Représentation alternative des canaux à relais gaussiens à travers un noeud virtuel

Paul Ferrand, Jean-Marie Gorce, Claire Goursaud

▶ **To cite this version:**

Paul Ferrand, Jean-Marie Gorce, Claire Goursaud. Représentation alternative des canaux à relais gaussiens à travers un noeud virtuel. Gretsi - 24eme Colloque Gretsi, Sep 2013, Brest, France. hal-00923657

HAL Id: hal-00923657
https://inria.hal.science/hal-00923657

Submitted on 3 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Représentation alternative des canaux à relais gaussiens à travers un noeud virtuel

Paul FERRAND, Jean-Marie GORCE, Claire GOURSAUD

Centre d'Innovation en Télécommunications et Intégration de services
6 avenue des Arts, 69621 Villeurbanne CEDEX, France
prenom.nom@insa-lyon.fr

Résumé – Dans cette communication, nous montrons que sous une contrainte de puissance globale à répartir entre les noeuds, les bornes supérieures et inférieures *decode-and-forward* de la capacité d'un canal à relais *cohérent* sont les mêmes que celle d'un canal à relais *non-cohérent* équivalent. Cette relation d'équivalence existe pour les modèles *full-duplex* et *half-duplex*, où le relais ne peut écouter et transmettre simultanément. L'expression des bornes de capacité étant grandement simplifiée, il est possible en utilisant ce résultat d'extraire très simplement une répartition de puissance optimale sous forme analytique. Cette allocation nous amène à identifier un critère de sélection de relais original, dont nous évaluons les performances en le comparant à ceux utilisés dans la littérature.

Abstract – In this communication we show that the bounds on the capacity of *coherent* relay channels are the same as those of a *non-coherent* and *equivalent* relay channel, when a global power constraint is considered. This equivalence exists in both the *half-* and *full-* duplex models of relay channels. Using this equivalence greatly simplifies the formulation of capacity bounds on relay channels, and allows for simple resource allocation results. The mathematical expression of the optimal resource allocation reveals a relay selection criterion, whose performance is evaluated with respect to other criterions studied in the literature.

1 Introduction

Le canal à relais est, dans sa forme classique, un modèle possédant une source et une destination, où la source communique vers la destination avec l'aide potentielle d'un autre noeud, le relais, qui ne possède pas d'information personnelle et dont le seul rôle est donc d'aider la source. La plupart des résultats connus aujourd'hui sur le canal à relais découlent de l'article fondateur de Cover et El Gamal [1], qui caractérise la borne supérieure de capacité du canal, ainsi que les régions de capacité atteignables connues aujourd'hui sous le nom de *decode-and-forward* (DF) et *compress-and-forward* (CF). Dans des travaux plus récents [2], El Gamal *et al.* ont donné une forme analytique des bornes de [1] sur la capacité du canal à relais gaussien *full-duplex*, lorsque les noeuds sont soumis à une contrainte de puissance locale. Ng et Goldsmith ont étudié la répartition de puissance globale dans les canaux à relais dans [3] pour un cas particulier où le relai est très proche de la source ou de la destination. Les noeuds sans-fils ne pouvant pas à l'heure actuelle émettre et recevoir simultanément, un modèle adapté devra prendre en compte la contrainte *half-duplex* au niveau du relais. Cette adaptation a été traitée par Khojastepour *et al.*[4], qui dérivent la borne supérieure et la borne inférieure DF pour le canal à relais gaussien. Host-Madsen et Zhang [5] fournissent pour ce cas un algorithme itératif d'allocation de ressources maximisant la capacité ergodique, lorsque le canal à relais est soumis à des évanouissements.

Dans cette communication, nous présentons une transformation de l'expression des bornes de capacité du canal à relais sous une contrainte de puissance globale. Cette transformation permet de traiter un modèle de canal à relais simplifié *équivalent*, et d'obtenir une expression de la capacité sous forme analytique, généralisant ainsi les travaux de [3]. Cette expression fait en particulier apparaitre un critère optimal de sélection de relais. Il est à noter que l'expression apparaît dans les manipulations mathématiques de [5], où les auteurs n'identifient cependant pas l'équivalence entre deux modèles de canaux et l'application de cette équivalence à la sélection de relais. Nous évaluons l'application de ce critère de choix de relais en le comparant aux critères couramment considérés dans la littérature (voir [6, 7, 8] et références).

