de signaux de la TPC résultant de cette simulation. Ces signaux ont ensuite servi à reconstruire les traces et le vertex par les programmes utilisés pour les données réelles. Les impulsions des particules négatives engendrées par IRIS et celles des trajectoires reconstruites rattachées au vertex ont servi à établir les tables d'acceptance pour l'impulsion transverse P_T, la rapidité y et l'angle azimutal φ (figure IV.5). Dans la suite, on se limitera aux domaines suivants: $0,1 \leq P_T \leq 2$ GeV/c, $2 \leq y \leq 5$ et $-89° \leq \varphi \leq 89°$ (appelé par la suite espace de phase de la TPC). Les coupures sur P_T ont été motivées par le fait d'avoir une acceptance la plus constante possible. En ce qui concerne les coupures sur y, on a essayé d'éviter les faibles acceptances (de l'ordre de 10%).

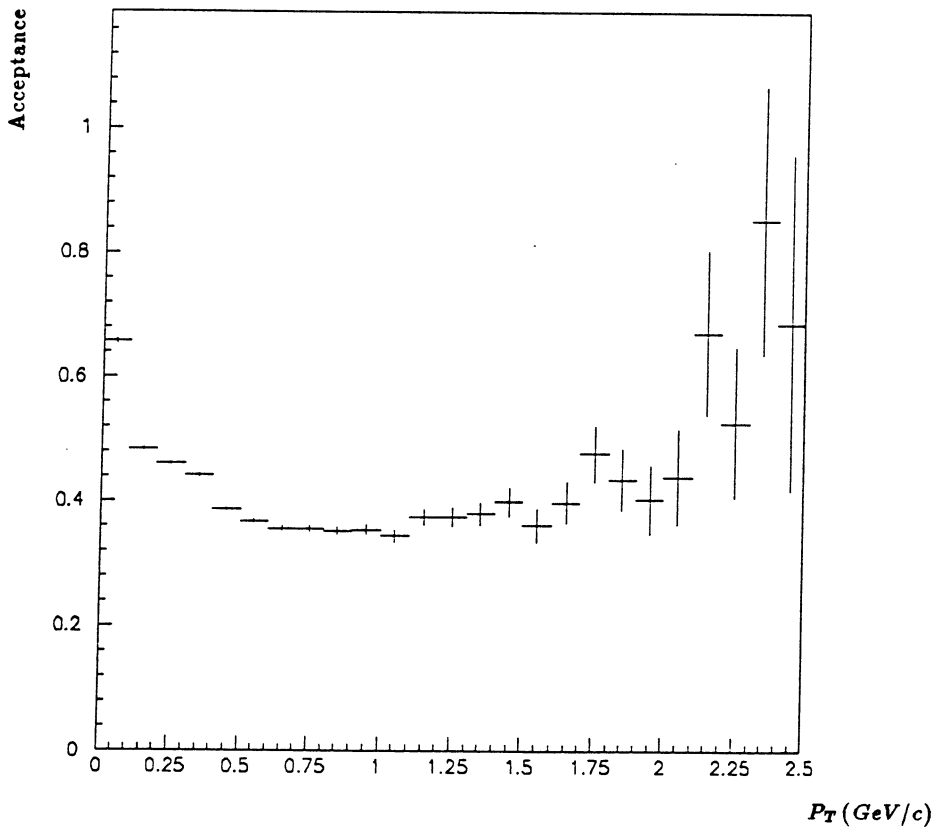


Fig. IV.5.a : Acceptance de la TPC pour l'impulsion transverse.

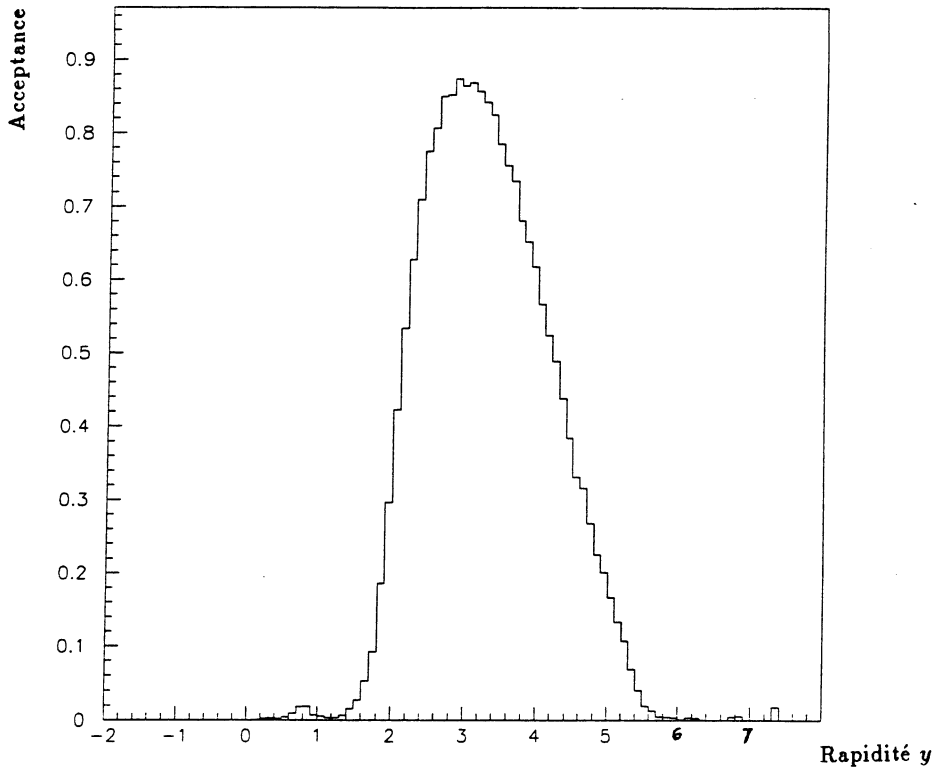


Fig. IV.5.b : Acceptance de la TPC pour la rapidité.

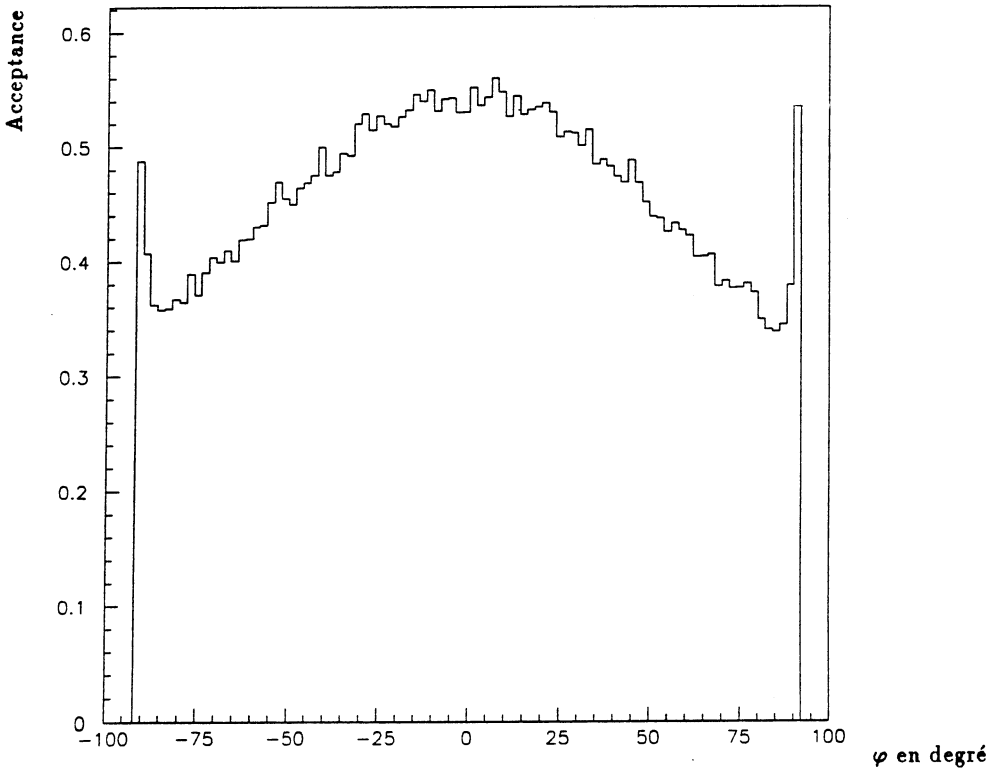


Fig. IV.5.c : Acceptance de la TPC pour l'angle azimutal.

IV.2.2. Correction des données réelles

Dans la suite on corrigera la multiplicité négative observée dans les événements de type interaction (minimum bias); ce déclenchement a été défini au paragraphe III.2.9. Les corrections seront faites dans l'espace de phase de la TPC et tout l'espace de phase. A chacun des cas correspond une matrice de probabilité P_{mn}. Les trajectoires rattachées au vertex primaire ont été soumises aux coupures établies au paragraphe IV.2.1.

La multiplicité observée à corriger doit être nettoyée des paires e^+e^-, des désintégrations de particules étranges neutres ainsi que des événements qui proviennent de la dissociation électromagnétique : seuls les processus hadroniques sont considérés. Les deux premières contaminations sont éliminées par le filtre de Kalman appliqué à la recherche du vertex, tandis que pour éliminer la troisième on a utilisé les sections efficaces de changement de charge $\sigma_{\Delta Z}$ et de production σ_{prod}, dans les collisions S+Pb à 200 GeV/c par nucléon, mesurées par NA36 [3]. $\sigma_{\Delta Z}$ inclut tous les processus pour lesquels la différence de charge, entre l'ion incident (soufre) detecté par le compteur BT et le fragment le plus lourd detecté par le Cerenkov, soit d'au moins une unité. σ_{prod} correspond aux événements dans lesquels l'ion incident est un soufre et au moins une particule produite est detectée dans l'un des quatre calorimètres; une correction a été faite pour tenir compte des pertes causées par l'acceptance géométrique de ces derniers. La différence de ces deux sections efficaces permet de déterminer le taux des événements provenant des fragmentations nucléaires et de dissociation électromagnétique. Ce dernier a été estimé à $36,47 \pm 6,07\%$ de la section efficace de changement de charge.

Ayant déterminé les P_{mn} et les $O(m)$, on peut procéder à la correction de la multiplicité. Cette opération ne peut se faire par résolution directe des équations (4) même dans le cas où la matrice P_{mn} est carrée : une résolution directe risque de conduire à des solutions négatives! La méthode usuelle de correction de la multiplicité est la méthode des moindres carrés qui consiste à minimiser

$$\sum_m \left(\frac{O(m) - \sum_n P_{mn}\, T(n)}{\sigma_m} \right)^2 \qquad (10)$$

où σ_m est l'erreur statistique sur l'intervalle m.

Malheureusement, cette méthode produit une distribution avec des oscillations [4, 5, 6].

Une nouvelle méthode a été utilisée avec succès ces dernières années [4, 5, 6, 7] et a permis d'obtenir de meilleures distributions : la méthode de l'entropie maximale.

IV.3. Méthode de l'entropie maximale

La méthode de l'entropie maximale est une méthode bayesienne. Pour une discussion des fondements de la probabilité bayesienne et du principe de l'entropie maximale, voir par exemple l'article de Jaynes [8].

IV.3.1. L'entropie statistique (formule de Shannon)

L'expression de l'entropie statistique a été établie dans le contexte de la théorie de l'information [9, 10], durant les années 40, où l'on cherche à chiffrer la quantité d'information contenue dans un message. Si l'on considère chacun des messages i ($i = 1, \ldots, n$) susceptibles d'être transmis par un émetteur à un récepteur comme un événement de probabilité p_i, l'entropie statistique peut être interprétée de deux façons : comme une mesure du gain d'information si on se place après réception des messages ou comme une incertitude sur la réception de messages si on se place dans une situation d'avant la réception. Autrement dit, pour mesurer l'information, il faut choisir un point de référence. Si l'un des événements (ou messages) est sûr, les autres étant impossibles, notre information sur le résultat est complète. Par rapport à ce cas particulier, toute autre distribution de probabilité correspond à un manque d'information. C'est cet aspect de l'entropie statistique qui nous intéresse ici.

Pour établir l'expression de l'entropie statistique Shannon part d'hypothèses tout à fait raisonnables, logiques, sur les propriétés de la fonction S qui doit servir à mesurer l'information. Ces hypothèses sont :

1 - S est une fonction continue des probabilités p_i ; p_i étant la probabilité de recevoir un message i.

2 - Pour un nombre n d'événements équiprobables ($p_i = 1/n$), $S(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ doit être une fonction croissante de n.

3 - Si on pose $q_A = p_1 + \cdots + p_i$ et $q_B = p_{i+1} + \cdots + p_n$, alors on a

$$S(p_1, \ldots, p_i, p_{i+1}, \ldots, p_n) = S(q_A, q_B) + q_A\, S\left(\frac{p_1}{q_A}, \cdots, \frac{p_i}{q_A}\right) + q_B\, S\left(\frac{p_{i+1}}{q_B}, \cdots, \frac{p_n}{q_B}\right) \tag{11}$$

Shannon [9] montre alors que la solution qui répond à ces conditions est une fonction qui mesure le manque d'information d'une façon unique et qui est donnée par

$$S(p_1, \ldots, p_n) = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \ \mathrm{Log}(p_i) \tag{12}$$

Les propriétés de l'entropie statistique sont données dans l'appendice H.

Une expression générale de l'entropie a été établie recemment [11] ; l'entropie de Shannon en est un cas particulier.

IV.3.2. Principe de l'entropie maximale

Commençons par donner un exemple [12] avant d'énoncer le principe de l'entropie maximale. Supposons que la moyenne des faces tirées dans un jeu de dé soit de 4,5 et qu'on nous demande d'utiliser cette information pour assigner une probabilité p_i pour que la face i soit tirée dans le prochain jet. Il est clair que les probabilités p_i doivent remplir les deux conditions suivantes

$$\sum_{i=1}^{6} p_i = 1 \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{6} i\, p_i = 4,5 \tag{14}$$

Les deux équations ci-dessus comportent six inconnues et par conséquent elles admettent plusieurs solutions. Si on disposait de quatre équations supplémentaires indépendantes, donc de toute l'information, on déterminerait exactement les p_i et le problème serait de nature déterministe. Dans le cas où il y a manque d'information (ou de distributions sous-contraintes) comme dans le problème ci-dessus Jaynes [13] propose le principe de l'entropie maximale : "la distribution de probabilité la moins biaisée est celle qui maximalise l'entropie assujettie à des contraintes imposées par l'information disponible". La solution au problème ci-dessus, par la méthode de l'entropie maximale, est donnée dans [8].

Pour mieux comprendre le principe de l'entropie maximale on peut se référer à l'explication suivante : considérons deux solutions f_1 et f_2 telles que $S_1 > S_2$, où S_1 et S_2 sont les entropies correspondantes. Il est clair que plus le manque d'information S est petit, plus l'information contenue dans f est grande. S_1 étant supérieure à S_2, f_2 contient plus d'information que f_1. Or, f_1 et f_2 sont toutes les deux des solutions et donc l'information supplémentaire contenue dans f_2 doit être quelque chose d'autre que l'information expérimentale introduite par l'intermédiaire des contraintes. La solution retenue est f_1 ; c'est-à-dire celle qui correspond à un maximum de manque d'information [14].

Il a été montré que la méthode de l'entropie maximale est la seule méthode cohérente d'inférence pour des systèmes sous-contraints [15].

Jaynes a appliqué le principe de l'entropie maximale à la physique statistique pour dériver le formalisme de l'ensemble grand canonique d'une façon triviale et sans hypothèse physique préalable [12, 13]. Certains livres traitent la physique statistique d'un point de vue informationnel [14, 16]. Le formalisme de l'entropie maximale est aussi appliqué au cas des processus irréversibles en thermodynamique (voir la référence [17] pour plus de détails).

D'autres fonctions ont été proposées à la place de la fonction de Shannon, en particulier

$$-\sum_i p_i^2 \tag{15}$$

Bien que cette fonction ait plusieurs propriétés similaires à celles de S, Jaynes [13] a montré que sa maximisation conduit dans certains cas à des probabilités p_i négatives. Il existe d'autres fonctions entropies [18].

La méthode de l'entropie maximale a été appliquée dans plusieurs domaines : physique des particules, physique nucléaire, astronomie, économie, psychologie, etc... Une liste de ces applications est donnée dans [15, 19]. La puissance de la méthode est bien illustrée par la figure IV.6 [20].

Fig. IV.6 : Résultat du traitement d'une image floue par la méthode de l'entropie maximale.

IV.3.3. Application à la correction de la distribution de multiplicité

La méthode de l'entropie maximale a été appliquée de la même façon qu'en [4]. Parmi toutes les distributions qui peuvent s'ajuster aux données, la plus probable est celle qui maximise l'entropie

$$S = -\sum_{n=1}^{N} T(n)\ \mathrm{Log}(T(n)) \tag{16}$$

qui est soumise à certaines contraintes. Ces dernières peuvent être formulées à l'aide des moments de la distribution observée. Ici, les $T(n)$ sont des probabilités

$$T(n) \rightarrow \frac{T(n)}{\sum_{n=1}^{N} T(n)} \tag{17}$$

Il en est de même pour les $O(m)$ dans la suite

$$O(m) \rightarrow \frac{O(m)}{\sum_{m=1}^{M} O(m)} \tag{18}$$

Le moment d'ordre q de la distribution observée est donnée par

$$< (O(m))^q >= \sum_{m=1}^{M} m^q\, O(m) \tag{19}$$

Rappelons qu'on avait posé

$$O(m) = \sum_{n=1}^{N} P_{mn}\, T(n)$$

d'où

$$< (O(m))^q > = \sum_{m=1}^{M} m^q \left(\sum_{n=1}^{N} P_{mn}\, T(n) \right)$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{M} m^q\, P_{mn} \right) T(n) \qquad (20)$$

Si on pose

$$a_n = \sum_{m=1}^{M} m^q\, P_{mn} \qquad (21)$$

$$b = \sum_{m=1}^{M} m^q\, O(m) \qquad (22)$$

les contraintes s'écrivent sous la forme

$$b = \sum_{n=1}^{N} a_n\, T(n) \qquad (23)$$

Le choix des moments a été motivé par le fait que ces derniers sont peu sensibles aux fluctuations statistiques liées au choix des intervalles.

Pour trouver la distribution la plus probable on maximise la quantité

$$F(T, \lambda) = -\sum_{n=1}^{N} T(n)\ \mathrm{Log}(T(n)) + \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \left(\sum_{n=1}^{N} a_{kn}\, T(n) - b_k \right) \qquad (24)$$

où λ_k sont des multiplicateurs de Lagrange et K est le nombre de contraintes. Ce dernier a été choisi de façon à ce qu'après la minimisation de $F(T, \lambda)$ on ait :

$$\chi^2 = \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{O(m) - \sum_{n=1}^{N} P_{mn}\, T(n)}{\sigma_m} \right)^2 = M \qquad (25)$$

On peut vérifier que le nombre ν de changements de signe de la quantité

$$O(m) - \sum_{n=1}^{N} P_{mn}\, T(n) \qquad (26)$$

a une valeur moyenne égale à $M/2$.

La solution est obtenue en minimisant $F(T,\lambda)$ par rapport à $T(n)$ et λ_k [4].

Les données expérimentales présentées dans la suite sont issues du traitement de 32000 intéractions sur bande magnétique.

La figure IV.7 montre la distribution de multiplicité chargée négative brute telle qu'elle est obtenue après les différents nettoyages décrits au paragraphe IV.2.2.

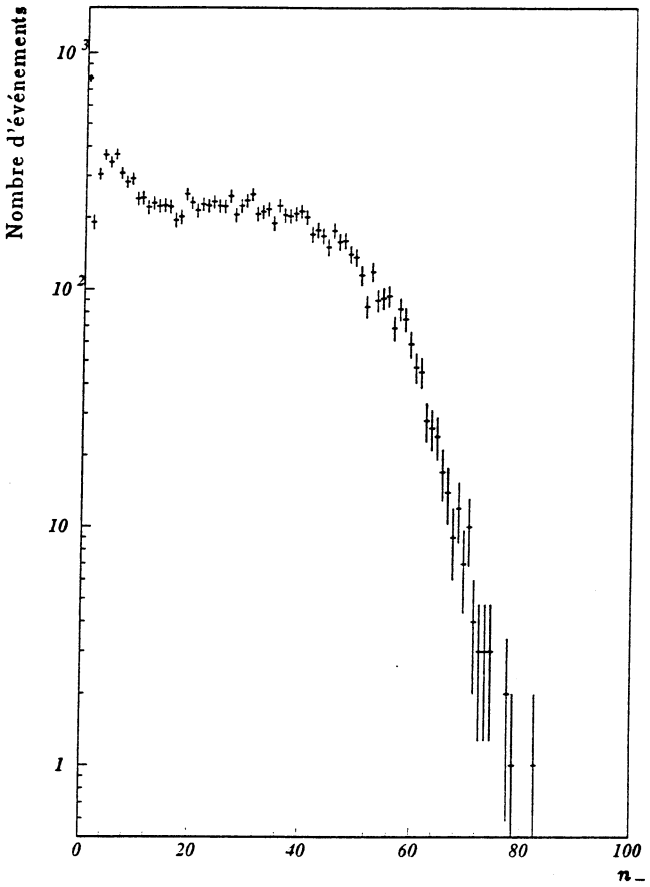


Fig. IV.7 : Distribution brute de la multiplicité chargée négative.

