Optimisation de la repartition des moyens dans un systeme d'assemblage

Jean-Marie Proth

CENTRE DE ROCQUENCOURT

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
B.P.105
78153 Le Chesnay Cedex
France
Tél.:(3) 954 90 20

Rapports de Recherche

N° 268

OPTIMISATION DE LA RÉPARTITION DES MOYENS DANS UN SYSTÈME D'ASSEMBLAGE

Jean-Marie PROTH

Janvier 1984

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Domaine de Voluceau - Rocquencourt
B.P. 105 - 78153 LE CHESNAY CEDEX (France)
Tél.: (3) 954 90 20 Télex: 697 033 F

OPTIMISATION DE LA REPARTITION DES MOYENS DANS UN SYSTEME D'ASSEMBLAGE

Jean-Marie PROTH*

* INRIA

CENTRE DE SOPHIA ANTIPOLIS - 06560 VALBONNE - Tél.: (93) 74 80 80
CENTRE DE RENNES - IRISA - Campus Universitaire de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX - Tél.: (99) 36 20 00

Établissement Public National - Décret du 27 décembre 1979

ABSTRACT

We consider an assembly system. We call assembly process an ordered set of assembly jobs. Each assembly process leads to a kind of manufactured article. Each assembly job can be do on one or more identical workstation (in fact, a worker is often himself a workstation in that kind of systems). The set of assembly processes is known, as also the time needed in order to execute each essembly job. We consider a string of consecutive time periods. We have to deliver a given number of manufactured articles of each kind at the end of each period. It is possible to store a bounded quantity of each article at the end of each period in time. The problem consists in finding a production planning which verifies the above constraints and which minimizes the maximal workers' free time

RESUME

Nous considérons un système d'assemblage. Une gamme d'assemblage est un ensemble ordonné de tâches d'assemblage. Chaque gamme d'assemblage conduit à un type de produit. Chaque tâche d'assemblage peut être exécutée sur un ou plusieurs postes de travail identiques. Lorsqu'un poste de travail fonctionne, il nécessite la présence d'un ouvrier (en fait, un ouvrier constitue souvent à lui seul un poste de travail dans les systèmes d'assemblage). L'ensemble des gammes d'assemblage est connu, ainsi que le temps nécessaire à l'exécution de chaque tâche d'assemblage. Nous considérons une suite de périodes de temps consécutives. Il faut fournir un nombre donné de produits de chaque type à la fin de chaque période. Il est possible de stocker une quantité bornée de chaque produit à la fin de chaque période. Le problème consiste à trouver un planning de production qui vérifie les contraintes ci-dessus et qui minimise le temps maximum de non-occupation des ouvriers sur l'ensemble des périodes et l'ensemble des postes.

INTRODUCTION

Nous nous intéressons à un système d'assemblage. Tout produit pris en charge par un tel système doit subir une séquence connue d'opérations, et le temps nécessaire pour exécuter chacune d'elles est donné. La séquence d'opérations, ainsi que le temps nécessaire pour exécuter chacune d'elles, peuvent varier d'un produit à l'autre.

Chaque opération peut être exécutée par plusieurs postes de travail identiques, chacun d'eux nécessitant, lorsqu'il est en fonctionnement, la présence d'un ouvrier. Le nombre d'ouvriers employés ne peut varier au cours d'une même période de travail, mais peut varier (en nombre et/ou en répartition) d'une période à l'autre. Pour fixer les idées, nous considérons ici une période de travail de 7 heures 1/2, 45 000 centièmes de minute. Une telle période est parfois appelée "poste", mais nous écarterons cette dénomination pour éviter toute confusion.

Les quantités à produire au cours de chacune des périodes de travail considérées dans notre étude sont connues pour toutes les références (i.e types de produit) qui peuvent être prises en charge par le système de montage. A chaque fin de période, et pour chaque produit, il est possible de stocker un certain excédant. Cet excédant est connu.

Nous appelons "planning de fabrication" la donnée, pour chaque produit et chaque période prise en compte, de la quantité à fabriquer.

Le problème que nous nous proposons de résoudre peut alors s'énoncer comme suit :

trouver un planning de fabrication qui respecte les limites de stockage données et qui minimise le maximum du temps moyen de disponibilité des ouvriers attaché, à une même opération durant une période et l'ensemble des opérations.

Soulignons que nous ne cherchons pas à minimiser le nombre d'ouvriers utilisés pour répondre à la demande, mais de minimiser le temps d'activité des ouvriers sur l'ensemble des opérations et des périodes de travail. La minimisation du critère retenu peut conduire à un excédant de production à la fin de la dernière période considérée, excédant qui ne peut cependant pas dépasser les limites définies plus haut.

Après avoir posé le problème, nous présentons les résultats nécessaires à l'obtention d'une solution. L'algorithme que nous proposons ensuite conduit à une solution proche de l'optimum. Il tient compte du fait que les temps nécessaires à l'exécution des opérations sont faibles par rapport à la période de travail. Nous terminons l'exposé par le sous-programme FORTRAN qui résoud le problème.

I. DEFINITIONS ET NOTATIONS

Le système considéré peut fabriquer n produits différents, chacun d'eux subissant q opérations.

Nous connaissons

$t_{i,j}$, $i = 1,2,\dots, n$; $j = 1, 2,\dots, q$

qui est le temps nécessaire pour qu'une unité de produit i subisse l'opération j. Ces temps sont tous strictement positifs.

T est la durée d'une période de travail

Nous savons que, quels que soient $i \in \{1, 2,\dots, n\}$

et $j \in \{1,2,\dots, q\}$

$t_{i,j}$ est "très petit" par rapport à T. Cette propriété permet de supposer que tout produit dont la fabrication débute au cours d'une période de travail est terminé au cours de la même période.

Nous envisageons une suite de p périodes de travail et m_i^k, $i = 1, 2,\dots, n$; $k = 1, 2,\dots, p$ est la demande en produit i à la fin de la période k.

Nous désignerons par

x_i^k, $i = 1, 2,\dots, n$; $k = 1, 2,\dots, p$

la quantité de produit i effectivement produite au cours de la période k. L'ensemble des x_i^k s'appelera planning de production.