2 Modèle et hypothèses

Nous considérons canal à relais classique [1] suivant un modèle de transmission AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), tel que représenté sur la figure 1 pour le cas *full-duplex*. Les bruits blancs Z_R et Z appliqués aux signaux reçus par le relais et la destination respectivement sont indépendants.

On suppose que la source et le relais émettent des symboles complexes à puissance P_1 et P_2 respectivement Le signal reçu par le relais s'écrit donc $Y_2 = h_2X_1 + Z_R$ et pour la destination $Y_3 = h_1X_1 + h_3X_2 + Z$. Afin de simplifier les expressions nous écrirons également $g_i = |h_i|^2$ et nous normalisons les puissance d'émission par rapport au bruit blanc en réception

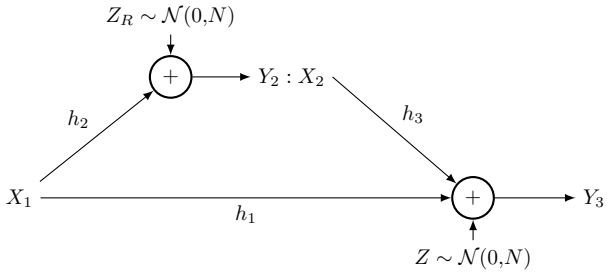

FIG. 1 – *Canal à relais gaussien*

N, tel que $\bar{P}_1 = P_1/N$ et $\bar{P}_2 = P_2/N$. La borne supérieure de la capacité s'écrit dans ce cas [1, 9] :

$$\max_{\rho\in[-1,1]} \min\left\{\log\left(1 + g_1\bar{P}_1 + g_3\bar{P}_2 + 2\rho\sqrt{g_1g_3\bar{P}_1\bar{P}_2}\right) \log\left(1 + (g_1+g_2)(1-\rho^2)\bar{P}_1\right)\right\} \tag{1}$$

Ici, ρ est le facteur de corrélation entre les symboles émis par la source et le relai, représentant le gain potentiel qu'on la source et le relais à émettre un signal choisi en commun et synchronisé à la destination.

3 Canal équivalent et noeud virtuel

Nous montrons maintenant qu'il est possible de construire un canal à relais *équivalent*, pour lequel $\rho = 0$ mais dont la borne supérieure de capacité est égale à (1). On suppose que le noeud source sépare sa puissance en deux parties $\bar{P}_{1,1} = (1-\rho^2)\bar{P}_1$ et $\bar{P}_{1,2} = \rho^2\bar{P}_1$. Il est alors possible d'écrire (1) sous la forme suivante :

$$\max_{\bar{P}_{1,1}+\bar{P}_{1,2}=\bar{P}_1} \min\left\{\log\left(1 + (g_1+g_2)\,\bar{P}_{1,1}\right), \log\left(1 + g_1\bar{P}_{1,1} + \left(\sqrt{g_1\bar{P}_{1,2}} + \sqrt{g_3\bar{P}_2}\right)^2\right)\right\} \tag{2}$$

On peut voir que la coupe d'accès multiples du canal à relais *full-duplex* cohérent se comporte comme un canal non-cohérent où la source émet un flux d'information à puissance $\bar{P}_{1,1}$, et un flux d'information purement corrélée avec le noeud relais à puissances $\bar{P}_{1,2}$ et $\bar{P}_2$. Ce flux d'information corrélée prend la forme d'un canal MISO (Multiple Input Single Output) depuis une source virtuelle représentant la coopération entre la source et le relais (Fig.2). Si l'on note $\bar{P}_{\rm eq} = \bar{P}_{1,2} + \bar{P}_2$ la puissance allouée à la transmission de cette source virtuelle, alors on sait écrire l'allocation optimale de puissance $(\bar{P}^*_{1,2}, \bar{P}^*_2)$ qui maximise la capacité du canal MISO [10] et l'on obtient :

$$\min\left\{\log\left(1 + g_1\bar{P}_{1,1} + (g_1+g_3)\bar{P}_{\rm eq}\right), \log\left(1 + (g_1+g_2)\,\bar{P}_{1,1}\right)\right\} \tag{3}$$

Cette expression est similaire à celle du canal à relais *full-duplex* non cohérent – $\rho = 0$ dans l'équation (1), où le canal relais→ destination a pour coefficient d'affaiblissement $\hat{g} = g_1 + g_3$. L'allocation de ressource à partir de l'équation (3) est grandement simplifiée, et en optimisant sous la contrainte $\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{\rm eq} = \bar{P}_{\rm tot}$, on obtient l'expression suivante pour la borne supérieure de la capacité du canal à relais :

$$C \le \log\left(1 + \frac{(g_1+g_2)(g_1+g_3)}{g_1+g_2+g_3}\bar{P}_{\rm tot}\right) \tag{4}$$

