INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Contours Actifs d'Ordre Supérieur Appliqués à la Détection de Linéiques dans des Images de Télédétection

Marie Rochery — Ian Jermyn — Josiane Zerubia

N° 5063

Décembre 2003

THÈME 3

Rapport de recherche

ISSN 0249-6399 ISRN INRIA/RR--5063--FR

Contours Actifs d'Ordre Supérieur Appliqués à la Détection de Linéiques dans des Images de Télédétection

Marie Rochery, Ian Jermyn , Josiane Zerubia

Thème 3 — Interaction homme-machine,
images, données, connaissances
Projet Ariana

Rapport de recherche n° 5063 — Décembre 2003 — 52 pages

Résumé : Dans ce rapport, nous présentons une nouvelle méthode pour l'incorporation d'une information sur la géométrie *a priori* dans le cadre des contours actifs. Nous introduisons une nouvelle classe de contours actifs d'ordre supérieur, qui sont des énergies quadratiques sur l'espace des 1-chaînes, contrairement aux énergies classiquement utilisées qui sont linéaires. Ces énergies permettent de définir des interactions non triviales entre les différents points du contour. Elles donnent naissance à des forces non locales, permettant ainsi d'introduire une information géométrique forte dans le modèle. D'un point de vue algorithmique, nous utilisons la méthodologie par courbes de niveau afin de trouver le minimum de l'énergie, la présence de forces non locales nécessitant une extension des méthodes standard utilisées pour l'évolution que nous décrivons. Nous utilisons ce nouveau modèle pour la détection de linéiques (routes, rivières, ...) dans les images de télédétection et nous montrons des résultats d'extraction sur des images réelles.

Mots-clés : géométrie *a priori*, énergies quadratiques, contours actifs, modèles déformables, extraction de réseaux linéiques.

Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis
2004, route des Lucioles, BP 93, 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)
Téléphone : +33 4 92 38 77 77 — Télécopie : +33 4 92 38 77 65

Higher Order Active Contours
for Line Network Extraction in Remote Sensing

Abstract: In this report, we introduce a new class of active contour energies, quadratic on the space of 1-chains, as opposed to classical energies, which are linear. These energies define non trivial interactions between different points of the contour, and thus allow the incorporation of *a priori* shape information through the generation of non-local forces that carry geometric information. They also allow the definition of complex data terms linking the data at different points of the contour. To solve the models, we use the level set methodology, in the process extending the standard evolution methods to deal with the non-locality of the forces involved. We use this new approach in order to define models for the extraction of line networks (roads, rivers, ...) in satellite imagery. We show some results on real-world images.

Key-words: shape prior, quadratic energies, active contours, deformable models, line network extraction.

Table des matières

Chapitre 1

Les contours actifs quadratiques

1.1 Introduction

Le cadre général de ce travail s'inscrit dans une problématique d'extraction de formes dans des images de télédétection. En raison de l'importance croissante du nombre d'images acquises, il devient nécessaire de développer des outils automatiques d'analyse d'images performants. Plus précisément, nous nous intéressons à la modélisation d'une géométrie *a priori* plus spécifique des formes à détecter. Ceci est un point fondamental puisque les objets à extraire présentent généralement des propriétés géométriques qui permettent de les différentier par rapport à leur environnement.

Nous développons cette étude dans le cadre des contours actifs. Ces derniers ont été utilisés dans de nombreuses applications en traitement d'images depuis le papier original de Kass *et al.* [17]. Ils offrent de nombreuses possibilités de modélisation et sont associés à des algorithmes simples et rapides. L'idée est relativement simple: il s'agit de définir une fonctionnelle sur l'espace des 1-chaînes dans le domaine de l'image (énergie) dont le minimum représente des structures importantes de l'image, puis de trouver ce minimum. Les premiers modèles (les "snakes" et les contours actifs avec la force ballon) ont été définis sur l'espace des courbes paramétrées ouvertes ou fermées du domaine de l'image et favorisaient des courbes lisses au niveau des gradients élevés de l'image [7, 17]. Ces modèles étaient dépendants de la paramétrisation de la courbe et pour pallier ce problème, de nouveaux modèles ont été proposés qui étaient définis comme des fonctionnelles sur l'espace des courbes équivalentes par changement de paramétrisation. Les contours actifs géodésiques font par exemple partie de cette catégorie [4, 18]. Puis, des termes énergétiques sur les régions ont été introduits dans [16, 30, 41]. En plus de permettre de tenir compte plus facilement des propriétés sur les régions englobées par le contour, ces termes sont plus robustes au bruit.

Il est intéressant de remarquer que, pour tous ces modèles, les contraintes géométriques se réduisent à des contraintes sur l'élasticité (et parfois la rigidité) du contour. Celles-ci mènent à des forces de régularisation, fonction de la courbure, qui apportent une information générale, dans le sens où elles encouragent des cercles comme minima d'énergie. Récemment, plusieurs travaux ont été menés afin d'introduire une information géométrique plus détaillée dans les modèles. Leventon *et al.* [22] estiment la forme de l'objet à extraire, la représente par une distance signée et font évoluer le contour vers cette forme estimée et sa position. Cremers *et al.* [10] modifient la fonctionnelle de Mumford-Shah afin d'y introduire une information statistique sur la forme de l'objet. Ils utilisent une paramétrisation explicite de la courbe à l'aide de "splines" et définissent une distribution de probabilité gaussienne pour chacun des points de contrôle du "spline". Les déformations du contour sont contraintes au sous-espace des déformations possibles obtenues. Paragios et Rousson [31] proposent un modèle qui tient compte des propriétés locales et globales de l'objet à détecter. Un modèle de la forme *a priori* est construit à partir d'un ensemble d'images. Un cadre statistique est défini avec pour inconnues, la forme et les déformations possibles de cette forme. Ils cherchent une transformation globale et une représentation par courbes de niveaux qui maximisent la probabilité *a posteriori* étant donné le modèle *a priori* de la forme. Chen *et al.* [6] définissent une fonctionnelle dépendant du gradient de l'image et de la forme moyenne de l'objet à extraire. Le terme géométrique *a priori* évalue la similarité de la forme du contour et de la forme de référence (modulo une échelle, une rotation et une translation) en calculant une fonction de distance entre les deux par la méthode dite "Fast Marching" de Sethian [35]. Enfin, Foulonneau *et al.* [13] définissent des descripteurs de forme à l'aide des moments de Legendre et introduisent un *a priori* géométrique dans le cadre de contours actifs de type régions, par l'intermédiaire d'une distance quadratique entre l'ensemble des moments du contour et l'ensemble des moments de l'objet de référence.

En résumé, les méthodes décrites ci-dessus pourraient être définies de la manière suivante. Etant donné un ensemble d'exemples de la forme à détecter et une représentation particulière de la forme, un certain nombre de modes de variations sur la forme sont définis. L'évolution du contour est alors contrainte par la forme moyenne de l'objet à détecter et les déformations possibles par rapport à cette forme. Ces méthodes conduisent ainsi à la détection d'un type particulier d'objet et d'un seul dans les images, ce qui devient vite restrictif. Dans notre cas, nous ne voudrions pas introduire dans les modèles des informations géométriques aussi spécifiques, mais plutôt des contraintes qui définissent une classe plus générale de formes partageant une certaine ressemblance géométrique. Considérons, par exemple, les réseaux routiers. Nous ne pouvons ni définir une forme moyenne, ni un certain nombre de déformations à partir de cette forme moyenne. Ils présentent cependant des similarités géométriques fortes: les bords des routes sont parallèles et présentent une courbure faible sauf au niveau des carrefours. C'est ce type de géométrie *a priori* que nous souhaiterions introduire dans le modèle.

Afin de modéliser ce type de contraintes géométriques, nous introduisons une nouvelle classe de contours actifs. La plupart des modèles introduits jusqu'à présent peuvent être définis comme une énergie linéaire sur l'espace des 1-chaînes, c'est-à-dire les énergies peuvent s'exprimer à l'aide d'une seule intégrale sur le contour. Nous définissons des contours actifs d'ordre supérieur avec des énergies quadratiques sur l'espace des 1-chaînes. En effet, les énergies linéaires ne peuvent pas imposer de contraintes complexes sur la géométrie du contour. Un exemple classique de contrainte géométrique *a priori* imposée est la longueur de la courbe:

$$E(C) = \oint ||\vec{\mathbf{t}}(p)||\, dp = \oint\, ds$$

où $\vec{\mathbf{t}}(p)$ représente le vecteur tangent à la courbe au point p, $||.||$ représente la norme L_2 et s l'abscisse curviligne. La force dérivée de cette énergie s'écrit:

$$F(s) = -\kappa(s)\vec{\mathbf{n}}(s)$$

où $\kappa(s)$ représente la courbure au point d'abscisse s et $\vec{\mathbf{n}}(s)$ le vecteur unitaire normal extérieur en s. Cette force contraint le contour à tendre vers un cercle, puis à disparaître. Comme toutes les forces dérivées d'une énergie linéaire, elle est locale et apporte donc une information ponctuelle. Les possibilités de modélisation sont alors réduites. Au contraire, les énergies quadratiques entraînent des forces non-locales qui vont permettre de modéliser des interactions non triviales entre les différents points du contour. Soulignons cependant que les énergies linéaires restent très importantes et peuvent être considérées comme un cas particulier des énergies quadratiques.

Pour la minimisation de l'énergie, une approche directe de descente de gradient peut être utilisée, mais les limitations en termes de paramétrisation et changements de topologie nous ont conduit à adopter la méthodologie par courbes de niveau, introduite par Osher et Sethian dans [28]. Cette approche a été très utilisée et de nombreux algorithmes ont été développés dans ce cadre. Nous verrons cependant que l'introduction de forces non locales nous obligent à adapter certaines des techniques standard utilisées pour l'évolution du contour.

Pour illustrer le potentiel de cette nouvelle classe de contours actifs, nous avons choisi de détecter les réseaux de linéiques dans les images de télédétection. Cette application est un problème très difficile en raison de la grande variabilité de tels réseaux. Cependant, il s'inscrit totalement dans notre cadre de travail puisque les réseaux présentent des ressemblances géométriques sans pour autant pouvoir être définis par une forme moyenne.

1.2 Les énergies quadratiques

Le but de ce travail est de détecter un ou plusieurs objets sur une image. Une façon d'y parvenir est de définir des fonctionnelles sur des sous-ensembles de l'image dont les minima correspondent aux objets que l'on souhaite détecter. En pratique, nous nous intéressons à un type particulier de sous-ensembles: les chaînes définies sur le domaine de l'image, de codimension 0 ou 1. En particulier, nous considérons les fonctionnelles définies sur des 1-chaînes fermées en deux dimensions. Dans un premier temps, nous parlons des fonctionnelles linéaires qui sont classiquement utilisées dans le cadre des contours actifs, puis nous abordons les fonctionnelles quadratiques, totalement novatrices, et qui laissent espérer de meilleures possibilités de modélisation.

1.2.1 Les fonctionnelles linéaires

Une fonctionelle sur des 1-chaînes est dite linéaire si, pour une combinaison linéaire donnée de 1-chaînes $\alpha C_1 + \beta C_2$, la valeur de la fonctionelle est donnée par la même combinaison linéaire des valeurs des deux chaînes:

$$E(\alpha C_1 + \beta C_2) = \alpha E(C_1) + \beta E(C_2) \tag{1.1}$$

Dans notre cas, nous sommes seulement intéressés par la géométrie de l'image des 1-chaînes et nous voulons imposer à l'énergie d'être invariante lorsque C est remplacée par $C\epsilon$, où ϵ est un difféomorphisme[1]. Considérons Ω un sous-ensemble de $\mathbb{R}^2$ et une application bijective $C : S^1 \to \Omega$. Etant donné une métrique g et une application f sur Ω, nous pouvons définir la fonctionelle linéaire suivante sur l'espace des 1-chaînes qui préserve l'invariance voulue pour l'énergie:

$$E(C) = \int_{S^1} \star_{C^*g}\, C^* f \tag{1.2}$$

1. Un difféomorphisme de classe C^k est une application bijective de classe C^k dont la réciproque est aussi de classe C^k.

où C^* est l'opérateur de transport défini par C, C^*g est la métrique induite par C sur S^1 et $\star_{C^*g}$ est l'opérateur étoile de Hodge associé. Si l'on considère une coordonnée p sur S^1, cette expression devient:

$$E(C) = \oint |C'(p)|_g \, f(C(p)) \, dp \tag{1.3}$$

où $|v|_g$ représente la norme du vecteur v dans la métrique g.