La quantité totale d'un produit fabriquée jusqu'à une fin de période quelconque ne doit pas dépasser les besoins de plus d'une quantité connue. En outre, les besoins doivent toujours être satisfaits. Cette contrainte se traduit par les relations suivantes :

quels que soient r = 1,..., p et i = 1, 2,..., n :

$$\sum_{k=1}^{r} m_i^k \leq \sum_{k=1}^{r} x_i^k \leq \sum_{k=1}^{r} m_i^k + \alpha_i \tag{1}$$

où α_i est le dépassement autorisé pour le produit i.

Supposons connues les quantités produites.

Pour j = 1, 2, ..., q et k = 1, 2, ..., p, le temps à consacrer à l'opération j durant la période k s'écrit :

$$\theta_j^k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j} \tag{2}$$

Soit W_j^k entier défini de la manière suivante :

$$(W_j^k - 1)\, T < \theta_j^k \leq T w_j^k \tag{3}$$

Alors il faudra consacrer W_j^k postes de travail à l'opération j durant la période k. Chacun de ces postes mobilise une personne. Nous ne cherchons pas à minimiser le nombre de personnes employées pour les p périodes de travail, mais à définir une production satisfaisant les contraintes (1) et utilisant au mieux les postes de travail.

Le problème se traduit alors de la manière suivante :

trouver le planning de production :

x_i^k , i = 1,..., n ; k = 1, ..., p

qui satisfait (1) et qui minimise :

$$\underset{k=1,2,..,p}{\mathrm{Max}} \left\{ \underset{j=1,...,q}{\mathrm{Max}} \left[(TW_j^k - \theta_j^k) \;/\; W_j^k \right] \right\} \tag{4}$$

où θ_j^k est donné par (2) et W_j^k par (3)

$\left((T w_j^k - \theta_j^k) \;/\; W_j^k \text{ est nul si } W_j^k = 0 \right)$

Nous cherchons donc à minimiser le temps moyen maximal de non-emploi, le maximum étant pris sur l'ensemble des postes et l'ensemble des périodes.

A aucun moment nous n'avons soulevé le problème de l'ordonnancement des produits à fabriquer. Nous avons observé plus haut que le temps de fabrication est faible par rapport à une période de travail. Le débit du système de production, compté en nombre d'unités de produit par période de travail, est donc élevé. En outre, le nombre de produits différents (n) est important. Nous sommes ainsi toujours en mesure de trouver un ordonnancement qui réalise une charge de travail définie comme nous venons de l'indiquer.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons les résultats qui nous ont conduits à l'algorithme que nous proposons plus loin.

II. RECHERCHE DE LA SOLUTION OPTIMALE

Soit x_i^k, $i = 1, \ldots, n$; $k = 1, \ldots, p$ un planning de production qui satisfait (1) et (3), où W_j^k, $j = 1, \ldots, q$; $k = 1, \ldots, p$ sont connus.

Pour $i = 1, \ldots, n$ et $k = 1, \ldots, p$, nous désignons par δ_i^k un entier quelconque et nous considérons le planning $x_i^{*k} = x_i^k + \delta_i^k$.

Pour que ce planning soit admissible, c'est à dire vérifie (1) et (3), il faut que :

Pour $r = 1, \ldots, p$ et $i = 1, \ldots, n$:

$$\sum_{k=1}^{r} (m_i^k - x_i^k) \leq \sum_{k=1}^{r} \delta_i^k \leq \sum_{k=1}^{r} (m_i^k - x_i^k) + \alpha_i \tag{5}$$

et, pour $j = 1, \ldots, q$ et $k = 1, \ldots, p$:

$$(W_j^k - 1)\,T - \theta_j^k \leq \sum_{i=1}^{n} \delta_i^k\, t_{i,j} \leq W_j^k\, T - \theta_j^k \tag{6}$$

Nous désignons par X le planning ${}^{k}_{i}$, $i = 1, \ldots, n$; $k = 1, \ldots, p$ et par X^* le planning x^{*k}_i , où i et k varient comme ci-dessus.

Nous cherchons un ensemble d'entier δ_i^k pour que le critère (4) appliqué à X^* conduise à une valeur inférieure à celle que l'on obtient lorsqu'on l'applique à X. Nous dirons dans ce cas que X^* est meilleur que X au sens de (4).

<u>RÉSULTAT I</u>

Soient (k_w, j_w) $_{w = 1,\ldots, s}$ les couples (k, j) qui réalisent (4) pour X.

Si, pour un ensemble d'entiers δ_i^k, $i = 1,\ldots, n$; $k = 1,\ldots, p$:

1. quelque soit $k \in k_1,\ldots, k_s$,

$$\delta_i^k \geq 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n \tag{7}$$

avec :

$$0 < \sum_{k \in D_r} \delta_i^k \leq \sum_{k=1}^{r} (m_i^k - x_i^k) + \alpha \, i \tag{8}$$

pour $i = 1, 2,\ldots, n$; $r = 1,\ldots, p$

et

$$D_r = \left\{ k / \ k \leq r \text{ et } k \in (k_1,\ldots, k_s) \right\}$$

et :

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i^k \, t_{i,j}, \leq W_j^k \, T - \theta_j^k \quad \text{pour } j = 1,\ldots, q \tag{9}$$

2. quel que soit $k \notin \{k_1,\ldots, k_s\}$

$$\delta_i^k = 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n \tag{10}$$

alors X^* est meilleur que X au sens de (4)

<u>Démonstration</u>

a) Les relations (7) , (8), (9) et (10) peuvent se réécrire :

$$\delta_i^k \geq 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n \ ; \ k = 1, 2, \ldots, p \tag{11}$$

avec :

$$0 \leq \sum_{k=1}^{r} \delta_i^k \leq \sum_{k=1}^{r} (m_i^k - x_i^k) + \alpha_i \qquad (12)$$

pour $i=1,2,\ldots, n$; $r=1,2,\ldots, p$

et :

$$0 \leq \sum_{i=1}^{n} \delta_i^k \, t_{i,j} \leq w_j^k \, T - \theta_j^k \qquad (13)$$

pour $k = 1,\ldots, p$ et $j = 1,\ldots, q$

Mais :

$$\sum_{k=1}^{r} (m_i^k - x_i^k) \leq 0 \text{ pour } i = 1,\ldots, n \; ; \; r = 1,\ldots, p \qquad (14)$$

(voir relation (1))

et :

$$(W_j^k - 1) \, T - \theta_j^k \leq 0 \text{ pour } j = 1,\ldots, q \text{ et } k = 1,\ldots, p \qquad (15)$$