Comme on peut le voir sur l'expression suivante, la borne inférieure DF a une forme mathématiquement similaire à celle de la borne supérieure [1] :

$$\max_{\rho\in[-1,1]} \min\left\{\log\left(1 + g_1(1-\rho^2)\bar{P}_1\right) \log\left(1 + g_1\bar{P}_1 + g_3\bar{P}_2 + 2\rho\sqrt{g_1g_3\bar{P}_1\bar{P}_2}\right)\right\} \tag{5}$$

En procédant de la même manière que pour la borne supérieure, on obtient l'expression d'une borne DF sur le même canal équivalent :

$$\min\left\{\log(1 + g_1\bar{P}_{1,1}), \log\left(1 + g_1P_{1,1} + \hat{g}\bar{P}_{\rm eq}\right)\right\} \tag{6}$$

Dans ce cas, une allocation de puissance optimale sous la contrainte $\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{\rm eq} = \bar{P}_{\rm tot}$ nous donne :

$$C \ge \log\left(1 + \frac{g_2(g_1+g_3)}{g_2+g_3}\bar{P}_{\rm tot}\right) \tag{7}$$

Dans le cas d'un canal à relais *half-duplex*, où le relais ne peut émettre et recevoir de manière simultanée, on peut identifier de la même manière la présence du noeud virtuel dans les expressions de la borne supérieure et des bornes inférieures. Ensuite, en procédant à une approximation à haut et bas rapport signal-sur-bruit, il est possible de dériver l'allocation de ressource optimale pour ces régimes, dont les expressions font apparaitre dans les deux cas les mêmes coefficients du canal équivalent que pour le canal à relais *full-duplex*. Pour des contraintes de taille néanmoins, nous ne pouvons intégrer la dérivation dans cette communication, et nous référons les lecteurs au rapport de recherche [11].

4 Sélection de relais

Des expressions (4) et (7), nous remarquons que les bornes de capacité dépendent d'une combinaison spéciale des états instantanés des canaux. Cette expression se retrouve dans les

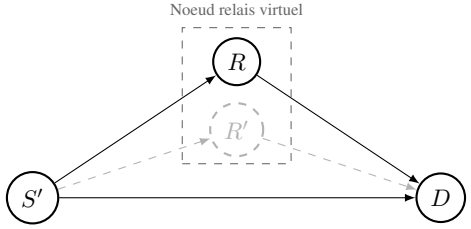

FIG. 2 – *Représentation schématique du canal à relais équivalent.*

allocations de puissance optimales pour les canaux à relais *half-duplex* [11], et fournissent en conséquence un critère de sélection de relais optimal si l'on vise à maximiser la capacité pour une puissance totale a répartir sur le réseau, ou de manière équivalente à minimiser l'énergie nécessaire pour atteindre une capacité fixée. Ce critère diffère de ceux habituellement traités dans la littérature, en particulier le minimum des deux coefficients g_2 et g_3 ([7] et réf.) et la moyenne harmonique entre g_2 et g_3 ([8, 6] et réf.). En considérant un noeud source S désirant communiquer avec un noeud destination D avec l'aide d'un relai parmi N possibles numérotés de 1 à N, le critère de choix proposé ici et maximisant le débit atteignable par un protocole de type *decode-and-forward* (7) est :

$$\underset{i\in[1,\ldots,N]}{\arg\max} \frac{g_{S,i}(g_{S,D}+g_{i,D})}{g_{S,i}+g_{i,D}} \tag{8}$$

Les coefficients $g_{a,b}$ représentent les coefficients d'affaiblissement entre les noeuds a et b avec a,$b \in \{S,1,\ldots,N,D\}$. L'expression de ce critère ressemble à une moyenne harmonique, mais prend en compte la qualité du lien $S \rightarrow D$ dans le choix du relai ce qui n'est pas le cas dans les critères de la littérature, ces derniers se basant sur des expressions de probabilité de coupure de la capacité, ou de capacité des canaux à relais utilisant des protocoles de type *amplify-and-forward*.

Pour comparer les performances relative de notre critère de sélection par rapport à ceux de la littérature, nous les appliquons à un BAN (*Body Area Network*) pour lequel nous disposons de mesures relevées en situation réelle [12]. Cette campagne de mesure est totalement maillée, ce qui signifie que les affaiblissements de l'ensemble des liens du réseau ont été relevés de manière simultanément à chaque instant de mesure.

