Caractérisation multi-échelles de la visibilité pour les calculs de radiosité

Cyril SOLER

iMAGIS[1], *BP 53, 38041 Grenoble*

Cyril.Soler@imag.fr

Résumé : *Cet article présente une méthode de contrôle de l'erreur liée à l'approximation du terme de visibilité dans l'évaluation de facteurs de forme en dimension 2. Cette technique est basée sur une caractérisation multi-échelles de la notion de visibilité dans une scène représentée sous forme hiérarchique. Elle vise à limiter les calculs concernant le terme de visibilité au minimum requis par la précision imposée sur le résultat. Un tel contrôle permet de régler l'approximation dans le calcul de la visibilité, i.e le temps de calcul du facteur de forme, en fonction de la précision demandée par l'utilisateur.*

Mots-clés : Facteur de forme, Radiosité hiérarchique, Visibilité Multi-échelles

1 Introduction

La simulation du transfert d'énergie par radiation est utilisée pour la mise au point de systèmes complexes, avec un coût souvent plus intéressant que celui lié à l'expérimentation physique directe. Dans le cas particulier des échanges d'énergie lumineuse, on peut par exemple calculer l'éclairage d'un bâtiment en fonction du type et de la position des lampes utilisées afin de connaître, sans essai préalable, la meilleure répartition des sources de lumière selon des critères d'efficacité ou d'esthétique...

La *méthode de radiosité* permet d'effectuer un tel calcul, en fonction des propriétés d'interaction avec la lumière des objets qui composent la *scène*. Cette méthode, basée sur le principe des éléments finis, s'avère relativement coûteuse [12]. Elle peut toutefois être optimisée grâce à une technique consistant à organiser de façon récursive les objets qui composent la scène en groupements entre lesquels sont calculés les transferts d'énergie, mais cette version hiérarchique de la méthode de radiosité [8] introduit une approximation supplémentaire, liée à la visibilité mutuelle entre groupes d'objets.

Il existe plusieurs approches de l'estimation de l'erreur dans le calcul de l'éclairement : il est par exemple possible de trouver un encadrement sur la solution exacte d'un calcul de radiosité [4], ce qui permet de régler uniquement à posteriori certains paramètres du calcul afin d'obtenir un résultat plus précis. Il existe également diverses majorations de l'erreur [1] mais qui ne concernent pas le cas de surfaces partiellement visibles. Il est également possible de régler l'approximation sur le calcul de la visibilité à partir de critères artificiels [10] mais sans contrôle fiable de l'erreur.

Nous montrons ici que, dans le cadre de la radiosité en dimension 2, il est possible de tirer parti des configurations relatives et des ordres de grandeur du niveau d'échelle entre groupes d'objets, afin d'évaluer à faible coût la fonction de visibilité d'un tel groupe d'éléments, tout en contrôlant l'erreur commise sur le transfert d'énergie. Le calcul et le contrôle de l'erreur sur l'approximation de la fonction de visibilité que nous proposons s'effectuent par l'intermédiaire d'une information stockée à tous les niveaux de la hiérarchie, et que nous appelons *information multi-échelles de visibilité* . Cette information donne un accès plus ou moins rapide à la valeur de la fonction de visibilité d'un groupe d'objets au détriment de la précision, selon la marge d'erreur sur le calcul du transfert d'énergie fixée par l'utilisateur.

1. iMAGIS est un projet commun CNRS-INRIA-INPG-UJF.

2 Visibilité multi-échelles

Plaçons-nous dans le cadre général d'un calcul de transfert d'énergie entre deux objets A et B, dont la visibilité mutuelle dépend d'un objet C. La Fig.1 montre ce que l'on observe dans le cas où A est une source de lumière, et B un écran.