Cette distribution a été corrigée à l'aide de la méthode décrite ci-dessus dans un premier temps dans l'espace de phase de la TPC, puis dans un second dans tout l'espace de phase. Dans chacun des cas on a determiné une matrice de correction P_{mn}. Dans le premier cas on a corrigé pour l'inéfficacité de la TPC, tandis que dans le second, on a corrigé aussi bien pour l'inéfficacité que pour l'acceptance géométrique de cette dernière. Les figures IV.8 et IV.9, sur lesquelles les barres d'erreurs sont exclusivement statistiques, montrent les distributions correspondantes. Ces dernières ont la même allure que les distributions de multiplicité et d'énérgie transverse obtenues par les autres expériences; une revue générale des résultats des expériences sur les ions lourds est donnée dans la récente référence [21].

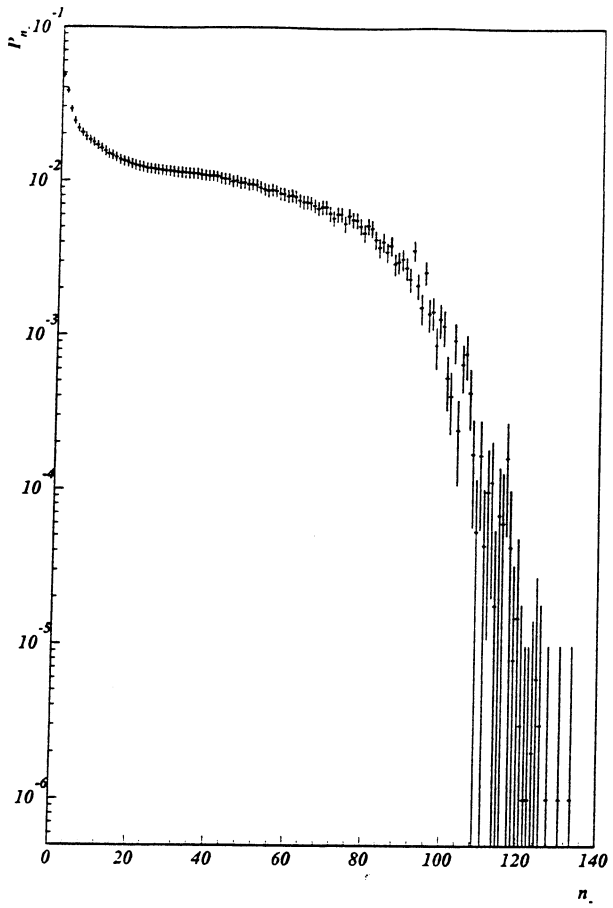


Fig. IV.8 : Distribution de multiplicité chargée négative corrigée dans l'espace de phase de la TPC.

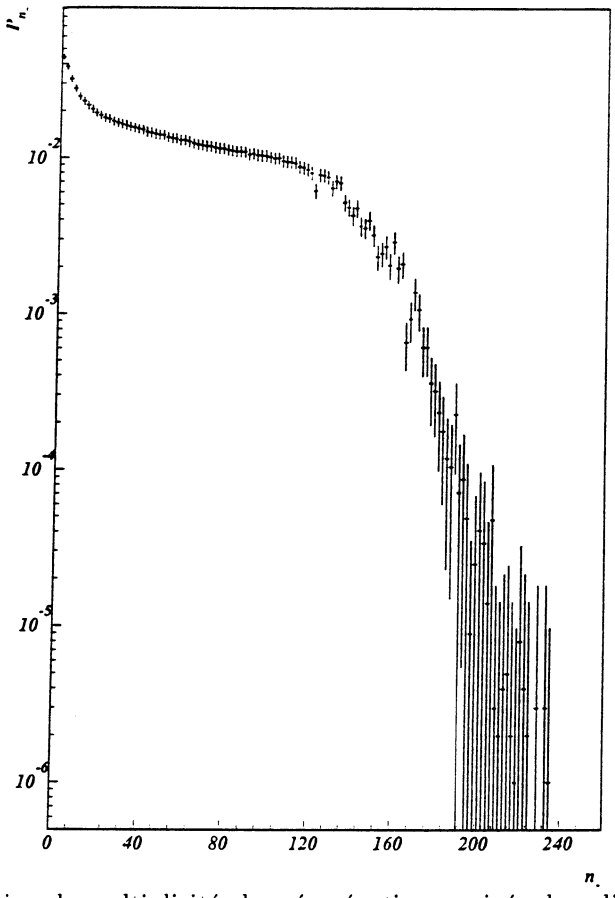


Fig. IV.9.a : Distribution de multiplicité chargée négative corrigée dans l'espace de phase total.

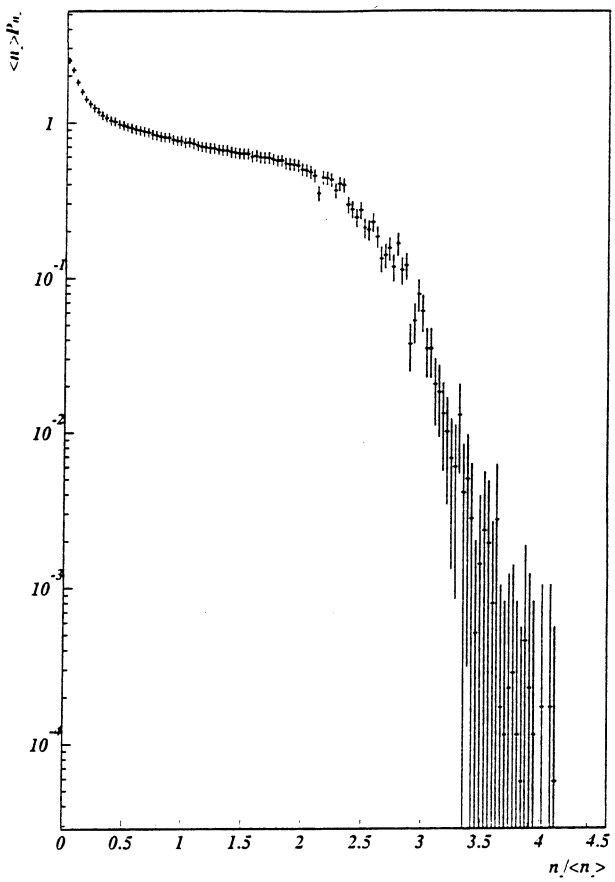


Fig. IV.9.b : Même commentaire que pour la figure IV.9.a. Les variables $K\,N\,O$ ont été utilisées.

Ces distributions reflètent la géométrie des collisions noyau-noyau tel que le montre la figure IV.10. Une première région en forme de "cou" correspond aux grandes valeurs du paramètre d'impact, c'est à dire aux collisions périphériques. Une autre région, notée (3) sur la figure, en forme d'épaule correspond aux petites valeurs du paramètre d'impact ou encore aux collisions centrales. Ces deux régions sont séparées par un plateau qui correspond aux valeurs intermédiaires du paramètre d'impact. Cette allure commune aux distributions de multiplicité et d'énergie transverse peut être expliquée par la relation linéaire qui les relie (figure IV.11 extraite de la référence [22]).

Dans le cas de la distribution obtenue dans l'espace de phase de la TPC, on trouve pour la multiplicité moyenne

$$< n_- > = 33,84 \pm 0,23$$

et la dispersion $D = \sqrt{< n_-^2 > - < n_- >^2}$

$$D = 26,36 \pm 0,68$$

soit

$$< n_- > / D = 1,284 \pm 0,034$$

L'incertitude, ici encore, est exclusivement statistique.

Dans le cas de la distribution obtenue pour l'espace de phase total, on trouve respéctivement pour la multiplicité moyenne, la dispersion et leur rapport

$$< n_- > = 57,01 \pm 0,39$$

$$D = 44,04 \pm 0,82$$

$$< n_- > /D = 1,295 \pm 0,020$$

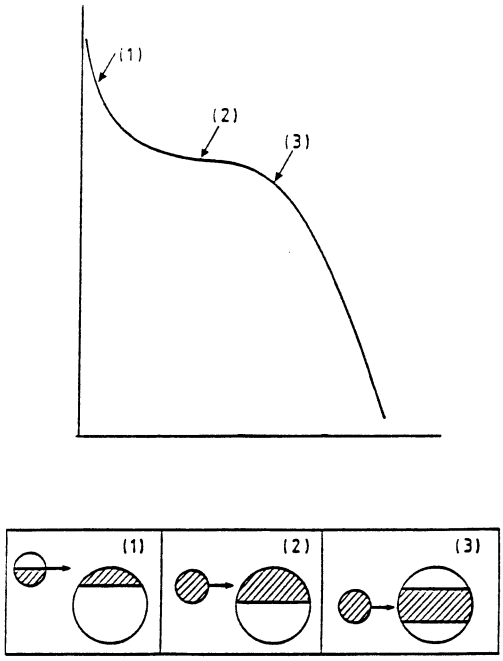


Fig. IV.10 : L'allure observée pour les distributions de multiplicité et d'énergie transverse. Les différentes régions (1-2-3) correspondent à différentes valeurs du paramètre d'impact.

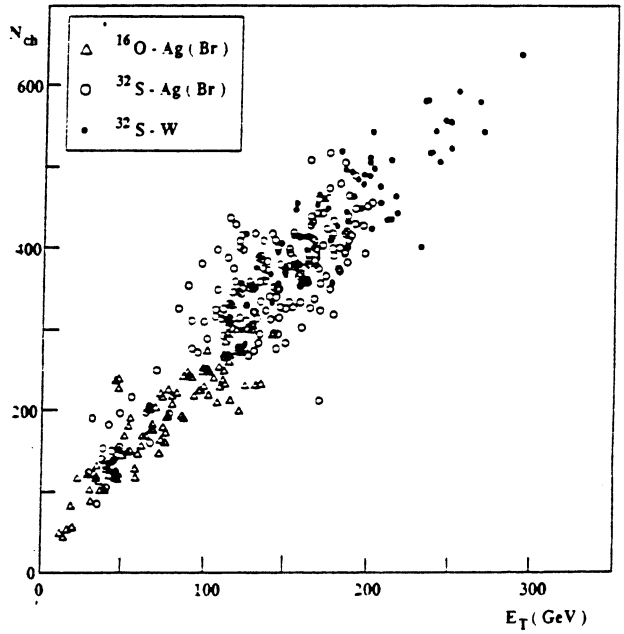


Fig. IV.11 : Corrélation de la multiplicité chargée avec l'énergie transverse.

Sur la figure IV.12, extraite de la référence [23], on a placé notre point correspondant aux collisions S+Pb ainsi que ceux correspondants à S+S et S+Cu issus de la référence [24]. On n'a pas reporté les barres d'erreurs pour ces deux points; on peut les trouver dans [24]. La dispersion D dépend linéairement de $< n_- >$. On remarque que les dispersions pour les collisions noyau-noyau sont plus élevées que celles mesurées dans les collisions pp. Ce fait a été expliqué par la géométrie des collisions noyau-noyau [23].

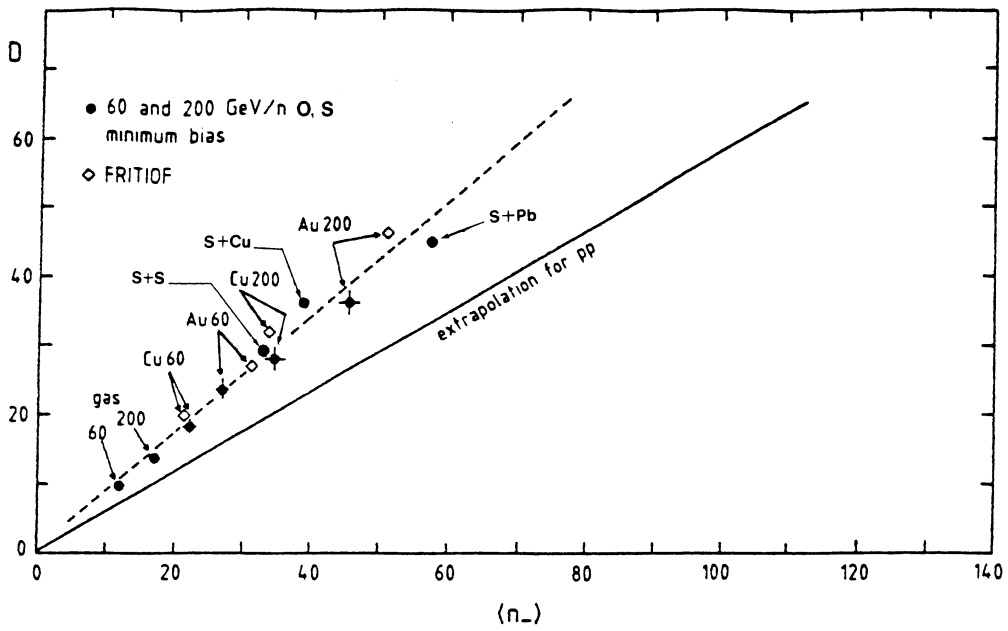


Fig. IV.12 : Corrélation de la dispersion avec la multiplicité moyenne des particules chargées négatives pour différents noyaux.

IV.4. Correction de la distribution de l'impulsion transverse

La distribution de l'impulsion transverse permet d'une part d'avoir une idée de la thermalisation du plasma de quarks et de gluons et d'autre part de détecter la présence d'une expansion transverse de ce dernier. Ce deuxième aspect necessite l'identification des particules produites, ce qui n'est pas possible dans notre cas. Dans la suite on corrigera le spectre de l'impulsion transverse des particules chargées négatives ; ces dernières n'étant pas contaminées par les protons des ions en collision.

Les événements simulés et réels décrits dans le paragraphe précédent ont servi, de nouveau, à corriger la distribution de l'impulsion transverse des particules chargées négatives. La figure IV.13 montre la résolution en impulsion transverse des trajectoires reliées au vertex primaire à l'aide du filtre de Kalman. Ce dernier a amélioré la résolution déjà obtenue par les programmes de reconstruction de trajectoires dans la TPC. La plupart des trajectoires ont un $\Delta p/p^2$ entre 0,002 et 0,003 $(\mathrm{GeV/c})^{-1}$ comme le montre le pic de la distribution. Dans la suite on ne considérera que les trajectoires ayant $\Delta p/p^2 < 0,01\ (\mathrm{GeV/c})^{-1}$.

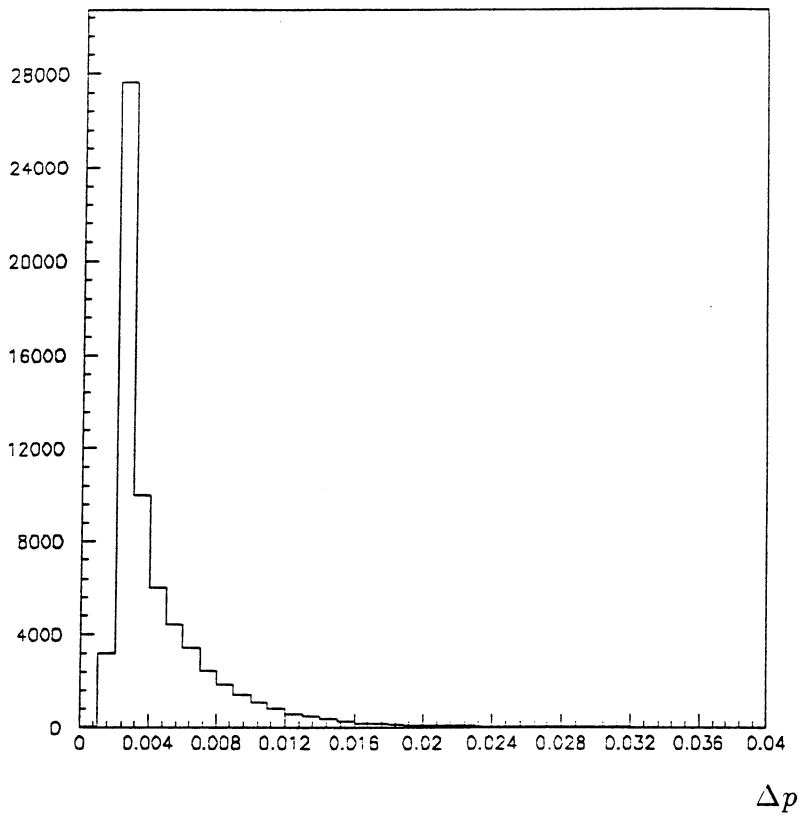


Fig. IV.13 : Distribution de la résolution en impulsion des trajectoires des particules chargées négatives reliées au vertex par le filtre de Kalman.

Le procédé de correction consiste à injecter une distribution générée de l'impulsion transverse dans les programmes de simulation du dispositif expérimental pour obtenir une distribution simulée. Cette dernière est divisée par la première, intervalle par intervalle. On détermine ainsi un facteur correctif pour chaque intervalle de la distribution en impulsion transverse. La correction de la distribution observée se fait en divisant le contenu de chaque intervalle par le facteur correctif correspondant déterminé ci-dessus. On a corrigé ainsi les distributions observées dans les événements de type interaction et de type central, dans le domaine de rapidité $1,9 \leq y \leq 5$, correspondant aux déclenchements définis au paragraphe III.2.9. Signalons au passage qu'il n'existe pas de définition universelle des événements de type interaction ou de type central; chaque expérience à sa propre définition [21].

Les figures IV.14 et IV.15 montrent respectivement les distributions $\frac{1}{P_T}\frac{dN}{dP_T}$ pour les événements de type interaction et de type central. Sur les figures IV.16 et IV.17 on a représenté ces deux distributions dans les intervalles $0 \leq P_T \leq 2,4\,\mathrm{GeV/c}$ et $0 \leq P_T \leq 1,6\,\mathrm{GeV/c}$ pour une comparaison, dans la suite, avec les autres expériences. Les distributions obtenues ont la même allure que celles obtenues par la collaboration EMU05 (figure IV.18) [25] dans le domaine de rapidité $2 \leq y \leq 4$ et par la collaboration NA35 (figure IV.19) [26] dans le domaine de rapidité $2 \leq y \leq 3$. Cette dernière figure est une comparaison des distributions de NA35 et EMU05.

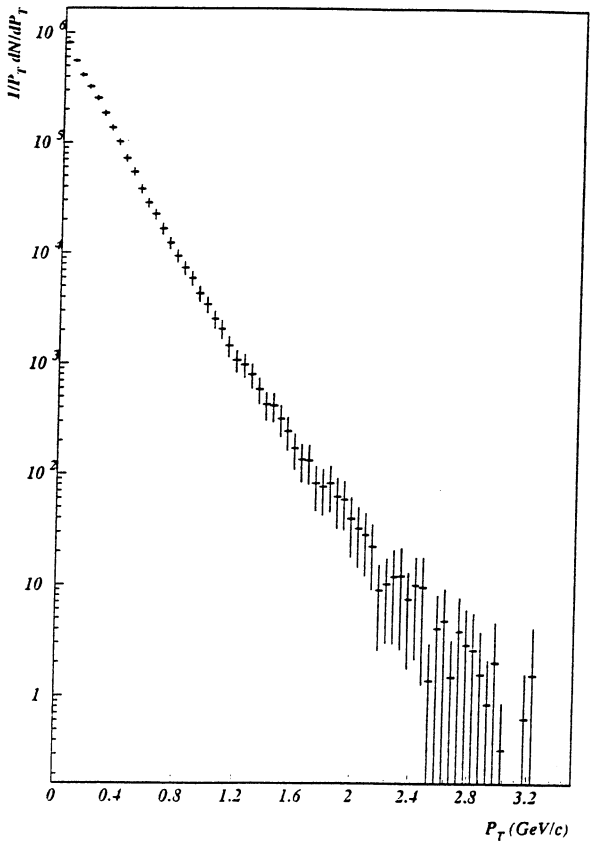


Fig. IV.14 : Distribution corrigée de l'impulsion transverse pour les événements de type interaction.

