

Multiplexage spatial aléatoire pour l'échantillonnage compressif - application à l'holographie acoustique

Gilles Chardon, Nancy Bertin, Laurent Daudet

▶ **To cite this version:**

Gilles Chardon, Nancy Bertin, Laurent Daudet. Multiplexage spatial aléatoire pour l'échantillonnage compressif - application à l'holographie acoustique. XXIIIe Colloque GRETSI, Dec 2011, Bordeaux, France. hal-00647780

HAL Id: hal-00647780
https://inria.hal.science/hal-00647780

Submitted on 2 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Multiplexage spatial aléatoire pour l'échantillonnage compressif - application a l'holographie acoustique

Gilles CHARDON[1],Nancy BERTIN[2], Laurent DAUDET[1]

[1]Institut Langevin, ESPCI ParisTech - UPMC Univ Paris 06 - Univ Paris Diderot - CNRS UMR 7587
10 rue Vauquelin, 75005, Paris, France

[2]CNRS, IRISA-UMR 6074
Campus de Beaulieu, F-35042 Rennes Cedex, France
prenom.nom@espci.fr,prenom.nom@irisa.fr

Résumé – L'application du compressed sensing à l'holographie acoustique en champ proche permet de réduire grandement le nombre de microphones dans les antennes utilisées sans nuire à la qualité de reconstruction dans une large gamme de fréquences, en utilisant ces techniques au lieu des méthodes classiques des problèmes inverses. Cependant, ces techniques nécessitent la construction d'antennes de microphones aux positions aléatoires, posant quelques problèmes expérimentaux. Nous proposons une alternative à ces antennes aux positions de micros aléatoires, qui consiste à multiplexer les mesures provenant d'une antenne régulière à très grand nombre de micros sur un nombre de canaux réduits. Les résultats numériques présentés dans cette étude montre que cette approche, dans le cas précis de l'holographie acoustique, permet de meilleures reconstructions ainsi qu'une meilleure stabilité, par rapport au cas standard où le nombre de microphones est égal au nombre de voies d'acquisition.

Abstract – Application of compressed sensing techniques to nearfield acoustical holography allows a reduction of the numbers of sensors involved, without loss of quality of the reconstruction compared to classical inverse problems methods. However, in experimental setups, the antennas used in this framework are not as convenient as traditionnal ones. We propose here, instead of an random antenna, to mix the channels of a dense regular antenna in a random way, in a reduced number of channels. Numerical results shows that this approach applied to nearfield acoustical holography yields better reconstruction as well as stability compared to the case with equal numbers of sensors and channels

1 Introduction

L'échantillonnage compressif (ou *compressed sensing*) [1] est un ensemble de nouvelles techniques d'échantillonnage utilisant des a priori parcimonieux pour s'affranchir des limites du théorème d'échantillonnage, Lors de nos travaux antérieurs, nous avons appliqué ces techniques à l'holographie acoustique en champ proche [3], et les résultats expérimentaux montrent qu'on peut réduire grandement le nombre de microphones dans les antennes utilisées sans nuire à la qualité de reconstruction dans une large gamme de fréquences, en utilisant ces techniques au lieu des méthodes classiques des problèmes inverses. Cependant, ces techniques nécessitent la construction d'antennes de microphones aux positions aléatoires, ce qui implique une incertitude plus grande sur les positions des capteurs, ainsi que des disparités dans la qualité des reconstructions suivant le tirage aléatoire de l'antenne. L'évaluation a priori de ces antennes par des critères théoriques de type isométrie restreinte (RIP) étant en pratique impossible, nous proposons une alternative à ces antennes aux positions de micros aléatoires, qui consiste à multiplexer les mesures provenant d'une antenne régulière à très grand nombre de micros sur un nombre de canaux réduits. Les résultats numériques présentés dans cette étude montre que cette approche, dans le cas précis de l'holographie acoustique, permet de meilleures reconstructions ainsi qu'une meilleure stabilité, par rapport au cas standard où le nombre de microphones est égal au nombre de voies d'acquisition.

2 Holographie en champ proche compressive

L'holographie en champ proche consiste, à partir de mesures de pressions sur un plan, à rétropropager les ondes pour déduire la distribution de vitesses sur un plan source parallèle. La propagation des ondes pouvant être modélisée par une convolution avec un propagateur :

$$p(x, y, h) = g_h(x, y) \star_{xy} w(x, y)$$

où p est la pression mesurée dans le plan hologramme, $w(x, y)$ le profil de vitesse sur le plan source, et g_h le propagateur :

$$g_h(x, y) = -i\rho ck \frac{e^{ik\sqrt{x^2+y^2+h^2}}}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}$$

Le propagateur se comportant comme un filtre passe-bas spatial, c'est un problème inverse de déconvolution, qui nécessite

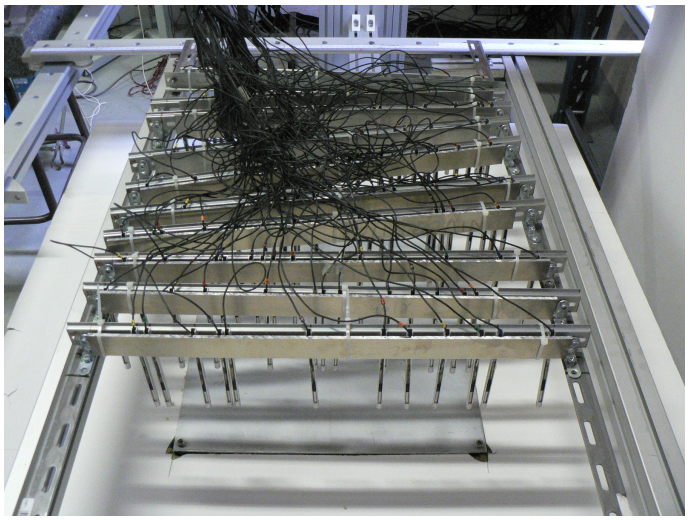


FIGURE 1 – Antenne aléatoire pour l'holographie acoustique compressive

donc l'application d'une méthode de régularisation. La méthode couramment employée est la régularisation de Tikhonov [6]. Cependant, celle-ci coupe les hautes fréquences spatiales du profil de vitesse à reconstruire, et nécessite des mesures respectant le critère de Nyquist.

Des travaux récents [2] ont montré que l'utilisation d'un modèle parcimonieux et d'une antenne aléatoire (figure 1) est une alternative pertinente à cette technique. Les profils de vitesses que nous nous proposons de reconstruire ici sont des modes propres de plaques, que l'on peut décomposer comme somme d'ondes planes [5]. Le dictionnaire choisi pour la décomposition est celui des modes de Fourier d'un domaine rectangulaire plus grand que la plaque, limités au domaine de celle-ci.

Les résultats théoriques de l'échantillonnage compressif (ou *compressed sensing*) [1] nous indiquent que, pour un signal parcimonieux dans la base de Fourier, un échantillonnage sur des points aléatoires a une grande probabilité de donner des reconstructions exactes. L'approche utilisée dans un premier temps pour ce problème est donc d'utiliser une antenne de capteurs aux positions aléatoires dans le plan.

Dans ce cadre, la propagation est modélisée par l'équation $P = GDW$ où P est le vecteur des pressions mesurées par l'antenne, G la matrice modélisant la propagation entre la plaque et les capteurs de l'antenne, D le dictionnaire utilisé pour la décomposition des modes, et W les coefficients de cette décomposition. Dans une situation d'échantillonnage compressif, la matrice du système linéaire à résoudre, GD, a moins de lignes que de colonnes, cependant les propriétés de parcimonie de W et la construction aléatoire de G permettent de résoudre le système.

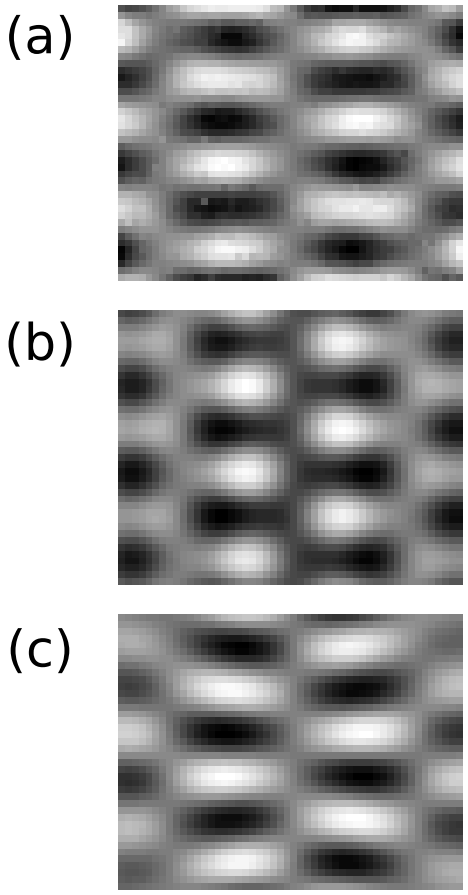


FIGURE 2 – (a) Déformée modale mesurée (b) Reconstruction par antenne aléatoire de 40 capteurs (c) Reconstruction avec 40 mesures multiplexées (multiplexage gaussien complet)

3 Robustesse aux tirage et aux incertitudes

La construction d'une antenne aléatoire peut poser des problèmes pratiques, entraînant des incertitudes sur la position des capteurs, ce qui se traduit par des erreurs sur la matrice G. Nous étudions ici la robustesse par rapport à ces incertitudes, ainsi que la variation des performances suivant le tirage de l'antenne.

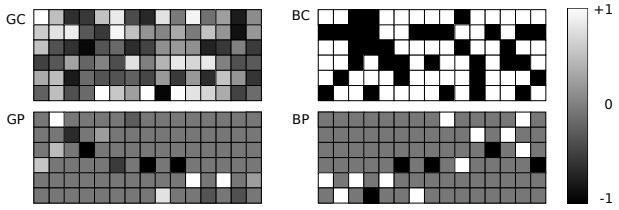


FIGURE 3 – Matrices de mélange utilisées : mélange gaussien complet (GC), gaussien partiel (GP), Bernoulli complet (BC), et Bernoulli partiel (BP), à 2180 Hz

3.1 Sensibilité au tirage aléatoire

La plaque utilisée est de dimensions 50×40 cm, en duralumin, reposant sur des silent-blocks aux coins, et aux bords libres. Les déformées opérationnelles sont mesurées par vibrométrie laser, sur 2000 points avec un pas d'échantillonnage de 1 cm. La propagation acoustique est simulée sur une antenne placée à 2.5 cm de la plaque. Cette utilisation de données semi-simulées permet de modifier facilement nombre et positions des capteurs. Les reconstructions sont obtenues par l'algorithme CoSaMP [4], et sont comparées aux modes réels par leur corrélation.

La qualité de la reconstruction peut dépendre largement du tirage de l'antenne, ce qui peut être gênant vu qu'il est peu réaliste de modifier le montage de l'antenne régulièrement. La corrélation moyenne et l'écart-type pour deux modes (402 Hz et 2180 Hz) sont tracés en traits fins figure 4. Pour le mode basse fréquence, 30 mesures suffisent, mais ne sont pas assez pour reconstruire le mode haute fréquences, comme on peut le voir figure 2, qui demande 40 mesures. Il est à noter que dans ce cas, le critère de Nyquist demanderait 60 mesures. Cependant, à la qualité de la reconstruction peut-être grandement affectée par le tirage de l'antenne, comme on peut le voir figure 4, où, à 40 et 50 mesures, les performances moyennes sont correctes, mais montrent une variabilité assez importante.

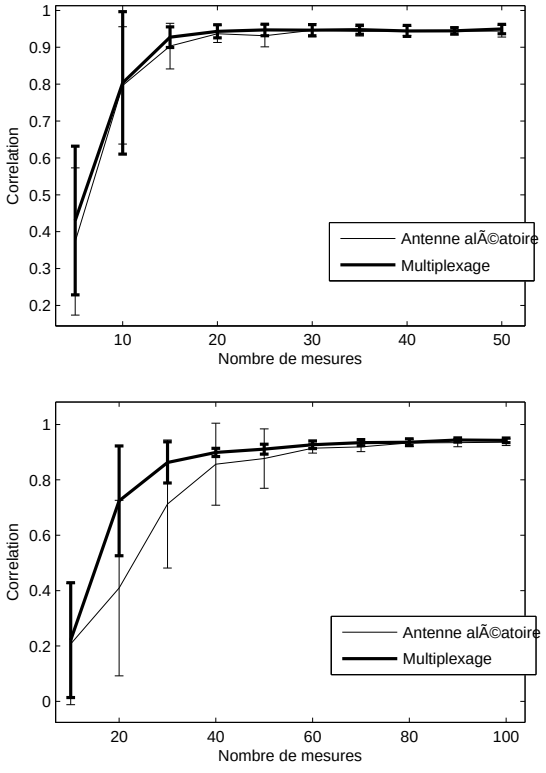


FIGURE 4 – Corrélations moyennes et écarts-types, pour les modes à 402 Hz (gauche) et 2180 Hz (droite), pour 30 réalisations d'antenne aléatoire et de multiplexage gaussien complet.

3.2 Sensibilité aux incertitudes de positionnement

Les reconstructions sont également sensibles aux erreurs sur la mesure du positionnement de chacun des micros, ici significativement plus élevées que dans le cas des antennes régulières. Ces erreurs peuvent atteindre, dans notre cas, le centimètre. La figure 5 montre l'évolution de la qualité de la reconstruction pour 30 réalisations et six modes, avec une erreur de position gaussienne, d'écart type variant de 0 à 100 mm. Sur la figure, cet écart type est adimensionné par la longueur d'onde dans l'air, ce qui permet de mettre en valeur le comportement commun des reconstructions à hautes fréquences. On observe ici qu'une erreur de positionnement supérieure à environ 5% de la longueur d'onde réduit de façon importante la qualité des reconstructions.

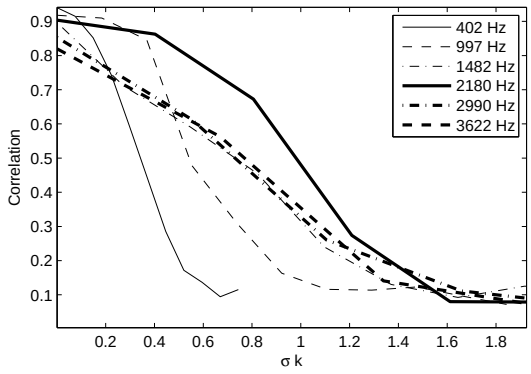


FIGURE 5 – Corrélations en fonction de l'écart-type sur l'erreur de position pour 30 réalisations d'antenne aléatoire

	AA	GC	GP	BC	BP
moyenne	0.81	0.86	0.84	0.87	0.85
écart-type	0.11	0.07	0.11	0.04	0.10

FIGURE 6 – Moyenne et écart-types de la corrélation pour 30 réalisations de de l'antenne aléatoire (AA), mélange gaussien complet (GC), gaussien partiel (GP), Bernoulli complet (BC), et Bernoulli partiel (BP), à 2180 Hz