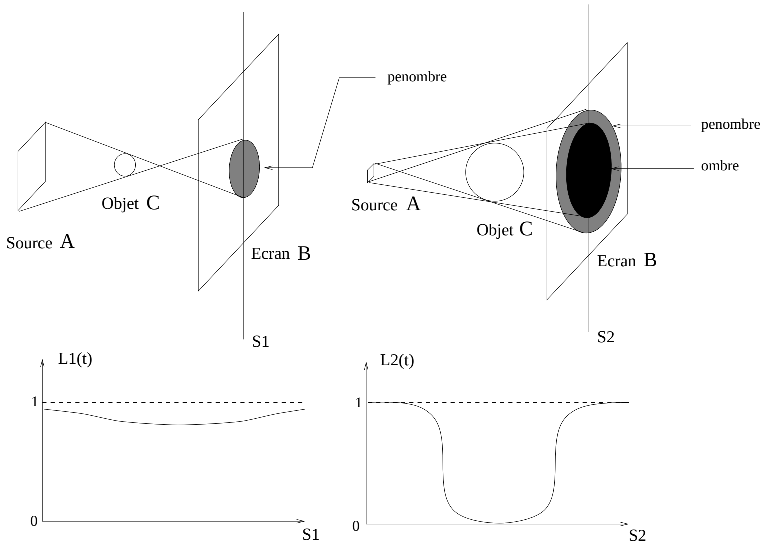

FIG. 1 - *Formes des fonctions de luminosité pour différentes configurations de A,B et C.*

Cet exemple permet de se rendre compte que les perturbations engendrées par le terme de visibilité associé à C (i.e l'ombre de C sur l'écran B dans ce cas précis) dépendent fortement de la position relative de A, B et C. Dans le premier cas (à gauche sur la Fig.1), l'ombre provoquée par C est relativement diffuse. Cela implique que si l'on remplace l'objet C dans cette configuration, par un groupement C' (ou *cluster*) d'objets de même taille que C, on obtiendrait une ombre relativement uniforme sur l'écran B, alors que, dans le second cas, la même manipulation conduirait à une fonction de luminosité aux variations rapides, comme le suggère la Fig.2. Dans la première configuration, nous aurions pu d'autre part obtenir le même résultat, mais à moindre coût en remplaçant C' par un volume homogène, dont la fonction de visibilité est par définition facilement calculable.

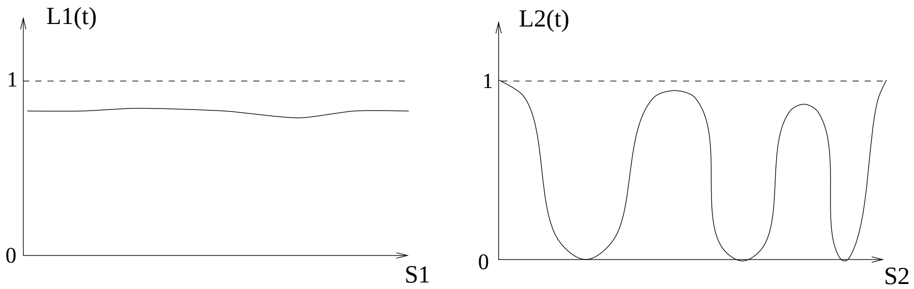

FIG. 2 - *Mêmes fonctions, en remplaçant C par un cluster*

Cet exemple simple montre l'intérêt d'adopter une représentation de la visibilité à travers un cluster C donné dans la hiérarchie, qui permette d'utiliser une approximation facilement calculable de la fonction de visibilité à travers C, lorsque son emploi est justifié par la configuration du calcul courant.

De plus, une telle représentation peut s'appuyer sur le caractère hiérarchique d'un calcul de radiosité afin de pouvoir :

- Régler la finesse du calcul en fonction de l'erreur admise, en décomposant l'évaluation de la visibilité d'un cluster sur chacun de ses sous-clusters.

– Economiser au maximum la quantité d'information de visibilité stockée à un niveau donné de la hiérarchie.

Nous nous sommes placés dans un premier temps en dimension 2, afin de pouvoir définir les méthodes et algorithmes liés à cette représentation en limitant la complexité des calculs, tout en gardant à l'esprit que l'adaptabilité à la dimension 3 des idées proposées ne pose pas de problèmes insurmontables.

2.1 Modèle proposé

Nous nous plaçons dans le cadre du calcul de la radiosité dans une scène composée de segments, et où les clusters sont des boîtes rectangulaires de cotés parallèles aux axes du repère utilisé. On appelle *transmittance* d'un cluster le coefficient τ par lequel est multipliée l'intensité de la lumière qui le traverse le long d'un parcours rectiligne défini par sa distance à l'origine ρ et sa direction θ.