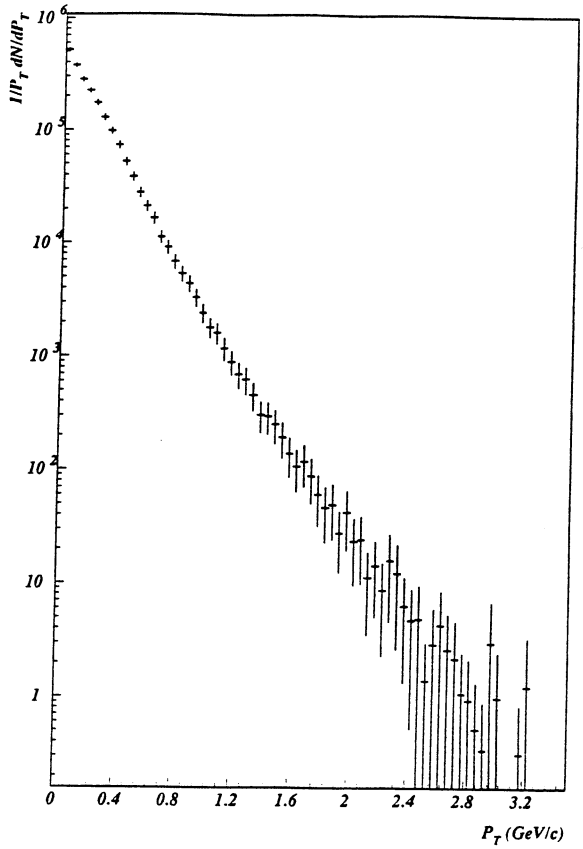


Fig. IV.15 : Distribution corrigée de l'impulsion transverse pour les événements de type central.

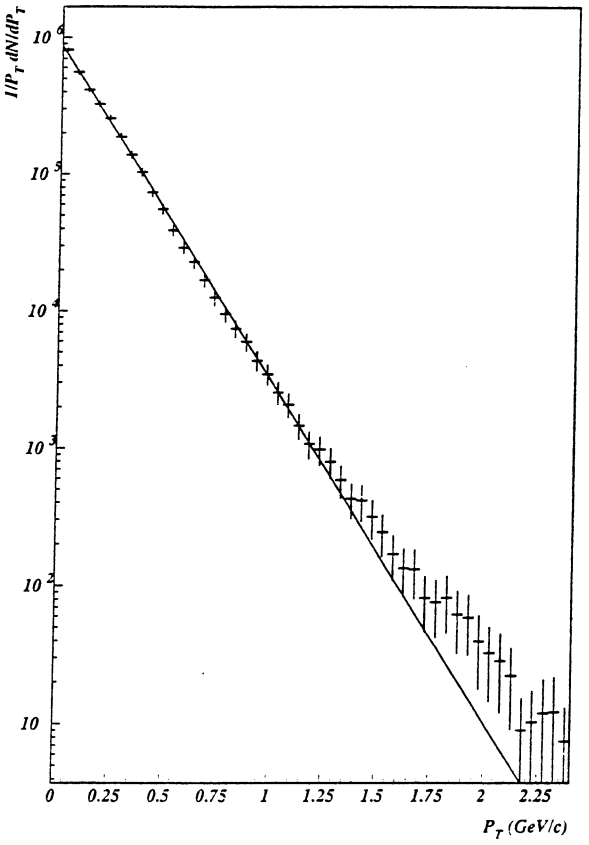


Fig. IV.16.a : Même commentaire que pour la figure IV.14. Le domaine de P_T a été limité à $2,4\,\mathrm{GeV/c}$ pour une comparaison avec la figure IV. 18. La droite sert à guider l'œil.

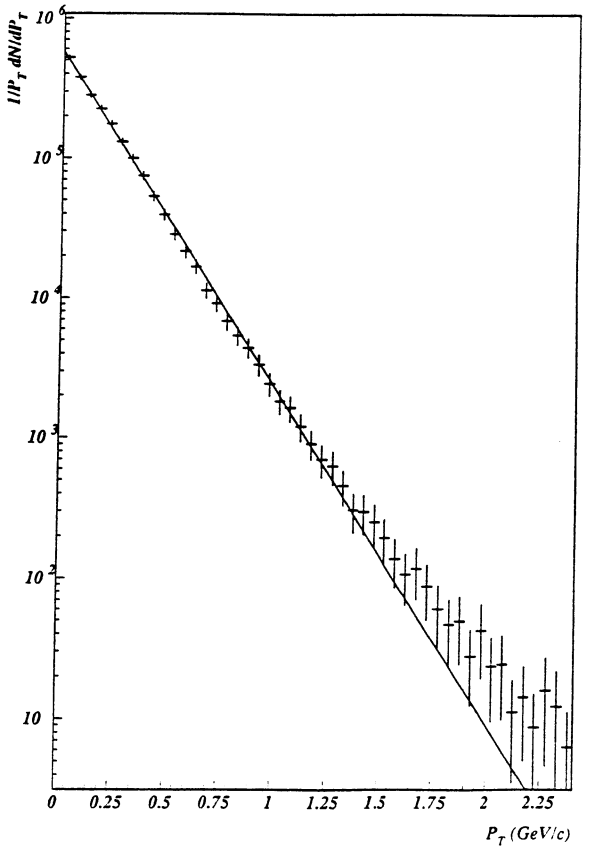


Fig. IV.16.b : Même commentaire que pour la figure IV.15. Le domaine de P_T a été limité à $2,4\,\mathrm{GeV/c}$ pour une comparaison avec la figure IV. 18. La droite sert à guider l'œil.

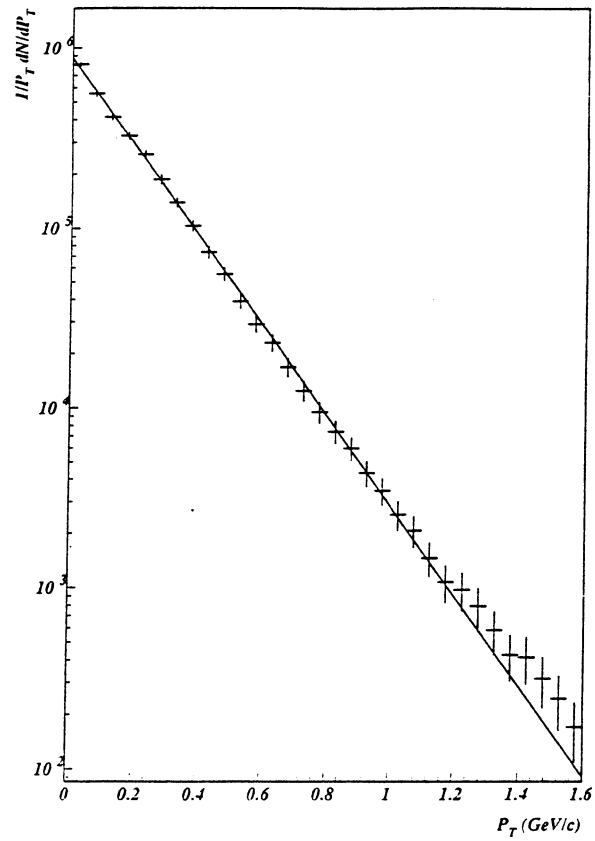


Fig. IV.17.a : Même commentaire que pour la figure IV.14. Le domaine de P_T a été limité à 1, 6 GeV/c pour une comparaison avec la figure IV. 19. La droite sert à guider l'œil.

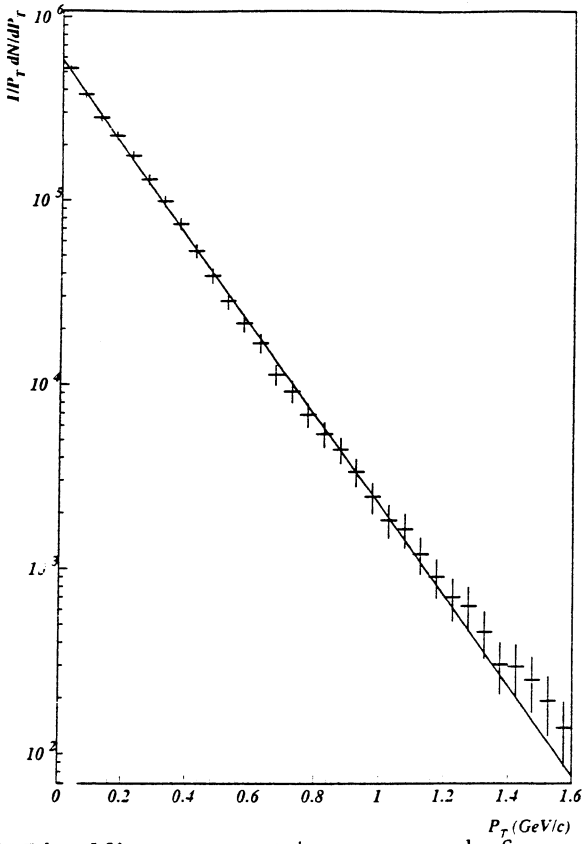


Fig. IV.17.b : Même commentaire que pour la figure IV.15. Le domaine de P_T a été limité à 1, 6 GeV/c pour une comparaison avec la figure IV. 19. La droite sert à guider l'œil.

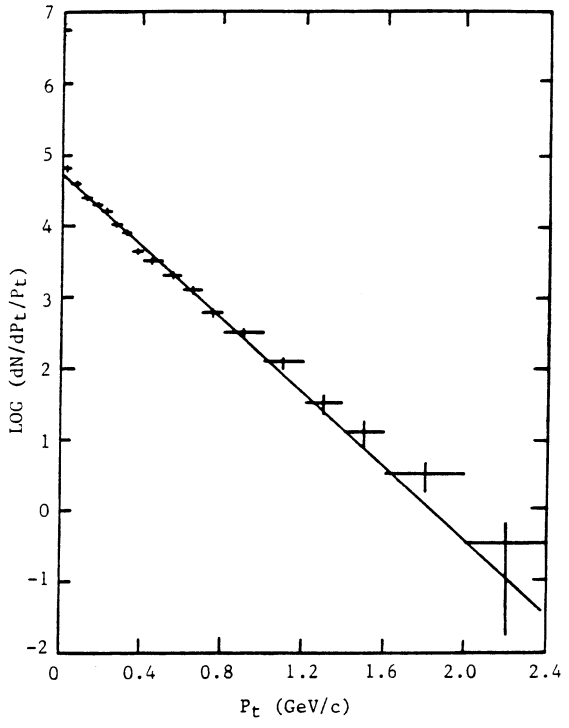


Fig. IV.18 : Distribution de l'impulsion transverse des particules chargées négatives mesurée par la collaboration EMU05.

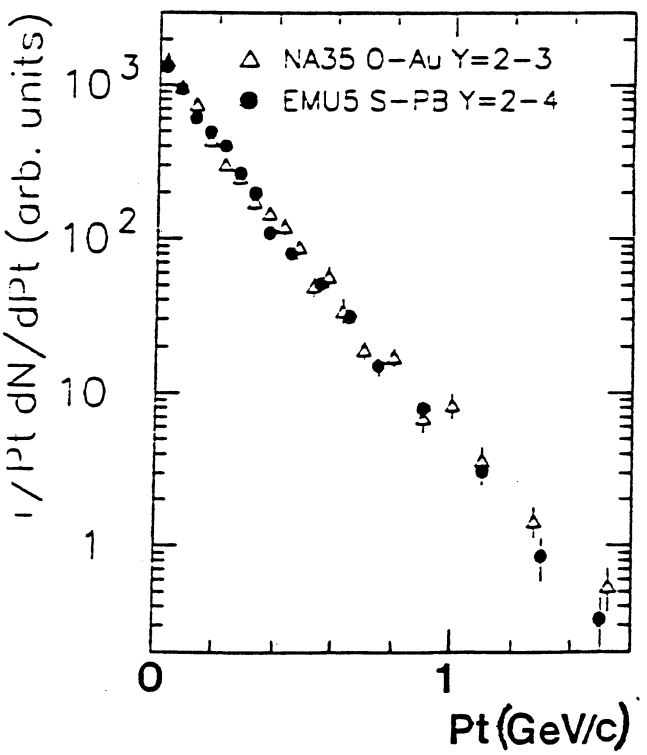


Fig. IV.19 : Comparaison des distributions de l'impulsion transverse des particules chargées négatives mesurée par la collaboration EMU05 et NA35.

Nos distributions sont en accord avec ces dernières : aucun excès n'est observé aux petites impulsions transverses, contrairement à ce qui avait été observé dans des domaines de rapidité inférieure à 2, en ^{16}O incident [21, 26], comme le fait apparaître la figure IV.20.

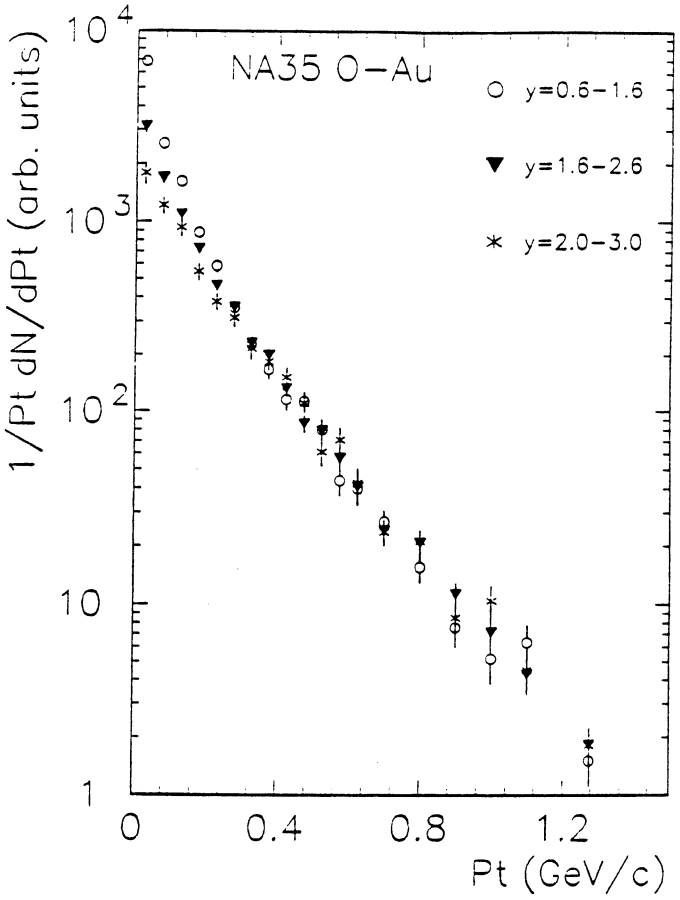


Fig. IV.20 : Distribution de l'impulsion transverse des particules chargées négatives dans différents intervalles de la rapidité.

Un autre aspect des distributions de l'impulsion transverse est l'effet Cronin : c'est un excès observé à grands P_T dans les collisions p-noyau par comparaison aux collisions p-p [27]. Cet effet a été observé par toutes les expériences d'ions lourds [21, 26]. Nous ne disposons pas de données p-p à 200 GeV/c pour comparer avec nos données. Mais à première vue (figures IV.14 et IV.15), l'effet Cronin est apparent dans nos données.

Dans la suite on fera des ajustements de la distribution en P_T suivant une exponentielle. En général, les ajustements sont faits dans des domaines limités de la distribution en P_T et donc ils fournissent peu d'information sur cette dernière.

Les distributions des figures IV.14 et IV.15 ont été ajustées selon la fonction

$$\frac{1}{P_T}\frac{dN}{dP_T} = a\, e^{-bP_T}$$

où a et b sont des constantes.

En supposant que la distribution de l'impulsion transverse est d'origine thermique, on a déterminé la température $T (= 1/b)$. Cette dernière est de

$$170,7 \pm 1,7 \; MeV/c$$

et

$$175,3 \pm 2,4 \; MeV/c$$

respectivement pour les événements de type collision et de type central dans le domaine $0 < P_T < 1$ GeV/c (Figs. IV.21 a et b).

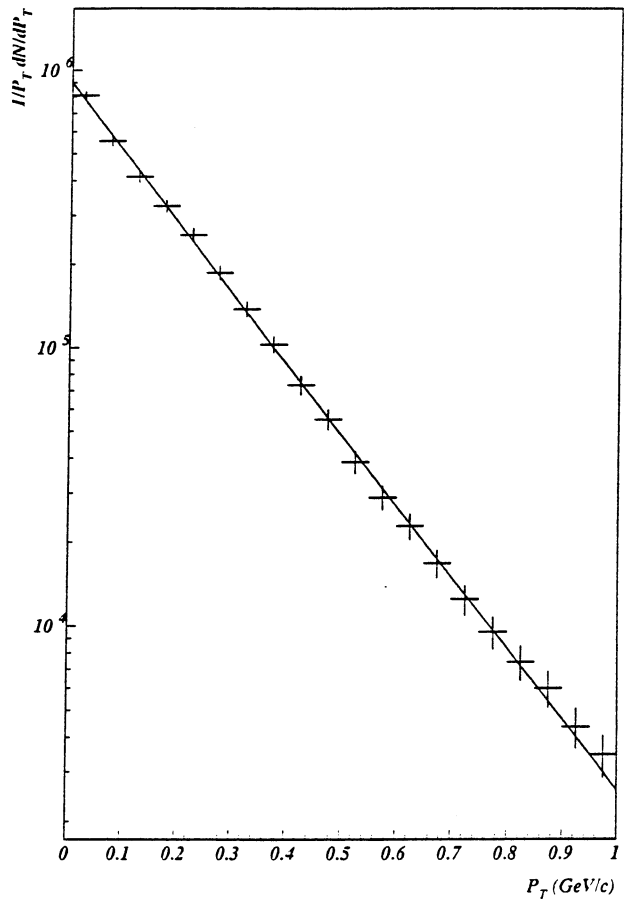


Fig. IV.21.a : Ajustement suivant une exponentielle de la distribution de l'impulsion transverse des événements de type interaction.

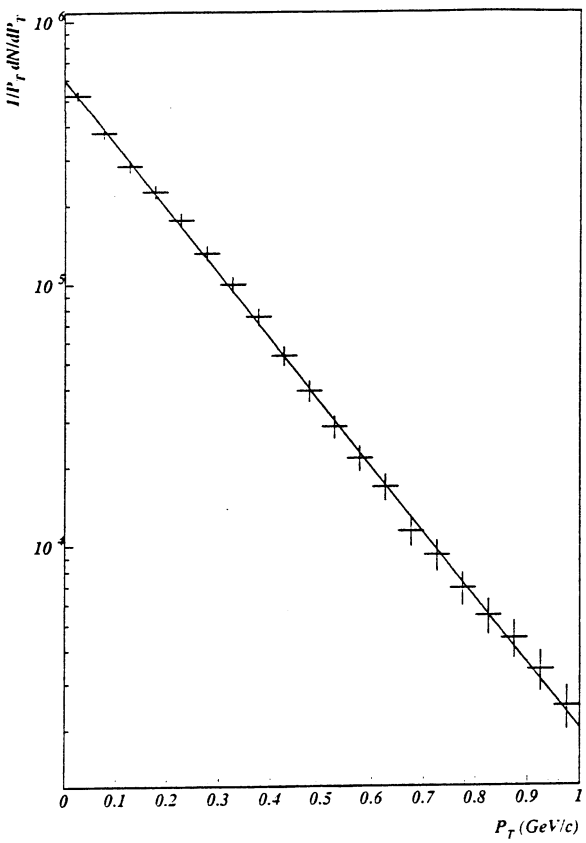


Fig. IV.21.b : Ajustement suivant une exponentielle de la distribution de l'impulsion transverse des événements de type central.

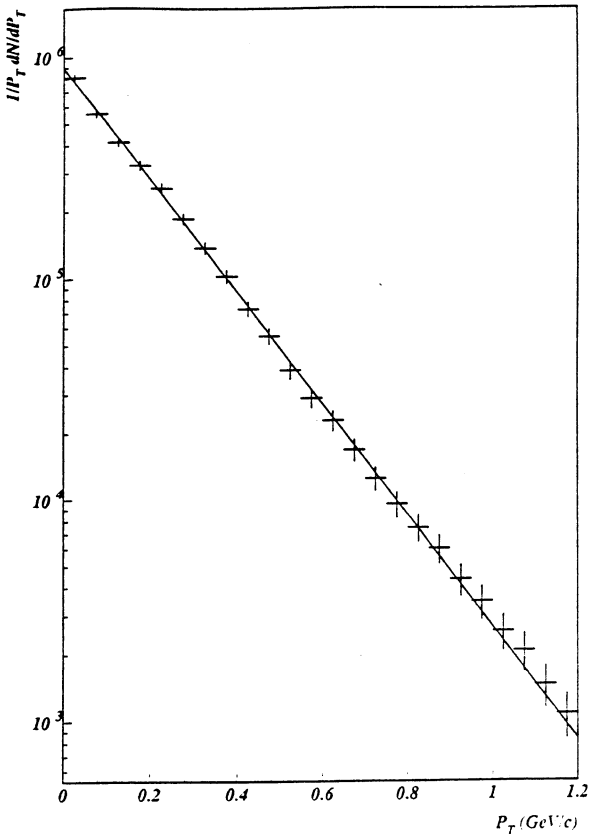


Fig. IV.21.c : Ajustement suivant une exponentielle de la distribution de l'impulsion transverse des événements de type interaction.