Un exemple simple de fonctionnelle linéaire est la longueur de la chaîne, définie par:

$$E(C) = \oint |C'(p)| \, dp \tag{1.4}$$

Une autre possibilité pour créer une fonctionnelle linéaire préservant l'invariance de l'énergie est d'intégrer une 1-forme sur la 1-chaîne:

$$E(C) = \int_{S^1} C^* A = \oint C'(p) \cdot A \, dp \tag{1.5}$$

L'aire de l'intérieur d'une 1-chaîne est un exemple de fonctionnelle linéaire de ce type-là:

$$E(C) = \frac{1}{2} \int_{S^1} C'(p) \times C(p) \, dp \tag{1.6}$$

où $a \times b \equiv \epsilon_{ij} a_i b_j$.

La plupart des modèles proposés jusqu'à présent dans le cadre des contours actifs peuvent être décrits par des fonctionnelles linéaires. Afin de permettre des modélisations plus complexes, notamment pour l'introduction de contraintes non-triviales sur la forme du contour, nous nous intéressons à des fonctionnelles quadratiques sur l'espace des chaînes.

1.2.2 Les fonctionnelles quadratiques

Considérons deux 1-chaînes C et D dans Ω. Nous pouvons définir leur produit, $C \otimes D$, une 2-chaîne dans Ω^2. Pour le cas où $C : S^1 \to \Omega$, cette construction donne l'application $C \times C : T^2 \to \Omega^2$, où $T^2 = S^1 \times S^1$ est le 2-tore. Nous avons donc une application $\otimes : \mathcal{C}_1(\Omega) \times \mathcal{C}_1(\Omega) \to \mathcal{C}_2(\Omega^2)$, où $\mathcal{C}_p(X)$ est l'espace des p-chaînes sur la variété X. Une fonctionnelle linéaire sur $\mathcal{C}_2(\Omega^2)$ devient une fonctionnelle bilinéaire sur $\mathcal{C}_1(\Omega) \times \mathcal{C}_1(\Omega)$ par cette construction. Par définition, une telle fonctionnelle bilinéaire est une fonctionnelle quadratique sur $\mathcal{C}_1(\Omega)$ avec l'application

$\mathcal{C}_1(\Omega) \to \mathcal{C}_1(\Omega) \times \mathcal{C}_1(\Omega) : C \mapsto (C,C)$. Ainsi, pour construire une fonctionnelle quadratique sur l'espace des 1-chaînes sur Ω, nous devons construire une fonctionnelle linéaire sur l'espace des 2-chaînes dans Ω^2. Il y a encore deux manières de définir de telles fonctionnelles. Etant donné une métrique et une application sur Ω^2, nous pouvons définir une fonctionnelle sur des 2-chaînes comme dans l'équation (1.2) ou alors, nous pouvons définir une 2-forme F sur Ω^2, et définir:

$$E(C) = \int_{T^2} (C \times C)^* F \tag{1.7}$$

La structure produit de $C \times C$ et T^2 signifie que cette fonctionnelle peut toujours être écrite en termes des coordonnées (p,p') sur T^2 comme:

$$E(C) = \int_{T^2} \vec{\mathbf{t}}(p) \cdot F(C(p),C(p')) \cdot \vec{\mathbf{t}}(p')\, dp\, dp' \tag{1.8}$$

où $\vec{\mathbf{t}}(p) = C'(p)$ est le vecteur tangent en C à p, et $F(x,x')$, pour tout $(x,x') \in \Omega^2$, est une matrice. Cette matrice permet de pondérer les interactions entre deux points de la 1-chaîne d'abscisses p et p'. Le choix de la 2-forme F est très important puisqu'il permet de définir le type d'interaction entre les points. L'introduction de ces énergies offre des perspectives de modélisation d'une géométrie du contour plus complexe.

1.3 Evolution du contour

Une fois l'énergie du modèle définie, il est nécessaire de la minimiser. Cette énergie que nous devons minimiser s'exprime directement en fonction du contour. La façon la plus naturelle pour faire évoluer le contour serait donc d'utiliser un algorithme de type descente de gradient. Cependant, ce type d'algorithme présente certaines limitations. Il ne gère pas automatiquement les changements de topologie: il sera impossible de détecter plusieurs objets puisque la topologie de la courbe initiale sera la même que celle de la courbe finale, réduisant ainsi la détection à un seul objet. Il présente également des problèmes de paramétrisation. Nous avons donc choisi d'utiliser la méthodologie des courbes de niveaux proposés par Osher et Sethian dans [28]. Cette méthodologie permet de suivre l'évolution de la courbe et propose des solutions aux problèmes évoqués ci-dessus. Dans cette partie, nous rappelons les principes des courbes de niveau, puis nous décrivons certains algorithmes développés dans le cadre de cette méthode. Enfin, nous décrivons, en détail, le calcul des forces dérivées de ce nouveau type d'énergie.

1.3.1 Les courbes de niveau

Considérons une courbe fermée $C_0 : S^1 \rightarrow \Omega \in \mathbb{R}^2$. Nous voulons étudier son évolution, considérant qu'elle se propage selon la direction normale extérieure au contour F [2]. L'idée de la méthodologie par courbe de niveau est de faire évoluer le contour à travers une fonction de dimension supérieure ϕ. La fonction ϕ est définie comme étant la distance signée à la courbe C_0:

$$\phi(p,t=0) = \pm d(p,C_0) \tag{1.9}$$

où $d(p,C_0)$ est la distance du point p du plan à la courbe C_0, et le signe plus (moins) est choisi selon que le point p se trouve à l'intérieur (extérieur) de C_0. Ainsi la fonction initiale $\phi(p,t=0) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ satisfait la propriété suivante:

$$C_0(p) = \{p|\phi(p,t=0) = 0\} \tag{1.10}$$

Le but est de produire une équation qui décrit l'évolution de la fonction $\phi(p,t)$. Le mouvement de $C(p,t)$ est alors celui du niveau zéro de $\phi(p,t)$. Notons ϕ_t la dérivée partielle de ϕ par rapport au temps. Nous pouvons écrire:

$$\phi(C(p,t),t) = 0 \Rightarrow \nabla\phi\,|_{C(p,t),t} \cdot \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t}\,|_{C(p,t),t} \tag{1.11}$$

Comme la courbe se propage selon sa direction normale avec la vitesse F, nous avons $\frac{\partial C}{\partial t} = F\vec{\mathbf{n}}$ où le vecteur normal extérieur à la courbe $\vec{\mathbf{n}}$ est donné par $\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}$. Enfin, nous obtenons l'équation d'évolution suivante pour ϕ_t:

$$\begin{aligned} \phi_t &= -\langle \nabla\phi, F\vec{\mathbf{n}} \rangle \\ &= -F\langle \nabla\phi, -\nabla\phi/|\nabla\phi| \rangle \\ &= F|\nabla\phi| \end{aligned} \tag{1.12}$$

C'est l'équation de courbe de niveau introduite par Osher et Sethian dans [28].

Remarquons la dualité entre les contours actifs qui utilisent une évolution de type descente de gradient et une méthodologie par courbes de niveau. Si l'on considère une courbe C qui évolue avec une vitesse normale F, l'équation d'évolution s'écrit $\frac{\partial C}{\partial t} = F \cdot \vec{\mathbf{n}}$. L'équation d'évolution en terme de la fonction courbes de niveau correspondante s'écrit simplement $\frac{\partial \phi}{\partial t} = F \cdot |\nabla\phi|$. La vitesse F est initialement définie pour les points du contour c'est-à-dire du niveau zéro ($\phi(x,y) = 0$). On peut toujours définir une expression de la force pour les autres points du domaine considérant que chaque

2. La propagation dans la direction tangentielle ne change pas la géométrie du contour et peut être considérée comme un changement de paramétrisation.

courbe de niveau évolue de manière similaire. Il est donc possible de généraliser l'équation (1.12) pour tous les points.

De nombreux algorithmes ont été développés pour la méthodologie par courbes de niveau, en particulier pour calculer le mouvement du front de manière rapide et précise. Nous allons en présenter certains dans la prochaine partie de ce rapport.

1.3.2 Algorithmes développés dans le cadre des courbes de niveau

Initialisation

La première étape pour l'évolution du contour consiste à initialiser la fonction de courbe de niveau $\phi_0(p) = \phi(p,t = 0)$ comme la distance signée au contour C_0. Une méthode rapide d'initialisation, dite la méthode “Fast Marching”, a été proposée dans [35, 36]. Cette méthode permet de calculer le mouvement de la courbe lorsque la vitesse F est toujours positive ou négative. Pour l'initalisation de ϕ_0, nous considérons une courbe qui évolue avec une vitesse constante $F = +1$, puis avec une vitesse constante $F = -1$. L'équation de courbe de niveau est alors transformée en une équation stationnaire, c'est-à-dire qui ne dépend pas de t. Notons $T(x,y)$ le temps auquel la courbe traverse le pixel (x,y). T représente également les valeurs de la fonction de distance signée ϕ_0. L'évolution de $T(x,y)$ est donnée par:

$$
\begin{array}{rcl}
T(C(p,t)) = t & \Rightarrow & \nabla T \cdot C_t = 1 \\
& \Rightarrow & \nabla T \cdot (F \frac{\nabla T}{|\nabla T|}) = 1 \\
& \Rightarrow & F|\nabla T| = 1
\end{array}
\tag{1.13}
$$

On remarque que l'information (le temps d'arrivée sur un pixel) se propage dans une seule direction, c'est-à-dire des petites valeurs de T aux plus grandes valeurs. Ainsi, on peut résoudre l'équation en construisant la solution à partir de la plus petite valeur de T. L'algorithme est rendu plus rapide en confinant la “zone de construction” à une bande étroite autour du front.

L'utilisation d'une "Bande Etroite"

L'évaluation de la fonction de courbe de niveau sur tout le domaine de l'image pour chaque étape de temps est très coûteuse en temps de calcul. L'utilisation d'une “Bande Etroite” a été proposé dans [36] afin de limiter le calcul de la fonction de courbe de niveau. Comme nous sommes principalement intéressés par l'évolution du front, nous pouvons évaluer seulement les valeurs de la fonction de courbes de niveau près du front. Les valeurs qui doivent être évaluées se retrouvent ainsi dans une bande étroite autour du front. Quand le front se rapproche du bord de la bande, le calcul est stoppé et une nouvelle bande est construite. La méthode consiste donc en la boucle suivante:

- L'ensemble des points appartenant à la bande étroite sont marqués *actifs*. Cette bande est construite de façon à ce que le front (c'est-à-dire le contour intial) soit en son centre et elle a une largeur définie d.
- Marquer les points proches des bords comme des *postes avancés* pour indiquer les bords.
- Initialiser les points extérieurs à la bande comme étant des pixels *éloignés*.
- Résoudre l'équation de courbe de niveau jusqu'à ce que le niveau zéro de ϕ coincide avec un *poste avancé*.
- Reconstruire la bande étroite et retourner au début de la boucle.

L'algorithme "Bande Etroite" est beaucoup plus rapide qu'une approche où l'on calcule les valeurs de la fonction en chaque point de l'image.

Un autre algorithme nommé "Hermès" a été proposé par Paragios et Deriche dans [29]. Il s'inspire des méthodes de la "Bande Etroite" et du "Fast Marching" pour calculer l'évolution du front. L'idée est de faire évoluer le front qui a la plus grande vitesse à chaque étape localement au niveau du pixel. Le gain en temps de calcul est important mais l'hypothèse que les vitesses ne sont pas affectées par un changement local du front est nécessaire.