A chaque cluster C situé à un niveau donné de la hiérarchie définissant la scène, on associe :

– la valeur $\overline{\tau}(\theta)$ de la *transmittance directionnelle* de ce cluster ;

– une fonction Γ qui donne, en fonction des caractéristiques de C, et du contexte du calcul de l'échange d'énergie entre deux surfaces A et B, une borne sur l'erreur commise en remplaçant la transmittance réelle de C par son approximation $\overline{\tau}(\theta)$. La fonction Γ est appelée *critère de raffinement du calcul.*

La *transmittance directionnelle* d'un cluster C est définie comme la moyenne de la transmittance de C sur l'ensemble des droites de direction θ qui coupent C. Cette fonction directionnelle représente la proportion moyenne de lumière que laisse passer un cluster dans la direction θ.

Le calcul du facteur de forme entre deux objets ou entre deux clusters occultés par un cluster C suit alors le schéma algorithmique suivant :

Si la valeur du critère Γ est inférieure à un seuil d'erreur fixé à l'avance, on utilise l'approximation de la transmittance de C fournie à ce niveau de la hiérarchie ; dans le cas contraire, on décompose ce calcul en faisant intervenir chacun des sous-clusters de C, de façon récursive comme l'indique la Fig.3.

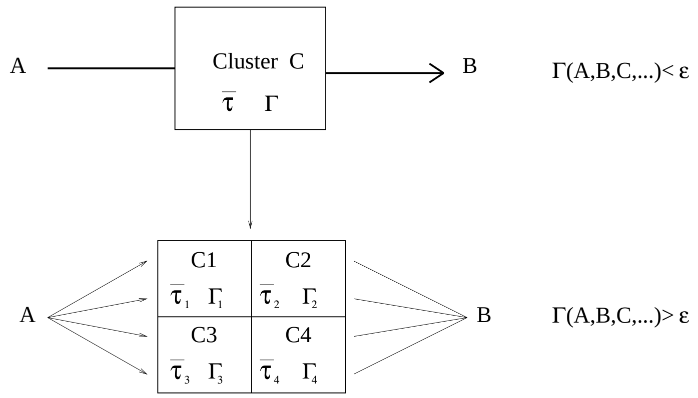

FIG. 3 - *Calcul du transfert d'énergie en utilisant l'information multi-échelles de visibilité*

Nous appellerons *information multi-échelles de visibilité* l'ensemble des fonctions nécessaires au calcul multi-échelles de la visibilité, i.e les fonctions $\overline{\tau}$ et Γ.

2.2 Calcul de l'information multi-échelles de visibilité

2.2.1 Choix du critère de raffinement du calcul

La fonction Γ doit caractériser l'erreur commise en remplaçant la transmittance τ par sa moyenne directionnelle $\overline{\tau}$ prise dans une direction caractéristique θ_{12} dans l'expression du facteur de forme, par exemple entre deux segments S_1 et S_2. Il suffit donc de choisir comme valeur de Γ un majorant de la différence :

$$\delta = \int_{\theta_{12}-\delta_\theta}^{\theta_{12}+\delta_\theta} \int_\rho k(\rho,\theta)\tau(\rho,\theta) d\rho d\theta - \overline{\tau}(\theta_{12}) \int_{\theta_{12}-\delta_\theta}^{\theta_{12}+\delta_\theta} \int_\rho k(\rho,\theta) d\rho d\theta$$

où le noyau k s'écrit

$$k(\rho,\theta) = \frac{\cos\varphi\cos\psi}{2r}$$

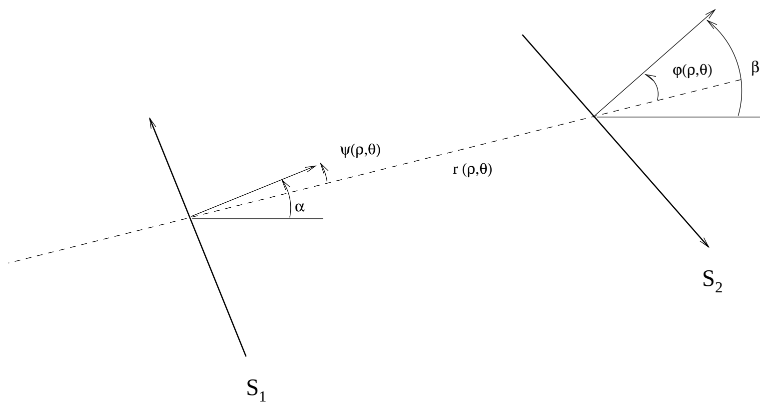

FIG. 4 - *Notations pour le calcul de* Γ.