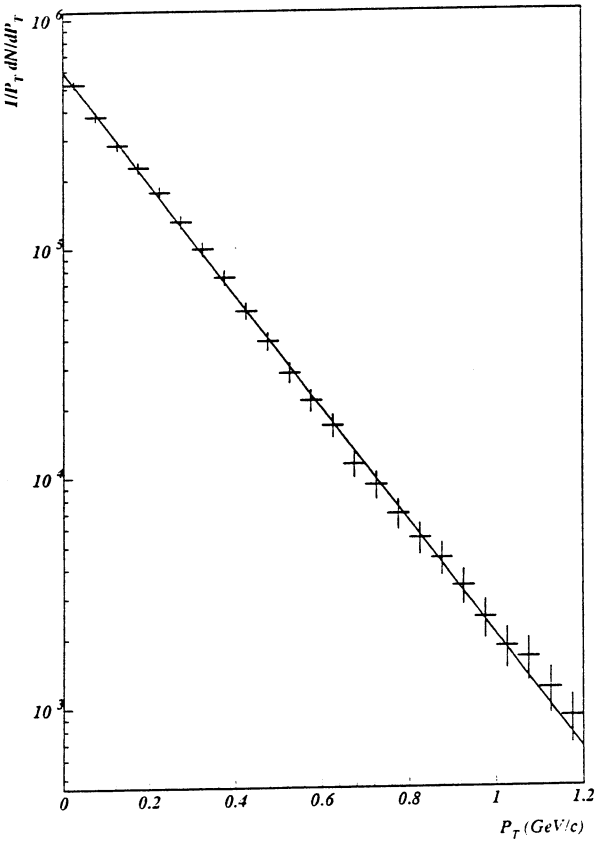


Fig. IV.21.d : Ajustement suivant une exponentielle de la distribution de l'impulsion transverse des événements de type central.

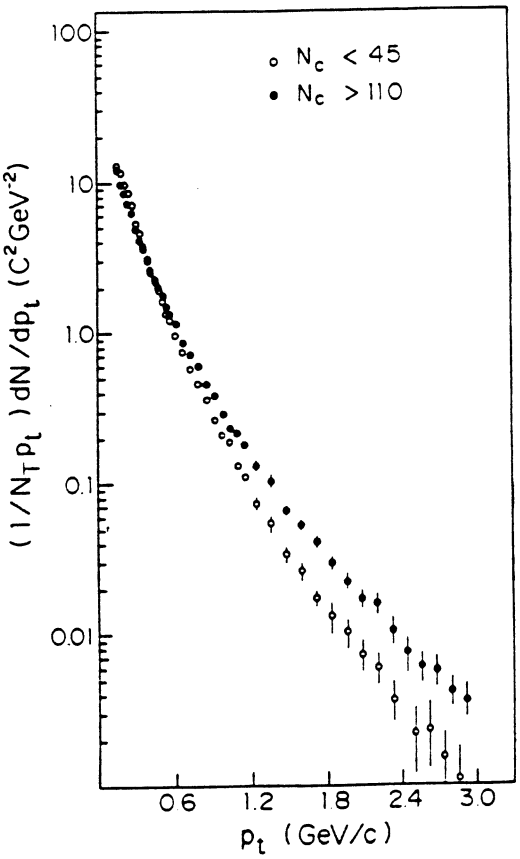


Fig. IV.22 : Distribution de l'impulsion transverse pour des événements $p\bar{p}$ provenant de deux intervalles différents de multiplicité.

De même qu'on obtient

$$171,8 \pm 1,4\ MeV/c$$

et

$$176,5 \pm 1,7\ MeV/c$$

dans le domaine $0 < P_T < 1,2$ GeV/c (Figs. IV.21 c et d). Dans ce même domaine la collaboration EMU05 [25] trouve une température de 179 ± 3 MeV/c pour des événements labellés "centraux". On remarque, pour ces deux ajustements, que la température (la pente) des événements centraux est supérieure (inférieure) à celle des événements de type interaction. Un effet similaire a été observé par plusieurs expériences dont une liste est donnée dans la référence [21]; la figure IV.22 est extraite de [28].

IV.5. Correction de la distribution de pseudo-rapidité

Les traces utilisées pour cette étude ont un $\Delta p/p^2 < 0,01$ $(\text{GeV/c})^{-1}$. Le procédé de correction est le même que pour la correction de la distribution de l'impulsion transverse. Les figures IV.23 et IV.24 montrent les distributions de pseudo-rapidité, normalisées par le nombre d'événements, corrigées respectivement pour les événements de type interaction et de type central; les barres d'erreurs sont purement statistiques. Les erreurs systématiques sont de l'ordre de 30% à 5% du premier au septième point, au delà elles sont négligeables.

La distribution des événements de type interaction a été comparée à celle obtenue par la collaboration EMU08 [29]. De cette comparaison il ressort que le rapport des maximums des deux distributions est donné par

$$(dN/d\eta)^{max}_{\text{S+Pb}}/(dN/d\eta)^{max}_{\text{S+Emulsion}} = 1,90 \pm 0,03$$

Cette valeur est peu différente du rapport des masses des noyaux de plomb et d'argent

$$A_{\text{Pb}}/A_{\text{Ag}} = 1,921$$

Les densités de particules par unité de pseudo-rapidité publiées par la collaboration WA80 [30], pour les intéractions du soufre avec différentes cibles (Al, Cu, Ag et Au) semblent être trop élevées pour des événements labellés "minimum bias". On ne peut faire une comparaison de ces résultats avec notre distribution pour les événements de type collision, puisque, par un examen des distributions de multiplicité, dans la même référence, on note que le nombre des événements périphériques est sous-estimé par comparaison avec notre distribution de multiplicité. Les densités de particules par unité de pseudo-rapidité dépendent de la manière dont le déclenchement a été défini.

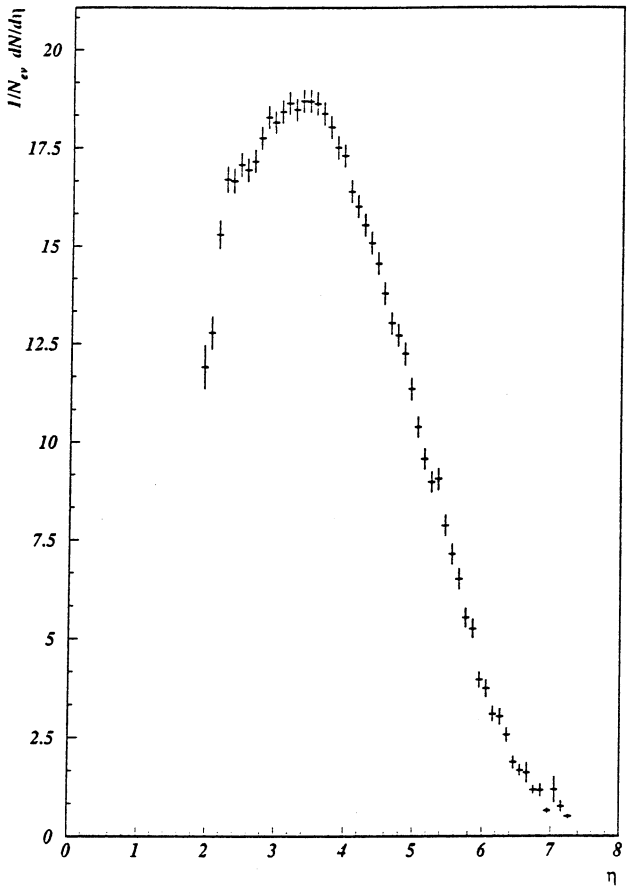


Fig. IV.23 : Distribution corrigée de pseudo-rapidité des événements de type interaction.

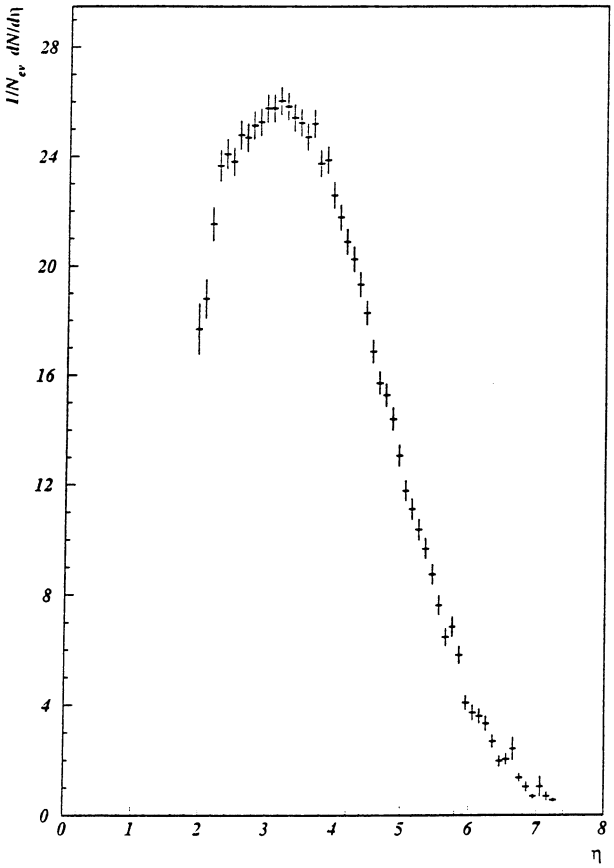


Fig. IV.24 : Distribution corrigée de pseudo-rapidité des événements de type central.

Les densités d'énergie atteintes dans les événements centraux peuvent être estimées à l'aide de la formule de Bjorken [31]

$$\varepsilon_0 = 3 \frac{< m_T >}{\tau_0 \, \pi \, r_0{}^2 \, A^{2/3}} \, (dN/d\eta)_{max}$$

où $r_0 = 1,2$ fm; le facteur 3 a été utilisé en supposant que le nombre de particules chargées négatives est égal à celui des chargées positives et à celui des neutres. On trouve dans ce cas

$$\varepsilon_0 = 0,86 \pm 0,02 \, GeV/fm^3$$

en ayant pris $\tau_0 = 1$ fm/c et $< m_T >= 0,5$ GeV/c.

Une estimation à l'aide de la formule (E.8) de l'appendice E

$$\varepsilon_1 = \left[\frac{3\xi}{4 \, a^{1/4} \, A_T \, \tau_0} \quad \frac{dN_\pi}{dy} \right]^{4/3}$$

donne

$$4,97 \pm 0,08 \, GeV/fm^3$$

et

$$7,74 \pm 0,15 \, GeV/fm^3$$

respectivement pour les événements de type interaction et de type central.

Une autre estimation peut être donnée à l'aide de la formule [32]

$$\varepsilon = \frac{9}{2} \varepsilon_0$$

où ε_0 est l'estimation de Bjorken citée ci-dessus et où $(dN/d\eta)_{max}$ est le maximum de la distribution pour les événements de type interaction. On trouve dans ce cas

$$\varepsilon = 2,77 \pm 0,04 \, GeV/fm^3$$

ce qui est peu différent de

$$\varepsilon' = 2,34 \, GeV/fm^3$$

qu'on trouve à l'aide de la formule [33]

$$\varepsilon' = 0,5 \, \frac{(A^{1/3} \, B^{2/3})^{1,1}}{\pi \, (1,2 \, B^{1/3})^2} \, 0,8 \, \mathrm{Log}\,(\sqrt{s})_{pp}$$

où B et A sont respectivement le projectile et la cible. $B = 32,066$, $A = 207,2$ et $\sqrt{s}$ (= 19,42 GeV) est l'énérgie disponible dans le centre de masse de la collision d'un proton ayant une impulsion de 200 GeV/c sur un proton au repos. L'éstimation donnée par la formule de Roberts est peu différente des valeurs trouvées par les calculs de QCD à température finie sur réseau (voir le chapitre II de la première

partie). Si on suppose que le quagma est un gaz parfait formé de gluons et trois saveurs de quarks de masse nulle, on a la relation suivante

$$\varepsilon_0 = \frac{47,5}{30} \frac{1}{(\hbar c)^3} T^4$$

où $\hbar c = 197,327\ MeV\ fm$. Dans le cas de l'éstimation de Roberts on obtient une température de 187 MeV.

On note aussi que si on multiplie le maximum de la distribution pour les événements centraux par un facteur 3 pour tenir compte des particules chargées positives et des particules neutres on obtient une densité de particules par unité de pseudo-rapidité de 78,11. Cette valeur est proche de l'estimation donnée par la formule [21]

$$(dN/dy)_{max} = 0,8\, A^{1,05}\ \mathrm{Log}(\sqrt{s})_{pp}$$

où $A = 32,066$ et $\sqrt{s} = 19{,}42$ GeV.

Références

[1] J.-P. Pansart, Nucl. Phys. A461 (1987) 521c; Saclay Preprint DPhPE 89-04 (March 1989).

[2] R. Brun et al., CERN Report DD/EE/84-1 (1987).

[3] E. Andersen et al., Phys. Lett. 220B (1989) 328.

[4] C. Fuglesang, Nucl. Instr. Meth. A278 (1989) 765.

[5] R.E. Ansorge et al., Z. Phys. C43 (1989) 357.

[6] M. Schmelling, Ph.D. thesis, Dortmund University, Germany (1987).

[7] D. Decamp et al., Phys. Lett. 273B (1991) 181.

[8] E.T. Jaynes, "Where do we stand on maximum entropy?", in "The Maximum Entropy Formalism", Ed. R.D. Levine and M. Tribus, MIT Press, Cambridge, Massachussets (1979).

[9] C.E. Shannon, Bell Syst. Tech. J. 27 (1948) 379. Cet article est reproduit dans : D. Slepian (Editor), "Key Papers in The Development of Information Theory", IEEE Press, New-York (1974).

[10] C.E. Shannon and W. Weaver, "The Mathematical Theory of Communication", University of Illinois Press, Urbana (1949).

[11] C. Tsallis, J. Stat. Phys. 52 (1988) 479.

[12] E.T. Jaynes, "Information Theory and Statistical Mechanics", in Statistical Physics (1962 Brandeis Lectures), Ed. W.K. Ford, Benjamin, New-york (1963).

[13] E.T. Jaynes, Phys. Rev. 106 (1957) 620; 108 (1957) 171.

[14] A. Katz, "Principles of Statistical Mechanics", Freeman, San Francisco, California (1967).

[15] J.E. Shore and R.W. Johnson, IEEE Trans. Inf. Th. IT-26 (1980) 26; IT-29 (1983) 942.
Y. Tikochinsky, N.Z. Tishby and R.D. Levine, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1357.

[16] M. Tribus, "Thermostatics and Thermodynamics", Van Nostrand, Princeton, New-Jersey (1961).
R. Balian, "Du microscopique au macroscopique", Ellipses, Paris (1982); "From micro to macrophysics", Springer-Verlag, New-York (1992).
B. Diu et al., "Physique Statistique", Hermann, Paris (1989).

[17] W.T. Grandy Jr., Phys. Rep. 62 (1980) 175.

[18] V. Majernik and B. Mamojka, Phys. Scripta 44 (1991) 412.

[19] M. Tribus in "The Maximum Entropy Formalism", Ed. R.D. Levine and M. Tribus, MIT Press, Cambridge, Massachussets (1979).

D.S. Sivia, Los Alamos Science 19 (1990) 180.

[20] J. Skilling, Nature 309 (1984) 748.
S.F. Gull and J. Skilling, IEE proceedings 131, Part F (1984) 646.
S.F. Burch, S.F. Gull and J. Skilling, Comp. Vision Graphics Image Processing 23 (1983) 113.

[21] H.R. Schmidt and J. Schukraft, CERN Preprint CERN-PPE/92-42 (March 1992).

[22] T. Akesson et al., Nucl. Phys. B342 (1990) 279.

[23] A. Bamberger et al., Phys. Lett. 205B (1988) 583.

[24] J. Bächler et al., Z. Phys. C51 (1991) 157.

[25] Y. Takahashi et al., Nucl. Phys. A525 (1991) 591c.

[26] J. Schukraft, in Proceedings of The International Workshop on Quark Gluon Plasma Signatures, Strasbourg, (Eds) V. Bernard et al., Editions Frontières (1990).

[27] J.W. Cronin et al., Phys. Rev. D11 (1975) 3105.

[28] T. Alexopoulos et al., Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 1622.

[29] P.L. Jain et al., Phys. Lett. 235B (1990) 351.

[30] A. Eklund et al., Nucl. Phys. A525 (1991) 657c.

[31] J.D. Bjorken, Phys. Rev. D27 (1983) 140.

[32] L.E. Roberts, Nuovo Cimento 102A (1989) 1519.

[33] H. Satz, CERN Preprint CERN-TH 6216/91 (October 1991).

Conclusion

Ce travail de thèse a porté sur la correction des distributions de multiplicité, d'impulsion transverse et de pseudo-rapidité des particules chargées négatives produites dans des collisions d'ions de soufre à une énergie de 200 GeV/nucléon avec une cible de plomb. Les trajectoires des particules chargées ont été enregistrées par la TPC de NA36. Pour la reconstruction du vertex primaire on a utilisé une méthode récemment introduite en physique des hautes énérgies (DELPHI, NA36 et ZEUS) pour la reconstruction de traces et de vertex : le filtre de Kalman. Ce dernier nous a permis non seulement de déterminer le vertex avec une grande précision mais aussi les particules provenant de ce dernier ainsi que leurs impulsions.

Dans le but de corriger la distribution de multiplicité chargée négative, on a utilisé la méthode de l'entropie maximale. C'est la troisième fois que cette méthode est utilisée pour la correction de la distribution de multiplicité depuis son introduction en 1987. Elle nous a permis d'obtenir une distribution de multiplicité dans tout l'espace de phase à partir de la distribution observée dans la TPC. Rappelons que cette dernière a une acceptance géométrique limitée ($\sim 2 \leq y \leq 5$). La distribution obtenue est d'une qualité comparable à celle des distributions mesurées directement dans tout l'espace de phase par d'autres expériences.

Comme il a été dit dans le texte, le but du programme des ions lourds ultrarelativistes est la mise en évidence du plasma de quarks et de gluons (PQG) et ce, par l'étude des signatures prédites par les modèles théoriques. Les expériences qui participent à ce programme se sont donc attachées non seulement à l'étude des signatures mais aussi à la compréhension de ce nouveau domaine que sont les collisions d'ions lourds avec des noyaux. Les trois distributions corrigées ci-dessus n'ont aucun lien direct avec les signatures, par contre elles peuvent nous renseigner sur des paramètres globaux du PQG dans le cas où il est créé. Ainsi, la distribution de multiplicité montre que le nombre de particules produites dans les collisions centrales de soufre avec plomb est d'environ 720. Ce chiffre correspond à un dépôt d'énergie important. Dans le cas où un système thermalisé de quarks et de gluons est formé dans les collisions soufre avec plomb, la distribution de l'impulsion transverse devrait nous renseigner sur sa température. Dans notre cas on trouve une température de 175 MeV; ce qui est peu différent des résultats trouvés par les calculs de QCD sur réseau. Nos distributions d'impulsion transverse obtenues dans le domaine de rapidité $1,9 \leq y \leq 5$ sont similaires à celles obtenues par les collaborations EMU05 et NA35; aucun excès n'est observé à P_T. Ce dernier semble dépendre de la rapidité [1]. Les distributions de pseudo-rapidité obtenues nous ont permis de déterminer la densité atteinte dans les collisions soufre avec plomb. Cette dernière est en concordance avec les résultats de QCD sur réseau.

Le programme exploratoire d'ions au CERN est maintenant terminé; son bilan est discuté en détail dans la référence [1]. Au vu des résultats obtenus par les

différentes expériences, il est trop tôt pour parler de la production du PQG. Mais, le programme en question a permis une compréhension des mécanismes des collisions d'ions ultrarelativistes.

Le programme des ions lourds ultrarelativistes s'annonce chargé, dans les dix années à venir, avec l'accélération d'ions de plomb au SPS mais aussi avec la construction de nouveaux collisionneurs tels que RHIC et le LHC. Peut-être qu'avec de telles machines la production du PQG deviendrait alors possible.

[1] H.R. Schmidt and J. Schukraft, CERN Preprint CERN-PPE/92-42 (March 1992).