Réinitialisation

La réinitialisation est une étape très importante de l'évolution. L'idée de la réinitialisation est de stopper le calcul de la fonction courbe de niveau à un certain moment et de reconstruire cette dernière comme étant la distance signée au niveau zéro. Il y a plusieurs raisons de vouloir faire cette étape de réinitialisation:

- Premièrement, lors de l'utilisation de la "Bande Etroite", si le front se rapproche trop du bord de la bande, il est nécessaire de stopper le calcul et de reconstruire une nouvelle "Bande Etroite".
- Deuxièmement, si l'on utilise une vitesse qui ne conserve pas la distance signée lorsque la fonction courbe de niveau évolue, on doit réinitialiser la fonction afin d'éviter des courbes de niveau trop rapprochées ou trop éloignées.

Une methode proposée dans [40] par Sussman *et al.* pour réinitialiser la fonction courbe de niveau est de résoudre l'équation aux dérivées partielles suivante:

$$\psi_t = \text{sign}(\phi)\,(1 - |\nabla\psi|) \tag{1.14}$$

où $\text{sign}(\phi)$ donne le signe de ϕ, la fonction courbe de niveau courante. La fonction ψ est initialisée avec la fonction ϕ courante. Résoudre cette équation donne une nouvelle valeur pour ϕ qui conserve la courbe de niveau zéro et telle que $|\nabla\phi| = 1$. Si l'étape de réinitialisation est réalisée suffisament souvent, la fonction ϕ initiale est souvent proche d'une distance signée et peu d'itérations sont nécessaires.

Cependant, un désavantage de ce schéma itératif de réinitialisation est qu'un important mouvement du niveau zéro peut apparaître en raison des approximations numériques de calcul. Comme le font remarquer Sussman et Fatemi dans [39], cette approche se comporte de telle façon que plus le nombre d'itérations est grand, plus le niveau zéro va dévier de sa position initiale. Dans [39], les auteurs proposent d'ajouter une contrainte afin de rendre l'étape de réinitialisation plus précise et efficace.

L'équation d'évolution:

$$\psi_t = \text{sign}(\phi)\,(1 - |\nabla\psi|) \tag{1.15}$$

conserve l'aire du domaine à l'intérieur de la courbe implicitement définie par $\phi(x,y) = 0$, puisqu'elle ne change pas la position de la courbe. Cependant, lors des calculs numériques, ceci n'est plus vrai. Puisque le niveau zéro devrait être préservé, numériquement l'aire devrait être conservée dans n'importe quel sous-ensemble du domaine Ω et, en particulier, dans chacune des cellules de la grille Ω_{ij}:

$$\partial_t \int_{\Omega_{ij}} H(\psi) = 0 \tag{1.16}$$

où H est une approximation lisse de la fonction Heaviside et Ω_{ij} est la cellule (i,j) dans le domaine considéré.

Cette contrainte modifie l'équation d'évolution en:

$$\psi_t = \text{sign}(\phi)\,(1 - |\nabla\psi|) + \lambda_{ij}\,H'(\psi)\,|\nabla\psi| \tag{1.17}$$

On définit $\text{sign}(\phi)(1 - |\nabla\psi|) \equiv L(\psi,\phi)$. Et λ_{ij} est déterminé en imposant:

$$\partial_t \int_{\Omega_{ij}} H(\psi) = \int_{\Omega_{ij}} H'(\psi)\,\psi_t = \int_{\Omega_{ij}} H'(\psi)\,(L(\psi,\phi) + \lambda_{ij}\,H'(\psi)\,|\nabla\psi|) = 0 \tag{1.18}$$

Ainsi,

$$\lambda_{ij} = \frac{-\int_{\Omega_{ij}} H'(\psi)\, L(\psi,\phi)}{\int_{\Omega_{ij}} H'(\psi)^2\, |\nabla\psi|} \tag{1.19}$$

En utilisant cette équation modifiée pour la réinitialisation, on évite un mouvement trop important du niveau zéro lors de cette étape.

1.3.3 Calcul de la force

La fonction F, initialement définie sur le contour, doit être définie sur tout le domaine Ω pour résoudre l'équation de courbe de niveau (1.12). Dans le cas où F s'écrit localement en fonction de ϕ (c'est-à-dire pour les énergies linéaires), nous pouvons supposer que cette définition est valable partout sur le domaine Ω. Pour une énergie quadratique, la force en chaque point du contour est non locale et s'exprime comme une intégrale sur tout le contour. Pour calculer la force en un point x_0, nous pourrions extraire la courbe de niveau correspondante à $\phi(x_0)$, puis intégrer sur cette courbe de niveau. Cette opération devrait être répétée pour chaque point appartenant à la "Bande Etroite", ce qui représente un coût de calcul très important. Une autre possibilité pour calculer cette force serait de remplacer $\oint dp$ par $\int \delta(\phi,\phi(x_0))|\nabla\phi| dxdy$ comme cela est fait dans [5]. Cependant, nous avons remarqué que cette méthode n'était pas assez précise pour des évolutions mettant en oeuvre les énergies quadratiques. Au vu de ces conclusions, nous avons adopté une méthode en deux étapes. Premièrement, le contour correspondant à $\phi = 0$ est extrait et la force est calculée en chaque point du contour. Puis, la force est étendue en tout point de la "Bande Etroite". Il est nécessaire de remarquer que le contour est extrait uniquement pour calculer la force et non pour l'évolution; nous conservons ainsi tous les avantages de la méthodologie par courbes de niveau.

Extraction du contour

Afin d'extraire le contour, nous parcourons toute l'image et repérons les changements de signe de la fonction de courbes de niveau ϕ. Nous avons décidé d'utiliser une technique d'interpolation "Essentiellement Non Oscillatoire" (ENO) ([37]) pour calculer les coordonnées des points appartenant au contour. L'idée des techniques ENO est d'utiliser une fenêtre adaptable pour construire une interpolation d'ordre plus élevé afin d'éviter les régions à fort gradient à chaque fois que cela est possible. Cela permet de préserver les discontinuités.

Description de l'algorithme d'interpolation ENO. La première étape consiste à construire le polynôme de degré 1, $P^{\phi,1}_{j+1/2}(x)$, qui interpole la fonction $\phi(x)$ entre les deux points de la grille x_j et x_{j+1}. Nous obtenons alors une approximation monotone du premier ordre. Pour obtenir une interpolation d'ordre supérieur, il est nécessaire de rajouter un point à la fenêtre utilisée. Ce point est choisi parmi les voisins immédiats, et tel qu'il engendre le polynôme de degré supérieur le plus lisse (c'est-à-dire tel que le coefficient du terme de degré maximal soit le plus faible possible). En considérant les données discrètes $\phi(x_j)$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ d'une fonction (en général lisse) $\phi(x)$ aux points d'abscisses x_j, nous construisons un polynôme $P^{\phi,r}_{j+1/2}$ de degré r pour chaque intervalle $[x_j; x_{j+1}]$.

Le contour est extrait avec un algorithme de tracé performant décrit dans [32]. Cet algorithme permet d'obtenir une liste ordonnée de points $\{C(p_i);\, i = 1, \ldots, n\}$. Il est décrit dans le tableau 1.3.3 dans le cadre du tracé d'un contour fermé: on part d'un point A et on revient un point A. On considère 6 directions de recherche pour le prochain point. Ces directions sont ensuite adaptées aux différents types de configurations que l'on peut trouver (cf. figure 1.1).

Il est important de remarquer qu'il est possible de rencontrer des cas ambigus. En effet, on peut trouver des configurations comme celle illustrée sur la figure 1.2. Il est alors nécessaire d'adopter une convention: soit l'objet, soit le fond (mais pas les deux) supporte des voisins diagonaux. Dans notre cas, nous avons opté pour la première solution.

Extension de la force

Après l'étape d'extraction, la force est calculée en chaque point du contour par une intégration numérique sur le contour. Il est alors nécessaire d'étendre la force calculée sur le contour à tout le domaine de l'image Ω. Adalsteinsson et Sethian proposent l'utilisation de la méthode de "Vitesse Etendue" (en anglais *Extension Velocity*) [1]. L'idée est de construire la force F_{ext} en tout point de Ω vérifiant $\lim_{x \to a} F_{ext}(x) = F(a)$. De plus, ils imposent la conservation de la distance signée en résolvant l'équation $\nabla F_{ext} \cdot \nabla \phi = 0$. Pour obtenir plus de précision, nous avons préféré utiliser une approche fondée sur une équation aux dérivées partielles proposée dans [33]. La force F est étendue de manière à ce qu'elle reste constante sur la normale à la courbe $C(t)$. Nous résolvons alors l'équation suivante:

$$F_\tau + \mathrm{sign}(\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot \nabla F = 0 \tag{1.20}$$

1. Construction du polynôme $P^{f,1}_{j+1}(x)$ de degré 1 et initialisation de la première fenêtre pour le point j $(l = 1)$:

$$\begin{aligned}&P^{f,l}_{j+1/2}(x) = f[x_j] + f[x_j,x_{j+1}](x - x_j)\\ &k^l_{min} = j\end{aligned}$$

2. $l = l + 1$.

3. Si $P^{f,l-1}_{j+1}(x)$ et k^{l-1}_{min} sont définis:

$$P^{f,l}_{j+1/2}(x) = P^{f,l-1}_{j+1/2}(x) + c^l \prod_{i=k^{l-1}_{min}}^{i=k^{l-1}_{min}+l-1}(x - x_j)$$

où

$$c^l = \begin{cases} b^l & \text{si } |a^l| \geq |b^l| \\ a^l & \text{sinon} \end{cases}$$

$$k^l_{min} = \begin{cases} k^{l-1}_{min} - 1 & \text{si } |a^l| \geq |b^l| \\ k^{l-1}_{min} & \text{sinon} \end{cases}$$

et

$$\begin{aligned} a^l &= f[x_{k^{l-1}_{min}}, \cdots, x_{k^{l-1}_{min}+l}] \\ b^l &= f[x_{k^{l-1}_{min}-1}, \cdots, x_{k^{l-1}_{min}+l-1}] \end{aligned}$$

f[...] représente les différences divisées de Newton.

TAB. 1.1 – *L'algorithme d'interpolation ENO.*

$$
\begin{array}{lcl}
f[x_j] & = & f(x_j) \\[2ex]
f[x_j, x_{j+1}] & = & \frac{f[x_{j+1}]-f[x_j]}{x_{j+1}-x_j} \\[2ex]
f[x_j, \cdots, x_{j+2}] & = & \frac{f[x_{j+1}, x_{j+2}]-f[x_j, x_{j+1}]}{x_{j+2}-x_j} \\[2ex]
f[x_j, \cdots, x_{j+k}] & = & \frac{f[x_{j+1}, \cdots, x_{j+k}]-f[x_j, \cdots, x_{j+k-1}]}{x_{j+k}-x_j}
\end{array}
$$

TAB. 1.2 – *Les différences divisées de Newton*

Notation: A est le point de départ du contour formé par l'ensemble de points R, C le point courant, S la direction de recherche, *first* est un indicateur mis à 1 quand le tracé commence et *found* est un indicateur mis à 1 quand un nouveau point est trouvé.

1.	Choisir un point de départ A. $C = A$ et $S = 6$.
2.	Tant que C est différent de A ou *first*$= 1$, faire les étapes 3 à 10.
3.	*found*$= 0$.
4.	Tant que *found*$= 0$, faire les étapes 5 à 9, au plus 3 fois.
5.	Si B, le voisin numéro $(S-1)$ de C est dans R:
6.	$C = B$, $S = S - 2$, *found*$= 1$.
7.	Sinon, si B, le voisin numéro S de C est dans R, $C = B$ et *found*$= 1$.
8.	Sinon, si B, le voisin numéro $(S+1)$ de C est dans R, $C = B$ et *found*$= 1$.
9.	Sinon $S = S + 2$.
10.	*first*$= 0$.
11.	Fin de l'algorithme.