(voir relation (3))

Finalement :
Les relations (12) et (14) conduisent à (5)
et les relations (13) et (15) conduisent à (6)
Le planning X^* est donc admissible

b) soit :

$$\theta_j^{*k} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{*k} \, t_{ij}$$

alors :

$$(Tw_j^k - \theta_j^{*k}) / w_j^k = (Tw_j^k - \theta_j^k - \sum_{i=1}^{n} \delta_i^k \, t_{i,j}) / w_j^k$$

$$= (Tw_j^k - \theta_j^k) / w_j^k - \sum_{i=1}^{n} \delta_i^k \, t_{i,j} / w_j^k \qquad (16)$$

Si bien que :

1. si $k \in \{k_s, \ldots, k_s\}$

alors :

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i^k \, t_{i,j} = 0 \text{ pour } j = 1,\ldots, q \text{ (c.f (7) et (8))}$$

et :

$$(Tw_j^k - \theta_j^{*k}) / w_j^k < (Tw_j^k - \theta_j^k) / w_j^k \text{ pour } j = 1,\ldots, q \tag{17}$$

2. si $k \notin \{ k_1,\ldots, k_s\}$

alors :

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i^k t_{i,j} = 0 \quad \text{pour } j = 1,\ldots, q \text{ (c.f (10))}$$

et :

$$(Tw_j^k - \theta_j^{*k}) / w_j^k = (Tw_j^k - \theta_j^k) / w_j^k \quad \text{pour } j = 1,\ldots, q \tag{18}$$

En se souvenant de la définition de k_1, $k_2,\ldots$, k_s et en considérant (17) et (18), nous voyons que X^* est meilleur que X au sens de (4). Ce qui achève la démonstration.

□

Le résultat que nous présentons maintenant est une généralisation du précédent :

RESULTAT II

Nous désignons encore par $(k_w, j_w)_{w = 1,\ldots s}$ les couples (k,j) qui réalisent (4) pour le planning de production X et Z la valeur prise par (4) pour X.

Soit un ensemble d'entiers δ_i^k, $i = 1,\ldots, n$; $k = 1,\ldots, p$:

- qui vérifient (5) et (6)
- tels que $\sum_{i=1}^{n} \delta_i^{k_w} t_{i,j_w} > 0$ pour $w = 1, 2,\ldots, s$ (19)
- tels que :

$$(Tw_j^k - \theta_j^k) / w_j^k - \sum_{i=1}^{n} \delta_i^k t_{i,j} / w_j^k < Z$$

$$\text{pour } (k, j) \notin \left\{(k_w, j_w)\right\}_{w = 1,\ldots, s}$$

Alors le planning de production X^* est meilleur que X au sens du critère (4)

Démonstration

Les entiers δ_i^k , $i = 1,\ldots, n$; $k = 1,\ldots, p$, vérifient (5) et (6), donc X^* est admissible

En utilisant (19) et (20) dans (16), la suite de la démonstration est immédiate.

□

Le corollaire suivant permet de tester si l'optimum est atteint.

COROLLAIRE I

S'il n'esxiste aucun ensemble d'entiers δ_i^k, $i = 1,\ldots, n$; $k = 1,\ldots, p$ vérifiant (5), (6), (19) et (20), alors X est est optimal au sens du critère 4.

Démonstration

Immédiate, compte tenu de ce qui précéde.

Remarque 1 :

Le corollaire précédent reste difficile d'application. Il nécessite en effet 3^n essais avant de décider que X est optimal. Chaque δ_i^k peut en effet prendre l'une des trois valeurs -1, 0 ou +1. Nous verrons cependant que le volume des calculs peut être considérablement réduit si l'on se contente d'une solution proche de l'optimum.

Remarque 2

Les résultats que nous venons de présenter supposent connus les W_j^k , $k = 1,\ldots, p$; $j = 1,\ldots, q$. Rappelons que W_j^k , est le nombre de postes de travail consacrés à l'opération j durant la période k. Reste à choisir ces quantités. C'est l'objet du résultat suivant.

Notons :

$$E\,(A) = \begin{cases} A \text{ si } A \text{ est entier} \\ A \quad + 1 \text{ sinon} \end{cases}$$

où [ ] désigne la partie entière.

Nous allons montrer le résutat suivant :

RESULTAT III

Soit $U \in \{1,2,\ldots, p-1\}$. Nous supposons connus les W_j^k pour $k = 1,2,\ldots, U-1$ et $j = 1,2,\ldots, q$.

Alors, pour tout $j \in \{1,2,\ldots, q\}$:

$$\left[E\left(\frac{\sum_{k=1}^{u} \sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j}}{T} \right) - \sum_{k=1}^{u-1} W_j^k \right] \leq W_j^u$$

$$\leq \left[E\left(\frac{\sum_{k=1}^{u} \sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \; t_{i,j}}{T} \right) - \sum_{k=1}^{u-1} \left(W_j^k - 1 \right)^+ \right]^+ \qquad (21)$$

Où :

1. toute somme du type $\sum_{i=a}^{b}$ est nulle lorsque $b < a$
2. $[a]^+ = \text{Max} \quad (0,a)$

Démonstration

Rappelons que :

$$W_j^k = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^k \quad t_{i,j}}{T} \right) \qquad \text{pour } k = 1,\ldots, p \text{ et } j = 1,\ldots, q \qquad (22)$$

D'autres part (c.f. (1) pour $U = 1,\ldots, p$ et $i = 1,\ldots, n$;

$$\sum_{k=1}^{u} M_i^k - \sum_{k=1}^{u-1} x_i^k \leq x_i^u \leq \sum_{k=1}^{u} m_i^k - \sum_{k=1}^{u-1} x_i^k + \alpha_i$$

d'où :

$$\sum_{k=1}^{u} \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j}}{T} - \sum_{k=1}^{u-1} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j}}{T} \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j}}{T}$$

$$\leq \sum_{k=1}^{u} \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j}}{T} - \sum_{k=1}^{u-1} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j}}{T} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \; t_{i,j}}{T} \tag{23}$$

Observons que :

$$W_j^k \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j}}{T} \qquad \text{(c.f.(22))}$$

$$(W_j^k - 1)^+ \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \; t_{i,j}}{} \qquad \text{(c.f. (22))}$$

La relation (23) conduit ainsi à :

$$\sum_{k=1}^{u} \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j}}{T} - \sum_{k=1}^{u-1} W_j^k \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^u \; t_{i,j}}{T}$$

$$\leq \sum_{k=1}^{u} \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i^k \; t_{i,j}}{T} - \sum_{k=1}^{u-1} (w_j^k - 1)^+ + \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \; t_{i,j}}{T}$$

En observant que a ≤ b entraîne E (a) ≤ (b), les inégalités précédentes conduisent à (21).