Les calculs de majorations nous ont conduit au choix suivant :

$$\boxed{\Gamma(\alpha,\beta,\theta_{12},\Delta_\rho,\delta_\theta,r_{min}) = \frac{2\delta_\theta\sqrt{\delta_\rho}}{r_{min}} T(\alpha,\beta,\theta_{12})(R_1(\theta_{12}) + R_2(\theta_{12}))}$$

où R_1 et R_2 sont des fonctions directionnelles associées au cluster C, qui s'écrivent :

$$\begin{aligned} R_1(\theta) &= \sup_{\theta' \in [\theta-\delta_\theta, \theta+\delta_\theta]} \|\tau(.,\theta') - \tau(.,\theta)\|_{L_2} \\ R_2(\theta) &= \|\tau(.,\theta) - \overline{\tau}(\theta)\|_{L_2} \end{aligned} \quad (1)$$

La quantité $R_1(\theta_{12})$ exprime l'homogénéité du cluster C selon θ, autour de la direction θ_{12}, et $R_2(\theta_{12})$, l'homogénéité du cluster C selon ρ, vu dans la direction θ_{12}. Quant à $T(\alpha,\beta,\theta)$, elle traduit l'orientation relative des deux segments :

$$T(\alpha,\beta,\theta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta-2\theta)$$

La valeur de r_{min} est la distance de S_1 à S_2, δ_ρ est le *diamètre du cluster C vu dans la direction* θ, i.e la distance maximale entre deux droites de direction θ qui coupent C, et δ_θ est par définition le demi-diamètre de l'intervalle d'intégration en θ dans le calcul du facteur de forme, i.e l'écart angulaire maximal de deux droites coupant S_1 et S_2. Comme cette quantité apparaît dans l'expression de R_1 qui n'est censée dépendre que des caractéristiques du cluster C, nous la remplaçons dans R_1 par un majorant Δ_θ au delà duquel on impose $\Gamma = +\infty$, la nouvelle expression de R_1 obtenue étant alors un majorant de celle de départ.

La fonction Γ dépend donc bien :

- des caractéristiques propres du cluster C : $R_1(\theta_{12})$, $R_2(\theta_{12})$

- de la configuration du calcul : δ_ρ, δ_θ, $T(\alpha, \beta, \theta_{12})$, r_{min}.

2.2.2 Méthode de propagation hiérarchique des données

La mise en place de l'information multi-échelles de visibilité dans la structure hiérarchique constituant la scène est réalisée par propagation ascendante d'une quantité intermédiaire (la *densité directionnelle*) à partir de laquelle on calcule pour chaque cluster les quantités concernées. Il n'est en effet pas intéressant de calculer directement l'information multi-échelles de visibilité pour chaque cluster à cause du nombre très important de petits objets que peut contenir un cluster de haut niveau. Il est d'autre part impossible de propager directement l'information multi-échelles de visibilité à partir des clusters de plus bas niveau vers le sommet de l'arbre constituant la scène, car elle ne contient pas suffisamment d'information pour pouvoir être calculée pour un cluster C donné, en fonction de sa valeur pour les sous-clusters de C.

La densité directionnelle, définie en fonction de la transmittance τ comme égale à $-\log \tau(\rho, \theta)$, peut être calculée pour un cluster C donné en ajoutant sa valeur pour les sous-clusters C_i de C, moyennant un simple changement de repère. Cette propriété d'additivité permet un calcul hiérarchique rapide.

L'initialisation du calcul de l'information multi-échelles de visibilité consiste donc à évaluer la densité directionnelle au niveau le plus bas de la hiérarchie, tout en contrôlant l'erreur que l'on commet alors sur l'approximation de la fonction exacte de visibilité. Il suffit ensuite de calculer récursivement la densité directionnelle à tous les étages en fonction de sa valeur aux étages inférieurs, de laquelle on déduit les valeurs des fonctions $\overline{\tau}$, R_1 et R_2 pour chaque cluster.