TAB. 1.3 – *L'algorithme de tracé.*

3	2	1
4	C	0
5	6	7

TAB. 1.4 – *Les directions de recherche possibles*

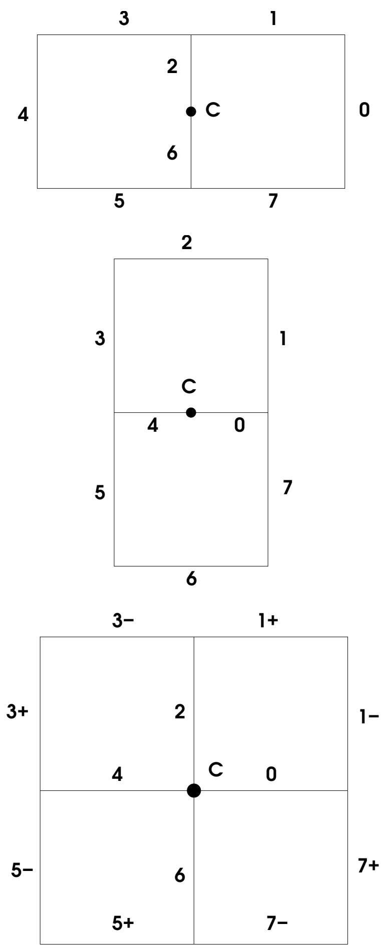

FIG. 1.1 – *Les 3 configurations.*

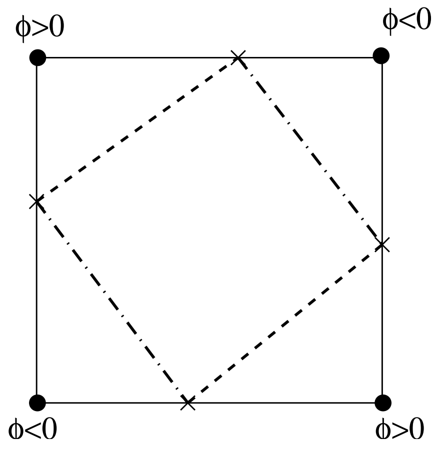

FIG. 1.2 – *Configuration ambiguë.*

La solution de cette équation vérifie $\nabla\phi \cdot \nabla F = 0$, ce qui signifie que la variation de F le long de la normale est nulle. Notons également que la force calculée au niveau du contour reste la même. En effet, pour un point du contour, $\text{sign}(\phi)$ est nul donc $F_\tau = 0$. Cette équation fait donc évoluer le niveau zéro avec une vitesse F et conserve les différentes courbes de niveau équidistantes.

Ainsi, nous obtenons une expression de la force en chaque point du domaine de l'image et nous pouvons résoudre l'équation d'évolution. Nous sommes obligés de

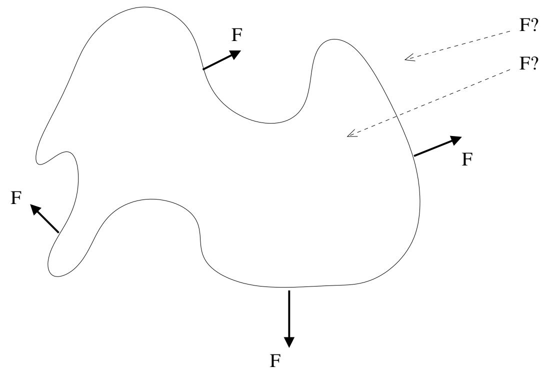

FIG. 1.3 – *Comment étendre la force?*

développer cette technique particulière en raison des forces non locales s'exprimant avec une intégrale sur le contour, présentes dans l'équation d'évolution.

1.4 Etude d'un cas particulier d'énergie quadratique

Le but de cette partie est d'étudier un cas particulier d'énergie quadratique définie dans le sous-chapitre 1.2. Rappelons l'expression générale d'une énergie quadratique:

$$E(C) = \oint \oint \vec{\mathbf{t}}(p) \cdot F(C(p),C(p')) \cdot \vec{\mathbf{t}}(p')\, dp\, dp' \tag{1.21}$$

En imposant l'invariance par rotation et par translation, nous obtenons la forme suivante pour l'énergie:

$$E(C) = -\oint \oint \vec{\mathbf{t}}(p) \cdot \vec{\mathbf{t}}(p')\ \Psi(|C(p') - C(p)|)\, dp\, dp' \tag{1.22}$$

où $|x-y|$ représente la distance euclidienne entre les points x et y de Ω. La fonction Ψ pondère les interactions entre les différents points du contour et doit être choisie avec soin puisqu'elle définit les contraintes géométriques du modèle. Nous avons choisi la fonction Ψ suivante:

$$\Psi(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x < d_{min} - \epsilon \\ 0 \text{ si } x > d_{min} + \epsilon \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{x-d_{min}}{\epsilon} - \frac{1}{\pi} sin(\pi \frac{x-d_{min}}{\epsilon}) \text{ sinon} \end{cases} \tag{1.23}$$

L'énergie ainsi définie encourage les lignes droites. En effet, pour deux points proches p et p', l'énergie est minimum pour les vecteurs tangents $\vec{\mathbf{t}}(p)$ et $\vec{\mathbf{t}}(p')$ parallèles. L'énergie empêche également que deux points avec des vecteurs tangents anti-parallèles ne s'approchent plus qu'une certaine distance. En effet, pour deux points proches p et p' avec des vecteurs tangents anti-parallèles, l'énergie diminue lorsque les deux points se repoussent (la distance entre les deux points augmentant). L'énergie favorise donc des structures aux bras parallèles séparés par une certaine distance.

Un cercle représente un point de selle de l'énergie: à partir d'un cercle, les instabilités (i.e. les irrégularités du contour) s'agrandissent et forment des bras aux bords parallèles. Ces instabilités ne sont pas arbitraires: leur fréquence sur le cercle de départ et leur taille sont contrôlées par la fonction Ψ. Ainsi, au lieu de lisser toutes les irrégularités du cercle de départ comme le ferait une énergie linéaire, cette énergie permet à certaines irrégularités de se développer et permet la formation de formes

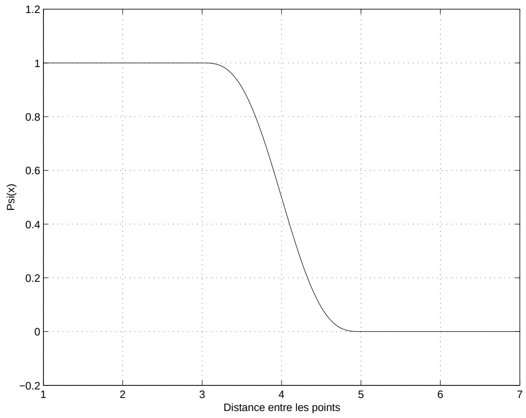

FIG. 1.4 – *La fonction de pondération.*

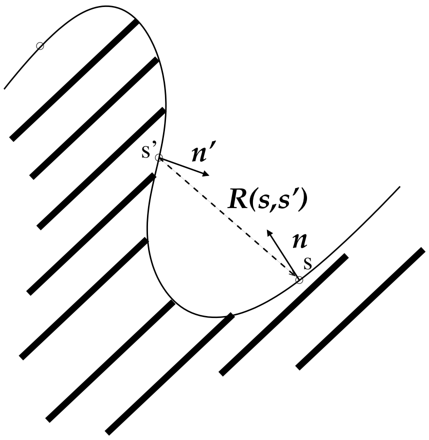

FIG. 1.5 – *Influence de la force d'interaction.*

à la géométrie complexe. Notons qu'un type similaire d'énergie a été introduit dans [20] pour décrire la formation de certains motifs en dynamique des fluides.

Nous étudions l'évolution d'un cercle sous l'influence de forces purement géométriques. L'énergie est définie de la manière suivante:

$$\begin{aligned} E_g(C) &= \oint |\vec{\mathbf{t}}|\, dp + \alpha \mathcal{A}(C) \\ &\quad -\beta \oint \oint \vec{\mathbf{t}} \cdot \vec{\mathbf{t}}' \Psi(R(p,p'))\, dp\, dp' \end{aligned} \tag{1.24}$$

où les variables primées et non primées représentent les quantités évaluées aux points d'abscisses p et p' et $R(p,p')$ la distance euclidienne entre les points $C(p)$ et $C(p')$. Le premier terme est un terme linéaire correspondant à la longueur de la courbe. Cette énergie est une énergie de régularisation qui contraint le contour à rester lisse. Le second terme est un terme proportionnel à l'aire de l'intérieur du contour. Il permet de contrôler l'expansion du contour. Enfin, le dernier terme est l'énergie quadratique présentée ci-dessus qui favorise l'apparition de structures à bras parallèles.

L'énergie de l'équation (1.24) est minimisée grâce à une descente de gradient implantée avec la méthode des courbes de niveaux comme décrit dans le sous-chapitre 1.3. L'équation d'évolution est déterminée de la façon suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\delta E(C)}{\delta C} \tag{1.25}$$

Le calcul de la dérivée donne l'expression suivante pour l'équation d'évolution:

$$\vec{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = -\kappa - \alpha + 2\beta \oint (\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{n}}')\Psi'(R(p,p'))\, dp' \tag{1.26}$$

où $\vec{\mathbf{R}} = \frac{C(p)-C(p')}{|C(p)-C(p')|}$.

Cette équation est ensuite implantée avec des courbes de niveau pour faire évoluer le contour à travers une fonction de dimension supérieure ϕ correspondant à la distance signée au contour. Cette évolution est purement géométrique. Nous montrons des résultats de cette évolution dans la figure 1.6. Ils nous donnent une bonne idée du type de comportements favorisés par cette nouvelle énergie. Un cercle évolue vers une structure à plusieurs bras parallèlles, qui est adaptée à la modélisation de réseaux de linéiques. La figure 1.6 montre plusieurs évolutions possibles avec différentes valeurs pour les paramètres d_{min} et α. Le paramètre d_{min} de la fonction Ψ permet de contrôler la largeur des bras formés durant l'évolution. Les trois premières lignes montrent des évolutions avec $d_{min} = 3,5,7$, ce qui correspond bien à la largeur des bras obtenus. Les deux dernières lignes montrent l'influence du paramètre α. Pour la figure 1.6, nous avons choisi $\alpha = 0.05$ pour la quatrième ligne et $\alpha = 0.1$ pour la dernière ligne. Ce dernier paramètre contrôle, principalement au début de l'évolution, le nombre de bras formés sur le cercle de départ: 12 bras pour l'évolution 4 et 8 bras pour l'évolution 5. Plus la valeur de ce paramètre est faible, plus le réseau obtenu est dense.

En résumé, l'introduction d'une énergie quadratique permet à un cercle initial d'évoluer vers une forme à plusieurs bras allongés dont la largeur ne varie pas ou

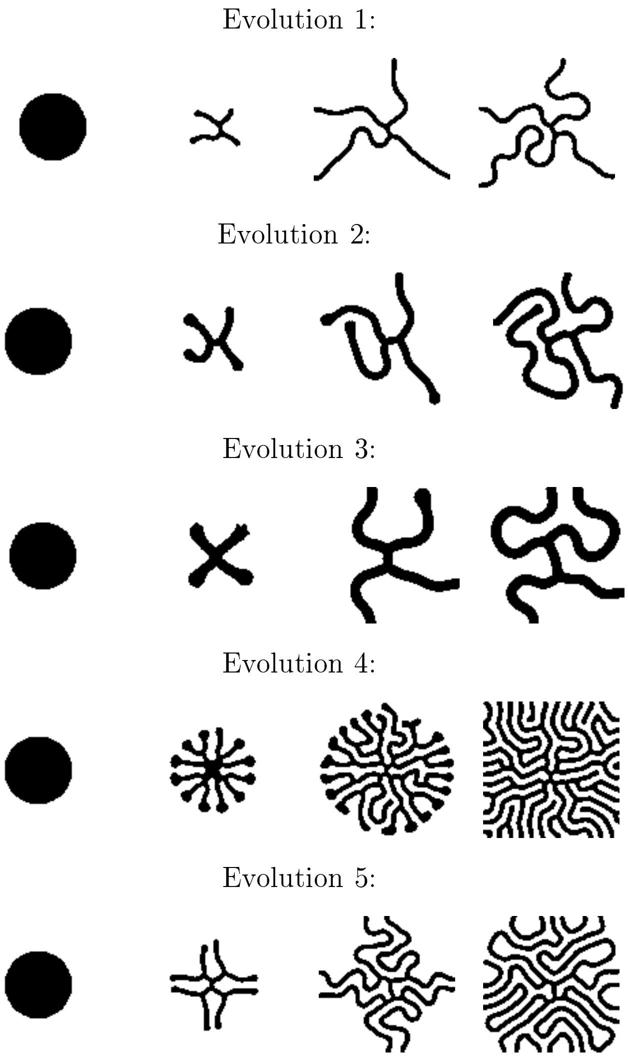

FIG. 1.6 – *Evolutions géométriques pour différentes valeurs des paramètres d_{min} (trois premières lignes) et α (deux dernières lignes).*

peu. Ce comportement est nouveau et très différent des évolutions géométriques avec des énergies linéaires classiques. En effet, les minima des énergies classiques sont des cercles, qui disparaissent en l'absence de terme proportionnel à l'aire dans l'énergie et qui se stabilisent autour d'un certain rayon en sa présence. Le nouveau type d'énergie introduit dans ce rapport permet donc d'inclure une information géométrique non triviale dans les modèles. De plus, l'énergie particulière que nous avons présentée est adaptée à la modélisation de réseaux linéiques. Dans la prochaine partie, nous allons introduire un nouveau modèle pour cette application.