□

III. PRESENTATION

Nous appelons configuration la donnée, pour chaque période et chaque tâche d'assemblage, du nombre de postes qui seront utilisés. Le résultat III permet de générer toutes ces configurations.

Une configuration étant donnée, la recherche d'une "bonne solution s'effectue alors en deux étapes.

1. Recherche du planning de production initial

On constitue d'abord le planning minimal - c'est-à-dire le planning qui répond exactement à la demande.

On cherche ensuite, pour chaque période de travail, le supplément de production que l'on peut effectuer compte tenu des moyens disponibles et des contraintes sur les suppléments de production.

Cette recherche s'effectue elle même en deux temps :

a. augmentation simultanée de toutes les productions d'une même quantité

b. puis augmentation de la production des produits qui s'y prêtent sans violer les contraintes.
On aborde ensuite la deuxième phase.

2. Affinage du planning initial

Elle se déroule en deux étapes. Après avoir repèré la période et la tâche pour lesquelles les postes présentent un maximum de temps d'inactivité, nous cherchons à charger ces postes de deux manières :

a. retardement d'une surproduction antérieure et/ou avance d'une production postérieure à la période repèrée

b. puis nouvel affinage : on essai, pour la période repèrée, de diminuer une production qui nécessite un temps opératoire faible pour la tâche repèrée pour la remplacer par une production qui nécessite un temps opératoire fort pour la même tâche.

On n'envisage donc pas toutes les combinaisons possibles. La solution obtenue n'est donc pas optimale mais proche de l'optimum car les temps opératoires sont du même ordre et faibles par rapport à la période d'étude.

IV. PRESENTATION D'UN PROBLEME REEL

Nous travaillons sur 10 périodes en horizon glissant. Le système considéré peut fabriquer 16 types de produits différents et exécuter 6 opérations.

Nous parlerons de "référence" pour désigner un type de produit et de "groupe" (i. e. groupe de postes) pour désigner l'ensemble des postes attachés à une même tâche. Dans notre exemple, un poste est équivalent à un ouvrier.

L'unité de temps est le centième de seconde et la période de travail est de 45000 unités de temps.

Le tableau I donne les besoins exprimés.

références / périodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	300	0	300	0	0	0	350	150	0	0	600	0	0	200	0	0
2	600	0	0	0	0	0	350	150	0	0	600	0	0	0	0	200
3	300	0	0	0	0	300	350	0	150	0	600	0	0	0	0	200
4	0	0	600	0	0	0	350	0	150	0	300	300	0	0	0	200
5	0	0	300	0	0	300	350	0	150	600	0	0	0	0	200	0
6	300	0	0	0	300	0	350	150	0	0	600	0	0	200	0	0
7	300	0	0	0	300	0	350	150	0	0	600	0	0	0	0	200
8	300	0	0	0	300	0	350	0	150	0	600	0	0	0	200	0
9	300	0	300	0	0	0	350	0	150	0	0	0	0	0	0	200
10	300	0	300	0	0	0	350	0	150	0	600	0	0	200	0	0

Tableau 1

Le tableau 2 donne le temps de passage de chaque référence sur chaque opération.

Références / groupes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	140.41	140.41	140.41	140.41	119.38	140.41	53.89	53.89	99.31	53.16
2	34.94	34.94	28.22	28.22	34.94	28.22	41.5	26.21	26.21	31.14
3	276.14	307.6	309.9	341.26	124.88	324.3	134.13	192.3	227.79	116.33
4	30.63	30.63	30.63	30.63	30.63	30.63	91.83	90.66	90.66	54.54
5	183.29	216.89	189.89	223.49	161.78	189.89	82.83	126.78	181.78	75.88
6	189.11	193.87	219.41	224.17	143.25	264.21	131.99	141.34	169.46	144.65

Références / Groupes	11	12	13	14	15	16
1	53.16	53.16	53.16	54.62	54.62	54.62
2	0	0	65.97	0	0	0
3	91.9	116.93	101.02	230.5	223.55	239.12
4	83.27	112.06	112.06	126.11	126.11	126.11
5	124.32	129.75	129.75	160.22	160.22	160.22
6	124.32	125.78	125.78	184.35	183.62	153.33

Tableau 2

Enfin, le tableau 3 donne les dépassements cumulés autorisés à la fin de chaque période et pour chaque référence.

Références / Groupes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	10	20	18	30	10	10	20	10	20	15	15	10	10	5	10	10

Tableau 4

Les résultats sont présentés ci-dessous. On y trouvera le planning de production ainsi que le nombre de postes (c'est à dire d'ouvriers) en activité pour chaque période et chaque groupe.

