

**Modélisation bidimensionnelle d'un problème de
réaction-diffusion anisotrope hétérogène en couche
mince appliquée à la cardiologie**

Simon Labarthe, Yves Coudière, Jacques Henry

► **To cite this version:**

Simon Labarthe, Yves Coudière, Jacques Henry. Modélisation bidimensionnelle d'un problème de réaction-diffusion anisotrope hétérogène en couche mince appliquée à la cardiologie. CANUM - 2012, May 2012, Super-Besse, France. hal-00785621

HAL Id: hal-00785621

<https://hal.inria.fr/hal-00785621>

Submitted on 6 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation bidimensionnelle d'un problème de réaction-diffusion anisotrope hétérogène en couche mince appliqué à la cardiologie.

Simon LABARTHE, Université Bordeaux Segalen, IMB UMR 5251, INRIA Carmen

Yves COUDIÈRE, Université de Nantes, IMB UMR 5251, INRIA Carmen

Jacques HENRY, INRIA Carmen, IMB UMR 5251

Mostafa BENDAHMANE, Université Bordeaux Segalen, IMB UMR 5251, INRIA Carmen

Mots-clés : réaction-diffusion, cardiologie

La modélisation mathématique de l'activité électrique du coeur présente un grand intérêt médical, par exemple pour mieux comprendre les arythmies auriculaires. La propagation des potentiels d'action à l'échelle du tissu cardiaque est obtenue par la résolution d'une équation de réaction-diffusion décrivant les échanges ioniques entre les milieux intra et extra-cellulaires, l'équation bidomaine, ou sa forme simplifiée, l'équation monodomaine. La forte anisotropie du tissu cardiaque, organisé en fibres et en couches, est prise en compte par le tenseur de diffusion alors que l'activité électrophysiologique de la membrane des cellules du myocarde est décrite par le terme de réaction.

Dans l'oreillette et les veines pulmonaires, le tissu cardiaque est très fin : résoudre l'équation bidomaine sur une variété représentant la surface moyenne de l'oreillette réduit fortement le coût numérique. Après adimensionnement et moyennant une hypothèse sur l'épaisseur du tissu auriculaire, une analyse asymptotique permet de dériver le modèle surfacique correspondant. Il s'agit alors de résoudre l'équation bidomaine bidimensionnelle classique, en prenant pour tenseur de diffusion la moyenne dans l'épaisseur du tenseur de diffusion tridimensionnel. La variation des potentiels d'action dans l'épaisseur du tissu peut être décrite par un terme correcteur.

En complément, des descriptions fines du tissu des veines pulmonaires et de certaines zones de l'oreillette montrent une forte hétérogénéité du tenseur de diffusion dans l'épaisseur du tissu, pouvant aller jusqu'à une discontinuité entre deux zones de direction d'anisotropie différentes. Une modélisation tridimensionnelle de cette dernière configuration géométrique montre une propagation complexe en croix, alors que le modèle bidimensionnel habituel décrit une propagation isotrope, si les directions d'anisotropie dans chaque couche sont orthogonales. Moyenner les tenseurs de diffusion hétérogènes tend dans le cas bidimensionnel à gommer l'anisotropie, alors que dans le cas tridimensionnel, le terme de réaction, qui est prépondérant, permet de conserver les directions d'anisotropie.

Nous proposons alors un système d'équations de réaction-diffusion définies sur une variété, qui permet de conserver les avantages numériques de la modélisation surfacique tout en conservant les propagations complexes de la modélisation tridimensionnelle. Ce système autorise une variation dans l'épaisseur du terme de réaction qui, du fait de sa prépondérance, engendre une différence de potentiel dans l'épaisseur du tissu, et une dynamique plus complexe dans les zones de discontinuité de l'anisotropie.

Nous démontrons la convergence de la moyenne dans l'épaisseur de la solution du problème tridimensionnel vers la solution du système d'équations bidimensionnelles. Nous en déduisons des critères de comparaison des solutions bi et tridimensionnelles. Nous évaluons enfin numériquement la robustesse de ce modèle lorsque l'épaisseur de la couche augmente.

Références

- [1] J.L.LIONS, *Perturbations Singulières dans les Problèmes aux limites et en Contrôle Optimal*, Springer-Verlag, 1973.

Simon LABARTHE, INRIA, 351 cours de la Libération, 33405 Talence
simon.labarthe@inria.fr

Yves COUDIÈRE, INRIA, 351 cours de la Libération, 33405 Talence
yves.coudiere@inria.fr

Jacques HENRY, INRIA, 351 cours de la Libération, 33405 Talence
jacques.henry@inria.fr

Mostafa BENDAHMANE, IMB, Université Bordeaux Segalen, Place de la Victoire, 33076 Bordeaux
mostafa.bendahmane@u-bordeaux2.fr