APPENDICES

APPENDICE A

INTRODUCTION A LA CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE SUR RESEAU [1]

Les théories de jauge jouent un rôle important dans la compréhension et la description des interactions entre particules. Originellement développées pour étudier l'interaction électromagnétique, elles ont été étendues avec succès à la formulation des interactions faible et forte ainsi qu'aux théories d'unification de ces trois forces. Les techniques de calcul utilisées dans ces théories, pour évaluer les amplitudes de transition ou les fonctions de Green, sont basées sur un développement perturbatif en puissances d'une ou de plusieurs constantes de couplage supposées être faibles ($g \ll 1$). Les divergences ultra-violettes rencontrées dans les théories de jauge sont éliminées ordre par ordre à l'aide de la théorie de la renormalisation qui consiste à redéfinir un certain nombre fini de paramètres tels que la constante de couplage et la masse. Malheureusement les techniques de perturbation ne peuvent être étendues à l'étude des domaines de couplage fort ou des phénomènes de nature non perturbative tel que le confinement des quarks. Dans le but de surmonter ce problème, Wilson [2] a proposé une méthode de régularisation des théories de jauge qui consiste à formuler ces dernières sur un réseau. Cette méthode permet d'étudier l'interaction forte pour toute valeur de la constante de couplage, aussi bien dans le domaine de couplage faible que dans le domaine de couplage fort.

I – FORMULATION DES THEORIES DE JAUGE SUR RESEAU

La discrétisation des théories de jauge se fait usuellement sur un réseau hypercubique dont le volume est donné par :

$$V = N^4 \, a^4$$

a étant l'espacement entre deux nœuds. Il est plus commode de différencier, dans le cas des théories de jauge à température finie, entre l'espacement dans les directions temporelle et spatiales. Si on note a_s et a_t respectivement les espacements dans les directions spatiales et temporelle, alors on a

$$V = N_s^3 \, a_s^3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\beta} = T = 1/N_t \, a_t \tag{A.1}$$

où T est la température du système et où N_s et N_t sont respectivement le nombre de mailles dans les directions spatiales et temporelle. Cette discrimination permet d'étudier la dépendance des différentes quantités en fonction de la température.

Aux nœuds du réseau on associe les champs fermioniques tandis qu'aux liens entre deux noeuds on associe des matrices U du groupe de jauge généralement SU(N)

mais qui peut être aussi un groupe discret. Si on dénote les noeuds du réseau par i, j, k,..., le lien entre deux noeuds voisins i et j, dans la direction i vers j, est représenté par la matrice $U_{j,i}$ donnée par :

$$U_{j,i} = \exp(ig\ A_\mu\ a) \tag{A.2}$$

où g est la constante de couplage, a est l'espacement du réseau en ayant pris $a_s = a_t = a$ et A_μ est un champ de jauge donné par :

$$A_\mu = A_\mu^c\ \lambda_c \tag{A.3}$$

où λ_a est un générateur du groupe de jauge (fixé à SU(N) dans la suite; $c = 1, \ldots, N^2 - 1$ dans ce cas), l'indice μ (=1,2,3,4) spécifie la direction dans laquelle on fait le déplacement (spatiale ou temporelle). Le déplacement de j vers i est représenté par $U_{i,j}$ satisfaisant la condition :

$$U_{i,j} = U_{j,i}^{-1} \tag{A.4}$$

Sous une transformation de jauge locale, un champ fermionique Ψ_i se transforme en :

$$\Psi_i' = G_i\ \Psi_i \tag{A.5}$$

tandis que $U_{i,j}$ se transforme en :

$$U_{i,j}' = G_i U_{i,j} G_j^{-1} \tag{A.6}$$

où G_i est un élément du groupe de jauge lié au noeud i.

Un déplacement entre deux noeuds quelconques i_1 et i_n du réseau, suivant un chemin C passant par les noeuds i_2, i_3,..., i_{n-1}, est représenté par l'opérateur :

$$U_c = U_{i_n,\, i_{n-1}} \cdots U_{i_3,\, i_2} U_{i_2,\, i_1} \tag{A.7}$$

ce dernier se transformant en :

$$U_c' = G_{i_n} U_{i_n,\, i_{n-1}} \cdots U_{i_2,\, i_1} G_{i_1}^{-1} \tag{A.8}$$

sous une transformation de jauge locale.

II – ACTION POUR LES CHAMPS DE JAUGE

En analogie avec le cas continu, la dynamique des champs de jauge (ou fermioniques) sur réseau est formulée en introduisant une action S. Dans le cas de l'espace-temps continu l'action est définie par :

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x) \tag{A.9}$$

où $\mathcal{L}(x)$ est le lagrangien de la théorie.
Dans le cas des théories de jauge à température finie, l'intégration sur le temps est limitée au domaine $[0,\ 1/T]$ où T est la température et les champs obéissent aux relations

$$A_\mu(1/T,\ \vec{x}) = A_\mu(0, \vec{x})$$
$$\Psi_\mu(1/T,\ \vec{x}) = -\Psi_\mu(0, \vec{x})$$

Une action candidate pour la description de la dynamique des champs de jauge sur réseau doit d'une part être localement invariante de jauge et d'autre part se réduire à l'action du cas continu :

$$S = \frac{1}{4} \int d^4x\ F^a_{\mu\nu}\ F^{\mu\nu}_a \tag{A.10}$$

quand l'espacement a tend vers 0.
Considérons une boucle fermée $(i_1 \rightarrow i_1)$. Elle est représentée par :

$$U_\gamma = U_{i_1, i_{n-1}} \cdots U_{i_3,i_2} U_{i_2,i_1} \tag{A.11}$$

qui se transforme en :

$$U'_\gamma = G_{i_1} U_{i_1,i_{n-1}} \cdots G^{-1}_{i_1} \tag{A.12}$$

sous une transformation de jauge locale.
Formons la trace de U'_γ :

$$Tr(U'_\gamma) = Tr(G_{i_1} U_\gamma G^{-1}_{i_1}) \tag{A.13}$$

en exploitant la propriété cyclique de la trace :

$$Tr(ABC) = Tr(CAB) = Tr(BCA) \tag{A.14}$$

où A, B et C sont des opérateurs, on trouve que :

$$Tr(U'_\gamma) = Tr(U_\gamma) \tag{A.15}$$

$\mathrm{Tr}(U_\gamma)$ est invariante de jauge et est donc une candidate possible pour former une action des champs de jauge.
L'action des champs de jauge couramment utilisée est l'action de Wilson :

$$S_G = \sum_p S_p \tag{A.16}$$

où S_p est l'action d'une plaquette (Fig. A.1) donnée par :

$$S_p = \frac{2N}{g^2} \left[1 - \frac{1}{N} \mathrm{Re} Tr\left(U_{i_1,i_4} U_{i_4,i_3} U_{i_3,i_2} U_{i_2,i_1} \right) \right] \tag{A.17}$$

où g est la constante de couplage et $N = 3$ (3 couleurs) dans le cas de QCD. Elle est invariante de jauge et de plus on montre qu'elle se réduit à l'action (A.10) quand l'espacement a tend vers 0.

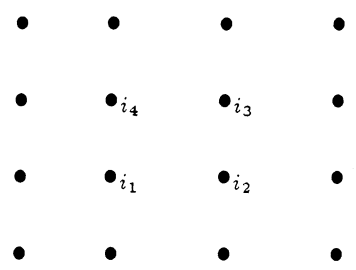


Fig. A.1

La plupart des calculs sur réseau se font avec les champs de jauge seuls. Dans ce cas la moyenne d'un opérateur $O(U_{j,i})$ est donnée, en analogie avec la thermodynamique statistique, par :

$$< O > = \frac{1}{Z} \int \prod_{\{i,j\}} dU_{j,i}\, O(U_{j,i})\, e^{-S_G} \tag{A.18}$$

et

$$Z = \int \prod_{\{i,j\}} dU_{j,i}\, e^{-S_G} \tag{A.19}$$

où le produit porte sur les liens du réseau.

L'analogie avec la thermodynamique statistique fait que $\exp(-S_G)$ et $2N/g^2$ correspondent respectivement à $\exp(-\beta H)$ et $\beta = 1/kT$ d'où une correspondence entre les régimes de basse température et de couplage faible d'une part et les régimes de haute température et de couplage fort d'autre part. Les techniques de calcul développées en thermodynamique statistique sont directement appliquées pour les calculs sur réseau. Notamment la densité d'énergie et la pression d'un système sur réseau, à température finie, sont données par :

$$\epsilon = -\frac{1}{V} \frac{\partial \mathrm{Log} Z}{\partial (1/T)} \quad \text{et} \quad P = \frac{\partial (T \,\mathrm{Log} Z)}{\partial V} \tag{A.20}$$

où V et T sont donnés par (A.1) et Z est donnée par (A.19). La connaissance de ϵ et P permet de déterminer l'équation d'état du système étudié.

III – ACTION POUR LES FERMIONS

Pour définir les fermions sur réseau on doit trouver une action sur réseau analogue à l'action de Dirac pour le continu

$$S_F = \overline{\Psi}(\not{D} + m)\Psi \tag{A.21}$$

où $\not{D} = \gamma^\mu(\partial_\mu + ig\, A_\mu)$.
Si on définit l'analogue de $\partial_\mu \Psi$ sur réseau par :

$$\frac{\Psi_{i+\hat{\mu}} - \Psi_{i-\hat{\mu}}}{2a} \tag{A.22}$$

où $i(= (n_1, n_2, n_3, n_4)$, n_k étant les coordonnées du site $i)$ est un site du réseau, $\hat{\mu}$ est un vecteur (de module a) indiquant la direction dans laquelle est effectué le déplacement et a l'espacement du réseau, l'équivalent de (A.21) serait :

$$\begin{aligned} S_F = \frac{1}{2a} \sum_{i,\mu} \left(\overline{\Psi}_i \gamma^\mu U_{i,i+\hat{\mu}} \Psi_{i+\hat{\mu}} - \overline{\Psi}_{i+\hat{\mu}} \gamma^\mu U_{i+\hat{\mu},i} \Psi_i\right) \\ + m \sum_i \overline{\Psi}_i \Psi_i \end{aligned} \tag{A.23}$$

où les liens U ont été insérés pour assurer le couplage entre sites voisins. Notons au passage que S_F est invariante sous les transformations (A.5) et (A.6).

En faisant une transformée de Fourier de l'action S_F dans le cas de fermions libres ($U = I, I$ étant la matrice identité) on obtient l'expression du propagateur dans l'espace des impulsions

$$G(p) \sim \frac{1}{1/a \sum_{\mu=1}^{4} \gamma^\mu \sin(p_\mu a)} \tag{A.24}$$

qui se réduit au propagateur du cas continu $(\gamma^\mu p_\mu)^{-1}$ dans la limite $a \to 0$. Comme p_μ est définie dans la zone de Brillouin $]-\pi/a, \pi/a\,]$, $G(p)$ a 16 pôles correspondant à $p = (0,0,0,0), (\pi/a,0,0,0)$,..., $(\pi/a, \pi/a, \pi/a, \pi/a)$ et par conséquent il décrit 16 fermions au lieu d'un seul. C'est ce qu'on appelle le "dédoublement des fermions" (*species doubling*). Ce problème est commun à toutes les actions sur réseaux qui préservent l'invariance de l'action continue pour la symétrie chirale.

Dans les actions de fermions couramment utilisées sur réseau, on essaye de préserver la symétrie chirale de l'action continue au prix d'un dédoublement de fermions (action de Kogut-Susskind) ou on élimine ce dernier problème aux dépens d'une perte de la symétrie chirale de l'action continue (action de Wilson).

L'action de Wilson est donnée par :

$$S_F^W = \sum_{i,j} \overline{\Psi}_i\, Q_{i,j}\, \Psi_j = \sum_{i,j} \overline{\Psi}_i\, (\delta_{i,j} - K\, M_{i,j})\, \Psi_j \tag{A.25}$$

avec

$$M_{i,j} = \sum_{\mu=1}^{4} \frac{1}{2a} \left[(1+\gamma^\mu)\, U_{i,j}\, \delta_{i,j-\hat{\mu}} + (1-\gamma^\mu)\, U_{i,j}^{-1}\, \delta_{i,j+\hat{\mu}}\right] \tag{A.26}$$

et K est relié à la masse des quarks par la relation $1/K_c - 1/K = ma$ avec $K_c = 1/8$.

L'action de Kogut-Susskind (*Staggered fermions*) est donnée par :

$$S_F^{KS} = \sum_{i,j} \overline{\chi}_i \, Q_{i,j} \, \chi_j = \sum_{i,j} \overline{\chi}_i \, (D_{i,j} + m\delta_{i,j}) \, \chi_j \tag{A.27}$$

où les χ_i sont des spineurs à une seule composante et $D_{i,j}$ est donné par :

$$D_{i,j} = \frac{1}{2a} \sum_{\hat{\mu}=1}^{4} S_{i,\hat{\mu}} \left[U_{i,j} \, \delta_{i,j-\hat{\mu}} - U_{i,j}^{-1} \, \delta_{i,j+\hat{\mu}} \right] \tag{A.28}$$

$S_{i,\hat{\mu}} = 1$ pour $\hat{\mu} = 1, (-1)^{n_1}$ pour $\hat{\mu} = 2, (-1)^{n_1+n_2}$ pour $\hat{\mu} = 3$ et $(-1)^{n_1+n_2+n_3}$ pour $\hat{\mu} = 4$.

Pour les théories de jauge sur réseau à température finie, il est plus pratique d'utiliser l'action de Kogut-Susskind pour pouvoir étudier la brisure/restauration de la symétrie chirale.

En présence des quarks, la moyenne d'un opérateur O est donnée par :

$$< O >= \int \prod_{\{i,j\}} dU_{i,j} \prod_i d\Psi_i d\overline{\Psi}_i \, O \, e^{-S_G - S_F} \Big/ \int \prod_{\{i,j\}} dU_{i,j} \prod_i d\Psi_i d\overline{\Psi}_i \, e^{-S_G - S_F} \tag{A.29}$$

et se réduit à :

$$< O >= \int \prod_{\{i,j\}} dU_{i,j} < O >_U \; e^{-S_G} \det(Q) \Big/ \int \prod_{\{i,j\}} dU_{i,j} \; e^{-S_G} \det(Q) \tag{A.30}$$

après intégration sur les champs de fermions (l'action des fermions étant une forme quadratique dans notre cas). $< O >_U$ est donné par :

$$< O >_U = \int \prod_i d\Psi_i d\overline{\Psi}_i \, O \, e^{-S_F} \Big/ \int \prod_i d\Psi_i d\overline{\Psi}_i \, e^{-S_F} \tag{A.31}$$

En remarquant que $\det(Q) = \exp[\mathrm{Log}\det(Q)] = \exp[\mathrm{Tr}\,\mathrm{Log}(Q)]$, on définit une action effective $S_{\mathrm{eff}} = S_G - \mathrm{Tr}\,\mathrm{Log}(Q)$.

Le calcul des expressions (A.30) par la méthode Monte-Carlo dépasse les capacités des ordinateurs disponibles, à cause de la taille de la matrice Q. Ces calculs sont souvent traités en faisant des approximations. On développe, dans le cas des fermions de Wilson, $\mathrm{Log}(1 - KM)$ pour $K \ll 1$ ou dans le cas des fermions de Kogut-Susskind, $\mathrm{Log}(Q)$ pour $\delta U = U' - U \ll 1$.

Dans le cas où on étudie un système de densité baryonique non nulle, on doit tenir compte du potentiel chimique μ. Ce dernier est introduit dans la formulation sur réseau en remplaçant, pour les liens dans la direction temporelle positive (négative), les matrices U par :

$$e^{\mu a} U \quad \left(e^{-\mu a}\, U\right) \tag{A.32}$$

ou encore par :

$$\frac{1+\mu a}{\sqrt{1-\mu^2 a^2}} U \quad \left(\frac{1-\mu a}{\sqrt{1-\mu^2 a^2}} U \right) \tag{A.33}$$

IV - LA LIMITE CONTINUE DES THEORIES DE JAUGE SUR RESEAU

Cependant les résultats obtenus par la méthode de discrétisation sur réseau ne fournissent pas automatiquement des solutions aux problèmes de couplage fort. La raison en est que ces résultats sont exprimés en fonction de $2N/g^2$ où g représente la constante de couplage sur réseau et non la constante de couplage réelle; en d'autres termes g est une constante de couplage non renormalisée. Pour reprendre contact avec le monde physique, on fait tendre l'espacement a vers 0. Dans ce processus la constante de couplage doit varier de façon que les observables étudiées restent fixes. En effet, supposons qu'on calcule les observables physiques q_i, ayant des dimensions d_i en termes de l'espacement a, sur réseau. Les résultats obtenus sont de la forme suivante :

$$q_i = a^{-d_i}\, f_i(g) \tag{A.34}$$

où a et g sont respectivement l'espacement et la constante de couplage sur réseau et $f_i(g)$ est une fonction qui décrit toute l'information sur la physique étudiée. Dans le cas où $d_i = 1$, q_i est une masse tandis que dans le cas où $d_i = -1$, q_i est une longueur de corrélation donnée par :

$$l_i = a\, f_i(g) \tag{A.35}$$

Il est évident qu'en faisant tendre a vers 0 dans (A.35), les l_i tendent vers 0, ce qui n'est pas le résultat souhaité. Pour que les l_i tendent vers une limite finie, la constante de couplage g doit varier en même temps que $a \to 0$. Ceci suppose l'existence d'une valeur critique g_{cr} de g telle que $f(g_{cr}) \to \infty$ quand $a \to 0$. D'une manière générale, les fonctions $f_i(g)$ dans l'expression (A.34) doivent tendre vers 0 ou ∞ (selon que $d_i > 0$ ou $d_i < 0$) quand $a \to 0$ et $g \to g_{cr}$ pour que q_i restent constantes. Dans le cas de la théorie de Yang-Mills $g_{cr} = 0$, puisque la limite $a \to 0$ correspond à la limite $p = \pi/a \to \infty$ dans l'espace des impulsions; or pour les grandes impulsions la théorie de Yang-Mills est asymptotiquement libre ($g \sim 0$).

A la limite continue les observables q_i doivent devenir indépendantes de la coupure π/a (ou de a); cette condition fixe la façon dont f dépend de g.

L'indépendance de q_i par rapport à a s'écrit :

$$a\frac{d}{da}q_i\,|_{a\to 0} = 0 \tag{A.36}$$

ou

$$\left[a\frac{\partial}{\partial a} + (a\frac{d}{da}g)\frac{\partial}{\partial g}\right]_{a\to 0} q_i = 0 \tag{A.37}$$

soit en remplaçant q_i par (A.34)

$$d_i\, f_i(g) + B(g)\,\frac{d}{dg}\, f_i(g) = 0 \tag{A.38}$$

où $B(g) = -a\frac{d}{da}g(a)$ est appelée fonction β.

Cette fonction est calculable perturbativement en fonction g (à l'ordre de deux boucles)

$$-a\frac{dg}{da} = -\beta_0 g^3 - \beta_1 g^5 + \cdots \tag{A.39}$$

avec β_0 et β_1 des constantes données par (pour un groupe SU(N) et N_f saveurs) :

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{1}{16\pi^2}\,\frac{1}{3}\,(11N - 2N_f)\\ \beta_1 &= \left(\frac{1}{16\pi^2}\right)^2\,\frac{1}{3}\left(34N^2 - 10NN_f - 3\frac{N^2-1}{N}N_f\right)\end{aligned} \tag{A.40}$$

Après intégration on obtient :

$$a = \frac{1}{\Lambda_L}\exp\left(-\frac{1}{2\beta_0 g^2}\right)\left(\beta_0 g^2\right)^{-\beta_1/2\beta_0} + \cdots \tag{A.41}$$

où Λ_L est une constante (physique) d'intégration qui permet, dans le cas d'une théorie sans paramètre dimensionné (dans le cas de champ de matière de masse nulle) de fixer l'échelle d'énergie. En reportant (A.41) dans (A.34), on a :

$$q_i = \Lambda_L^{d_i}\, f_i(g)\left[\left(\beta_0 g^2\right)^{-\beta_1/2\beta_0}\exp\left(-\frac{1}{2\beta_0 g^2}\right)\right]^{d_i} \tag{A.42}$$

où encore :

$$q_i = c_i \Lambda_L^{d_i} \tag{A.43}$$

avec c_i une constante.
Cette dernière relation montre que toutes les observables q_i s'expriment en fonction de Λ_L. On peut fixer l'une de ces observables pour établir une échelle de masse, et en éliminant Λ_L on exprime les autres observables en fonction de celle qui est fixée. Dans les calculs sur réseau on vérifie que c_i est constante et on détermine sa valeur.