Nous proposons pour cette évaluation un protocole simple (Fig.3) où les noeuds propagent une partie des états de canaux qu'ils mesurent, et où la source possède un mauvais canal vers la destination et doit choisir un relais parmi deux à chaque transmission. A chaque période globale de transmission, le noeud destination émet un entête de synchronisation (*beacon*) contenant en particulier l'état des canaux tels qu'ils ont pu être relevés lors de la transmission précédente. Le noeud relais potentiel ayant eu la meilleure qualité de transmission émet en premier, et retransmet le *beacon* pour s'assurer de sa réception par le noeud source. Le second relais fait de même à sa suite.

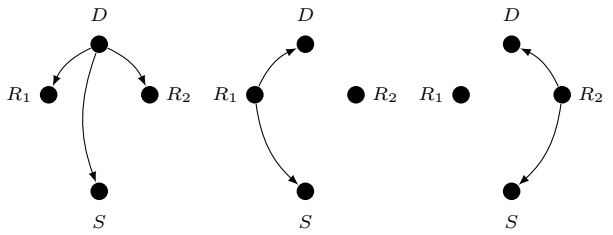

FIG. 3 – *Propagation de la connaissance des canaux et ordonnancement des transmissions pour le protocole de sélection de relais à l'essai dans cette section.*

Au moment de transmettre, le noeud source dispose donc de potentiellement de toutes les informations nécessaires quant à l'état du réseau pour sélectionner un relayage et une allocation de puissance, mais ces informations peuvent être légèrement inexactes. En particulier, le noeud source ne dispose pas des valeurs de $g_{S,1}$ et $g_{S,2}$ mais des valeurs réciproques $g_{1,S}$ et $g_{2,S}$. De même, il dispose de la valeur $g_{S,D}$ de la période d'émission précédente, ou de la valeur $g_{D,S}$ de la période actuelle. Nous sommes donc en mesure de comparer les performances des différents critères de sélection de relais, mais également leur résistance aux incertitudes quant à l'état des affaiblissements sur les liens du BAN considéré ici.

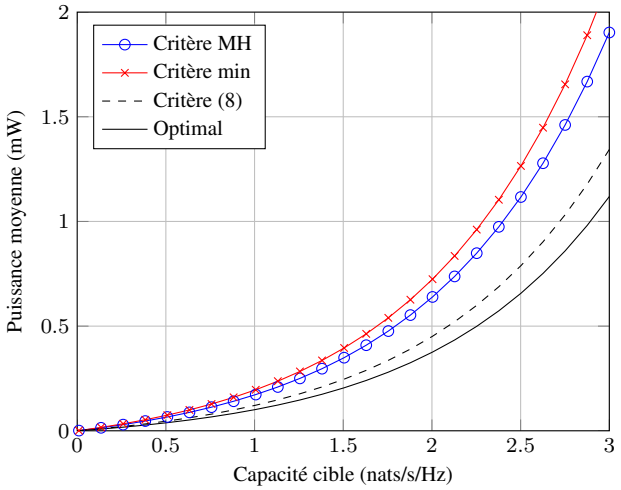

FIG. 4 – *Comparaison entre l'énergie totale consommée par le réseau pour une contrainte de capacité à respecter, selon que la source utilise le critère de sélection de relais proposé dans cette communication, le minimum entre les coefficients $g_{S,i}$ et $g_{i,D}$ ou leur moyenne harmonique.*

La figure 4 retranscrit ces résultats pour un jeu de mesures, qui confirme que pour une métrique de capacité, le critère (8) apporte un gain de performance important. Par apport à un choix de relais "optimal" où le relais et l'allocation de puissance sont choisis par un décideur omniscient, le critère (8) rayonne une puissance totale 20% supérieure. En contrepartie, un critère basé sur la moyenne harmonique augmente la puissance rayonnée de 70% par rapport au choix optimal, et le critère $\min$ augmente lui la puissance rayonnée de 90%. Sur le jeu de mesures dont les résultats sont présenté ici, le critère (8) s'est montré également beaucoup plus stable que les critères de la littérature, en ne procédant à un changement dans le choix du relais que dans 17% des transmissions, contre 20% pour la moyenne harmonique et 22% pour le critère $\min$, ce qui correspond à une réduction de l'alternance entre les relais de 15% et 23% respectivement. Toutes les mesures tirées de l'étude de [12] ont montré des résultats similaires à ceux observés sur la figure 4.