D'autre part, à un niveau donné de la hiérarchie, nous ne nous intéressons qu'aux niveaux de détail « du même ordre de grandeur » que la taille du cluster concerné car il est important de ne pas prendre en compte les variations trop rapides de la fonction de visibilité, qui sont dues à des objets de taille très inférieure à la taille du cluster du niveau courant. Bien qu'elles n'apportent que des modifications négligeables dans le calcul du transfert d'énergie, ces perturbations faussent les critères de raffinement, qui sont justement basés sur les variations de la fonction de visibilité.

La sélection du niveau de détail est effectuée au fur et à mesure de la remontée des informations, grâce à un filtrage opéré sur la transformation en ondelettes [5, 2] de la densité directionnelle.

3 Validation du modèle

Nous observons l'évolution du temps de calcul du facteur de forme ainsi que le nombre de clusters visités en fonction du niveau de précision ε fixé par l'utilisateur dans un calcul de facteur de forme entre deux segments S_1 et S_2 occultés par un cluster C.

Il existe plusieurs méthodes de calcul du facteur de forme utilisant l'information multi-échelles de visibilité basées sur l'algorithme général de la Fig.3, associées au même critère Γ. Ces méthodes diffèrent par la manière d'utiliser les sous-clusters C_i du cluster C courant, lorsque $\Gamma > \varepsilon$:

– la plus naturelle consiste à calculer les facteurs de forme pour un cluster C en multipliant celui obtenu sans prendre en compte C, par la valeur de $\overline{\tau}(\theta_{12})$ de C. Cette méthode nécessite cependant de savoir calculer le facteur de forme obtenu pour un cluster donné, en fonction de celui obtenu pour chacun de ses sous-clusters;

– il est également possible d'effectuer le calcul par intégration en utilisant comme transmittance pour un cluster donné la valeur définie récursivement par :

$$\tau_H(C,\rho,\theta) = \begin{cases} \tau(\rho,\theta) & \text{si C est une feuille,} \\ \overline{\tau}(\theta) & \text{si } \Gamma(C,S1,S2) < \varepsilon, \\ \prod_{C_i \subset C} \tau_H(C_i,\rho,\theta) & \text{sinon.} \end{cases}$$

La première méthode a l'avantage de supprimer l'intégration intervenant dans le calcul. Nous ne savons cependant pas encore effectuer la combinaison des facteurs de forme qu'elle nécessite. En conséquence, nous employons donc la seconde méthode qui nous affranchit tout de même du calcul exact de la visibilité. Dans le cas où la précision demandée est maximale, son coût est du même ordre de grandeur que le coût du calcul exact du facteur de forme, mais légèrement supérieur à cause des évaluations à tous les niveaux du critère Γ.

Les données expérimentales sont les suivantes :

Nombre d'étages dans la hiérarchie des clusters	:	7
Nombre total de sous-clusters du cluster central	:	383
Facteur de forme exact	:	0.0592269406
Intervalle de variation de ε	:	$[0, 0.04]$
Nombre de points d'échantillonnage en ε	:	800

La Fig.5 montre les segments S_1 et S_2 et le cluster central C (à gauche), ainsi qu'un agrandissement du cluster central (à droite). Pour plus de clarté, ces figures font pas apparaitre la hiérarchie des clusters. Seul le contenu des clusters « feuilles » est représenté, i.e tous les segments de la scène.

Les figures 6 et 7 montrent les résultats obtenus.