Les temps moyens d'inactivité sont donnés en pourcentages de période de travail par ouvrier.

```
   Periode:     1
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.1327942E+00
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  1 Temps moy. d'inactivite:  0.1575236E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  8 Temps moy. d'inactivite:  0.6906611E-02
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.2189204E+00
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.2028150E-03
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.3138635E-01


Reference:  1 Nb. a produire:    303
Reference:  2 Nb. a produire:      1
Reference:  3 Nb. a produire:    303
Reference:  4 Nb. a produire:      1
Reference:  5 Nb. a produire:      2
Reference:  6 Nb. a produire:      1
Reference:  7 Nb. a produire:    351
Reference:  8 Nb. a produire:    151
Reference:  9 Nb. a produire:      1
Reference: 10 Nb. a produire:      2
Reference: 11 Nb. a produire:    601
Reference: 12 Nb. a produire:      1
Reference: 13 Nb. a produire:      0
Reference: 14 Nb. a produire:    201
Reference: 15 Nb. a produire:      1
Reference: 16 Nb. a produire:      1


   Periode:     2
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.1262935E+00
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  1 Temps moy. d'inactivite:  0.1057362E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  8 Temps moy. d'inactivite:  0.2241520E-01
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.2139058E+00
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.1848122E-04
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.7301425E-01


Reference:  1 Nb. a produire:    604
Reference:  2 Nb. a produire:      2
Reference:  3 Nb. a produire:      4
Reference:  4 Nb. a produire:      2
Reference:  5 Nb. a produire:      2
Reference:  6 Nb. a produire:      2
Reference:  7 Nb. a produire:    352
Reference:  8 Nb. a produire:    151
Reference:  9 Nb. a produire:      3
Reference: 10 Nb. a produire:      2
Reference: 11 Nb. a produire:    601
Reference: 12 Nb. a produire:      2
Reference: 13 Nb. a produire:      1
Reference: 14 Nb. a produire:      2
Reference: 15 Nb. a produire:      2
Reference: 16 Nb. a produire:    201
```

```
   Periode:     3
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:   4 Temps moy. d'inactivite:   0.1170094E+00
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:   1 Temps moy. d'inactivite:   0.1791509E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:   8 Temps moy. d'inactivite:   0.1405768E-03
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:   4 Temps moy. d'inactivite:   0.2326992E+00
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:   7 Temps moy. d'inactivite:   0.1368648E+00
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:   7 Temps moy. d'inactivite:   0.1705649E-01
```

```
Reference:  1 Nb. a produire:    294
Reference:  2 Nb. a produire:      0
Reference:  3 Nb. a produire:      0
Reference:  4 Nb. a produire:      0
Reference:  5 Nb. a produire:      0
Reference:  6 Nb. a produire:    297
Reference:  7 Nb. a produire:    347
Reference:  8 Nb. a produire:      0
Reference:  9 Nb. a produire:    147
Reference: 10 Nb. a produire:      1
Reference: 11 Nb. a produire:    598
Reference: 12 Nb. a produire:      0
Reference: 13 Nb. a produire:      0
Reference: 14 Nb. a produire:      0
Reference: 15 Nb. a produire:      0
Reference: 16 Nb. a produire:    198
```

```
   Periode:     4
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:   4 Temps moy. d'inactivite:   0.8836439E-01
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:   1 Temps moy. d'inactivite:   0.1928844E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:   9 Temps moy. d'inactivite:   0.4880239E-01
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:   4 Temps moy. d'inactivite:   0.1651672E+00
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:   7 Temps moy. d'inactivite:   0.9811963E-01
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:   7 Temps moy. d'inactivite:   0.3741917E-03
```

```
Reference:  1 Nb. a produire:      3
Reference:  2 Nb. a produire:      6
Reference:  3 Nb. a produire:    600
Reference:  4 Nb. a produire:      2
Reference:  5 Nb. a produire:      2
Reference:  6 Nb. a produire:      2
Reference:  7 Nb. a produire:    352
Reference:  8 Nb. a produire:      2
Reference:  9 Nb. a produire:    154
Reference: 10 Nb. a produire:      2
Reference: 11 Nb. a produire:    302
Reference: 12 Nb. a produire:    299
Reference: 13 Nb. a produire:      2
Reference: 14 Nb. a produire:      2
Reference: 15 Nb. a produire:      2
Reference: 16 Nb. a produire:    202
```

```
   Periode:     5
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.5990014E-01
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  2 Temps moy. d'inactivite:  0.1665340E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  9 Temps moy. d'inactivite:  0.8589302E-03
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  3 Temps moy. d'inactivite:  0.8256563E-01
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.3794475E-01
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  8 Temps moy. d'inactivite:  0.1968806E-01


Reference:  1 Nb. a produire:      5
Reference:  2 Nb. a produire:     11
Reference:  3 Nb. a produire:    311
Reference:  4 Nb. a produire:     25
Reference:  5 Nb. a produire:      3
Reference:  6 Nb. a produire:    308
Reference:  7 Nb. a produire:    362
Reference:  8 Nb. a produire:      0
Reference:  9 Nb. a produire:    145
Reference: 10 Nb. a produire:    593
Reference: 11 Nb. a produire:      0
Reference: 12 Nb. a produire:      0
Reference: 13 Nb. a produire:      2
Reference: 14 Nb. a produire:      0
Reference: 15 Nb. a produire:    195
Reference: 16 Nb. a produire:      0


   Periode:     6
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.1477861E+00
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  1 Temps moy. d'inactivite:  0.8482555E-01
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.1093037E-01
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.1813156E+00
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.3697343E-03
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.7425238E-01


Reference:  1 Nb. a produire:    300
Reference:  2 Nb. a produire:      0
Reference:  3 Nb. a produire:      0
Reference:  4 Nb. a produire:      0
Reference:  5 Nb. a produire:    301
Reference:  6 Nb. a produire:      0
Reference:  7 Nb. a produire:    356
Reference:  8 Nb. a produire:    156
Reference:  9 Nb. a produire:     20
Reference: 10 Nb. a produire:     15
Reference: 11 Nb. a produire:    613
Reference: 12 Nb. a produire:      8
Reference: 13 Nb. a produire:      5
Reference: 14 Nb. a produire:    200
Reference: 15 Nb. a produire:     10
Reference: 16 Nb. a produire:      4
```

Periode: 7

Groupe:	1	Nb. d'ouvriers:	4	Temps moy. d'inactivite:	0.1929874E+00
Groupe:	2	Nb. d'ouvriers:	1	Temps moy. d'inactivite:	0.1447147E+00
Groupe:	3	Nb. d'ouvriers:	7	Temps moy. d'inactivite:	0.7199933E-01
Groupe:	4	Nb. d'ouvriers:	3	Temps moy. d'inactivite:	0.1046591E-02
Groupe:	5	Nb. d'ouvriers:	6	Temps moy. d'inactivite:	0.6354656E-01
Groupe:	6	Nb. d'ouvriers:	6	Temps moy. d'inactivite:	0.1440519E-01

Reference:	1	Nb. a produire:	301
Reference:	2	Nb. a produire:	0
Reference:	3	Nb. a produire:	0
Reference:	4	Nb. a produire:	0
Reference:	5	Nb. a produire:	300
Reference:	6	Nb. a produire:	0
Reference:	7	Nb. a produire:	333
Reference:	8	Nb. a produire:	140
Reference:	9	Nb. a produire:	0
Reference:	10	Nb. a produire:	0
Reference:	11	Nb. a produire:	585
Reference:	12	Nb. a produire:	0
Reference:	13	Nb. a produire:	0
Reference:	14	Nb. a produire:	0
Reference:	15	Nb. a produire:	0
Reference:	16	Nb. a produire:	194