Chapitre 2

Application: détection de linéiques dans des images de télédétection

2.1 Etat de l'art

La détection automatique de routes dans les images satellitaires et aériennes a fait l'objet de nombreuses recherches depuis plus de quinze ans. En effet, l'importance croissante des Systèmes d'Information Géographique (SIG) et surtout le besoin d'acquérir des données de façon automatique ont motivé ces études. L'extraction de réseaux routiers de façon automatique, ou semi-automatique, est une tâche délicate puisque les routes dans les images peuvent apparaître de manière très différente. Par exemple, l'intensité à l'intérieur d'une route peut varier de façon notable d'une route à l'autre. Il y a parfois la présence d'un terre-plein central. La largeur varie d'une route à une autre selon son importance. Des ombres dues à la présence d'arbres ou de bâtiments perturbent l'apparence de la route. Les intersections peuvent être très complexes et les voitures ainsi que les marquages au sol donnent un aspect différent à la route sur des images de très haute résolution. Plusieurs méthodes ont été proposées, mais il est pour l'instant difficile d'obtenir des résultats très satisfaisants dans tous les cas.

La première difficulté consiste à définir un modèle radiométrique capable de modéliser l'aspect des routes sur les images. Typiquement, les hypothèses faites pour cette modélisation sont les suivantes:

- la surface radiométrique d'une route est relativement homogène,
- les routes sont très contrastées par rapport à leur environnement.

Le second point consiste à définir un modèle géométrique. Les hypothèses généralement émises d'un point de vue local sont:

- la largeur d'une route est à peu près constante,
- la courbure d'une route est relativement faible sauf au niveau des carrefours.

Le modèle final doit ainsi prendre compte des caractéristiques radiométriques et géométriques des objets à détecter. Dans ce qui suit, nous passons en revue différentes méthodes proposées dans la littérature pour la détection de linéiques.

Il y a principalement deux catégories de méthodes pour l'extraction de routes. La première regroupe les méthodes qui n'utilisent aucune connaissance a priori sur la localisation des routes. La seconde regroupe les méthodes pour lesquelles un opérateur humain ou bien, plus rarement, un algorithme de détection a préalablement marqué des points de départ et d'arrivée pour les routes.

Dans la première catégorie, certaines méthodes cherchent les pixels appartenant aux routes en utilisant des opérateurs adaptés comme des détecteurs de contours (par exemple, le détecteur de Canny-Deriche [11]) ou bien des opérateurs morphologiques (comme le chapeau haut-de-forme [34]). Dans [12], les auteurs proposent l'utilisation de deux opérateurs (un opérateur très spécifique qui donne des résultats incomplets et un autre qui détecte plus de pixels mais avec beaucoup de fausses alarmes). Les pixels sont ensuite éventuellement chaînés entre eux. Dans [14], Fua et Leclerc modélisent les routes par des "rubans" dont les bords sont parallèles. Le modèle utilise le fait que les routes sont contrastées par rapport à leur environnement et que la courbure des routes reste faible et que leur largeur varie peu. L'algorithme détecte des pixels candidats avec un détecteur de Canny-Deriche en utilisant différents seuillages. Les pixels sont ensuite chaînés entre eux: les segments sont des points de départ pour des contours actifs. Après optimisation, les courbes sont cassées en plusieurs segments et les segments dont les pixels vérifient un critère de bord sont gardés. Puis, un sous-ensemble de courbes qui ne se recouvrent pas est choisi comme candidat. Ces courbes sont ensuite groupées en ensembles de bords parallèles, ce qui donne des points de départ pour les rubans qui sont optimisés. Dans [3], Barzohar et Cooper proposent une approche entièrement automatique qui consiste à construire un modèle stochastique géométrique pour représenter les routes dans les images, puis à utiliser une estimation par maximum a posteriori pour trouver les bords des routes. Le modèle prend en compte le fait que la direction d'une route ainsi que sa largeur ne changent pas brutalement, que la variance locale du niveau de gris est faible, que les routes sont plus sombres ou plus claires que leur environnement, et que leur longueur est bornée. Dans [42], Tupin *et al.* présentent un algorithme qui réalise une détection locale de lignes à partir de deux détecteurs de lignes. Les résultats de ces deux détecteurs sont ensuite fusionnés pour donner un ensemble de segments candidats. Puis, les segments sont connectés en utilisant une méthode fondée sur l'utilisation d'un modèle de champ de Markov défini sur les segments. Le modèle utilise le fait que les changements de direction sur une route sont faibles, que les routes sont longues et que les intersections sont rares. Une autre possibilité [2] est de segmenter l'image en régions, puis de rechercher les régions de forme allongée avec une largeur constante et vérifiant certains critères radiométriques. C'est une méthode globale qui peut être combinée avec d'autres techniques. Dans [19, 38], Lacoste *et al.* et Stoica *et al.* modélisent les routes par un réseau de segments connectés et construisent un processus de Markov marqué qui détecte les réseaux fins. Les segments sont caractérisés par leur centre, leur orientation, leur largeur et leur longueur. Une interaction (connexion, attraction, répulsion, orientation) est définie entre les segments. Dans [21, 24], l'extraction est fondée sur l'utilisation de contours actifs qui ont une certaine largeur (en anglais *"ribbon snakes"*). Ils utilisent également une stratégie multi-échelle afin d'améliorer la précision de la détection.

Dans la seconde catégorie, les méthodes utilisent des points qui ont été préalablement marqués. Les algorithmes généralement utilisés sont des algorithmes de suivi de routes. Par exemple, dans [8], Coughlan et Yuille proposent d'utiliser l'algorithme A* (proposé par Martelli dans [23]) dans un cadre bayésien pour trouver le meilleur chemin. Une autre méthode a été proposée dans [25, 26] par Merlet et Zerubia. Le but est de connecter des points entre eux. Les auteurs définissent un coût associé à chaque chemin entre les points et minimisent cette fonction de coût en utilisant une programmation dynamique. La fonction de coût dépend de caractéristiques locales comme le niveau de gris, le contraste, la direction privilégiée ainsi que la courbure locale. Dans [15], Geman et Jedynak proposent une approche fondée sur la théorie de l'information. Etant donné un point de départ sur une route et une orientation, l'algorithme cherche à suivre la route dans une direction donnée. Les directions possibles sont limitées. Les pixels candidats pour la route sont sélectionnés en utilisant des tests d'hypothèses. Les tests comparent la radiométrie des pixels le long de la direction initiale et la radiométrie des pixels le long de la direction orthogonale à cette direction initiale. Les meilleurs tests sont choisis en minimisant une entropie. Dans [27], Neuenschwander *et al.* proposent une méthode baptisée *"ziplock snakes"* qui peut être utilisée pour la détection de routes. Cette méthode se place dans le contexte des contours actifs. L'idée est d'initialiser un point de départ et un point d'arrivée et d'utiliser progressivement les forces dérivées de l'image pour calculer la position du contour actif. Dans [9], Couloigner propose une méthode fondée sur l'analyse multi-résolution et la transformée en ondelettes. L'extraction se fait en deux étapes: l'extraction des rues, puis l'extraction du réseau routier. L'extraction des rues se fonde sur le fait que les rues peuvent être approchées par des rectangles d'un point de vue géométrique, qu'elles sont homogènes le long de leur axe et contrastées dans la direction transversale d'un point de vue radiométrique et que leur profil radiométrique transversal dépend du type de rues (voies express, grandes artères, petites artères et rues secondaires) d'un point de vue typologique. L'extraction du réseau routier suppose que le réseau est organisé de façon hiérarchique et que toutes les rues sont connectées entre elles. Dans [2], Airault *et al.* proposent une méthode fondée sur la coopération entre un algorithme de suivi de routes (optimisation d'un critère d'homogénéité directionnelle) et une méthode globale (segmentation de l'image et caractérisation des régions - les routes sont des régions de forme allongée dont les bords sont parallèles et qui présentent une texture homogène) pour améliorer la fiabilité de la détection.

La multitude de méthodes proposées pour ce problème souligne bien la difficulté de l'extraction de linéiques dans les images de télédétection. Nous proposons dans ce rapport une méthode fondée sur l'incorporation d'une nouvelle classe d'énergie: les énergies quadratiques, dans le cadre des contours actifs, pour une meilleure modélisation de la géométrie *a priori*.

2.2 Le modèle proposé

Le modèle doit tenir compte de deux aspects fondamentaux: la géométrie et la radiométrie. La géométrie consiste en des termes d'*a priori* qui ne dépendent pas de l'image. Dans le cadre des contours actifs, la plupart des modèles utilisent seulement une énergie de régularisation (la longueur de la courbe) comme terme de géométrie *a priori*. La radiométrie correspond à tous les termes qui font intervenir l'image sur laquelle on souhaite détecter l'objet. L'énergie totale du modèle s'écrit donc de la manière suivante:

$$E(C) = E_g(C) + \lambda E_i(C) \tag{2.1}$$

où λ pondère les contributions entre le terme géométrique E_g et le terme image E_i. Pour le terme géométrique, nous utilisons l'énergie décrite dans le sous-chapitre précédent 1.4. L'énergie de l'image est constituée de deux termes:

$$\begin{aligned} E_i(C) = & \oint \vec{\mathbf{n}} \cdot \nabla I \, dp \\ & - \oint \oint \vec{\mathbf{t}} \cdot \vec{\mathbf{t}}' \nabla I \cdot \nabla I' \, \Psi(R(p,p')) \, dp \, dp' \end{aligned} \tag{2.2}$$

où les variables primées et non primées designent les quantités évaluées aux points p' (ou C(p')) et p (ou C(p)) respectivement.

Le premier terme est un terme linéaire et favorise les situations pour lesquelles le vecteur normal extérieur au contour est localement opposé au vecteur gradient de l'image, c'est-à-dire pour des cas où la route est plus claire que son environnement (il

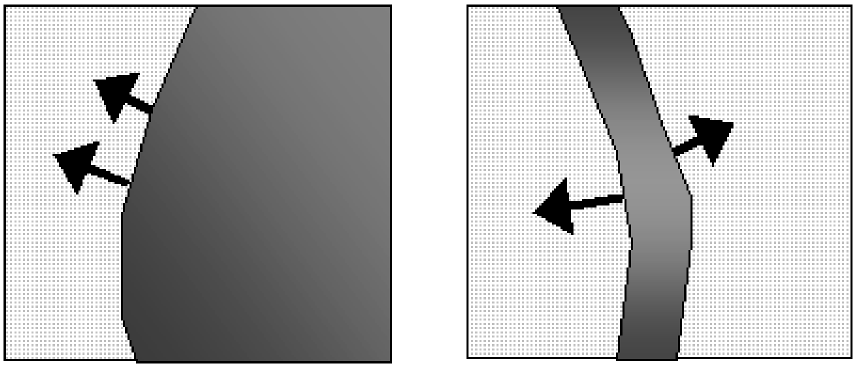

FIG. 2.1 – *Les deux configurations favorisées par le terme image quadratique.*

suffirait d'inverser le signe pour détecter des routes plus sombres). Ce terme favorise également les endroits avec un fort gradient opposé au vecteur normal.