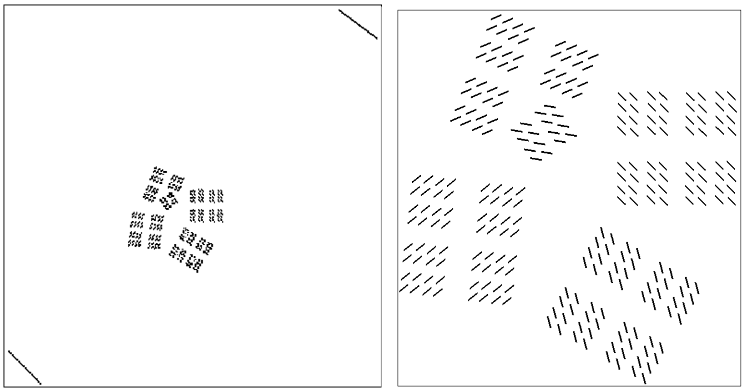

FIG. 5 - *Configuration du calcul*

On observe que le temps de calcul et le nombre de clusters visités augmentent assez régulièrement avec la diminution de la borne de raffinement ε tandis que le facteur de forme se rapproche petit à petit de sa valeur exacte. La méthode employée donne de plus un résultat identique à celui du calcul exact, dans le cas où le critère de raffinement est toujours supérieur à ε, i.e lorsqu'on ne s'autorise aucune approximation directionnelle de la transmittance.

3.1 Conclusion et perspectives

Nous avons montré qu'il est possible de régler le taux d'approximation dans le calcul du facteur de forme, avec prise en compte de la visibilité, en fonction de la précision escomptée sur le résultat.

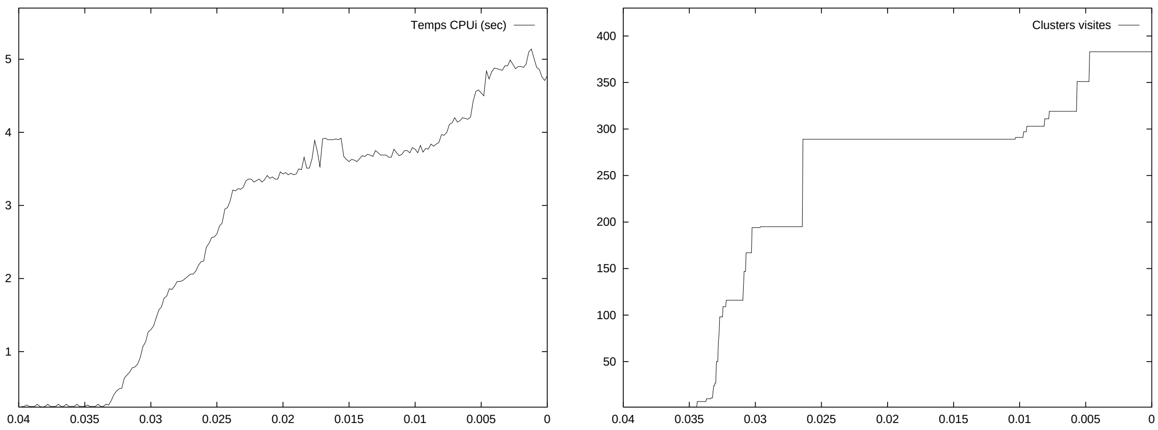

FIG. 6 - *Temps de calcul et nombre de clusters visités en fonction de ε*

Ceci permet par exemple d'obtenir un aperçu grossier du résultat d'un calcul de transfert d'énergie lorsqu'on veut régler rapidement des paramètres de la scène. Un calcul plus fin, mais plus long, peut ensuite être effectué pour obtenir une plus grande précision.

Comme nous l'avons dit précédemment nous devons encore trouver comment calculer le facteur de forme entre deux segments S_1 et S_2 occultés par un cluster C, en fonction des facteurs de forme entre ces mêmes segments, mais occultés successivement par les sous-clusters C_1, C_2,...C_N de C, ce qui permettrait d'éviter une intégration numérique, ajoutant à la faculté de réglage de notre algorithme un gain de temps important.

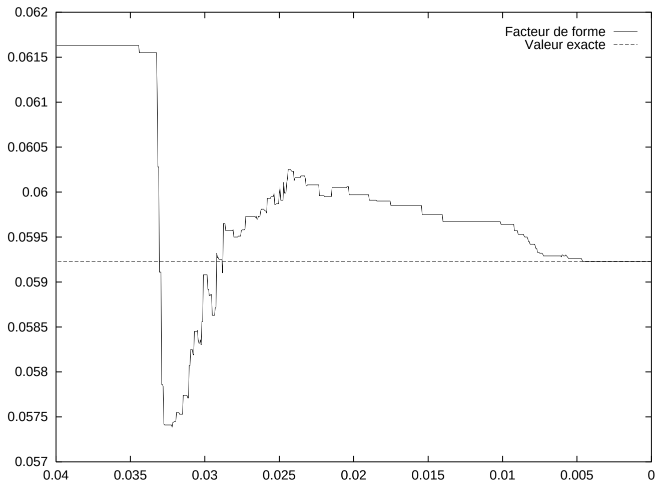

FIG. 7 - *Facteur de forme en fonction de ε*

La suite logique de ce travail est l'adaptation de ce modèle à la dimension 3, ce qui pose entre autres les problèmes suivants :