Periode: 8

Groupe:	1	Nb. d'ouvriers:	4	Temps moy. d'inactivite:	0.1308905E+00
Groupe:	2	Nb. d'ouvriers:	1	Temps moy. d'inactivite:	0.1024867E+00
Groupe:	3	Nb. d'ouvriers:	7	Temps moy. d'inactivite:	0.3012569E-01
Groupe:	4	Nb. d'ouvriers:	4	Temps moy. d'inactivite:	0.2096578E+00
Groupe:	5	Nb. d'ouvriers:	6	Temps moy. d'inactivite:	0.3621953E-04
Groupe:	6	Nb. d'ouvriers:	7	Temps moy. d'inactivite:	0.8869902E-01

Reference:	1	Nb. a produire:	300
Reference:	2	Nb. a produire:	0
Reference:	3	Nb. a produire:	0
Reference:	4	Nb. a produire:	0
Reference:	5	Nb. a produire:	300
Reference:	6	Nb. a produire:	0
Reference:	7	Nb. a produire:	367
Reference:	8	Nb. a produire:	10
Reference:	9	Nb. a produire:	150
Reference:	10	Nb. a produire:	0
Reference:	11	Nb. a produire:	615
Reference:	12	Nb. a produire:	0
Reference:	13	Nb. a produire:	0
Reference:	14	Nb. a produire:	0
Reference:	15	Nb. a produire:	194
Reference:	16	Nb. a produire:	0

```
  Periode:    9
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  3 Temps moy. d'inactivite:  0.4561326E-01
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  1 Temps moy. d'inactivite:  0.1694160E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.3276438E-01
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  2 Temps moy. d'inactivite:  0.6278005E-02
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  5 Temps moy. d'inactivite:  0.1101230E+00
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  5 Temps moy. d'inactivite:  0.1015905E-02
```

```
Reference:  1 Nb. a produire:   300
Reference:  2 Nb. a produire:     0
Reference:  3 Nb. a produire:   299
Reference:  4 Nb. a produire:     0
Reference:  5 Nb. a produire:     0
Reference:  6 Nb. a produire:     0
Reference:  7 Nb. a produire:   350
Reference:  8 Nb. a produire:     0
Reference:  9 Nb. a produire:   150
Reference: 10 Nb. a produire:     0
Reference: 11 Nb. a produire:     0
Reference: 12 Nb. a produire:     0
Reference: 13 Nb. a produire:     0
Reference: 14 Nb. a produire:     0
Reference: 15 Nb. a produire:     0
Reference: 16 Nb. a produire:   201
```

```
  Periode:   10
Groupe:  1 Nb. d'ouvriers:  4 Temps moy. d'inactivite:  0.1248307E+00
Groupe:  2 Nb. d'ouvriers:  1 Temps moy. d'inactivite:  0.1862662E+00
Groupe:  3 Nb. d'ouvriers:  8 Temps moy. d'inactivite:  0.2652725E-01
Groupe:  4 Nb. d'ouvriers:  3 Temps moy. d'inactivite:  0.2577084E-04
Groupe:  5 Nb. d'ouvriers:  6 Temps moy. d'inactivite:  0.6842038E-02
Groupe:  6 Nb. d'ouvriers:  7 Temps moy. d'inactivite:  0.5157704E-01
```

```
Reference:  1 Nb. a produire:   300
Reference:  2 Nb. a produire:     0
Reference:  3 Nb. a produire:   301
Reference:  4 Nb. a produire:     0
Reference:  5 Nb. a produire:     0
Reference:  6 Nb. a produire:     0
Reference:  7 Nb. a produire:   343
Reference:  8 Nb. a produire:     0
Reference:  9 Nb. a produire:   130
Reference: 10 Nb. a produire:     0
Reference: 11 Nb. a produire:   585
Reference: 12 Nb. a produire:     0
Reference: 13 Nb. a produire:     0
Reference: 14 Nb. a produire:   195
Reference: 15 Nb. a produire:     0
Reference: 16 Nb. a produire:     0
```

V. LE PROGRAMME

Nous donnons le sous-programme "resti" qui fournit une bonne solution au problème ci-dessus. Les rôles des différentes variables sont donnés en commentaires.