Le second terme est un terme quadratique qui favorise deux types de situation comme illustré sur la figure 2.1. Premièrement, les situations pour lesquelles des paires de points aux vecteurs tangents parallèles correspondent à des points de fort gradient dans la même direction sont encouragées. Celles-ci correspondent à des bords marqués de l'image: typiquement le bord d'une route, mais aussi le bord d'un champ ou d'un objet contrasté. Deuxièmement, les paires de points aux vecteurs tangents anti-parallèles (*i.e.* des points sur les deux côtés opposés de la route), correspondant à des points de fort gradient dont les directions sont opposées, sont également encouragées. Ces situations caractérisent plus spécifiquement les routes puis qu'elles favorisent deux bords contrastés.

Ces énergies tiennent bien compte du fait que les routes sont à bords parallèles et contrastées par rapport à leur environnement.

Nous pouvons remarquer que les termes quadratiques de l'énergie géométrique et de l'énergie de l'image peuvent être regroupés en un seul terme:

$$E_q(C) = -\oint\oint \vec{\mathbf{t}}\cdot\vec{\mathbf{t}}'(\beta + \lambda\nabla I\cdot\nabla I')\,\Psi(R(p,p'))\,dp\,dp' \tag{2.3}$$

Après minimisation de l'énergie, nous obtenons l'équation d'évolution suivante:

$$\begin{array}{ll}\vec{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial C}{\partial t} & = -\kappa - \lambda \nabla^2 I - \alpha \\ & +2\lambda \oint (\nabla I' \cdot \nabla\nabla I \cdot \vec{\mathbf{n}}')\, \Psi(R(p,p'))\, dp' \\ & +2 \oint (\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{n}}')(\beta + \lambda \nabla I \cdot \nabla I')\, \Psi'(R(p,p'))\, dp' \end{array} \tag{2.4}$$

Soulignons la présence de forces non locales (*i.e.* qui s'expriment avec une intégrale sur le contour) dérivées de la présence d'énergies quadratiques dans le modèle. Avec les modèles classiquement utilisés mettant en oeuvre des énergies linéaires, les forces sont locales. On voit donc bien l'information supplémentaire apportée par les interactions au niveau de la géométrie. En contrepartie, en raison des forces non locales, on ne peut pas utiliser directement les techniques standards de la méthodologie par courbes de niveau pour l'évolution du contour. Nous devons donc adapter ces techniques et l'évolution est alors réalisée comme décrit dans la partie 1.3 de ce rapport.

2.3 Résultats

Nous avons testé notre modèle sur des images satellitaires réelles. Sur la figure 2.2, nous présentons les résultats sur deux images présentant certaines difficultés. En effet, sur ces images, des régions de fort gradient sont présentes mais correspondent à des bords de champs et non des bords de routes. Les champs sont des objets de géométrie similaire à celle des routes. Sur la première image de la figure 2.2, on observe une discontinuité sur la route. Pour les deux images, les routes sont retrouvées pour l'algorithme proposé. La figure 2.2 montre les images de départ, sur lesquelles nous souhaitons détecter les routes, plusieurs étapes de l'évolution sont présentées ainsi que le résultat final de détection. Les parties noires correspondent à l'intérieur du contour et les parties blanches à l'extérieur.

La figure 2.3 montre un autre résultat sur une image satellitaire plus complexe. Le résultat est imparfait mais reste très encourageant. En effet, le réseau présente des lignes plus ou moins sinueuses, et certaines parties ne sont pas contrastées par rapport à leur environnement, en plus des difficultés communes aux images de la figure 2.2. Nous nous penchons actuellement sur les défauts que nous pouvons observer sur la détection: en particulier la fausse détection et les omissions du coin inférieur droit de l'image.

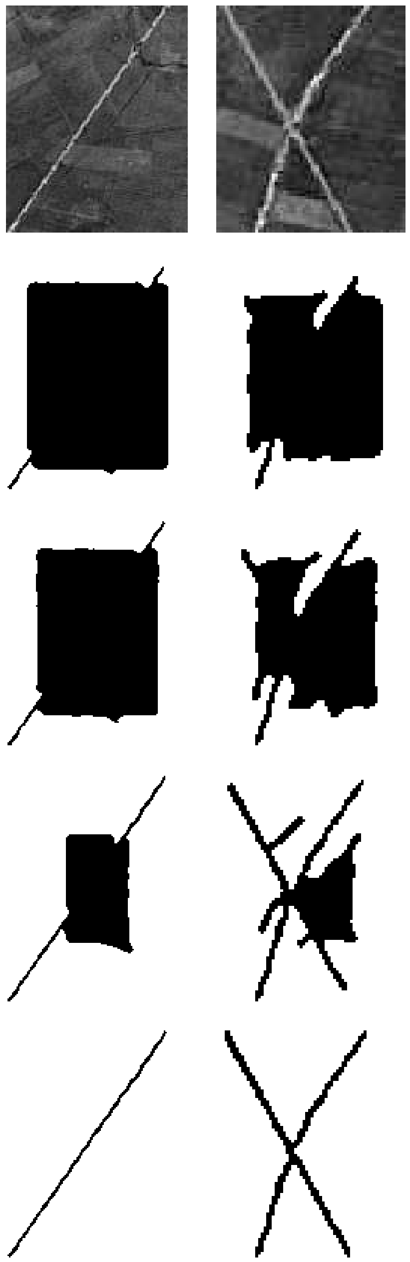

FIG. 2.2 – *Détection de routes dans deux images satellitaires.*

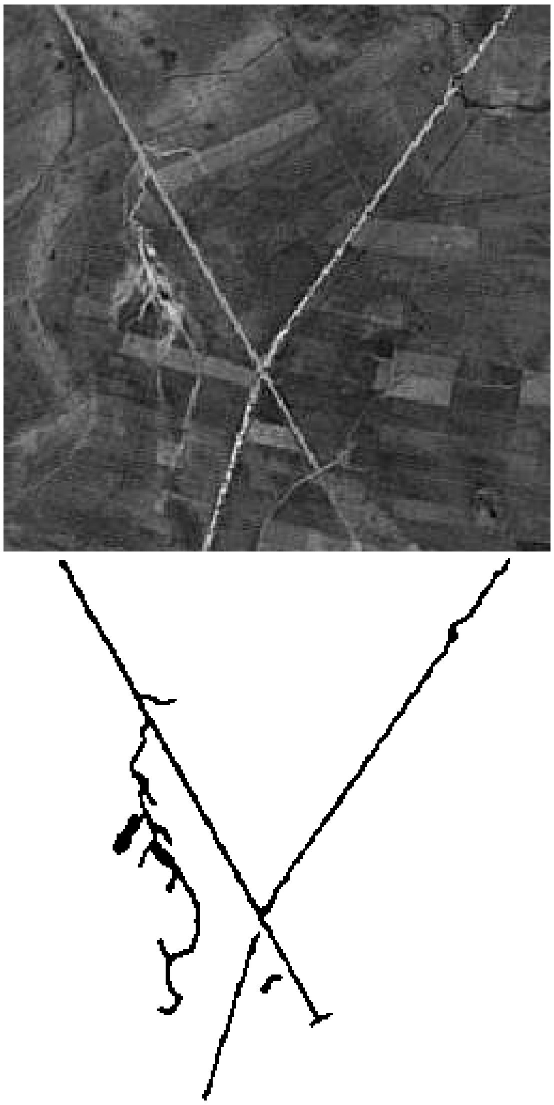

FIG. 2.3 – *Résultat sur une image satellitaire plus grande.*

2.4 Une autre possibilité pour l'énergie de l'image

2.4.1 Energie image

Considérons un champ $G(x,y)$ défini sur tout le domaine de l'image Ω et représentatif de l'objet que l'on souhaite détecter par l'image. Par exemple, supposons que l'on puisse obtenir une carte de valeur pour chaque point $(x,y) \in \Omega$ qui reflète la probabilité que ce point appartienne à l'objet. Alors, il est possible de construire une énergie linéaire à partir de ce champ:

$$E(C) = \int_{C_{in}} G(x,y)\, dx\, dy = \oint C'(p) \cdot V(C(p))\, dp \tag{2.5}$$

avec $\nabla \times V = G$.

En dérivant l'énergie:

$$\begin{aligned} \delta E &= \oint V(C(p)) \cdot \delta C'(p)\, dp + \oint C'(p) \cdot \delta V(C(p))\, dp \\ &= -\oint \tfrac{d}{dp}[V(C(p))] \cdot \delta C(p)\, dp + \oint C'(p) \cdot (\nabla V \cdot \delta C(p))\; dp \\ &= -\oint (\nabla V \cdot C'(p)) \cdot \delta C(p)\, dp + \oint C'(p) \cdot (\nabla V \cdot \delta C(p))\; dp \\ &= -\oint V_i^k C'^i \delta C^k\, dp + \oint V_k^i C'^i \delta C^k\, dp \\ &= \oint \nabla \times V(C(p))\, \vec{\mathbf{n}} \cdot \delta C\, dp \end{aligned} \tag{2.6}$$

D'où l'équation d'évolution suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \times V(C(p))\, \vec{\mathbf{n}} = G(C(p))\, \vec{\mathbf{n}} \tag{2.7}$$

2.4.2 Construction d'un champ pour la détection de linéiques

Un tel champ G peut être construit de différentes manières. Nous allons présenter ici deux façons de construire une carte de valeurs qui indique qu'un pixel appartient de manière probable à une route ou non. La première est fondée sur un filtrage orienté, tandis que la seconde est fondée sur des tests d'hypothèse.

Première possibilité pour le champ

Nous construisons un filtre qui représente la dérivée seconde d'une gaussienne dans la direction y (cf. figure 2.4.2):

$$h(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\left(\frac{y^2}{\sigma_y^4} - \frac{1}{\sigma_y^2}\right) e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2}+\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)} \tag{2.8}$$

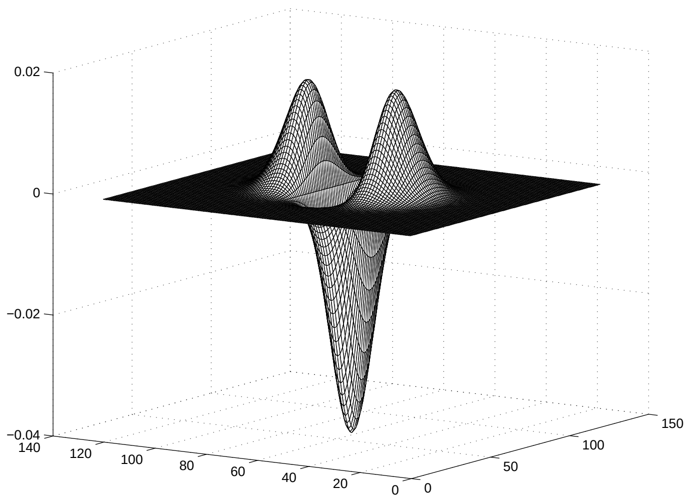

FIG. 2.4 – *Filtre utilisé pour la construction de la carte ($\sigma_x = 4$, $\sigma_y = 1$).*

Nous appliquons une rotation au filtre dans huit directions différentes de $\theta = 0$ à $\theta = 7\pi/8$ et convoluons notre image de départ avec ces versions orientées du filtre. Nous gardons, pour chaque pixel, la réponse minimale. Puis, nous convertissons les valeurs obtenues dans l'intervalle $[-1,1]$ grâce à la fonction:

$$Q(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < s1 \\ 1 - 2\frac{x-s1}{s2-s1} & \text{si } s1 < x < s2 \\ -1 & \text{si } x > s2 \end{cases} \tag{2.9}$$

où $s1$ et $s2$ ($s1 < s2$) sont deux seuils choisis empiriquement. La valeur obtenue est alors d'autant plus faible que le masque correspond effectivement à une partie du réseau recherché. Un exemple de carte obtenue de cette facçon est montrée sur la figure 2.7. Nous constatons que cette carte constitue un bon indicateur de routes.