V – CONFINEMENT – CRITERE DE WILSON

Le critère de Wilson pour le confinement est que l'énergie d'une paire de quarks statiques, séparés par une distance R, augmente linéairement avec R :

$$\begin{aligned} E &= 2m + V(R) \\ V(R) &= \sigma R \qquad (R \to \infty) \end{aligned} \tag{A.44}$$

où σ est appelé la tension de corde par analogie avec l'énergie interne d'une corde tendue de longueur R et de densité d'énergie par unité de longueur σ.

L'amplitude de probabilité pour trouver au temps T une paire de quarks créée au temps 0, est donnée par :

$$A(R,T) = < M^{+}(i,j)\, M(k,l) > \tag{A.45}$$

où

$$M(i,j) = \overline{\Psi}\, U_{i,j}\, \Psi_j$$

est invariante (sous (A.5) et (A.6)) de jauge et $i = (T,0,0,R) = (T,R)$, $j = (T,0), k = (0,R)$ et $l = (0,0)$.

Par définition de $M(i,j)$:

$$\begin{aligned} A(T,R) &= < \overline{\Psi}_{(T,0)}\, U_{(T,0);(T,R)} \Psi_{(T,R)} \overline{\Psi}_{(0,R)}\, U_{(0,R);(0,0)} \Psi_{(0,0)} > \\ &= - < U_{(T,0);(T,R)} \Psi_{(T,R)} \overline{\Psi}_{(0,R)}\, U_{(0,R);(0,0)} \Psi_{(0,0)} \overline{\Psi}_{(T,0)} > \end{aligned} \tag{A.46}$$

Un quark statique (ne dépendant que du temps) obéit à l'équation :

$$\gamma^0 \left(\frac{\partial}{\partial t} - ig\, A_0 \right) \Psi = m\Psi \tag{A.47}$$

dont la solution est donnée par :

$$\Psi_{(t,x)} = \Psi_{(0,x)}\, e^{-mt}\; U_{(t,x);(0,x)} \tag{A.48}$$

En reportant cette solution dans l'expression (A.46), on obtient :

$$A(T,R) = e^{-2mT}\; < W(c) > \tag{A.49}$$

avec $W(c) = Tr \left\{ U_{(T,0);(T,R)}\; U_{(T,R);(0,R)}\; U_{(0,R);(0,0)}\; U_{(0,0);(T,0)} \right\}$ et c est la boucle dont les coins sont (0,0), $(0,R)$, (T,R) et $(T,0)$.

$A(T,R)$ s'écrit aussi :

$$A(T,R) = \sum_n | < n|M\left[(0,R);(0,0)\right]|0 > |^2 \ e^{-E_n T} \tag{A.50}$$

en ayant inséré un ensemble complet ($\sum_n |n><n| = 1$) d'états propres de l'hamiltonien du système, dans l'expression (A.45).

A grand T :

$$A(T,R) \sim e^{-ET} = e^{-2mT - V(R)T} = e^{-2mT} \ < W(c) > \tag{A.51}$$

dont on déduit pour R et T grands :

$$< W(c) > \sim e^{-\sigma A(c)} \tag{A.52}$$

où $A(c) = RT$ est la surface de la boucle c.

La tension de corde σ est reliée à la pente de Regge par la relation :

$$\sigma = 1/2\pi\alpha' \tag{A.53}$$

α' étant égale à $0,9\,\mathrm{GeV}^{-2}$, on en déduit que $\sqrt{\sigma} \simeq 420\,\mathrm{MeV}$.

La tension de corde est calculable sur réseau :

$$\sqrt{\sigma} = C_\sigma \, \Lambda_L \tag{A.54}$$

ceci permet de fixer la valeur de Λ_L.

Les calculs sur réseau donnent $C_\sigma \simeq 90$, soit $\Lambda_L \simeq 4,7\,\mathrm{MeV}$.

VI – BOUCLE THERMIQUE DE WILSON (BOUCLE DE POLYAKOV)

La boucle de Polyakov est donnée par :

$$L = \frac{1}{N} Tr(U_x) \tag{A.55}$$

où N est un facteur de normalisation pour les groupes SU(N) et U_x est une boucle donnée par :

$$U_x = U_{i_1,i_n} \cdots U_{i_3,i_2} U_{i_2,i_1} \tag{A.56}$$

avec $i_1, \cdots, i_n$ des noeuds disposés dans la direction temporelle. L décrit le transport d'une source statique (ne dépendant pas de x) au cours du temps.
L'énergie libre du système discrétisé est :

$$F_0 = -T \,\mathrm{Log}(Z_0) \tag{A.57}$$

en présence d'une source statique l'énergie libre est donnée par :

$$F = -T\,\mathrm{Log}(Z) \tag{A.58}$$

avec :

$$Z = \sum_{\{U_{i,j}\}} L\, e^{-S(U_{j,i})} \tag{A.59}$$

La variation de F est alors donnée par :

$$\Delta F = -T\,\mathrm{Log}(Z/Z_0) = -T\,\mathrm{Log} < L > \tag{A.60}$$

d'où :

$$< L > = \exp(-\Delta F/T) \tag{A.61}$$

Dans une phase confinante ΔF est infinie est donc $< L >= 0$ (à température fixe).

Le réseau considéré ci-dessus étant périodique dans la direction temporelle, les champs de jauge sur réseau doivent être périodiques. Ceci a pour conséquence que toutes les matrices du groupe de jauge U se transforment en :

$$U \rightarrow c_n\, U \tag{A.62}$$

où $c_n = \exp(2i\pi n/N)$ est un élément de Z_N (appelé centre de SU(N) et dont les éléments vérifient $c_n^N = 1$).

Sous cette transformation l'action de pure jauge est invariante tandis que

$$< L > \rightarrow c_n < L > \tag{A.63}$$

Si $< L >$ est invariante sous la symétrie Z_N, on a

$$< L >= c_n < L > \tag{A.64}$$

ceci n'est vrai que si $< L >= 0$.

Par conséquent, dans le cas où $< L >= 0$ la symétrie Z_N est réalisée; on est alors dans une phase ordonnée correspondant au confinement. Tandis que pour $< L > \neq 0$, la symétrie Z_N est brisée; on est alors dans une phase désordonnée correspondant au déconfinement.

En présence des quarks l'action $S(= S_G + S_F)$ n'est plus invariante sous la symétrie Z_N et par conséquent $< L >$ n'est plus un paramètre d'ordre pour la transition de déconfinement.

Malheureusement, on ne discutera pas ici d'autres aspects des théories de jauge sur réseau tels que les masses des hadrons, la limite sur la masse du Higgs, les charges topologiques, le lien entre les théories de jauge sur réseau et les modèles de spin, ... De même qu'on ne discutera pas des différents algorithmes (Métropolis, "*heat bath*", ...) utilisés pour simuler les théories de jauge sur réseau sur ordinateur.

Les problèmes courants des théories de jauge sur réseau sont dus à la limite de la puissance des ordinateurs et du manque d'algorithmes rapides.

Références

[1] M. Creutz, "Quarks, gluons and lattices", Cambridge University Press, Cambridge (1983).
C. Rebbi, "Lattice gauge theories and Monte-Carlo simulations", World Scientific Publishing Co, Singapore (1983).
J.B. Kogut, Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 775.
M. Creutz, L. Jacobs and C. Rebbi, Phys. Rep. 95 (1983) 201.
A. Hasenfratz and P. Hasenfratz, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35 (1985) 559.
M. Bander, Phys. Rep. 75 (1981) 206.
Pour une introduction aux théories de jauge sur réseau à température finie voir : F. Karsch, CERN Preprint CERN-TH-5498/89 (August 89); CERN-TH-5568/89 (October 89).

[2] K. Wilson, Phys. Rev. D10 (1974) 2445.

APPENDICE B

LA RAPIDITE

La rapidité d'une particule donnée est définie par :

$$y = \frac{1}{2} Log \left\{ \frac{E + P_z}{E - P_z} \right\} \tag{B.1}$$

ou encore

$$th(y) = P_z / E = \beta \tag{B.2}$$

E étant l'énergie de la particule et P_z son impulsion suivant l'axe du faisceau.

Sous un *boost* de Lorentz $\beta_0 = th(y_0)$ suivant l'axe du faisceau, l'énergie E et l'impulsion P_z se transforment en

$$E' = \gamma_0 E + \gamma_0 \beta_0 P_z \tag{B.3}$$

$$P'_z = \gamma_0 P_z + \gamma_0 \beta_0 E \tag{B.4}$$

où

$$\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-\frac{1}{2}} \tag{B.5}$$

Des expressions (B.2) et (B.5) on déduit que

$$\gamma_0 = ch(y_0) \qquad \text{et} \qquad \gamma_0 \beta_0 = sh(y_0) \tag{B.6}$$

dans ce cas les expressions (B.3) et (B.4) deviennent

$$E' = ch(y_0) E + sh(y_0) P_z \tag{B.7}$$

$$P'_z = ch(y_0) P_z + sh(y_0) E \tag{B.8}$$

d'où

$$E' + P'_z = exp(y_0)(E + P_z) \tag{B.9}$$

$$E' - P'_z = exp(-y_0)(E - P_z) \tag{B.10}$$

et par conséquent

$$y' = \frac{1}{2} Log \left\{ \frac{E' + P'_z}{E' - P_z} \right\} = y + y_0 \tag{B.11}$$

ainsi sous un *boost* de Lorentz la rapidité est translatée d'une constante.

APPENDICE C

DENSITE D'ENERGIE INITIALE

Considérons la collision frontale (paramètre d'impact nul) d'un noyau A (projectile) sur un noyau B (cible); A étant inférieur à B. Le volume du système formé (quagma) après la collision des deux noyaux est donné par (symétrie cylindrique) :

$$V = \pi R^2 \Delta z \tag{C.1}$$

avec $\Delta z = \tau_0 \Delta y, \tau_0$ est le temps de formation du quagma, Δy est la largeur de rapidité dans laquelle le système (quagma) est contenu et R est le rayon du projectile A.

L'énergie contenue dans la largeur de rapidité Δy est donnée par :

$$E = N \frac{d}{dy} < E > \Delta y \tag{C.2}$$

où N est le nombre de particules (secondaires) produites dans Δy et $< E >$ leur énergie moyenne. Dans ce cas la densité d'énergie contenue dans la largeur de rapidité Δy est donnée par :

$$\varepsilon_0 = E/V = \frac{N}{\pi R^2 \Delta z} \frac{d}{dy} < E > \Delta y = (dN/dy)_{AA} \frac{< m_T >}{\pi R^2 \tau_0} \tag{C.3}$$

où m_T est la masse transverse ($m_T^2 = E^2 - P_z^2$).
Si on suppose que chaque nucléon du projectile subit une collision

$$(dN/dy)_{AA} = A\,(dN/dy)_{pp} \tag{C.4}$$

dont on déduit que

$$\varepsilon_0 = A^{1/3} (dN/dy)_{pp} \frac{< m_T >}{(1,2)^2 \pi \tau_0} \tag{C.5}$$

où on a posé $R = 1,2\,A^{1/3}$.

APPENDICE D

QUELQUES RELATIONS UTILES EN THERMODYNAMIQUE

Pour un potentiel chimique μ nul on a les relations suivantes entre la pression p, la densité d'énergie ε, la densité d'entropie s et la température T :

$$\varepsilon + p = Ts \tag{D.1}$$

$$d\varepsilon = T\,ds \tag{D.2}$$

$$dp = s\,dT \tag{D.3}$$

Dans le cas d'un gaz parfait la densité d'énergie et la pression sont données respectivement par

$$\varepsilon = a\,T^4 \tag{D.4}$$

$$p = \frac{\varepsilon}{3} \tag{D.5}$$

où a est une constante.

Des relations (D.3), (D.4) et (D.5) on déduit l'entropie dans le cas d'un gaz parfait

$$s = dP/dT = \frac{1}{3}\frac{d\varepsilon}{dT} = \frac{4}{3}\,a\,T^3 \tag{D.6}$$

où encore

$$s = \frac{4}{3}\,a^{1/4}\,\varepsilon^{3/4} \tag{D.7}$$

en ayant utilisé (D.4).

La vitesse du son dans un fluide est donnée par

$$c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon} = d\,\mathrm{Log}\,(T)/d\,\mathrm{Log}\,(s) \tag{D.8}$$

soit $c_s^2 = 1/3$ dans le cas d'un gaz parfait.

Dans le cas d'une transition de phase c_s s'annule dans la phase mixte (puisque T et p sont constantes).

Considérons un gaz de pions de masse nulle. Leur nombre moyen dans un niveau d'énergie $E\,(= p)$ est donné par

$$\frac{1}{\exp\,(p/T) - 1} \tag{D.9}$$

Par conséquent leur densité est donnée par

$$n = \frac{3}{8\pi^3} \int \frac{d^3p}{\exp(P/T) - 1} \tag{D.10}$$

$$n = \frac{3 \times 4\pi}{8\pi^3} \int \frac{p^2\, dp}{\exp(P/T) - 1}$$

$$n = \frac{3,6}{\pi^2} T^3 \tag{D.11}$$

L'entropie d'un gaz de pions de masse nulle est donnée par

$$s = \frac{4}{3}\, a\, T^3 \tag{D.12}$$

$(a = \pi^2/10)$ d'où

$$s = 3,6\, n \tag{D.13}$$

APPENDICE E

CONSEQUENCES DE LA SOLUTION DE BJORKEN

I – DENSITE D'ENERGIE INITIALE

En négligeant l'expansion transverse on peut estimer la densité d'énergie initiale à partir de la multiplicité des pions produits en intégrant sur l'élément de volume moyennant la solution de Bjorken.

La densité des particules secondaires à un instant τ est donnée par :

$$n(\tau, y, x) = dN/dV \tag{E.1}$$

où y est la rapidité, x les dimensions transverses et dV est l'élément de volume donné par (symétrie cylindrique) :

$$dV = \tau \, d\tau \, dy \, d^2x \tag{E.2}$$

De la relation (E.1) on déduit la multiplicité par unité de rapidité des particules secondaires à un instant τ_f :

$$dN_\pi/dy = \int \tau \, d\tau \, d^2x \, n(\tau, y, x) \, \delta(\tau - \tau_f) = \int d^2x \, \tau_f \, n(\tau_f, y, x) \tag{E.3}$$

Or pour un gaz de pions de masse nulle la densité n est proportionnelle à la densité d'entropie s

$$s = \xi \, n \tag{E.4}$$

($\xi = 3,6$) d'où

$$dN_\pi/dy = \int d^2x \frac{\tau_f}{\xi} s_f(\tau_f, y, x) = \int d^2x \; \frac{\tau_0}{\xi} \, s_0(\tau_0, y, x) \tag{E.5}$$

en ayant utilisé la solution de Bjorken (III.22).

En supposant que la densité d'entropie initiale est constante dans la direction transverse on a finalement

$$dN_\pi/dy = A_T \, \frac{\tau_0}{\xi} \, s_0(\tau_0, y, x) \tag{E.6}$$

où $A_T = \pi(1,2)^2 A^{2/3}$.

Si on suppose que le plasma est constitué de gluons et de quarks u et d et de leurs antiquarks, la densité d'entropie est donnée dans ce cas par :

$$s = \frac{4}{3}\, a\, T^3 = \frac{4}{3}\, a^{1/4}\, \varepsilon^{3/4} \tag{E.7}$$

dont on déduit finalement la densité d'énergie initiale en fonction de dN_π/dy

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{3\xi}{4\, a^{1/4}\, A_T\, \tau_0} \quad \frac{dN_\pi}{dy} \right]^{4/3} \tag{E.8}$$

II – DEPENDANCE EN A DU LIBRE PARCOURS MOYEN

Le libre parcours moyen est donné par

$$\lambda = 1/n\sigma \tag{E.9}$$

où n et σ sont respectivement la densité et la section efficace des partons. Comme

$$n \,\alpha\, s \sim T^3 \quad \text{et} \quad T \sim A^{1/6} \tag{E.10}$$

on en déduit que

$$\lambda/R \sim A^{-5/6} \tag{E.11}$$

Ce qui est encore plus petit que ce que nous avons trouvé au paragraphe (III.2.2).

III – DEPENDANCE EN A DU TEMPS DE CONFINEMENT

De la solution de Bjorken pour la température (III.26) on déduit le temps de confinement τ_c en fonction du temps de thermalisation τ_0 :

$$\tau_0\, T_0^3 = \tau_c\, T_c^3 \tag{E.12}$$

en remplaçant τ_0 et T_0 par les expressions (III.32) trouvées au paragraphe (III.3.2) on trouve

$$\tau_c = 1,4\,(140/T_c)^3\, A^{1/3} \quad \text{et} \quad \tau_c = 1,2\,(160/T_c)^3\, A^{1/3} \tag{E.13}$$

respectivement pour la première et la seconde valeur. En prenant $T_c = 200$ MeV on trouve

$$\tau_c = 0,5 - 0,6\, A^{1/3} \tag{E.14}$$

dont on déduit la durée de vie du quagma

$$\tau_c - \tau_0 = 0,5\, A^{1/3} - 1,4\, A^{-1/6} \,(\text{et } 0,6\, \mathrm{A}^{1/3} - 1,2\, \mathrm{A}^{-1/6}) \tag{E.15}$$

respectivement pour la première et la seconde valeur.

IV – DEPENDANCE EN A DU TEMPS D'HADRONISATION

Par conservation de l'entropie (III.22) on a la relation suivante entre τ_h et τ_c :

$$s_h \tau_h = s_c \tau_c \tag{E.16}$$

En utilisant la relation (D.12) et le fait que la température est constante ($= T_c$) dans la phase mixte on trouve :

$$\tau_h = \tau_c \frac{s_c}{s_h} = \tau_c \frac{a_c}{a_h} \tag{E.17}$$

où $a_h = \pi^2/10$ et $a_c = 37\pi^2/30$ en supposant que le quagma est formé de gluons et de quarks u et d et de leurs antiquarks et la phase hadronique formée d'un gaz de pions de masse nulle d'où

$$\tau_h = \frac{37}{3} \tau_c = 6,2 - 7,4\, A^{1/3} \tag{E.18}$$

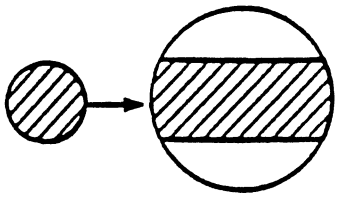
La durée de vie de la phase mixte est donnée dans ce cas par :

$$\tau_h - \tau_c = \frac{34}{3} \tau_c = 5,7 - 6,8\, A^{1/3} \tag{E.19}$$

APPENDICE F

RAPIDITE DE LA BOULE DE FEU FORMEE PAR LA COLLISION DE DEUX NOYAUX

On commence par calculer le nombre de nucléons participants de la cible.



Si on suppose que la cible est très lourde par rapport au projectile, la partie hachurée peut être assimilée à un cylindre dont le volume est donné par :

$$\pi R_p^2 \times 2 \times R_t \tag{F.1}$$

où $R_p\,(R_t)$ est le rayon du projectile (de la cible).

Le volume occupé par un nucléon de la cible est donné par :

$$(4\pi R_t^3/3)/A_t \tag{F.2}$$

en ayant supposé une densité constante. Dans ce cas le nombre de nucléons participants de la cible est donné par :

$$\bar{A}_t = 2\pi R_p^2 R_t/((4\pi R_t^3/3)/A_t) \tag{F.3}$$

soit

$$\bar{A}_t = 1,5\, A_p^{2/3}\, A_t^{1/3} \tag{F.4}$$

en ayant utilisé l'expression du rayon nucléaire $R \simeq 1,2\, A^{1/3}$.

La rapidité de la boule de feu formée par la collision de deux noyaux est donnée par :

$$y_f = \cosh^{-1}(\gamma_f) = \log(\gamma_f + \sqrt{\gamma_f^2 - 1}) \simeq \log(2\gamma_f) \tag{F.5}$$

pour $\gamma_f \gg 1$. γ_f est donnée par :

$$\gamma_f = (E_p + E_t)/\sqrt{s} \tag{F.6}$$

où $\sqrt{s}$ est l'énergie disponible dans le centre de masse des deux nucléons donnée dans le cas d'un projectile $p\,(E_p = m_N\,\gamma_p\,A_p, P_p)$ et d'une cible au repos $(E_t = m_N\,\bar{A}_t, 0)$ par :

$$\begin{aligned}\sqrt{s} &= (M_p^2 + M_t^2 + 2E_p\,E_t)^{1/2} \\ &= m_N(2\gamma_p\,A_p\,\bar{A}_t + A_p^2 + \bar{A}_t^2)^{1/2}\end{aligned} \tag{F.7}$$

γ_p étant $\gg 1$, $A_p/2\gamma_p\,\bar{A}_t$ et $\bar{A}_t/2\gamma_p\,A_p$ sont $\ll 1$ d'où :

$$\sqrt{s} \simeq m_N\,(2\gamma_p\,A_p\,\bar{A}_t)^{1/2} \tag{F.8}$$

dont on déduit que

$$\begin{aligned}\gamma_f &= (A_p\,\gamma_p + \bar{A}_t)/(2\gamma_p\,A_p\,\bar{A}_t)^{1/2} \\ &\simeq (\gamma_p\,A_p/2\cdot\bar{A}_t)\end{aligned} \tag{F.9}$$

en ayant négligé le deuxième terme. Finalement, on trouve pour la rapidité

$$y_f = \log(2\gamma_f) = \frac{1}{2}\log(2\gamma_p) - \frac{1}{2}\log(\bar{A}_t/A_p) \tag{F.10}$$

Plus la masse de la cible augmente plus le maximum de la distribution en rapidité est décalé vers l'arrière par rapport au cas nucléon-nucléon.