Subroutine resti

```
      subroutine resti(n,ip,iq,m,t,ia,eps,tot,ixl,cl,iwl,nex)
      dimension iu(20),ix(20,10),m(20,10),t(20,6),iw(6,10)
      dimension c(6,10),irl(10),ir(6,10),ia(20),kk(10),kkl(10)
      dimension jj(10),jjl(10),iwl(6,10),ixl(20,10),cl(6,10)
c
c *******************************************************************
c ****                         ENTREES                           ****
c *******************************************************************
c
c n                     : Nombre de references (=produits differents)
c ip                    : Nombre de periodes considerees
c iq                    : Nombre d'operations
c
c m(i,k),i=1,...,n      : Demande de reference i pour periode k
c t(i,j),i=1,...,n
c        j=1,...,iq     : Temps necessaire piur effectuer operation j sur
c                       : reference i
c ia(i),i=1,...,n       : Depassement maxi autorise pour reference i
c                       : Depassement maxi = cumul production - cumul demandes
c eps                   : Valeur utilisee pour tests a zero
c tot                   : Duree d'une periode de travail
c nex                   :Nombre d'experiences souhaitees
c
c *******************************************************************
c ****                         SORTIES                           ****
c *******************************************************************
c
c ixl(i,k)=i=1,...,n
c          k=1,...,ip : Quantite de reference i a produire durant periode k
c cl(j,k),j=1,...,iq
c         k=1,...,ip  : Temps disponible par individu pour operation j
c                     : durant periode k
c iwl(j,k),j=1,...,iq
c          k=1,...,ip : Nombre d'ouvriers affectes a l'operation j
c                     : durant la periode k
c
c *******************************************************************
```

```
c ****                        TABLEAUX DE TRAVAIL                        ****
c ********************************************************************
c
c iu(i),i=1,...,n       : Cumul de la surproduction de produit i
c ir(j,k),j=1,...,iq
c         k=1,...,ip    : Temps libre unitaire pour operation j et periode k
c irl(k),k=1,...,ip     : Maxi du temps libre unitaire pour periode k
c {kk(k),k=1,...ip      }>
c {kkl(k),k=1,...,ip    }> Contiennent periodes et operations qui realisent
c {jj(k),k=1,...,ip     }> le maximum du temps libre unitaire
c {jjl(k),k=1,...,ip    }>
c
c ********************************************************************
c
c ********************************************************************
c ****                DETERMINATION DES POSTES EN ACTIVITE            ****
c ********************************************************************
c
c --- Initialisation du nombre de postes de travail
c
      do 500 k=1,ip
      do 500 j=1,iq
      xx=0
      do 501 k2=1,k
      do 501 i=1,n
  501 xx=xx+m(i,k2)*t(i,j)
      xx=xx/tot
      ii=xx
      if((xx-ii).gt.eps)ii=ii+1
      if(k.eq.1)go to 502
      do 503 k2=1,k-1
  503 ii=ii-iw(j,k2)
  502 if(ii.lt.0)ii=0
  500 iw(j,k)=ii
      iss=0
c
c ********************************************************************
c **** INITIALISATION DU PLANNING DE PRODUCTION                      ****
c ********************************************************************
c
c
c --- Initialisation des depassements cumules
c
      iug=1
  555 do 1 i=1,n
    1 iu(i)=0
c
c --- Calcul du planning obtenu par deplacement des productions
c
      do 20 k=1,ip
```

```
c
c ++ Recherche du planning minimal
c
      do 21 i=1,n
      ix(i,k)=m(i,k)
      if(k.eq.1)go to 21
      ii=0
      do 3 jw=1,k-1
3     ii=ii+ix(i,jw)-m(i,jw)
      if(ii.gt.ix(i,k)) ii=ix(i,k)
      iu(i)=iu(i)-ii
      ix(i,k)=ix(i,k)-ii
21    continue
c
c ++ Recherche du premier accroissement de production possible
c
      do 10 j=1,iq
      a=0
      do 11 i=1,n
11    a=a+ix(i,k)*t(i,j)
777   c(j,k)=tot*iw(j,k)-a
      if(c(j,k).ge.0) go to 10
      iw(j,k)=iw(j,k)+1
      go to 777
10    continue
      do 4 j=1,iq
      a=0
      do 5 i=1,n
5     a=a+t(i,j)
      ir(j,k)=c(j,k)/a
      if(j.ne.1)go to 6
      irl(k)=ir(j,k)
      go to 4
6     if(irl(k).gt.ir(j,k))irl(k)=ir(j,k)
4    continue
c
c ++ Translation globale des productions
c
      do 7 i=1,n
      iv=ia(i)-iu(i)
7     if(iv.lt.irl(k)) irl(k)=iv
      iv=irl(k)
      do 8 i=1,n
      ix(i,k)=ix(i,k)+iv
      iu(i)=iu(i)+iv
      do 15 j=1,iq
15    c(j,k)=c(j,k)-iv*t(i,j)
8     continue
c
c ++ Deplacement produit par produit
c
1999  do 25 i=1,n
      iwa=0
      do 26 j=1,iq
      if(t(i,j).gt.c(j,k))go to 25
      if(t(i,j).lt.eps) go to 26
      n6=c(j,k)/t(i,j)
      if(iwa.eq.0) go to 3000
      if(n6.gt.m6) go to 26
3000  m6=n6
```

```
      iwa=1
 26   continue
      is=ia(i)-iu(i)
      if(iwa.eq.0) go to 3001
      iv=ia(i)
      if(iu(i).ge.iv)go to 25
      is=iv-iu(i)
      if(is.gt.m6)is=m6
 3001 if(is.eq.0) go to 25
      ix(i,k)=ix(i,k)+is
      iu(i)=iu(i)+is
      do 29 j=1,iq
 29   c(j,k)=c(j,k)-t(i,j)*is
 25   continue
 20   continue
c
c ********************************************************************
c ****                    PHASE D'AFFINAGE                       ****
c ********************************************************************
c
c --- Valeur du critere
c
c
      z=-10
      is=0
      do 30 k=1,ip
      do 30 j=1,iq
      if(iw(j,k).eq.0)go to 131
      c(j,k)=c(j,k)/iw(j,k)
      go to 31
 131  c(j,k)=0
 31   if(c(j,k).lt.z)go to 30
      z=c(j,k)
 30   continue
      do 400 k=1,ip
      do 400 j=1,iq
      xx=abs(z-c(j,k))
      uu=z
      if(uu.lt.eps)uu=1
      xx=xx/uu