Deuxième possibilité pour le champ

Il est également possible de construire un champ à partir de tests de Student. Ces tests ont déjà été utilisés dans le cadre de la détection de linéiques ([19]) mais dans un tout autre contexte (les processus ponctuels de Markov). Les tests de Student permettent de différentier deux populations x et y. Dans le cas de linéiques, nous

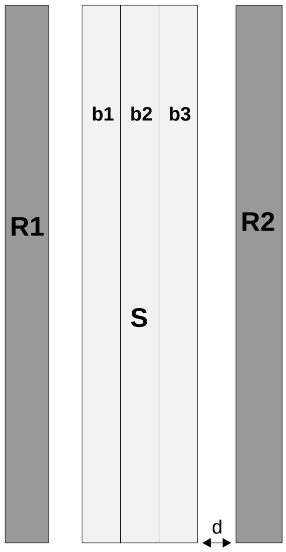

FIG. 2.5 – *Masque pour les tests de Student.*

faisons l'hypothèse que les routes sont homogènes et contrastées par rapport à leur environnement. Un test de Student sur des populations de pixels (niveaux de gris) à l'intérieur d'une route potentielle permettra de vérifier le critère d'homogénéité. Un test de Student sur des populations de pixels à l'intérieur et à l'extérieur des routes permettra de vérifier le critère de contraste. Afin de mettre en oeuvre ces tests d'hypothèse, nous définissons un masque représenté sur la figure 2.5.

Le t-test de Student est un quotient:

$$\text{t-test}(x,y) = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x}{n_x} + \frac{\sigma_y}{n_y}}} \tag{2.10}$$

où $\bar{x}$, σ et n représentent respectivement la moyenne, l'écart-type des échantillons et le nombre d'observations.

Lorsque la valeur de ce test dépasse un certain seuil, nous pouvons considérer que les échantillons proviennent de deux populations différentes. Pour tester la première hypothèse H_1 d'homogénéité d'une ligne, nous pouvons prendre la valeur maximum du t-test entre les différentes bandes b_i de la région intérieure:

$$H_1(S) = \max_{j,k \in \{1,\ldots,n_b\}, j \neq k} [\ \text{t-test}(b_j,b_k)\ ] \tag{2.11}$$

Pour la seconde hypothèse H_2 de contraste, nous pouvons prendre la valeur minimum du t-test entre toute la région intérieure S et les régions extérieures R_i:

$$H_2(S) = \min_{l \in \{1,2\}} [\ \text{t-test}(R_l,S)\ ] \tag{2.12}$$

Nous pouvons alors combiner ces deux résultats sous forme d'un quotient:

$$T = \frac{H_2(S)}{\min [\ 1,H_1(S)\ ]} \tag{2.13}$$

Ensuite, nous pouvons convertir ces valeurs de $[0,\infty]$ à $[-1,1]$ grâce à la fonction Q vue précédemment (2.9). Pour calculer une telle quantité pour un point quelconque (x,y) du domaine de l'image, nous considèrons le masque centré sur ce point avec une orientation donnée θ et nous pouvons alors calculer $Q((x,y),\theta)$. Pour obtenir une seule valeur qui reflète l'appartenance ou non d'un point à une route, nous intégrons les valeurs de $Q((x,y),\theta)$ dans toutes les directions possibles:

$$G(x,y) = \left[\int_\theta \text{sign}(Q((x,y),\theta))\, |Q((x,y),\theta)|^p \right]^{\frac{1}{p}} \tag{2.14}$$

Quand p tend vers $+\infty$, nous obtenons:

$$\begin{array}{rl} \theta_{maxi} = & \arg\max_\theta |Q((x,y),\theta)| \\ G(x,y) = & \text{sign}(Q((x,y),\theta_{maxi}))\ |Q((x,y),\theta_{maxi})| \end{array} \tag{2.15}$$

La figure 2.6 constitue notre image aérienne de départ sur laquelle nous souhaitons détecter le réseau routier. La figure 2.7 illustre le champ calculé à partir de la première méthode. Les points de couleur foncée correspondent à des points considérés comme des points du réseau routier. Nous remarquons que ce champ correspond bien au réseau que l'on souhaite détecter. La figure 2.8 illustre le champ calculé à partir de la deuxième méthode. Il constitue lui aussi un bon indicateur du réseau routier.

FIG. 2.6 – *Image aérienne de départ.*

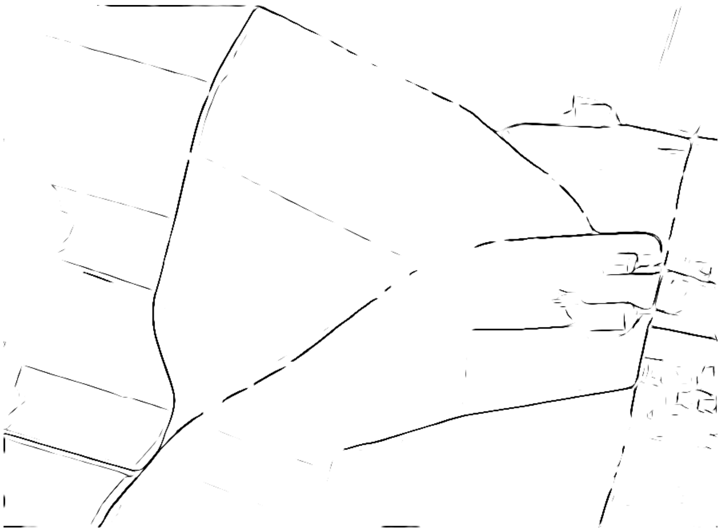

FIG. 2.7 – *Carte de champ obtenue grâce à la première méthode.*

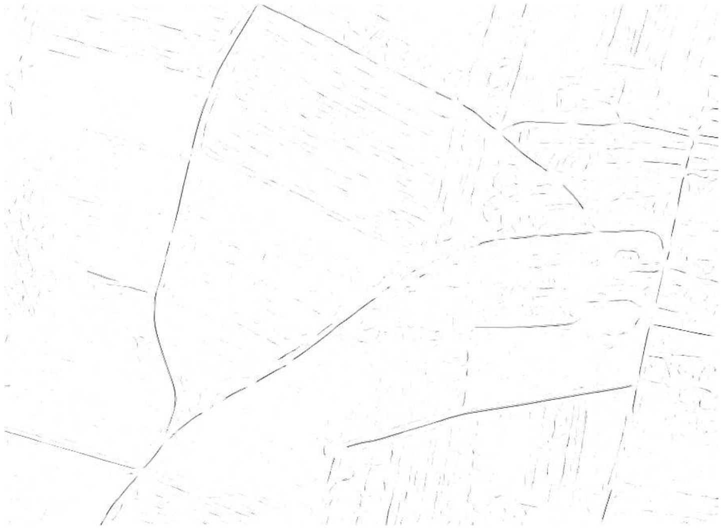

FIG. 2.8 – *Carte de champ calculée avec les t-tests.*

2.4.3 Résultat avec cette nouvelle énergie

Nous avons ajouté cette nouvelle énergie (2.5) au modèle (2.1) en utilisant une carte de champ, et testé le modèle sur une image aérienne haute résolution. L'image présente de nombreuses difficultés en raison de zones de forts gradients qui ne correspondent pas à des routes; de nombreuses occlusions dues aux ombres des arbres sur le réseau routier; et la présence de certains champs avec une valeur de niveau de gris semblable à celle du réseau. Nous obtenons deux résultats d'extraction. Le premier est obtenu avec l'énergie utilisant la carte de champ calculée par filtrage tandis que le second est obtenu avec l'énergie utilisant la carte de champ calculée avec les t-tests. Les résultats relativement similaires sont montrés sur les figures 2.9 et 2.10.

Les résultats sont très encourageants malgré quelques imperfections. Le réseau est presque entièrement retrouvé dans les deux cas. Nous observons des occlusions dues à la présence des ombres des arbres sur la route. Dans le premier cas, nous observons également une masse noire correspondant à une route encerclant un bâtiment, un contour ne pouvant apparaître à l'intérieur d'un contour déjà existant. Certains détails de la partie droite de l'image sont cependant plus précisément retrouvés que dans le deuxième cas. Actuellement, nous concentrons nos efforts sur ces imperfec-

FIG. 2.9 – *Résultat d'extraction sur l'image aérienne avec le premier champ.*

FIG. 2.10 – *Résultat d'extraction sur l'image aérienne avec le deuxième champ.*

tions, et en particulier sur une énergie géométrique *a priori* qui contraindrait deux bras parallèles dans le prolongement l'un de l'autre à se connecter.

2.5 Initialisation et convergence

Un point délicat de la méthode des contours actifs est le choix d'un contour initial pour la détection. Beaucoup de modèles nécessitent une initialisation proche de la solution finale pour l'obtention d'un résultat correct. Dans le modèle proposé, nous avons utilisé un contour rectangulaire arrondi englobant une grande partie de l'image dès le départ, très éloigné de la solution finale. Le modèle est donc suffisamment performant pour détecter les routes sans pour autant nécessiter une initialisation proche de la solution finale.

Un autre aspect concerne la convergence. Les résultats trouvés sont des minima locaux de l'énergie, l'évolution étant arrêtée lorsque le contour cesse d'évoluer.

Chapitre 3

Conclusion et Perspectives

Dans ce rapport, nous avons introduit une nouvelle classe d'énergies dans le cadre des contours actifs. Ces énergies quadratiques sur l'espace des 1-chaînes (c'est-à-dire s'exprimant avec une double intégrale sur le contour) ont été définies dans le but d'incorporer une information complexe sur la géométrie *a priori* des objets que l'on souhaite détecter dans les images. Ces énergies offrent de larges possibilités pour la modélisation de la géométrie puisqu'elle peuvent définir des interactions non triviales entre les différents points du contour, ce qui n'est pas le cas des énergies linéaires sur l'espace des 1-chaînes jusqu'à présent utilisées dans les modèles.

L'utilisation des énergies quadratiques présentent en contrepartie de nouvelles difficultés. Ces énergies sont plus complexes à étudier et les minima locaux ne sont pas évidents à exhiber. D'un point de vue algorithmique, il est nécessaire de s'adapter à la spécificité des énergies quadratiques *i.e.* à la non localité de la force dans l'équation d'évolution. Le contour est extrait afin de calculer la force, puis la force est étendue à tout le domaine considéré pour l'évolution.

Nous avons étudié un cas particulier d'énergie purement géométrique incluant un terme quadratique, dont les minima correspondent à des structures branchées aux bords parallèles. La largeur des bras et le nombre de bras peuvent être contrôlés. A partir de cette énergie, nous avons défini un modèle pour la détection de linéiques et nous l'avons testé sur des images satellitaires réelles. Nous avons également introduit un nouveau type d'énergie d'attache aux données pour l'application considérée. Cette energie utilise une carte de valeurs indiquant l'appartenance probable d'un pixel à une route. Nous avons testé ce modèle sur une image aérienne réelle. Les résultats obtenus prouvent l'efficacité du modèle et illustrent l'incorporation d'une information géométrique non triviale.

Nous sommes en train de travailler à l'amélioration du modèle pour obtenir une détection plus précise. Notamment, nous nous penchons sur le problème des occlusions: nous travaillons sur une énergie capable de connecter deux bras parallèles dans le prolongement l'un de l'autre. Il est clair également que ces énergies quadratiques pourraient être utilisées dans d'autres domaines comme les domaines biologique et médical, par exemple, où des formes similaires apparaissent.

Nous commençons seulement à explorer la multitude des possibilités de modélisation qu'offrent les énergies quadratiques et de nombreuses questions restent ouvertes, par exemple, la possibilité de définir des fonctionnelles d'ordre encore plus élevé, l'estimation des paramètres du modèle, la mise en oeuvre de nouvelles techniques dans le cadre des courbes de niveau, ...

Annexe A

Définitions

Dans cette annexe, nous rappelons quelques définitions utiles pour définir les fonctionnelles linéaires et quadratiques que nous manipulons.