Références

[1] J. Rafelski, NA36 notes ref. jk/14/gm/04, 22 April 1987.

[2] J. Rafelski, University of Cape Town preprint UCT-TP 81/1987.

APPENDICE G

METHODES DE RECONSTRUCTION DE TRACES [1]

I – METHODE DE SUIVAGE DE TRACE [2]

I.1. Description de la constitution du premier élément de trace

Il s'agit ici de trouver les triplets de signaux candidats pour initialiser la reconstruction des traces. La recherche de ces triplets se fait à partir de l'aval de la TPC, là où la densité de signaux, donc de traces, est la plus faible; on recherche des associations de signaux en remontant vers l'amont. A partir de tout signal libre trouvé dans une rangée verticale, numérotée à ce propos IR1, on recherche un signal de la rangée précédente (numéro IR1-1) répondant à un critère de tolérance ajustable en y et z. Tout signal accepté sera utilisé indépendamment par la suite pour tenter de construire un élément de trace (triplet) en recherchant dans la rangée précédente (numéro IR1-2) un signal compatible avec l'extrapolation des deux premiers. Une option permet d'autoriser ou non la constitution de triplets malgré l'absence de signaux sur les rangées immédiatement adjacentes, ce qui conduit à une extention maximale des éléments de trace sur 5 rangées.

I.2. Division de la TPC en tranches dans la direction temporelle (axe z)

La division de la TPC en tranches suivant la direction temporelle a pour but de faciliter le traitement des grandes densités de signaux.

Si le champ magnétique avait pour seule composante B_z, alors les traces dans le plan x-z seraient très approximativement des segments de droites dirigés vers le vertex. Dans ces conditions tous les signaux constituant une trace issue du vertex devraient être contenus dans un dièdre dont l'arête passe par le vertex parallèlement à l'axe y.

L'utilisation d'un tel découpage permet d'une part de voir ce qui se passe dans la TPC pour les événements ayant une grande densité de traces. D'autre part, il accélère le procédé de reconnaissance de trace en filtrant les signaux candidats pour constituer la trace. Par contre, ce découpage nécessite indépendamment une bonne connaissance de la position du vertex pour être efficace.

I.3. Premier essai de suivage de trace

Tous les triplets formés dans l'étape précédente sont des candidats pour initialiser la reconstruction des traces. Ils permettent de calculer des paramètres rustiques de traces et de recherche par extrapolation des signaux supplémentaires

dans les rangées adjacentes. Dans une première étape la méthode est appliquée de l'aval vers l'amont. On peut éventuellement l'appliquer dans le sens inverse.

On admet que les projections de la trace sur les plans x-z et x-y sont respectivement un segment de droite et un arc de cercle. On va donc faire une extrapolation linéaire dans un plan x-z et circulaire dans le plan x-y à partir du triplet considéré vers la rangée verticale précédente.

Dans la limite de tolérances ajustables, une recherche des signaux compatibles avec cette extrapolation est faite. En cas d'ambiguité, le signal le plus proche de la prédiction est pris en compte. Un processus itératif permet de poursuivre le suivage de trace en ne considérant que les trois derniers signaux. Lorsqu'aucun signal compatible n'est trouvé on prolonge l'extrapolation aux rangées suivantes en autorisant au maximum trois rangées sans signal acceptable.

Une fois la première rangée atteinte, une hélice est ajustée aux points sélectionnés. Si cet ajustement est impossible la trace est abandonnée et les signaux sont considérés comme non utilisés. On passe alors au triplet suivant.

I.4. Extension définitive de la trace

Puisque notre champ magnétique n'est pas uniforme, l'ajustement suivant une hélice est approximatif. Une procédure plus réaliste consiste à tenir compte de la carte du champ magnétique et de l'impulsion calculée dans l'étape précédente pour mieux approcher la trajectoire réelle. Ceci permet des extrapolations plus précises et par voie de conséquence l'adjonction de signaux qui avait échappé à la procédure de suivage.

II – METHODE DES ROUTES [3]

Cette méthode est basée sur l'interpolation entre le vertex présumé et un signal de la dernière rangée verticale de la TPC. La définition de la route dans laquelle on va rechercher des signaux est facilitée par un changement de variables transformant les cercles en droites. La transformation utilisée est la suivante :

$$u = (x^2 + y^2)/2x \qquad (G.1)$$

$$v = y/x \qquad (G.2)$$

Sous cette dernière le cercle d'équation :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \qquad (G.3)$$

se transforme en une droite d'équation :

$$u - vy_0 - x_0 = 0 \qquad (G.4)$$

si

$$R^2 - x_0^2 - y_0^2 = 0 \tag{G.5}$$

On peut aussi faire la transformation suivante :

$$u = x/(x^2 + y^2) \tag{G.6}$$

$$v = y/(x^2 + y^2) \tag{G.7}$$

dans ce cas le cercle (G.3) se transforme en

$$-2ux_0 - 2vy_0 + 1 = 0 \tag{G.8}$$

Si on suppose que la cible a les coordonnées (x_0, y_0), alors les traces venant du vertex primaire apparaissent comme des segments de droites dans le système de coordonnées u-v. La recherche des signaux appartenant à une même trace est effectuée dans une route définie par des tolérances ajustées dans le plan u-v.

Références

[1] H. Grote, Rep. Prog. Phys. 50 (1987) 473
R.K. Bock et al., "Data Analysis Techniques for High-Energy Physics Experiments", Ed. M. Regler, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
[2] I. Sakrejda, NA36-Software/88-26 (21 May 1988)
[3] M. Rozanska, NA36-Software/88-32 (27 July 1988)

APPENDICE H

L'ENTROPIE STATISTIQUE

A la suite du travail de Shannon, l'expression de l'entropie statistique a été établie d'une façon mathématique rigoureuse par plusieurs auteurs. La démonstration qui suit est basée sur les références [1, 2] ; la généralisation de certains lemmes a été ajoutée.

Pour établir l'expression de la fonction qui devrait mesurer le manque d'information, on part des hypothèses suivantes

1- S est une fonction continue des probabilités p_i pour $0 \leq p_i \leq 1$.

2- $S(p_1, \ldots, p_n)$ est symétrique des n variables p_i.

3- Si $p_n = q_1 + q_2 > 0$ alors on a la relation

$$S(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, q_2) = S(p_1, \ldots, p_n) + p_n \, S\left(\frac{q_1}{p_n}, \frac{q_2}{p_n}\right)$$

Théorème 1

La seule fonction qui satisfait à ces trois conditions est

$$S(p_1, \ldots, p_n) = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \, \mathrm{Log}(p_i)$$

où k est une constante positive.

La démonstration de ce théorème se fera en plusieurs étapes.

Lemme 1 :

$S(1,0) = 0$

Démonstration

De l'hypothèse 3 on tire :

$$S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} S(1,0)$$

S étant symétrique on a aussi

$$S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = S\left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = S(1,0) + S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

dont on déduit que $S(1,0) = 0$ en ayant utilisé le fait que $S(1,0) = S(0,1)$ puisque S est symétrique.

Ce résultat peut être généralisé au cas de n événements c'est-à-dire $S(0,0,\ldots,1) = 0$ en utilisant la condition 3

$$\begin{aligned} S(\underbrace{0,0,\ldots,1}_{n \text{ termes}}) &= S(\underbrace{0,\ldots,1}_{n-1 \text{ termes}}) + S(0,1) \\ &= S(\underbrace{0,\ldots,1}_{n-2 \text{ termes}}) + S(0,1) \\ &\vdots \\ &= S(0,1) = 0 \end{aligned}$$

Ce résultat est vrai quelle que soit la position du 1, donc pour tout $S(0,\ldots,1,\ldots,0)$ d'après l'hypothèse 2. La signification de ce résultat est que dans le cas où un événement a une probabilité égale à 1, les autres événements ayant une probabilité nulle, le manque d'information est nul. L'information est totale dans le cas où un événement est certain.

Lemme 2 :

$$S(p_1,\ldots,p_n,0) = S(p_1,\ldots,p_n)$$

Démonstration

En utilisant la conditon 3 pour $q_1 = p_n$ et $q_2 = 0$ on a

$$\begin{aligned} S(p_1,\ldots,p_n,0) &= S(p_1,\ldots,p_n) + p_n S(1,0) \\ &= S(p_1,\ldots,p_n) \end{aligned}$$

par vertu du lemme 1.

Ce résultat peut être généralisé pour donner

$$S(p_1,\ldots,p_n,0,0,\ldots,0) = S(p_1,\ldots,p_n)$$

dont la démonstration ne sera possible qu'après l'établissement du lemme 3.

Ce résultat signifie que si on enlève ou on ajoute des événements impossibles (ou ayant une probabilité nulle) l'entropie ne change pas.

Lemme 3 :

$$S(p_1,\ldots,p_{n-1},q_1,\ldots,q_m) = S(p_1,\ldots,p_n) + p_n\, S\left(\frac{q_1}{p_n},\ldots,\frac{q_m}{p_n}\right)$$

avec $p_n = q_1 + \ldots + q_m$.

Démonstration

Pour montrer ce lemme on procède par récurrence. Il est évident que le cas $m = 2$ correspond à la condition 3. On suppose que cette égalité est vraie pour m et on démontre qu'elle l'est aussi pour $m + 1$.

$$S(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, \ldots, q_{m+1}) = S(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, p') + p'\ S\left(\frac{q_2}{p'}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p'}\right)$$

où $p' = q_2 + \ldots + q_{m+1}$.

En appliquant la condition 3 au premier terme du second membre on obtient

$$\begin{aligned} &S(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, \ldots, q_{m+1}) \\ &\quad = S(p_1, \ldots, p_n) + p_n\ S\left(\frac{q_1}{p_n}, \frac{p'}{p_n}\right) + p'\ S\left(\frac{q_2}{p'}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p'}\right) \\ &\quad S\left(\frac{q_1}{p_n}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p_n}\right) = S\left(\frac{q_1}{p_n}, \frac{p'}{p_n}\right) + \frac{p'}{p_n}\ S\left(\frac{q_2}{p'}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p'}\right) \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} &S(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, \ldots, q_{m+1}) \\ &\quad = S(p_1, \ldots, p_n) + p_n \left[S\left(\frac{q_1}{p_n}, \frac{p'}{p_n}\right) + \frac{p'}{p_n}\ S\left(\frac{q_2}{p'}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p'}\right)\right] \\ &\quad = S(p_1, \ldots, p_n) + p_n\ S\left(\frac{q_1}{p_n}, \ldots, \frac{q_{m+1}}{p_n}\right) \end{aligned}$$

Ce lemme peut être utilisé pour démontrer la généralisation du lemme 2. En effet

$$S(p_1, \ldots, p_n, 0, \ldots, 0) = S(p_1, \ldots, P_n) + P_n\ S\left(\frac{p_n}{P_n}, 0, \ldots, 0\right)$$

$$(P_n = p_n + 0 + \ldots + 0 = p_n)$$

soit

$$S(p_1, \ldots, p_n, 0, \ldots, 0) = S(p_1, \ldots, p_n) + p_1\ S(1, 0, \ldots, 0)$$

or d'après le lemme 1 $S(1, 0, \ldots, 0) = 0$, donc

$$S(p_1, \ldots, p_n, 0, \ldots, 0) = S(p_1, \ldots, p_n)$$

Lemme 4 :

$$S(q_{11}, \ldots, q_{1,m_1}; \ldots; q_{n,1}, \ldots, q_{n,m_n}) = S(p_1, \ldots, p_n) + \sum_{i=1}^{n} p_i\ S\left(\frac{q_{i,1}}{p_i}, \ldots, \frac{q_{i,m_i}}{p_i}\right)$$

avec $p_i = q_{i,1} + \ldots + q_{i,m_i} > 0$.

Démonstration

En utilisant le lemme 3 on a

$$S(q_{11},\ldots,q_{1,m_1};\ldots;q_{n,1},\ldots,q_{n,m_n}) = p_n\, S\left(\frac{q_{n,1}}{p_n},\ldots,\frac{q_{n,m_n}}{p_n}\right)$$
$$+ S(q_{11},\ldots,q_{1,m_1};\ldots;q_{n-1,1},\ldots,q_{n-1,m_{n-1}};\ p_n)$$

Le second terme du membre de droite s'écrit, moyennant la condition 2

$$S(p_n; q_{1,1},\ldots,q_{1,m_1};\ldots;q_{n-1,1},\ldots,q_{n-1,m_{n-1}})$$

On applique ensuite la procédure ci-dessus à ce terme et ainsi de suite pour arriver finalement au résultat énoncé.

Considérons n événements p_i équiprobables ($p_i = \dfrac{1}{n}$ pour tout i) et posons

$$F(n) = S\left(\frac{1}{n},\ldots,\frac{1}{n}\right)$$

puis appliquons le lemme 3 au cas $m_1 = \ldots = m_n = m$ (dans ce cas $q_{ij} = \dfrac{1}{m\,n}$). On obtient la relation

$$F(nm) = F(n) + F(m)$$

Si $m = n = 1$, on a

$$F(1 \times 1) = F(1) + F(1) \Longrightarrow F(1) = 0$$

et donc $S(1) = 0$, ce qui signifie que le manque d'information est nul dans le cas d'un événement unique.

Déterminons la forme de $F(n)$.

$$F(n^2) = F(n) + F(n) = 2F(n)$$

de même

$$F(n^3) = F(n^2) + F(n) = 3F(n)$$

On suppose que cette relation est vraie pour α un entier

$$F(n^\alpha) = \alpha F(n)$$

et on la démontre pour $\alpha + 1$.

$$F(n^{\alpha+1}) = F(n^\alpha) + F(n) = \alpha F(n) + F(n) = (\alpha + 1)F(n)$$

D'une façon générale, tout entier s'écrit comme un produit de puissances de nombres premiers et donc il faut établir la forme de $F(n)$ pour des nombres premiers

$$n = p_1^{\alpha_1} \dots p_s^{\alpha_s}$$

où les p_i sont des entiers.

On peut montrer de plus que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F(n)}{n} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} F(n) - F(n-1) = 0$$

La fonction logarithme possède toute ces propriétés. On pose donc

$$F(n) = k \text{ Log}(n)$$

où k est une constante positive puisque le manque d'information augmante avec n (qui est le nombre de p_i).

On doit maintenant se servir de l'expression de $F(n)$ pour établir l'expression de S, dans un premier temps pour des nombres rationnels.

On pose $p = \frac{r}{s}$ où r et s sont des entiers tels que $r < s$ (notons que l'expression de F ci-dessus a été établie pour des entiers). En utilisant le lemme 4 avec $p_1 = \frac{r}{s}$ et $p_2 = \frac{s-r}{s}$, on obtient

$$S\left(\frac{1}{s},\dots,\frac{1}{s}\right) = S\left(\frac{r}{s},\frac{s-r}{s}\right) + \frac{r}{s} S\left(\frac{1}{r},\dots,\frac{1}{r}\right) + \frac{s-r}{s} S\left(\frac{1}{s-r},\dots,\frac{1}{s-r}\right)$$
$$F(s) = S(p,1-p) + pF(r) + (1-p)F(s-r)$$

où on a posé $p_1 = \frac{r}{s}$ et $p_2 = \frac{s-r}{s} = 1 - p_1 = 1 - p$. Il s'en suit

$$\begin{aligned} S(p,1-p) &= F(s) - pF(r) - (1-p)F(s-r) \\ &= k \text{ Log}(s) - kp \text{ Log}(r) - k(1-p) \text{ Log}(s-r) \end{aligned}$$

En ajoutant à cette expression la quantité $kp \text{ Log}(s) - kp \text{ Log}(s)$ on trouve finalement

$$S(p,1-p) = k\left[p \text{ Log}\left(\frac{1}{p}\right) + (1-p) \text{ Log}\left(\frac{1}{1-p}\right)\right]$$

Ce résultat peut être généralisé pour tout p réel à l'aide de la condition de continuité de S.

Pour tout $0 \leq p \leq 1$ on a

$$S(p, 1-p) = \lim_{p' \to p} S(p', 1-p')$$

où p' tend vers p à l'aide d'une série de nombres rationnels. Dans ce cas on a

$$\begin{aligned} \lim_{p' \to p} S(p', 1-p') &= \lim_{p' \to p} \left[-kp' \operatorname{Log}(p') - k(1-p') \operatorname{Log}(1-p')\right] . \\ &= -kp \operatorname{Log}(p) - k(1-p) \operatorname{Log}(1-p) \end{aligned}$$

Pour la dernière étape de la démonstration du théorème, on généralise le résultat ci-dessus à

$$S(p_1, \ldots, p_n) = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \operatorname{Log}(p_i)$$

à l'aide du lemme 4.

$$S(p_1, \ldots, p_n) = S(p'_1, p'_2) + p'_1 S\left(\frac{p_1}{p'_1}, \ldots, \frac{p_{n-1}}{p'_1}\right) + p'_2 S(1)$$

où $p'_1 = p_1 + \ldots + p_{n-1}$ et $p'_2 = p_n$.

$$S(p_1, \ldots, p_n) = S(p'_1, p'_2) + p'_1 S\left(\frac{p_1}{p'_1}, \ldots, \frac{p_{n-1}}{p'_1}\right)$$

puisque $S(1) = 0$.

$$\begin{aligned} S(p_1, \ldots, p_n) = -kp'_n \operatorname{Log}(p'_1) - kp'_2 \operatorname{Log}(p'_2) - kp'_1 \Bigg[& \frac{p_1}{p'_1} \operatorname{Log}\left(\frac{p'_1}{p'_1}\right) \\ & + \ldots + \frac{p_{n-1}}{p'_1} \operatorname{Log}\left(\frac{p_{n-1}}{p'_1}\right) \Bigg] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(p_1, \ldots, p_n) = & -kp'_1 \operatorname{Log}(p'_1) - kp'_2 \operatorname{Log}(p'_2) \\ & - k \left[\sum_{i=1}^{n-1} p_i \operatorname{Log}(p_i) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} p_i \right) \operatorname{Log}(p'_1) \right] \end{aligned}$$

en se rappelant que $\sum_{i=1}^{n-1} p_i = p'_1$ et $p'_n = p_n$, on trouve le résultat énoncé.

Propriétés de l'entropie

Lemme 5 : (inégalité comparant deux distributions)

Soient $p_1, \ldots, p_n$ et $q_1, \ldots, q_n$ deux distributions de probabilité (avec $\sum_{i=1}^{n-1} p_i = 1$ et $\sum_{i=1}^{n} q_i = 1$), alors on a

$$-k \sum_{i=1}^{n} p_i \operatorname{Log}(p_i) \leq -k \sum_{i=1}^{n} p_i \operatorname{Log}(q_i)$$

Le logarithme étant une fonction convexe, elle est donc toujours située en dessous de sa tangente en tout point. En particulier au point $x = 1$ on a l'inégalité

$$\text{Log}(x) \leq x - 1$$

l'égalité se produisant au point $x = 1$. Pour $x = \frac{q_i}{p_i}$ on obtient

$$\text{Log}\left(\frac{q_i}{p_i}\right) \leq \frac{q_i}{p_i} - 1$$

en multipliant les deux membres de cette inégalité par p_i et en faisant la somme sur i on a

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}\left(\frac{q_i}{p_i}\right) \leq \sum_{i=1}^{n} q_i - \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 - 1 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}(q_i) \leq \sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}(p_i)$$

$$-k \sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}(p_i) \leq -k \sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}(q_i)$$

Théorème 2

$S(p_1, \ldots, p_n) \leq k \text{ Log}(n)$; l'égalité se produisant quand tous les p_i sont égaux à $\frac{1}{n}$.