- le calcul d'un critère de raffinement analogue à Γ en dimension 3 fait intervenir des majorations relativement complexes suivant la finesse du résultat escompté;
- le problème du stockage des fonctions directionnelles mises en œuvre n'est pas apparu en dimension 2 car les quantités ne dépendaient que d'une seule variable. En dimension 3, elle deviennent des fonctions de deux variables sur la sphère. Nous savons d'ores et déjà qu'il est possible de les stocker sous forme d'une combinaison linéaire d'harmoniques sphériques [11], bien qu'une telle représentation soit assez peu compatible avec un filtrage du niveau de détail. Cette opération peut néamoins être réalisée par décomposition et filtrage sur une base d'ondelettes sphériques [7];

– le calcul du facteur de forme entre deux clusters sans tenir compte de la visibilité doit pouvoir être réalisé rapidement pour que la méthode que nous allons utiliser soit efficace, il existe pour cela des méthodes performantes.

Références

[1] Arvo (James), Torrance (Kenneth) et Smits (Brian). – A framework for the analysis of error in global illumination algorithms. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '94 (Orlando, FL). ACM SIGGRAPH, New York.

[2] Gortler (Steven J.), Schröder (Peter), Cohen (Michael F.) et Hanrahan (Pat). – Wavelet radiosity. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '93 (Anaheim, CA, USA). ACM SIGGRAPH, New York, pp. 221–230.

[3] Hobson (E. W.). – *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics.* – Cambridge University Press, 1931.

[4] Lischinski (Dani), Smits (Brian) et Greenberg (Donald P.). – Bounds and error estimates for radiosity. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '94 (Orlando, FL). ACM SIGGRAPH, New York.

[5] Mallat (Stephane G.). – A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, n° 7, juillet 1989, pp. 674–693.

[6] Santaló (Luis A.). – *Integral Geometry and Geometric Probability.* – Addison-Wesley, 1976, *Encyclopedia of Mathematics and its applications*, volume 1.

[7] Schröder (Peter) et Sweldens (Wim). – Spherical wavelets: Efficiently representing functions on the sphere. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '95 (Los Angeles, CA). ACM SIGGRAPH, New York, pp. 161–172.

[8] Sillion (François). – A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 1, n° 3, septembre 1995. – (a preliminary version appeared in the fifth Eurographics workshop on rendering, Darmstadt, Germany, June 1994).

[9] Sillion (François), Arvo (James), Westin (Stephen) et Greenberg (Donald P.). – A global illumination solution for general reflectance distributions. *Computer Graphics*, vol. 25, n° 4, août 1991, pp. 187–196. – Proceedings SIGGRAPH '91 in Las Vegas (USA).

[10] Sillion (François) et Drettakis (George). – Feature-based control of visibility error: A multi-resolution clustering algorithm for global illumination. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '95 (Los Angeles, CA). ACM SIGGRAPH, New York, pp. 145–152.

[11] Sillion (François), Drettakis (George) et Soler (Cyril). – A clustering algorithm for radiance calculation in general environments. *In : Rendering Techniques '95*, éd. par Hanrahan (P.M.) et Purgathofer (W.). – Wien, Springer Verlag, août 1995. Proceedings of Sixth Eurographics Workshop on Rendering (Dublin, Ireland, June 1995).

[12] Sillion (François) et Puech (Claude). – *Radiosity and Global Illumination.* – Morgan Kauffmann publishers, San Francisco, 1994.

[13] Smits (Brian), Arvo (James) et Greenberg (Donald P.). – A clustering algorithm for radiosity in complex environments. *In : Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series:* SIGGRAPH '94 (Orlando, FL). ACM SIGGRAPH, New York, pp. 435–442.

[14] Soler (Cyril). – Représentation multi-échelles d'informations de visibilité, juin 1995. Mémoire de DEA de Mathématiques Appliquées. Université Joseph Fourier. Grenoble.