      if(xx.gt.eps)go to 400
      is=is+1
      kk(is)=k
      jj(is)=j
 400  continue
      is1=is
      do 95 k=1,is
      kk1(k)=kk(k)
 95   jj1(k)=jj(k)
```

```
c
c --- Charge des periodes durant lesquelles le critere atteint sa valeur
c
680   k=0
40    k=k+1
      if(k.gt.ip)go to 678
      do 41 k2=1,is
      if(kk(k2).eq.k)go to 40
41    continue
      k1=kk(1)
      do 42 i=1,n
      ii=-1
      do 43 j=1,iq
      if(t(i,j).le.eps)go to 43
      ma=(z-c(j,k))*iw(j,k)/t(i,j)
      if(ii.eq.-1)go to 44
      if(ii.lt.ma)go to 45
44    ii=ma
      if(ii.eq.0) go to 40
45    ma=c(j,k1)*iw(j,k1)/t(i,j)
      if(ii.eq.-1)go to 48
      if(ii.lt.ma)go to 43
48    ii=ma
      if(ii.eq.0) go to 40
43    continue
      if(k.gt.k1)go to 50
      nx=0
      do 51 k2=1,k1-1
      nx=nx+ix(i,k2)-m(i,k2)
      if(k2.lt.k)go to 51
      ma=nx
      if(ii.eq.-1)go to 53
      if(ii.lt.ma)go to 51
53    ii=ma
      if(ii.eq.0) go to 40
51    continue
      go to 60
50    nx=0
      do 54 k2=1,k-1
      nx=nx+ix(i,k2)-m(i,k2)
      if(k2.lt.k1)go to 54
      ma=ia(i)-nx
      if(ii.eq.-1)go to 55
      if(ii.lt.ma)go to 54
55    ii=ma
      if(ii.eq.0) go to 40
54    continue
60    if(ii.eq.-1)go to 42
      ix(i,k)=ix(i,k)-ii
      ix(i,k1)=ix(i,k1)+ii
      do 61 j=1,iq
      if(iw(j,k1).eq.0)go to 62
      c(j,k1)=c(j,k1)-ii*t(i,j)/iw(j,k1)
62    if(iw(j,k).eq.0)go to 61
      c(j,k)=c(j,k)+ii*t(i,j)/iw(j,k)
61    continue
42    continue
      go to 40
678   if(is.eq.1)go to 70
```

```
      do 67 jw=1,is-1
      kk(jw)=kk(jw+1)
67    jj(jw)=jj(jw+1)
      is=is-1
      go to 680
c
c --- Reduction du critere par modification simultanee des charges
c --- de deux produits
c
70    do 71 k=1,is1
      kk(k)=kk1(k)
71    jj(k)=jj1(k)
      is=is1
      k1=kk(1)
      j1=jj(1)
150   do 100 k4=1,ip
      do 100 k5=1,ip
      do 72 k2=1,is
      if((kk(k2).eq.k4).or.(kk(k2).eq.k5))go to 100
72    continue
      i1=0
333   i1=i1+1
      if(i1.gt.n-1)go to 100
      i2=0
73    i2=i2+1
      if(i2.gt.n)go to 333
      if(t(i1,j1).le.t(i2,j1))go to 73
      do 74 j=1,iq
      if(iw(j,k1).eq.0)go to 9
      a=c(j,k1)-(t(i1,j)-t(i2,j))/iw(j,k1)
      if(a.le.0)go to 73
75    if(iw(j,k4).eq.0)go to 100
      a=c(j,k4)+t(i1,j)/iw(j,k4)
      if(a.ge.z)go to 73
76    if(iw(j,k5).eq.0)go to 100
      a=c(j,k5)-t(i2,j)/iw(j,k5)
      if(a.le.0)go to 73
74    continue
      if(k4.lt.k1)go to 80
      nx=0
      do 78 k2=1,k4-1
      nx=ix(i1,k2)-m(i1,k2)+nx
      if(k2.lt.k1)go to 78
      if(nx.ge.ia(i1))go to 73
78    continue
      go to 85
80    nx=0
      do 81 k2=1,k1-1
      nx=ix(i1,k2)-m(i1,k2)+nx
      if(k2.lt.k4)go to 81
      if(nx.le.0)go to 73
81    continue
85    if(k5.lt.k1)go to 90
      nx=0
      do 86 k2=1,k5-1
      nx=ix(i2,k2)-m(i2,k2)+nx
      if(k2.lt.k1)go to 86
      if(nx.le.0)go to 73
86    continue
      go to 99
```

```
90     nx=0
       do 87 k2=1,k1-1
       nx=ix(i2,k2)-m(i2,k2)+nx
       if(k2.lt.k5)go to 87
       if(nx.ge.ia(i2))go to 73
87     continue
99     if((ix(i2,k1).eq.0).or.(ix(i1,k4).eq.0)) go to 73
       ix(i1,k1)=ix(i1,k1)+1
       ix(i2,k1)=ix(i2,k1)-1
       ix(i1,k4)=ix(i1,k4)-1
       ix(i2,k5)=ix(i2,k5)+1
       do 101 j=1,iq
       if(iw(j,k1).eq.0)go to 102
       c(j,k1)=c(j,k1)-(t(i1,j)-t(i2,j))/iw(j,k1)
102    if(iw(j,k4).eq.0)go to 103
       c(j,k4)=c(j,k4)+t(i1,j)/iw(j,k4)
103    if(iw(j,k5).eq.0)go to 101
       c(j,k5)=c(j,k5)-t(i2,j)/iw(j,k5)
101    continue
100    continue
9      if(is.eq.1)go to 1000
       do 160 jw=1,is-1
       kk(jw)=kk(jw+1)
160    jj(jw)=jj(jw+1)
       is=is-1
       go to 150
c
c --- Conservation eventuelle du resultat
c
1000   z=-10
       do 550 j=1,iq
       do 550 k=1,ip
       if(c(j,k).lt.z)go to 550
       z=c(j,k)
       jz1=j
       kz1=k
550    continue
       if(iss.eq.0)go to 551
       if(z.gt.z1)go to 600
551    iss=1
       ju=jz1
       ku=kz1
       do 560 j=1,iq
       do 560   k=1,ip
       iw1(j,k)=iw(j,k)
560    c1(j,k)=c(j,k)
       do 561 i=1,n
       do 561 k=1,ip
561    ix1(i,k)=ix(i,k)
       z1=z
```

```
c
c --- Passage a une repartition differente des moyens
c
600   do 601 k=ip,1,-1
      do 601 j=iq,1,-1
      xx=0
      yy=0
      do 602 i=1,n
      yy=yy+ia(i)*t(i,j)
      do 602 k2=1,k
602   xx=xx+m(i,k2)*t(i,j)
      yy=(xx+yy)/tot
      xx=xx/tot
      ii=xx
      mm=yy
      if((xx-ii).gt.eps)ii=ii+1
      if((yy-mm).gt.eps)mm=mm+1
      if(k.eq.1)go to 610
      do 611 k2=1,k-1
      ii=ii-iw(j,k2)
      j10=iw(j,k2)-1
      if(j10.lt.0)j10=0
611   mm=mm-j10
610   if(mm.lt.0)mm=0
      if(ii.lt.0)ii=0
      if(k.gt.ku) go to 612
      if((k.eq.ku).and.(j.gt.ju)) go to 612
      if(iw(j,k).ge.mm)go to 612
      iw(j,k)=iw(j,k)+1
      iug=iug+1
      if(iug.gt.nex) go to 3535
      go to 555
612   iw(j,k)=ii
601   continue
3535  do 421 j=1,iq
      do 421 k=1,ip
      xx=cl(j,k)*iw(j,k)
      if(xx.lt.eps) go to 421
      na=xx/tot+eps
      iw(j,k)=iw(j,k)-na
      xx=xx-na*tot
      cl(j,k)=xx/iw(j,k)
421   cl(j,k)=cl(j,k)/tot
      return
      end
```

CONCLUSION

Le problème que nous venons de présenter peut s'exprimer comme un problème de programmation linéaire avec variables mixtes. Nous l'avons d'abord résolu de cette manière, et nous avons comparé cette approche à l'heuristique présentée plus haut. Nous n'avons pas décelé d'écarts significatifs. D'où notre choix pour une méthode qui peut être prise en charge par un mini-ordinateur et ne demande qu'un volume raisonnable de calculs.

Imprimé en France
par
l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique