

# Réduction de la traînée de l'écoulement de Poiseuille 2D par asservissement visuel partitionné

Xuan-Quy Dao, Christophe Collewet

► **To cite this version:**

Xuan-Quy Dao, Christophe Collewet. Réduction de la traînée de l'écoulement de Poiseuille 2D par asservissement visuel partitionné. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jul 2012, Grenoble, France. pp.449-454, 2012. <hal-00726532>

**HAL Id: hal-00726532**

**<https://hal.inria.fr/hal-00726532>**

Submitted on 30 Aug 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Réduction de la traînée de l'écoulement de Poiseuille 2D par asservissement visuel partitionné

Xuan-Quy Dao \* Christophe Collewet \*\*

\* *Équipe Fluminance, INRIA Rennes-Bretagne Atlantique / IRSTEA, Campus Universitaire de Beaulieu. 35042 Rennes cedex, France. Université Européenne de Bretagne. xuan-quy.dao@inria.fr*

\*\* *Équipe Fluminance, INRIA Rennes-Bretagne Atlantique / IRSTEA, Campus Universitaire de Beaulieu. 35042 Rennes cedex, France. Université Européenne de Bretagne. christophe.collewet@inria.fr*

---

**Résumé :** Cet article propose une nouvelle approche de la commande en boucle fermée d'un écoulement fluide. Elle repose sur une estimation de l'état de l'écoulement via un capteur de vision, comme nous l'avons initialement proposé dans Tatsambon Fomena et Collewet (2011a,b). Puisque cette façon de faire repose sur l'utilisation d'informations visuelles, nous nous proposons ici d'utiliser les techniques dites d'asservissement visuel que nous appliquons au problème de la minimisation de la traînée de l'écoulement de Poiseuille 2D. Cependant, contrairement à la littérature du domaine, nous minimisons aussi la densité d'énergie cinétique de l'écoulement. Cela est de toute importance puisqu'une augmentation de cette densité d'énergie peut amener l'écoulement à devenir turbulent. Le schéma de commande est basé sur une synthèse de la loi de commande par asservissement visuel partitionné. Des résultats de simulation valident l'approche proposée. Nous comparons également nos résultats avec les techniques les plus pertinentes proposées dans la littérature.

*Mots-clés:* Commande des écoulements fluides, asservissement visuel.

---

## 1. INTRODUCTION

Le but de cet article est de montrer l'intérêt d'utiliser des techniques d'asservissement visuel avancé (voir Chaumette et Hutchinson (2007)) pour la commande des écoulements fluides. Par commande d'un écoulement on entend ici toute action permettant de changer son état ou de le maintenir dans un état désiré quelques soient les perturbations extérieures. La majorité des travaux en commande d'écoulements est dédiée au contrôle de la transition entre les états laminaire et turbulent. Retarder, accélérer ou modifier cette transition est d'un grand intérêt économique pour certaines applications industrielles. Par exemple, la société Airbus vise d'ici 2020 une réduction de 50 % des émissions de CO<sub>2</sub> dont une grande part serait réalisée par commande des écoulements en diminuant la consommation de ses avions. Pour ce faire, une réduction de la traînée est prévue (voir Flaig (2008)).

La commande d'un écoulement peut être effectuée de manière passive ou active. La commande passive consiste à agir de manière constante sur le système. Le plus souvent il s'agit en fait d'optimiser des formes ou d'utiliser certains revêtements de surface particuliers. La commande active, quant à elle, nécessite un apport d'énergie extérieur pour agir sur l'écoulement. Citons par exemple les techniques de soufflage et d'aspiration comme proposé dans Joshi et al. (1997). Cependant, dans la grande majorité des cas, la

commande active est utilisée en boucle ouverte (voir par exemple Greenblatt et Wagnanski (2000)) ou plus encore sous forme de forçage Protas et Wesfreid (2002). En effet, la réalisation d'une commande active en boucle fermée requiert l'utilisation de capteurs non-intrusifs, précis et adaptés à l'échelle d'espace-temps du phénomène étudié. Malheureusement, de tels capteurs ne sont pas disponibles dans le contexte d'une application réelle. La mesure la plus utilisée est le frottement pariétal en un nombre limité de points sur la paroi comme proposé dans Joshi et al. (1997). L'état de l'écoulement est ensuite reconstruit par utilisation d'un observateur dans le cadre d'une commande LQG, voir par exemple les travaux décrits dans Joshi et al. (1997); Bewley et Liu (1998) et McKernan et al. (2006).

Dans nos travaux précédents (voir Tatsambon Fomena et Collewet (2011b,a)), l'estimation de l'état de l'écoulement a été obtenue grâce à des mesures visuelles. Plus précisément, nous avons calculé le flot optique, comme décrit dans Heitz et al. (2010) par exemple, de façon à obtenir des mesures consistantes avec la physique de l'écoulement et ainsi proposer un schéma de commande ne nécessitant pas l'utilisation d'un observateur. Cette façon de procéder s'est révélée être beaucoup plus performante que les approches classiques basées sur la commande LQR et décrites dans Joshi et al. (1997); Bewley et Liu (1998); McKernan et al. (2006). Dans un souci de comparaison, nous avons opté aussi pour la même loi de commande. Dans cet article,

puisque l'estimation de l'état repose sur des informations visuelles, nous nous proposons d'exploiter pleinement les techniques d'asservissement visuel afin de proposer une loi de commande plus efficace.

De façon générale, les techniques d'asservissement visuel visent à commander les mouvements d'un robot via des mesures issues d'un capteur de vision (voir Chauvette et Hutchinson (2006)). Cette approche est bien reconnue dans la communauté robotique. De façon plus précise, la réalisation d'une tâche d'asservissement visuel nécessite le choix d'un ensemble de primitives visuelles  $\mathbf{s}(t)$  sélectionnées à partir de l'image de la scène observée. Une loi de commande est alors conçue de telle sorte que  $\mathbf{s}(t)$  atteigne des grandeurs désirées  $\mathbf{s}^*$  correspondantes à l'état désiré du système. La dynamique du vecteur d'erreur  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{s}(t) - \mathbf{s}^*$  est alors donnée par

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \frac{\partial \mathbf{e}(t)}{\partial t} + \mathbf{L}_e(t)\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

où  $\mathbf{u}(t)$  désigne les entrées de commande du système,  $\mathbf{L}_e(t)$  est la matrice dite d'interaction, comme définie dans Espiau et al. (1992). Cette matrice lie la variation des informations visuelles au signal de commande agissant sur le système. Le vecteur  $\partial \mathbf{e}(t)/\partial t$  exprime quant à lui la variation du vecteur d'erreur due au mouvement libre des informations visuelles. Le principe de la commande est, bien sûr, de réguler à zéro le vecteur d'erreur  $\mathbf{e}$ . La loi de commande est alors construite à partir de (1) en utilisant une approximation de la matrice d'interaction et du mouvement libre des informations visuelles. Ces techniques d'asservissement visuel ont montré des résultats remarquables et cela dans de nombreux contextes, citons par exemple la robotique sous-marine, médicale et aérienne comme la commande des hélicoptères ou de ballons dirigeables, voir Bonin-Font et al. (2008).

Le but recherché dans ce travail concerne la réduction de la traînée d'un écoulement. Comme mentionné en introduction, il s'agit là d'un challenge de toute importance. C'est pourquoi ce problème a été fortement investi par la communauté de la mécanique des fluides. Une approche sous-optimale basée sur le calcul de l'adjoint a été proposée dans Bewley et al. (1993) conduisant à une réduction de la traînée d'approximativement 17%. Cependant, cette approche conduit à des temps de calcul prohibitifs, incompatibles avec une commande temps réel. De plus, pour diverses raisons, cette approche se révèle être non implémentable en pratique, voir Kim (2003) pour plus de détails. Des approches plus viables ont été proposées dans Joshi et al. (1997, 1999); Lee et al. (2001); Cortelezzi et al. (1998). Dans Joshi et al. (1997), un simple contrôleur proportionnel a été utilisé pour réduire le frottement pariétal, conduisant par voie de conséquence à une réduction de la traînée. Dans Joshi et al. (1999); Lee et al. (2001); Cortelezzi et al. (1998) une approche LQR a été proposée dans laquelle le coût à minimiser inclut explicitement la traînée. Néanmoins, tous ces travaux ne prennent pas en compte la densité d'énergie cinétique de l'écoulement. Il s'agit là pourtant d'un point fondamental, car s'agissant d'approches linéarisées, une augmentation de la densité d'énergie cinétique peut conduire l'écoulement commandé dans un état turbulent. C'est pourquoi limiter cette densité d'énergie cinétique est également un point important, voir

à cet égard les travaux décrits par exemple dans McKernan et al. (2007).

La contribution majeure de notre article est de montrer comment il est possible de minimiser simultanément la traînée et la densité d'énergie cinétique en exploitant pleinement les degrés de liberté commandables. Notre approche est validée sur l'écoulement plan de Poiseuille 2D (voir une description de cet écoulement à la section 2). Signalons qu'une approche très intéressante a été proposée dans Aamo et al. (2003) permettant une réduction simultanée de la traînée et de la densité d'énergie cinétique. Cependant, des actions tangentielles sont utilisées, beaucoup moins performantes que les approches classiques basées sur des actions normales à la paroi, voir McKernan (2006) pour de plus amples détails. C'est pourquoi, des actions normales ont été également préférées dans notre travail, tout comme dans Joshi et al. (1997); Bewley et Liu (1998); McKernan et al. (2006); Joshi et al. (1999); Lee et al. (2001); Cortelezzi et al. (1998) par exemple.

Cet article est architecturé comme suit. Nous présentons tout d'abord en section 2 certaines bases de l'écoulement plan de Poiseuille 2D commandé, le modèle retenu pour l'élaboration de la loi de commande et certaines grandeurs physiques qui seront impliquées dans la loi de commande. Le schéma de commande est détaillé en section 3, des résultats de simulation sont présentés dans la section 4. Enfin, une comparaison de notre approche est fournie avec les approches les plus pertinentes de la littérature.

## 2. MODÉLISATION

Dans cette section, nous présentons quelques rappels concernant l'écoulement plan de Poiseuille, nous introduisons ensuite une façon de le commander ainsi que le modèle réduit linéarisé autour de l'écoulement désiré sur lequel sera basée la loi de commande. La traînée et la densité d'énergie cinétique sont ensuite modélisées.

### 2.1 Rappel sur l'écoulement plan de Poiseuille

L'écoulement de Poiseuille est un écoulement de canal supposé de longueur infinie dont le mouvement est causé par un gradient de pression. La figure 1 illustre le profil de vitesse en régime stationnaire de cet écoulement supposé périodique dans la direction selon laquelle il s'écoule. Cette façon d'appréhender cet écoulement est en accord avec le modèle conceptuel proposé dans Joshi et al. (1997). Il s'agit là d'un modèle communément admis. L'axe  $x$  correspond à la direction d'écoulement alors que l'axe  $y$  correspond à la direction normale aux parois. Les équations de Navier-Stokes adimensionnelles sont données par

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{V})\mathbf{V} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} \\ \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \\ \mathbf{V}(x, y = \pm 1, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2)$$

dans lesquelles  $P$  est la pression;  $\mathbf{V}$  la vitesse d'écoulement;  $\mathbf{V}(x, y = \pm 1, t) = \mathbf{0}$  représente les conditions limites;  $Re$  est un nombre sans dimension appelé le nombre de Reynolds;  $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$  représente l'opérateur gradient et  $\nabla^2$  le Laplacien.

L'écoulement de Poiseuille étant particulièrement simple, une solution analytique  $(V_{bx}, V_{by}, P_b)$  à (2) peut être obtenue dans le cas stationnaire, c'est-à-dire quand  $\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \mathbf{0}$  :

$$(V_{bx}, V_{by}, P_b) = (1 - y^2, 0, -\frac{2}{Re}x). \quad (3)$$

Cette solution est illustrée sur la figure 1.

### 2.2 Commande aux frontières de l'écoulement de Poiseuille

La façon classique de commander l'écoulement plan de Poiseuille 2D est la commande aux frontières.

Cette approche consiste à modifier les conditions limites du système (2), soit uniquement sur la paroi inférieure  $y = -1$  comme dans Joshi et al. (1997), soit sur les deux parois  $y = 1$  et  $y = -1$  comme dans McKernan et al. (2006).

De façon pratique, des actionneurs fluidiques comme des jets synthétiques ou des actionneurs plasma peuvent être utilisés (voir également dans Cattafesta et Sheplak (2011) d'autres types d'actionneurs).

### 2.3 Modèle réduit linéarisé de l'écoulement de Poiseuille

Le modèle, nécessaire à la conception de la loi de commande, est obtenu comme suit. Tout d'abord, une linéarisation des équations de Navier-Stokes autour de la solution en régime stationnaire (3) est réalisée. Ces équations une fois obtenues sont ensuite transcrites dans le domaine de Fourier pour un nombre d'onde  $\alpha_n = 2\pi n/L_c$  spécifique en posant  $\mathbf{V}_p(x, y, t) = \mathbf{V}_p^n(y, t)e^{j\alpha_n x}$ . Les grandeurs spectrales  $\mathbf{V}_p^n(y, t)$  sont ensuite discrétisées dans la direction normale  $y$  en utilisant  $M$  points de collocation selon un schéma de Gauss-Lobatto conduisant à la formulation linéarisée suivante (voir McKernan et al. (2006) pour une description détaillée) :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}^n(t) = \mathbf{A}^n \mathbf{x}^n(t) + \mathbf{B}^n \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{x}^n(0) = \mathbf{x}^n_0 \end{cases} \quad (4)$$

où  $\mathbf{x}^n(t)$  est le vecteur d'état,  $\mathbf{A}^n$  la matrice d'état,  $\mathbf{u}(t) = (u_u(t), u_l(t))$  le vecteur de commande (i.e. du soufflage et de l'aspiration réalisés sur les deux parois du canal),  $\mathbf{B}^n$  est la matrice d'entrée. Rappelons qu'avec notre approche (voir Tatsambon Fomena et Collewet (2011b,a)) le vecteur d'état est directement obtenu via le calcul du flot optique grâce à un dispositif de visualisation comme celui représenté sur la figure 2. Rappelons également la définition du flot optique : il s'agit du champ de vitesses apparent obtenu grâce à des variations de luminance entre des images successives. Ce type de techniques s'avère parfaitement approprié pour l'estimation d'un champ de vitesses instantanées d'un écoulement fluide comme détaillé dans Heitz et al. (2010).

Dans le cas d'un nombre de Reynolds tel que  $Re = 10\,000$  et pour un nombre d'onde  $\alpha_n = 1$ , le modèle d'état linéarisé donné en (4) est instable comme il a été montré dans Orszag (1971). Par conséquent, à l'instar des travaux présentés dans Joshi et al. (1997), McKernan et al. (2006), Bewley et Liu (1998), nous nous focalisons sur le problème de la stabilisation de l'écoulement, i.e. le maintenir de telle façon à ce que le profil de vitesse soit celui obtenu en

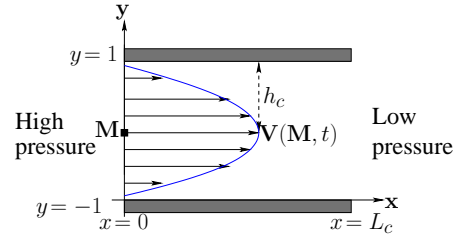


FIG. 1. Profil de vitesse en régime stationnaire de l'écoulement plan de Poiseuille 2D :  $h_c$  est la demi hauteur du canal,  $L_c$  est la période de l'écoulement et  $\mathbf{M}$  est un point situé au sein de l'écoulement.

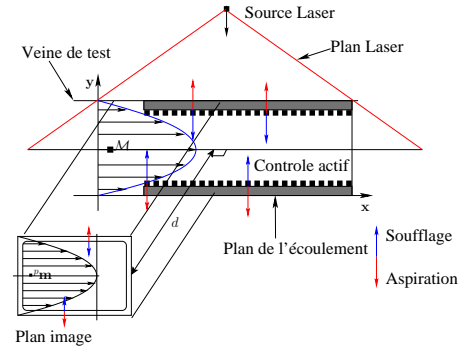


FIG. 2. Visualisation de l'écoulement par le biais d'une nappe laser dont le rôle est d'illuminer un ensemencement de fines particules.

régime stationnaire, et ce, quelles que soient les perturbations rencontrées. Dans ce cas, un écoulement non commandé initialement en régime stationnaire mais instable se déstabilise due à la présence d'une petite perturbation  $\mathbf{V}_p(x, y, t)$ . Cette instabilité se voit aisément en examinant les pôles de la matrice  $\mathbf{A}^n$ , deux pôles ont des parties réelles positives ( $\lambda = 0.00373967 \pm j0.23752649$ ).

Par souci de clarté nous omettons à présent les exposants  $n$  impliqués dans (4).

### 2.4 Modélisation de la traînée

La traînée  $d(t)$  due à la présence de la perturbation est donnée par (voir par exemple Aamo et al. (2003))

$$d(t) = -\frac{\partial V_{px}(x, +1, t)}{\partial y} + \frac{\partial V_{px}(x, -1, t)}{\partial y} \quad (5)$$

où  $V_{px}(x, +1, t)$  et  $V_{px}(x, -1, t)$  sont les composantes dans la direction de l'écoulement de la vitesse de perturbation  $\mathbf{V}_p(x, y, t)$  le long des parois. Notons que  $\partial V_{px}(x, -1, z, t)/\partial y$  et  $\partial V_{px}(x, +1, z, t)/\partial y$  sont également les composantes du frottement pariétal  $\mathbf{s}(t)$  dues à la perturbation :

$$\mathbf{s}(t) = \left( \frac{\partial V_{px}(x, +1, z, t)}{\partial y}, \frac{\partial V_{px}(x, -1, z, t)}{\partial y} \right). \quad (6)$$

Conformément au processus d'obtention du modèle d'état linéarisé rappelé à la section 2.3, il peut être montré que  $\mathbf{s}(t)$  s'exprime linéairement vis-à-vis de l'état par le biais d'une matrice constante  $\mathbf{W}$  (voir McKernan et al. (2006))

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (7)$$

conduisant grâce à (5) à

$$d(t) = \mathbf{D}^\top \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

avec  $\mathbf{D}^\top = [-1 \ 1] \mathbf{W}$  où  $\mathbf{D}^\top$  représente la matrice transconjugée de  $\mathbf{D}$ .

### 2.5 Modélisation de la densité d'énergie cinétique

La densité d'énergie cinétique est donnée par

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \frac{\|\mathbf{V}_p(x, y, t)\|^2}{2} dV_0 \quad (9)$$

où  $V_0$  est le volume correspondant à une période du domaine de l'écoulement considéré. Il est possible de réécrire (9) sous une forme matricielle en introduisant une matrice de pondération  $\mathbf{Q}$  (voir McKernan et al. (2007)), (9) devient alors

$$\varepsilon(t) = \mathbf{x}(t)^\top \mathbf{Q} \mathbf{x}(t). \quad (10)$$

Ces différentes quantités ayant été définies et modélisées, il est maintenant possible de concevoir la loi de commande.

## 3. COMMANDE DE L'ÉCOULEMENT PLAN DE POISEUILLE 2D

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction de cet article, notre but est de minimiser simultanément la traînée et la densité d'énergie cinétique tout en stabilisant l'écoulement. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser la technique dite d'asservissement visuel partitionné présentée initialement dans Corke et Hutchinson (2001) dans le cadre de la robotique. En robotique, le but recherché consiste à découpler les mouvements de rotation des mouvements de translation du porteur pour améliorer *in fine* sa trajectoire. L'utilisation de cette méthode requiert en premier lieu le calcul de la matrice d'interaction associée à la traînée  $\mathbf{L}_d$ .

### 3.1 Calcul de la matrice d'interaction associée à la traînée

Ce calcul ne présente pas de difficultés particulières. En effet, conformément à la définition d'une matrice d'interaction (voir Espiau et al. (1992)), nous devons calculer la dérivée temporelle totale de la traînée

$$\dot{d}(t) = \mathbf{L}_d \mathbf{u}(t) + \frac{\partial d(t)}{\partial t}. \quad (11)$$

$\mathbf{L}_d$  décrit la variation de la traînée due à la commande alors que  $\partial d(t)/\partial t$  exprime la variation de la traînée due à l'écoulement lui-même.

Ce calcul peut être réalisé en injectant (4) dans le résultat obtenu de la dérivation de (8) par rapport au temps. Il vient alors

$$\begin{cases} \mathbf{L}_d &= \mathbf{D}^\top \mathbf{B} \\ \frac{\partial d(t)}{\partial t} &= \mathbf{D}^\top \mathbf{A} \mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (12)$$

Introduisons à présent les composantes de la matrice d'interaction relative aux composantes du signal de commande  $\mathbf{u}(t)$  (voir la définition de ce signal donnée dans (4))

$$\mathbf{L}_d = (L_{du}, L_{dl}). \quad (13)$$

Cette expression nous sera utile dans la section suivante pour introduire l'asservissement visuel partitionné.

### 3.2 Conception de la loi de commande

L'asservissement visuel partitionné repose sur une formulation partitionnée de la matrice d'interaction. Grâce à (13), la variation temporelle de la traînée (11) devient

$$\dot{d}(t) = L_{du} u_u(t) + L_{dl} u_l(t) + \frac{\partial d(t)}{\partial t}. \quad (14)$$

Il est tout à fait possible d'imposer une décroissance souhaitée de la traînée, imposons par exemple une décroissance exponentielle

$$\dot{d}(t) = -\lambda d(t) \quad (15)$$

où  $\lambda$  est un gain positif permettant d'ajuster la vitesse de décroissance. Par suite, de (14) et (15), nous avons

$$-\lambda d(t) = L_{du} u_u(t) + L_{dl} u_l(t) + \frac{\partial d(t)}{\partial t}. \quad (16)$$

À ce stade, l'une ou l'autre des composantes de  $\mathbf{u}(t)$  peut être utilisées pour réduire la traînée, choisissons arbitrairement  $u_l(t)$ . Il vient alors

$$u_l(t) = -\frac{1}{L_{dl}} \left( \lambda d(t) + L_{du} u_u(t) + \frac{\partial d(t)}{\partial t} \right). \quad (17)$$

Cette grandeur sera effectivement connue si le signal de commande  $u_u(t)$  est connu aussi, la phase suivante consiste donc à en trouver une expression.

Pour ce faire, nous considérons classiquement une commande LQR sur un horizon infini afin de minimiser la densité d'énergie cinétique (10) et l'énergie nécessaire à sa minimisation, le critère à minimiser s'écrit comme suit

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^\top(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + r u_u^2(t)) dt. \quad (18)$$

Cela peut être fait en exprimant la variation temporelle de l'état en fonction du signal de commande  $u_u$ . Pour ce faire, réécrivons (17) grâce à (12)

$$u_l(t) = -\frac{1}{L_{dl}} ((\lambda \mathbf{D}^\top + \mathbf{D}^\top \mathbf{A}) \mathbf{x}(t) + L_{du} u_u(t)) \quad (19)$$

que nous injectons dans (4) pour obtenir

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 u_u(t) \quad (20)$$

où les matrices suivantes ont été introduites  $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} - \frac{B_l}{L_{dl}} (\lambda \mathbf{D}^\top + \mathbf{D}^\top \mathbf{A})$  et  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_u - \frac{L_{du}}{L_{dl}} \mathbf{B}_l$  avec  $\mathbf{B} = (\mathbf{B}_u, \mathbf{B}_l)$ . Notons que  $L_{dl}$  est toujours non nul.

Il devient alors très aisé de calculer le gain LQR  $\mathbf{k}$  impliqué dans la commande optimale  $u_u = -\mathbf{k}^\top \mathbf{x}(t)$  en considérant (20) et en résolvant l'équation algébrique de Ricatti.

Il est important de noter que, à notre connaissance, contrairement aux travaux rencontrés dans la littérature de la commande des écoulements fluides, nous exploitons ici pleinement les degrés de liberté du signal de commande.

## 4. RÉSULTATS DE SIMULATION

Les résultats de simulation sont basés sur le code proposé dans McKernan (2006). Comme dans Joshi et al. (1997), McKernan et al. (2006), Bewley et Liu (1998), nous considérons également  $R_e = 10\,000$  et une longueur de canal  $L_c = 4\pi$  (voir Fig. 1). La valeur du scalaire  $r$  impliqué dans (18) a été fixée à 2.5 alors que le gain  $\lambda$  impliqué dans l'écriture du comportement désiré de la traînée a été fixé à 0.5.

Nous présentons tout d'abord sur la figure 3 le comportement du champ de vitesse pendant l'asservissement. L'écoulement n'étant pas commandé dans un premier temps, la présence d'une perturbation l'amène comme prévu dans un état turbulent. Une fois que la loi de commande entre en application, l'écoulement tend vers un régime laminaire, mais, bien entendu, toujours dans un état instable.

Nous comparons à présent notre approche avec les approches les plus pertinentes de la littérature, il s'agit des travaux relatés dans Joshi et al. (1997); Cortelezzi et al. (1998); McKernan et al. (2007) (nous considérons que Joshi et al. (1999); Lee et al. (2001) sont des approches similaires à Cortelezzi et al. (1998)). Nous notons respectivement ces approches  $P$ ,  $LQR_2$ ,  $LQR_1$ , et notons  $PVS$  la notre. Rappelons brièvement ces travaux. Dans Joshi et al. (1997), un retour proportionnel à la mesure du frottement pariétal est utilisé conduisant à la réduction de la traînée. Dans ce travail la réduction de la densité d'énergie cinétique n'est pas considérée. Dans McKernan et al. (2007) la densité d'énergie cinétique est minimisée via une commande LQR. La matrice  $\mathbf{Q}$  impliquée dans (10) est alors introduite dans la fonction de coût. Notons qu'il s'agit là d'une façon indirecte de minimiser la traînée, en effet la traînée due à la perturbation s'annule si la densité d'énergie cinétique est nulle aussi. Finalement, dans Cortelezzi et al. (1998), le frottement pariétal est minimisé également par une approche LQR.

Signalons que nous ne pouvons pas comparer exactement notre approche avec ces travaux dans la mesure où ils n'assurent pas la minimisation simultanée de la traînée et de la densité d'énergie cinétique. Les résultats de comparaison sont rapportés dans la figure 4. Plus précisément, la figure 4a décrit le comportement de la traînée en fonction du temps, la figure 4b rapporte quant à elle le comportement de la densité d'énergie cinétique également en fonction du temps. Comme attendu, les résultats obtenus avec notre approche sont meilleurs que ceux obtenus avec les autres approches. Nous obtenons de belles décroissances de la traînée et de la densité d'énergie cinétique. L'approche  $LQR_1$  produit également une belle décroissance de la densité d'énergie cinétique mais la minimisation (indirecte) de la traînée n'est pas satisfaisante. Les méthodes basées sur la minimisation du frottement pariétal ( $P$  et  $LQR_2$ ) conduisent à de moins bons résultats que les méthodes  $PVS$  et  $LQR_1$ . Notons également qu'exceptée notre approche la décroissance de la traînée vers 0 est très lente.

Cependant, les signaux d'entrée générés par les méthodes  $P$  et  $LQR_2$  sont très petits vis-à-vis de ceux obtenus avec les méthodes  $PVS$  and  $LQR_1$  (voir Fig. 5). En ajustant la matrice  $\mathbf{R}$  impliquée dans la méthode  $LQR_2$  ou le gain de la méthode  $P$  de meilleurs résultats devraient être obtenus. En fait, il n'en est rien comme le montrent les résultats rapportés sur la figure 6. En particulier la densité d'énergie cinétique commence à osciller (voir Fig. 6b).

La figure 7 décrit la densité d'énergie cinétique pour différentes valeurs de  $\lambda$ . Comme le lecteur peut le constater, les résultats obtenus ne dépendent pas en pratique de cette valeur. Nous obtenons donc le résultat très intéressant suivant : la façon de réduire la traînée n'influence pas la façon de réduire la densité d'énergie cinétique.

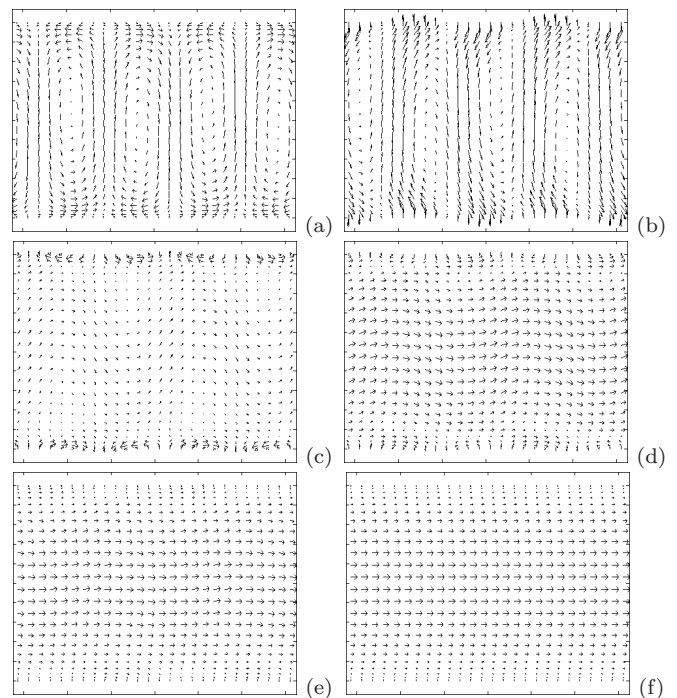


FIG. 3. Champs de vitesse en fonction du temps. (a) l'écoulement devient turbulent suite à une perturbation initiale; (b) première itération de la loi de commande; (c) et (d) itérations intermédiaires; (e) l'écoulement commence à se stabiliser; (f) la loi de commande a convergé, l'écoulement est laminaire mais en état instable.

## 5. CONCLUSION

Nous avons montré dans cet article qu'il était tout à fait possible de minimiser simultanément la traînée et la densité d'énergie cinétique de l'écoulement plan de Poiseuille 2D en régime instable. Pour ce faire, une approche d'asservissement visuel partitionné a été employée. De plus, nous avons montré que la dynamique de minimisation de la traînée n'influait pas celle de minimisation de la densité d'énergie cinétique.

## RÉFÉRENCES

- Aamo, O., Krstic, M., et Bewley, T. (2003). Control of mixing by boundary feedback in 2d channel flow. *Automatica*, (39), 1597–1606.
- Bewley, T. et Liu, S. (1998). Optimal and robust control and estimation of linear paths to transition. *Journal of Fluid Mechanics*, 365, 305–349.
- Bewley, T., Choi, H., Temam, T., et Moin, P. (1993). Optimal feedback control of turbulent channel flow. Annual research briefs.
- Bonin-Font, F., Ortiz, A., et Oliver, G. (2008). Visual navigation for mobile robots : a survey. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 53(3), 263–296.
- Cattafesta, L. et Sheplak, M. (2011). Actuators for active flow control. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1), 247–272.
- Chaumette, F. et Hutchinson, S. (2006). Visual servo control, Part I : Basic approaches. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13(4), 82–90.

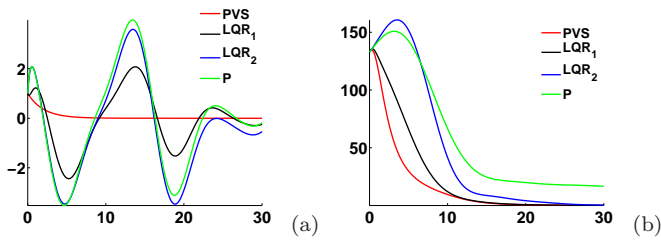


FIG. 4. (a) Trainée en fonction du temps; (b) densité d'énergie cinétique en fonction du temps (axe des abscisses en seconde).