4 Multiplexage des mesures

Pour s'affranchir de ces deux limitations, nous proposons une méthode utilisant le "multiplexage" d'un grand nombre de mesures sur un petit nombre de canaux, en mesurant des combinaisons linéaires des signaux mesurés par les capteurs de l'antenne, affectés de poids aléatoires. Avec une telle méthode, l'antenne à construire reste régulière, bien que plus dense. A contrario, le nombre de canaux est sensiblement plus faible que le nombre de capteurs. Formellement, le système à résoudre s'écrit $P = MGDW$ où M est la matrice de mélange, et G correspond maintenant à une antenne régulière dense, donc connue avec précision.

En pratique, ce scénario est viable dans la mesure où le coût de chaque capteur est faible (une capsule de microphone à électret utilisée ici ne vaut que quelques euros), alors que disposer d'une carte d'acquisition peut devenir extrêmement onéreux (plusieurs milliers d'euros) pour un très grand nombre de voies. Plusieurs multiplexages ont été testés : mélange totaux, où tous les capteurs contribuent à tous les canaux, ou partiels, où un capteur intervient dans un unique canal pour simplifier le dispositif expérimental, avec pour ces deux types des poids gaussiens ou ± 1 (Bernoulli). Les quatre types de matrices utilisées sont représentées visuellement figure 3.

La qualité des reconstructions est comparée avec l'antenne aléatoire "standard" (une voie par micro). 1920 capteurs multiplexés sur 30 canaux sont utilisés. On voit sur la figure 4 que les performances de l'antenne aléatoire et du multiplexage gaussien complet sont semblables à 402 Hz, mais à 2180 Hz, le multiplexage donne de meilleurs résultats à nombre de mesures faibles, et présente moins de variabilité. La table 6 donne les résultats pour le mode à 2180 Hz avec les autres multiplexages et 30 mesures. Le multiplexage a deux avantages : la qualité de la reconstruction est non seulement supérieure à l'antenne aléatoire, et ce pour tous les multiplexages, mais l'écart-type est également réduit pour les multiplexages complets. la figure 2-c montre un exemple de reconstruction du mode avec le multiplexage gaussien complet.

5 Conclusion

L'application du compressed sensing à l'acoustique offre des possibilités intéressantes, en terme d'économie de mesures. Les difficultés pratiques liées aux antennes aléatoires (incertitudes dans le positionnement des microphones, sensibilité au tirage) nous incitent à développer des techniques alternatives : nous proposons ici de construire des antennes dites multiplexées, où les sorties d'une antenne régulière dense sont combinées entre elles en un nombre plus faible de canaux. Ainsi, à nombre de voies d'acquisition fixées, les résultats numériques laissent penser que ces nouvelles antennes offrent une meilleure stabilité et robustesse, en particulier à haute fréquence. Les perspectives de ce travail sont tout d'abord d'ordre pratique, pour construire expérimentalement des dispositifs de multiplexage ; et enfin d'ordre théorique, sur l'extension de ce genre de techniques à d'autres dispositifs expérimentaux où le nombre de voies d'acquisition est une limitation forte.

Références

[1] E.J. Candès and M.B Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2) :21–30, 2008.

[2] G. Chardon, A. Peillot, L. Daudet, and F. Ollivier. Le compressed sensing pour l'holographie acoustique de champ proche - I : Aspects algorithmiques et simulations. In *Actes du 10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon, France, 12–16 april 2010.

[3] J.D. Maynard, E.G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I, theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4) :1395–1413, 1985.

[4] D. Needell and J.A. Tropp. CoSaMP : Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 26(3) :301–321, 2009.

[5] E. Perrey-Debain. Plane wave decomposition in the unit disc : Convergence estimates and computational aspects. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 193(1) :140 – 156, 2006.

[6] Earl G. Williams. Regularization methods for near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(4) :1976–1988, 2001.