Formes multilinéaires. Soit E_1, E_2, $\ldots$, E_p, p espaces vectoriels quelconques. Une forme multilinéaire sur $E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p$ est une application f de $E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p$ dans $\mathbb{R}$, linéaire par rapport à chacune de ses variables. Si $E_1 = E_2 = \ldots = E_p = E$, les formes multilinéaires sur E^p sont p-linéaires sur E. Si $\{e_{\alpha,i}\}$ avec $\{i = 1,1 \ldots n_\alpha\}$ désigne une base de E_α et si $x_\alpha = x_{\alpha^i} e_{\alpha,i}$ est un vecteur quelconque de E_α, alors:

$$f(x_1,x_2 \ldots x_p) = f_{i_1 \ldots i_p} x_1^{i_1} \ldots x_p^{i_p}$$

avec

$$f_{i_1 \ldots i_p} = f\left[e_{1,i_1}, \ldots ,e_{p,i_p}\right]$$

La donnée d'une forme multilinéaire f équivaut à la donnée des $n_1 n_2 \ldots n_p$ nombres $f_{i_1 \ldots i_p}$ qui sont appelés coefficients de la forme f.

Formes symétriques, alternées. Une forme p-linéaire est symétrique si elle est invariante lorsque l'on permute les variables de façon quelconque. Une forme p-linéaire f est alternée si $f(x_1,x_2, \ldots ,x_p) = 0$ lorsque les vecteurs x_i ne sont pas tous distincts. On remarque qu'en raison de la linéarité, une telle forme se change en son opposé si on échange deux de ses variables x_i et x_j.

Notion de tenseur. Par définition, un tenseur p fois covariants de $\mathbb{R}^n$ est une forme p-linéaire sur $\mathbb{R}^n$. Un tel tenseur T est défini, reativement à chaque base $\{e_i\}$ de $\mathbb{R}^n$, par la donnée de n^p composantes $T_{i_1 \ldots i_p}$, qui sont les coefficients de la forme multilinéaire T.

Formes différentielles. Une forme différentielle de degré p sur Ω (ouvert de $\mathbb{R}^n$) est un champ de tenseurs p fois covariants antisymétriques. Autrement dit: c'est une forme p-linéaire alternée dont les coefficients $a_{i_1 \dots i_p}$ varient avec le point x de Ω:

$$\alpha(x; v_1 \dots v_p) = a_{i_1 \dots i_p}(x)\, v_1^{i_1} \dots v_p^{i_p}$$

avec $v_1 \dots v_p$, p vecteurs quelconques de $T_x\Omega \cong \mathbb{R}^n$, l'espace tangent en x à Ω.

Notion de variété paramétrée dans l'espace $\mathbb{R}^n$. Une variété paramétrée V, à p dimensions, de l'espace $\mathbb{R}^n$ est définie par la donnée:

1. d'un domaine D de $\mathbb{R}^p$.
2. d'une application continue f de D dans $\mathbb{R}^n$.

Le couple (D,f) constitue sa représentation paramétrique et $f(D)$ son support.

Transposition des formes différentielles. Soit U, un ouvert de $\mathbb{R}^m$, ϕ une application de classe C^1 de U dans $\mathbb{R}^n$ et α une forme de degré p définie sur $\phi(U)$; nous lui faisons correspondre la forme:

$$\phi^\star\alpha\,[u]\,(v_1, \dots, v_p) = \alpha[\phi(u)]\, T\phi(v_1) \dots T\phi(v_p)$$

avec $v_1, \dots, v_p \in T_uU$, et $T\phi$ la dérivée de ϕ $(T\phi(u) \in T_{\phi(u)}\phi(U))$. Cette forme, définie sur U, est dite transposée de α dans l'application ϕ. Si f est une fonction numérique (forme de degré 0) sur Ω, $\phi^\star f = f \circ \phi$.

On peut intégrer une forme ω de degré p, sur le support $\phi(D)$ de la variété paramétrée $V^p = (D,\phi)$ de classe C^1 de $\mathbb{R}^n$:

$$\int_D \phi^\star\omega = \int_D \omega_{1\dots p}(x)\, dx^1 \dots dx^p$$

où $\omega_{1\dots p} = \omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x^p}\right)$ et $\frac{\partial}{\partial x^i} \in T_xD$.

Si on remplace (D,ϕ) par une représentation paramétrique (Δ,ψ) tel qu'il existe un difféomorphisme θ de classe C^1 de Δ sur D tel que $\psi = \phi \circ \theta$ et définissant la même orientation de V^p, cette intégrale reste invariante:

$$\int_D \phi^\star\omega = \int_\Delta \psi^\star\omega$$

L'opérateur étoile de Hodge. Soit (U,g) un ouvert $U \in \mathbb{R}^n$ muni d'une métrique riemannienne g et $(v_1,\, v_2,\, \ldots,\, v_n)$ une base g-orthonormée de champs de vecteurs dans U, positivement orientée. On appelle opérateur étoile de Hodge, l'application linéaire qui convertit des p-formes différentielles alternées en $(n-p)$-formes alternées. Si ω est une p-forme alternée, son opérateur étoile de Hodge est donné par:

$$\omega(v_1,\, v_2,\, \ldots,\, v_p) = (\star\omega)(v_{p+1},\, v_{p+2},\, \ldots,\, v_n)$$

Bibliographie

[1] Adalsteinsson, D., et Sethian, J. A. The fast construction of extension velocities in level set methods. *Journal of Computational Physics 148* (1999), 2–22.

[2] Airault, S., Ruskone, R., et Jamet, O. Road detection from aerial images: a cooperation between local and global methods. *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering 2315* (1994), 508–518.

[3] Barzohar, M., et Cooper, D. B. Automatic finding of main roads in aerial images by using geometric-stochastic models and estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 18 - 2* (1996), 707–721.

[4] Caselles, V., Kimmel, R., et Sapiro, G. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision 22*, 1 (1997), 61–79.

[5] Chang, Y. C., Hou, T. Y., Merriman, B., et Osher, S. A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows. *Journal of Computational Physics 124* (1996), 449–464.

[6] Chen, Y., Thiruvenkadam, S., Tagare, H. D., Huang, F., Wilson, D., et Geiser, E. On the incorporation of shape priors into geometric active contours. *Proceedings of the IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods VLSM'01* (2001), 145–152.

[7] Cohen, L. On active contours and balloons. *CVGIP: Image Understanding 53* (1991), 211–218.

[8] Coughlan, J. M., et Yuille, A. L. Bayesian A* tree search with expected o(n) convergence rates for road tracking. *Proceedings of Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition 1654* (1999), 189–204. Springer-Verlag.

[9] Couloigner, I. Reconnaissance de formes dans des images de télédétection du milieu urbain. *Thèse de Doctorat - Ecole des Mines de Paris* (1998).

[10] Cremers, D., Schnorr, C., et Weickert, J. Diffusion-snakes: combining statistical shape knowledge and image information in a variational framework. *IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods* (2001), 137–144.

[11] Deriche, R. Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision* (1987), 167–187.

[12] Fischler, M. A., Tenenbaum, J. M., et Wolf, H. C. Detection of roads and linear structures in low-resolution aerial imagery using a multisource knowledge integration technique. *Computer Graphics and Image Processing 15* (1981), 201–223.

[13] Foulonneau, A., Charbonnier, P., et Heitz, F. Geometric shape priors for region-based active contours. *ICIP* (2003).

[14] Fua, P., et Leclerc, Y. G. Model driven edge detection. *Machine Vision and Applications 3* (1990), 45–56.

[15] Geman, D., et Jedynak, B. An active testing model for tracking roads in satellite images. *IEEE Transactions on PAMI 18* (1996), 1–14.

[16] Jehan-Besson, S., Barlaud, M., et Aubert, G. DREAM^{2}S: Deformable regions driven by an Eulerian accurate minimization method for image and video segmentation. *International Journal of Computer Vision*. To appear.

[17] Kass, M., Witkin, A., et Terzopoulos, D. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision* (1988), 321–331.

[18] Kichenassamy, S., Kumar, A., Olver, P., Tannenbaum, A., et Yezzi, A. Gradient flows and geometric active contour models. *IEEE International Conference on Computer Vision* (1995), 810–815.

[19] Lacoste, C., Descombes, X., et J.Zerubia. A comparative study of point processes for line network extraction in remote sensing. *INRIA Research Report 4516* (2002).

[20] Langer, S. A., Goldstein, R. E., et Jackson, D. P. Dynamics of labyrinthine pattern formation in magnetic fluids. *Physical Review A 46-8* (1992), 4894–4904.

[21] Laptev, I., Lindeberg, T., Eckstein, W., Steger, C., et Baumgartner, A. Automatic extraction of roads from aerial images based on scale space and snakes. *Machine Vision and Applications 12* (2000), 23–31.

[22] Leventon, M., Grimson, W. E. L., et Faugeras, O. Statistical shape influence in geodesic active contours. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 1* (2000), 316–322.

[23] Martelli, A. An application of heuristic search methods to edge and contour detection. *Communications of the ACM 19* (1976), 73–83.

[24] Mayer, H., Laptev, I., Mayer, H., Baumgartner, A., et Steger, C. Automatic road extraction based on multi-scale modeling, context and snakes.

International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing 32 (1997), 106–113.

[25] Merlet, N., et Zerubia, J. Classical mechanics and road detection in Spot images. *Research Report 1889, INRIA* (1993).

[26] Merlet, N., et Zerubia, J. New prospects in line detection by dynamic programming. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 18*, 4 (1996), 426–431.

[27] Neuenschwander, W. M., Fua, P., Iverson, L., Székely, G., et Kubler, O. Ziplock snakes. *International Journal of Computer Vision 25*, 3 (1997), 191–201.

[28] Osher, S., et Sethian, J. A. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics 79* (1988), 12–49.

[29] Paragios, N., et Deriche, R. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 22*, 3 (2000), 266–230.

[30] Paragios, N., et Deriche, R. Geodesic active regions: A new framework to deal with frame partition problems in computer vision. *Journal of Visual Communication and Image Representation, Special Issue on Partial Differential Equations in Image Processing, Computer Vision and Computer Graphics 13* (2002), 249–268.

[31] Paragios, N., et Rousson, M. Shape priors for level set representations. *Proc. ECCV* (2002), 78–92.

[32] Pavlidis, T. *Algorithms for Graphics and Image Processing*. Computer Science Press, Inc., 1982, ch. 7.

[33] Peng, D., Merriman, B., Osher, S., Zhao, H., et Kang, M. A PDE-based fast local level set method. *Journal of Computational Physics 155* (1999), 410–438.

[34] Serendero, M. A. Extraction d'informations symboliques en imagerie SPOT: Réseaux de communication et agglomérations. *Thèse de Doctorat - Université de Nice Sophia-Antipolis* (1989).

[35] Sethian, J. A. Fast marching methods. *SIAM Review 41-2* (1996), 199–235.

[36] Sethian, J. A. *Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Geometry Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science.* Cambridge University Press, 1999.

[37] Siddiqi, K., Kimia, B. B., et Shu, C.-W. Geometric shock-capturing ENO schemes for subpixel interpolation, computation and curve evolution. *Graphical Models and Image Processing (Academic Press) 59* (1997), 278–301.

[38] Stoica, R., Descombes, X., et Zerubia, J. A Markov point process for road extraction in remote sensed images. *Research Report 3923, INRIA* (2000).

[39] Sussman, M., et Fatemi, E. An efficient, interface-preserving level set re-distancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow. *SIAM J. Sci. Comput. 20*, 4 (1997), 1165–1191.

[40] Sussman, M., Smereka, P., et Osher, S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics 114* (1994), 146–159.

[41] T.F.Chan, et L.A.Vese. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing 10-2* (2001), 266–277.

[42] Tupin, F., Maitre, H., Mangin, J.-F., Nicolas, J.-M., et Pechersky, E. Detection of linear features in SAR images: Application to road network extraction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 36*, 2 (1998), 434–453.

Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis
2004, route des Lucioles - BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Futurs : Parc Club Orsay Université - ZAC des Vignes
4, rue Jacques Monod - 91893 ORSAY Cedex (France)
Unité de recherche INRIA Lorraine : LORIA, Technopôle de Nancy-Brabois - Campus scientifique
615, rue du Jardin Botanique - BP 101 - 54602 Villers-lès-Nancy Cedex (France)
Unité de recherche INRIA Rennes : IRISA, Campus universitaire de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex (France)
Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes : 655, avenue de l'Europe - 38334 Montbonnot Saint-Ismier (France)
Unité de recherche INRIA Rocquencourt : Domaine de Voluceau - Rocquencourt - BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)

Éditeur
INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt, BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)
http://www.inria.fr
ISSN 0249-6399