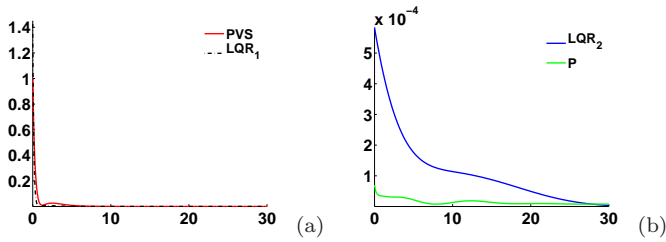


FIG. 5. Norme du signal de commande  $u(t)$  en fonction du temps (axe des abscisses en seconde). (a) Méthodes PVS et LQR<sub>1</sub>; (a) Méthodes LQR<sub>2</sub> et P.

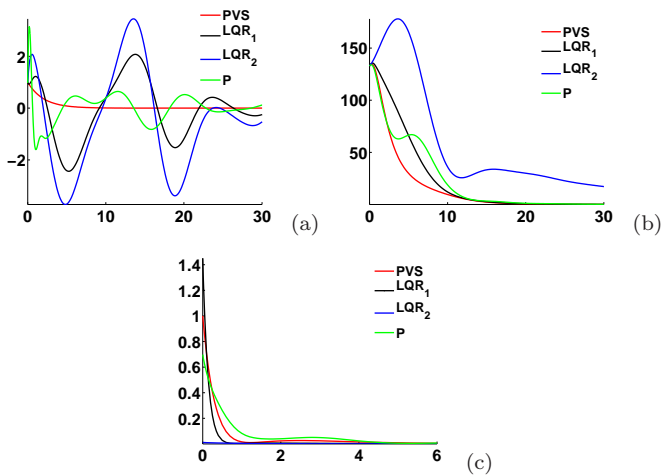


FIG. 6. (a) Trainée en fonction du temps; (b) densité d'énergie cinétique en fonction du temps (c) Norme du signal de commande  $u(t)$  en fonction du temps (axe des abscisses en seconde).

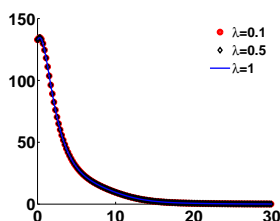


FIG. 7. Comportement de la densité d'énergie cinétique pour différentes valeurs de  $\lambda$  (axe des abscisses en seconde).

Chaumette, F. et Hutchinson, S. (2007). Visual servo control, Part II : Advanced approaches. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 14(1), 109–118.

Corke, P. et Hutchinson, S. (2001). A new partitioned approach to image-based visual servo control. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 17(4), 507–515.

Cortelezzi, L., Lee, K., Kim, J., et Speyer, J. (1998). Skin-friction drag reduction via robust reduced-order linear feedback control. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 11, 79–92.

Espiau, B., Chaumette, F., et Rives, P. (1992). A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 8(3), 313–326.

Flaig, A. (2008). Eco-efficient by design. In *Challenges for aerodynamics engineers for future aircraft design, 8th World Congress on Computational Mechanics*. Venice, Italy.

Greenblatt, D. et Wagnanski, I. (2000). The control of flow separation by periodic excitation. *Prog. Aero. Sci*, 36(7), 487–545.

Heitz, D., Mémin, E., et Schnörr, C. (2010). Variational fluid flow measurements from image sequences : synopsis and perspectives. *Exp. Fluids*, 48(3), 369–393.

Joshi, S., Speyer, J., et Kim, J. (1997). A system theory approach to the feedback stabilization of infinitesimal and finite amplitude disturbances in plane Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 332, 157–184.

Joshi, S., Speyer, J., et Kim, J. (1999). Finite dimensional optimal control of poiseuille flow. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(2), 340–348.

Kim, J. (2003). Control of turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 15(5), 1093–1105.

Lee, K.H., Cortelezzi, L., Kim, J., et Speyer, J.L. (2001). Application of robust reduced-order controller to turbulent flows for drag reduction. *Physics of Fluids*, 13(5), 1321–1330.

McKernan, J. (2006). *Control of plane Poiseuille flow : a theoretical and computational investigation*. Thèse de doctorat, Cranfield University.

McKernan, J., Papadakis, G., et Whidborne, J. (2006). A linear state-space representation of plane poiseuille flow for control design- a tutorial. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 1(4), 272–280.

McKernan, J., Whidborne, J., et Papadakis, G. (2007). Linear quadratic control of plane poiseuille flow - the transient behaviour. *International Journal of Control*, 80(12), 1912–1930.

Orszag, S. (1971). Accurate solution of the Orr-Sommerfeld stability equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 50(4), 689–703.

Protas, B. et Wesfreid, J. (2002). Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the laminar regime. *Physics of Fluids*, 14(2), 810–826.

Tatsambon Fomena, R. et Collewet, C. (2011a). Fluid flows control using visual servoing. In *18th IFAC World Congress*. Milan, Italy.

Tatsambon Fomena, R. et Collewet, C. (2011b). Vision-based control of 2d plane poiseuille flow. In *7th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena, TSFP-7*. Ottawa, Canada.