En posant $q_i = \frac{1}{n}$ dans le lemme ci-dessus on obtient

$$-k \sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}(p_i) \leq -k \sum_{i=1}^{n} p_i \text{ Log}\left(\frac{1}{n}\right) = k \text{ Log}(n)$$

l'égalité se produit quand $p_i = q_i = \frac{1}{n}$.

Ce théorème signifie que S à un maximum qui est atteint quand tous les événements sont équiprobables.

On va maintenant démontrer une inégalité dite de sous-additivité. Pour cela considérons deux ensembles d'événements $X = (x_1, \ldots, x_n)$ et $Y = (y_1, \ldots, y_n)$ associés à une même expérience. Exemple : une expérience dans laquelle on tire des billes de différentes couleurs et de différentes tailles; X peut être associé à la couleur et Y à la taille. $p(x_i)$ est alors la probabilité de tirer une bille ayant la couleur x_i et $p(y_j)$ est la probablité de tirer une bille ayant la taille y_j. On définit $p(x_i, y_i) = p_{ij}$

comme étant la probabilité de tirer une bille ayant la couleur x_i et la taille y_j et on associe à cette expérience l'entropie

$$S(X,Y) = -k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \operatorname{Log} p(x_i, y_j)$$

Théorème 3

$$S(X,Y) \leq S(X) + S(Y)$$

l'égalité se produisant pour X et Y indépendants.

Démonstration.

$$p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)$$

est la probabilité de tirer une bille de couleur x_i quelque soit sa taille. De même

$$p(y_i) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i, y_j)$$

est la probabilité de tirer une bille de taille y_j quelque soit sa couleur.

L'entropie associée à X (respectivement Y) est

$$S(X) = -k \sum_{i=1}^{n} p(x_i) \operatorname{Log} p(x_i) = -k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \operatorname{Log} p(x_i)$$

$$S(Y) = -k \sum_{j=1}^{m} p(y_j) \operatorname{Log} p(y_j) = -k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \operatorname{Log} p(y_j)$$

dont on déduit que

$$S(X) + S(Y) = -k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} \operatorname{Log}(q_{ij})$$

où $p_{ij} = p(x_i, y_j)$ et $q_{ij} = p(x_i)p(y_j)$

En utilisant le lemme 5, après vérification que

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} q_{ij} = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) \sum_{j=1}^{m} p(y_j) = 1 \times 1 = 1$$

on obtient

$$-k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} \operatorname{Log} p_{ij} \leq -k \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} \operatorname{Log} q_{ij}$$

soit

$$S(X,Y) \leq S(X) + S(Y)$$

Références

[1]A. Feinstein, "Foundations of information theory", Mc Graw-Hill, New-York (1958).

[2]R. Ash, "Information theory", Wiley-Interscience, New-York (1965).

APPENDICE I

FILTRE DE KALMAN

Dans ce qui suit sera exposée une procédure permettant de passer d'un ensemble de points de passage d'une particule, mesurés dans divers détecteurs, aux caractéristiques globales de la trajectoire de cette particule. L'ensemble des méthodes mises en œuvre sera désigné par le terme "fit", ce qui a le mérite d'alléger le langage.

Les méthodes usuelles de fit de traces consistent à déterminer un vecteur paramètre en un point, par exemple le premier point mesuré d'une trajectoire en minimisant la déviation quadratique des mesures par rapport à une courbe prédite à partir de ce dernier. Un tel vecteur s'écrit généralement en fonction d'une coordonnée, par exemple x ; le mieux est de prendre la coordonnée suivant l'axe du faisceau dans le cas des expériences sur cible fixe. Ses composantes sont : $(y(x),\ z(x),\ y'(x),\ z'(x),\ q/P)$ où

$$\begin{aligned} y'(x) &= dy/dx = P_y/P_x \\ z'(x) &= dz/dx = P_z/P_x \\ P &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \end{aligned} \tag{1}$$

q étant la charge. Ici on a supposé que les coordonnées sont cartésiennes. En pratique les valeurs de x sont données par les positions des détecteurs.

Principes généraux

Dans la réalité la trajectoire de la particule a tendance à s'écarter de la trajectoire globale issue du fit décrit ci-dessus à cause de la diffusion multiple. Un fit plus réaliste devrait donc tenir compte de ces effets et donner une estimation des paramètres de la trajectoire en chacun de ses points.

Le filtre de Kalman est une méthode locale qui permet d'associer à une mesure dans un détecteur k, un vecteur paramètre p_k, par résolution de systèmes dynamiques discrets linéaires. Ici le mot détecteur signifie une rangée de fils de la TPC, par exemple, ou plus généralement tout élément de détection dont la réponse est un point mesuré dans l'espace.

Un système dynamique discret est caractérisé en tout point x_k par un vecteur d'état p_k appelé dans la suite vecteur paramètre. L'évolution de ce dernier étant donnée par

$$p_{k+1} = f_{k+1}\,(p_k) + \delta_{k+1} \tag{2}$$

où f_{k+1} est le propagateur de la trajectoire du détecteur k au détecteur $k+1$ et δ_{k+1} est une variable aléatoire qui incorpore la perte d'énergie et la diffusion multiple

entre les détecteurs k et $k+1$ et dont la moyenne et la matrice de covariance sont respectivement 0 et Q_{k+1}. La fonction f_{k+1} est calculée à partir des équations du mouvement par résolution directe de ces dernières ou par intégration numérique. Le système d'équations (2) est appelé modèle de trace.

Le vecteur paramètre défini ci-dessus n'est pas directement mesurable. Sa valeur en un détecteur k est reliée à la mesure m_k effectuée dans ce dernier par la relation

$$m_k = h_k(p_k) + \varepsilon_k \tag{3}$$

où h_k est une fonction qui représente le détecteur et la chaîne de lecture associée et ε_k est une variable qui incorpore les erreurs sur la mesure et dont la moyenne et la matrice de covariance sont respectivement 0 et V_k. Le système d'équation (3) est appelé système d'équations de mesure.

La résolution des systèmes dynamiques représentés par (2) et (3) par filtrage comporte trois opérations différentes :

Prédiction : c'est l'estimation du vecteur paramètre au détecteur $k+1$ à partir de celui du détecteur k, à l'aide des équations (2).

Filtrage : il consiste à calculer le vecteur paramètre au détecteur k à partir de la mesure et du vecteur paramètre prédit ($k \rightarrow k+1$) en résolvant le système (3).

Lissage : c'est l'estimation du vecteur paramètre au détecteur $k-1$ à partir du vecteur paramètre du détecteur k.

Le filtre de Kalman conduit à la solution optimale aux trois problèmes ci-dessus en ce sens qu'il permet de minimiser le χ^2. De plus, si le système d'équations est linéaire et les δ_k et ε_k sont distribués selon des gaussiennes, le filtre de Kalman est optimal.

Dans d'autres applications telles que le traitement de signaux RADAR les trois opérations ci-dessus peuvent être effectuées par rapport à la variable temps : $x = t$.

Nous allons nous limiter dans la suite à l'application des techniques de filtrage décrites ci-dessus au fit de trajectoires de particules, considérées comme des systèmes dynamiques.

Méthode d'application aux trajectoires de particules

Pour appliquer cette méthode, on doit disposer de la valeur du vecteur paramètre au premier détecteur ou à n'importe quel autre détecteur qui donne un signal, ainsi que de sa matrice de covariance. On procède alors par alternance aux opérations de prédiction et de filtrage d'un détecteur à l'autre jusqu'au dernier. Puis on procède dans l'autre sens à la seule opération de lissage.

Pour pouvoir appliquer la théorie du filtre de Kalman, on commence par linéariser l'équation du modèle de trace. Ce dernier n'est pas la solution des

équations du mouvement mais le développement limité au premier ordre de la fonction $f(p)$ donnée par l'équation (2):

$$f(p) = f(\overset{\circ}{p}) + A(p - \overset{\circ}{p})$$

où $\overset{\circ}{p}$ est le point autour duquel le développement a été fait et A est une matrice donnée par $\partial f/\partial p$ en $\overset{\circ}{p}$. Un exemple de calcul du modèle de trace est donné dans les références [1,2]. Après linéarisation du modèle de trace on pose

$$p_{k+1} = F_{k+1}\, p_k$$

où δ_{k+1} a été omis mais son effet est pris en compte dans la matrice de covariance de p_{k+1}. Le système de mesures peut être linéarisé par un choix judicieux du vecteur paramètre

$$m_k = H_k\, p_k$$

l'effet de ε_k étant pris en compte dans la matrice de covariance de m_k.

L'opération de prédiction se fait par la propagation du vecteur paramètre et de sa matrice de covariance du détecteur, k vers le détecteur $k+1$. Si on note le vecteur prédit p^k_{k+1} et sa matrice de covariance C^k_{k+1} on a

$$\begin{aligned} p^k_{k+1} &= F_{k+1}\, p_k \\ C^k_{k+1} &= F_{k+1}\, C_k\, F^T_{k+1} + Q_{k+1} \\ F_{k+1} &= \partial f_{k+1}/\partial p_k \end{aligned}$$

où le premier terme dans l'expression de C^k_{k+1} est la propagation de l'erreur sur p_k et le second correspond à la diffusion multiple entre les détecteurs k et $k+1$.

Une quantité importante est le résidu en un détecteur. Il est donné dans le cas de la prédiction pour le détecteur $k+1$ par :

$$r^k_{k+1} = m_{k+1} - H_{k+1}\, p^k_{k+1}$$

avec une matrice de covariance

$$R^k_{k+1} = H_{k+1}\, C^k_{k+1}\, H^T_{k+1} + V_{k+1}$$

Pour calculer la nouvelle valeur du vecteur paramètre au détecteur $k+1$ on fait un filtrage. Ce dernier consiste à minimiser la quantité

$$\begin{aligned} M =& (p_{k+1} - p^k_{k+1})^T \left(C^k_{k+1}\right)^{-1} (p_{k+1} - p^k_{k+1}) \\ &+ (H_{k+1} p_{k+1} - m_{k+1})^T\, V^{-1}_{k+1}\, (H_{k+1} p_{k+1} - m_{k+1}) \end{aligned}$$

Le vecteur paramètre filtré, solution de $\partial M/\partial p_{k+1} = 0$, est donné par

$$p_{k+1} = \left[\left(C^k_{k+1}\right)^{-1} + H^T_{k+1}\, V^{-1}_{k+1}\, H_{k+1} \right]^{-1} \left[H^T_{k+1}\, V^{-1}_{k+1}\, m_{k+1} + \left(C^k_{k+1}\right)^{-1} p^k_{k+1} \right]$$

ce qui n'est autre qu'une moyenne pondérée entre la prédiction et la mesure en $k+1$. Si on reporte cette solution dans M on obtient le χ^2 du filtre au détecteur $k+1$: $\chi^2_{k+1,F}$. Le χ^2 total du fit jusqu'au détecteur $k+1$ est donné par

$$\chi^2_{k+1} = \chi^2_k + \chi^2_{k+1,F}$$

Le résidu filtré et sa matrice de covariance sont donnés par

$$r_{k+1} = m_{k+1} - H_{k+1}\, p_{k+1} = (I - H_{k+1}\, K_{k+1})\, r^k_{k+1}$$
$$R_{k+1} = (I - H_{k+1}\, K_{k+1})\, V_{k+1} = V_{k+1} - H_{k+1}\, C_{k+1}\, H^T_{k+1}$$

où I est la matrice unité et K sera défini plus loin. En appliquant l'identité

$$(A + H^T B H)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} H^T (B^{-1} + H A^{-1} H^T)^{-1} H A^{-1}$$

à l'expression du vecteur paramètre filtré, on montre que

$$\begin{aligned} p_{k+1} =& p^k_{k+1} + K_{k+1}\,(m_{k+1} - H_{k+1} p^k_{k+1}) \\ C_{k+1} =& \left[\left(C^k_{k+1}\right)^{-1} + H^T_{k+1}\, V^{-1}_{k+1} H_{k+1} \right]^{-1} \\ =& (I - K_{k+1}\, H_{k+1})\, C^k_{k+1} \end{aligned}$$

où K_{k+1} est une matrice donnée par

$$\begin{aligned} K_{k+1} =& C^k_{k+1}\, H^T_{k+1}\, (V_{k+1} + H_{k+1} C^k_{k+1} H^T_{k+1}) \\ =& C_{k+1}\, H^T_{k+1}\, V^{-1}_{k+1} \end{aligned}$$

K est appelée matrice de gain du filtre de Kalman (voir [3] et les références dans [4]). La démonstration de :

$$r_{k+1} = m_{k+1} - H_{k+1}\, p_{k+1} = (I - H_{k+1} K_{k+1})\, p^k_{k+1}$$

se fait de la même manière.

Comme il a été dit ci-dessus le lissage est l'opération qui consiste à déterminer le paramètre vecteur en un détecteur $k-1$ à partir du paramètre vecteur dans le détecteur k. Le vecteur paramètre, le résidu lissés et leurs matrices de covariance référencés par l'indice s, sont donnés par :

$$\begin{aligned} p^s_k =& p_k + A_k\, (p^s_{k+1} - p^k_{k+1}) \\ C^s_k =& C_k + A_k\, (C^s_{k+1} - C^k_{k+1})\, A^T_k \\ A_k =& C_k\, F^T_{k+1}\, \left(C^k_{k+1}\right)^{-1} \\ r^s_k =& r_k - H_k\, (p^s_k - p_k) = m_k - H_k\, p^s_k \\ R^s_k =& R_k - H_k\, A_k\, (C^s_{k+1} - C^k_{k+1})\, A^T_k\, H^T_k \\ =& V_k - H_k\, C^s_k\, H^T_k \end{aligned}$$

Fusion des éléments de trajectoires

Il arrive qu'on veuille relier les fits d'une même trajectoire dans deux ensembles différents de détecteurs, comme par exemple deux éléments de trajectoire dans une TPC. Pour cela on considère le vecteur paramètre p_1 et sa matrice de covariance C_1 au bout de l'élément de trace 1 et le vecteur paramètre p_2 et sa matrice de covariance C_2 au début de l'élément de trace 2. On propage le vecteur paramètre p_1 et sa matrice de covariance C_1 jusqu'au premier point de l'élément de trace 2 puis on fait un filtrage du vecteur paramètre p_2. Le vecteur paramètre prédit et sa matrice de covariance sont donnés par

$$p_2^1 = F\, p_1$$
$$C_2^1 = F\, C_1\, F^T + Q$$

On minimise alors la quantité

$$M(\tilde{p}_2) = (\tilde{p}_2 - p_2)^T\, C_2^{-1}\, (\tilde{p}_2 - p_2) + (\tilde{p}_2 - p_2^1)^T\, (C_2^1)^{-1}\, (\tilde{p}_2 - p_2^1)$$

pour trouver finalement le vecteur paramètre filtré

$$\tilde{p}_2 = \left[(C_2^1)^{-1} + C_2^{-1}\right]^{-1}\ \left[(C_2^1)^{-1}\, p_2^1 + C_2^{-1} p_2\right]$$

$M(\tilde{p}_2)$ est un χ^2 ayant 5 degrés de liberté.

Elimination du bruit de fond

Parmi les mesures utilisées dans le fit d'une trace, certaines sont du bruit de fond ou appartiennent à une autre trace. La méthode du filtre de Kalman permet de vérifier si une mesure est compatible ou non avec une trajectoire et ce à l'aide du χ^2 des résidus lissés.

Le χ^2 des résidus lissés est donné par :

$$\chi^2_{k,s} = r_k^{s^T}\, (R_k^s)^{-1} r_k^s$$

avec

$$r_k^s = m_k - H_k\, p_k^s$$
$$R_k^s = V_k - H_k\, C_k^s\, H_k^T$$

Pour une trace sans mesures fausses le $\chi^2_{k,s}$ est distribué selon un χ^2 avec $\dim(m_k)$ degrés de liberté. Le $\chi^2_{k,s}$ peut être interprété comme la distance au carré de la mesure à la trajectoire lissée.

Dans la pratique on définit les résidus réduits

$$r_k = \frac{m_k - m_k^s}{\sqrt{R_k^s}}$$

où $m_k^s = H_k\, p_k^s$. Au cours du fit des trajectoires on vérifie que la distribution des résidus réduits à une moyenne nulle et un écart type égal à 1.

Après élimination d'une fausse mesure en un détecteur k, on refait la procédure filtrage + prédiction à partir du détecteur précédent. De même qu'on refait le lissage dans le but de propager l'information aux autres détecteurs.

Recherche du vertex

Nous allons nous placer dans le cas où le problème est de déterminer précisément la coordonnée x, suivant la direction du faisceau, d'un vertex. Le fit du vertex se fait en le considérant comme un système dynamique dont l'état initial est donné par la direction du faisceau et par la position de la cible x_0 ; sa matrice de covariance est C_0. Les trajectoires des particules sont alors ajoutées l'une après l'autre pour préciser le vertex. A chaque étape du filtre la position du vertex est remise à jour.

Chaque trace k est propagée vers la position du vertex $x_{k,0} = x_{k-1}$ où on obtient l'impulsion $q_{k,0}$. Ces dernières sont considérées dans le cadre du filtre de Kalman comme des mesures; les prédictions étant données par

$$x_k^{k-1} = x_{k-1}$$
$$C_k^{k-1} = C_{k-1}$$

et par une impulsion q_k^{k-1} ayant une matrice de pondération nulle.

Pour appliquer le filtre de Kalman on commence par linéariser le système d'équations de mesure

$$p_k(x_k, q_k) = h_k(x_k, q_k) + \varepsilon_k$$

au voisinage d'un point $(x_{k,0},\, q_{k,0})$

$$p_k(x_k,\, q_k) = c_{k,0} + A_k x_k + B_k q_k$$

$c_{k,0}$ étant une constante.

La position filtrée du vertex après addition de la trace k ainsi que l'impulsion filtrée de cette dernière sont obtenues en minimisant

$$M = (p_k - c_{k,0} - A_k x_k - B_k q_k)^T\, G_k (p_k - c_{k,0} - A_k x_k - B_k q_k) + (x_k - x_{k-1})^T\, C_{k-1}^{-1}\, (x_k - x_{k-1})$$

par rapport à x_k et q_k. G_k est la matrice de pondération de p_k. Les solutions sont données dans [1, 2, 4].

En reportant les solutions dans l'expression de M on obtient le χ^2_+ du filtre. Le χ^2_k total est donné par la somme des χ^2 de toutes les étapes du filtre

$$\chi^2_k = \chi^2_{k-1} + \chi^2_+$$

L'opération de lissage est simple dans le cas du fit du vertex et permet de calculer les impulsions et les matrices de covariance à partir de la position finale du vertex. Le χ^2 du lissage peut être utilisé pour éliminer des vertex secondaires de désintégration de particules neutres [4, 5].

La méthode du filtre de Kalman a été appliquée avec succès ces dernières années dans les expériences DELPHI [4] et NA36 [6] au CERN et ZEUS à DESY [7] pour rechercher les trajectoires et déterminer les vertex primaire et secondaires.

Références

[1] R.K. Bock, H. Grote, D. Notz and M. Regler, "Data Analysis Techniques in High Energy Physics", Ed. M. Regler, Cambridge University Press, Cambridge (1989).

[2] R. Frühwirth, 1989 CERN School of Computing, CERN Yellow Report 90-06, Geneva (1990).

[3] D.E. Catlin, "Estimation, Control and The Discrete Kalman Filter", Springer-Verlag, New York (1989).

[4] R. Frühwirth, Nucl. Instr. Meth. A262 (1987) 444.

[5] R. Frühwirth, Ph.D. thesis, HEPHY-PUB 516/88, Vienna, Austria (1988).

[6] D. Liko, Diploma thesis, University of Technology, Vienna, Austria (1990). E. Andersen et al., Nucl. Instr. Meth. A301 (1991) 69.

[7] P. Billoir and S. Qian, Nucl. Instr. Meth. A294 (1990) 219.

Remerciements

Je remercie Monsieur le Professeur J.-L. Riester d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Je remercie Messieurs les Professeurs J.-P. Gerber, M. Regler et H. Satz d'avoir accepté de faire partie du jury.

Ce travail d'analyse de données est la dernière étape d'un long travail auquel ont pris part tous les membres de la collaboration NA36. Je tiens à les remercier ici et plus particulièrement Christian Voltolini pour avoir dirigé ce travail, Walter Geist pour ces nombreux conseils durant la phase d'analyse ainsi qu'Alain Michalon. En outre, je tiens à remercier Douglas E. Greiner, Ryszard Zybert, Dietrich Liko, Armando Yañez et Jos P.M. Kuipers.

En dehors de la collaboration NA36, mes remerciements vont à Christer Fuglesang, Michael Schmelling et Rudi Frühwirth.

Je tiens aussi à remercier l'équipe de Madame E. Jegham et plus particulièrement Madame A. Tissier pour la frappe et l'impression de cette thèse.