5 Conclusions

Dans cette communication, nous avons présenté une simplification des bornes de capacité du canal à relais cohérent. Les nouvelles expressions correspondent aux bornes de capacité d'un canal à relais *non-cohérent* dont l'analyse est plus aisée. Nous avons en particulier pu déterminer l'allocation optimale d'une puissance totale entre la source et le relais. L'expression des bornes de capacité en utilisant cette allocation de ressources font apparaitre un critère original de choix de relais, qui est optimal pour les problèmes visant à maximiser la capacité sous une contrainte de puissance totale donnée, ou diminuer la puissance rayonnée nécessaire pour atteindre une capacité fixée a priori. Nous avons pu valider les performances de ce critère de sélection par rapport à ceux présents dans la littérature en utilisant des mesures réalistes comme vecteurs de tests.

Il serait intéressant de procéder à des tests en situation réelle, afin d'évaluer comment se comportent les critères de sélection présentés ici en pratique. Les jeux de mesures ont fait ressortir que le critère (8) procédait à moins de changement de relais, entre autres en prenant en compte la qualité du lien source vers destination. Son optimalité est néanmoins prouvée uniquement dans le cas où l'on considère la capacité du canal à relais, et une mise en condition sur des équipements physique permettrait d'observer si le critère apporte des gains sur les autres métriques de performance usuelles, comme le taux d'erreur paquet ou la probabilité de coupure de la capacité.

Une seconde condition d'optimalité du critère en pratique est que la source *et* le relais doivent connaitre l'état des liens de l'ensemble du réseau, et procèdent conjointement à une répartition de leurs puissances d'émission. En pratique, si l'état des liens n'est pas connu avec exactitude, cela peut amener les noeuds à surestimer la qualité d'un des liens et à réduire la puissance allouée à la transmission, ce qui entraîne le réseau en situation de coupure. Plusieurs travaux traitent déjà de la minimisation de la probabilité de coupure dans les canaux à relais et proposent des critères de sélection en utilisant des approximations asymptotiques [13], et sur les allocations de puissance asymptotiquement optimales [14], mais sans grouper ces deux approches. Il serait également intéressant de borner l'effet de l'incertitude quand à l'état des liens dans les expressions de capacité (1) et (7) et observer l'impact de l'incertitude sur l'expression du critère de sélection.

Références

[1] T. Cover and A. El Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 572 – 584, sep 1979.

[2] A. El Gamal, M. Mohseni, and S. Zahedi, "Bounds on capacity and minimum energy-per-bit for AWGN relay channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1545 –1561, april 2006.

[3] C. T. K. Ng and A. Goldsmith, "The impact of CSI and power allocation on relay channel capacity and cooperation strategies," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5380–5389, 2008.

[4] M. Khojastepour, A. Sabharwal, and B. Aazhang, "Bounds on achievable rates for general multi-terminal networks with practical constraints," in *Proc. Int. Conf. Information Processing Sensor Networks*, 2003, pp. 146–161.

[5] A. Host-Madsen and J. Zhang, "Capacity bounds and power allocation for wireless relay channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 6, pp. 2020 –2040, june 2005.

[6] A. S. Ibrahim, A. K. Sadek, W. Su, and K. J. R. Liu, "Cooperative communications with relay-selection: when to cooperate and whom to cooperate with?" *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 7, pp. 2814–2827, 2008.

[7] A. Bletsas, Hyundong Shin, and M. Z. Win, "Cooperative Communications with Outage-Optimal Opportunistic Relaying," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 9, pp. 3450–3460, 2007.

[8] D. S. Michalopoulos, A. S. Lioumpas, G. K. Karagiannidis, and R. Schober, "Selective Cooperative Relaying over Time-Varying Channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 8, pp. 2402–2412, 2010.

[9] G. Kramer, M. Gastpar, and P. Gupta, "Cooperative Strategies and Capacity Theorems for Relay Networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 9, pp. 3037 – 3063, sept. 2005.

[10] J. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*, 5th ed. McGraw-Hill, 2008.

[11] P. Ferrand, J.-M. Gorce, and C. Goursaud, "Power allocation in relay channels under a global power constraint using virtual nodes," INRIA, Research report, 2013. [Online]. Available: http://hal.inria.fr/hal-00833809

[12] M. Lauzier, P. Ferrand, A. Fraboulet, H. Parvery, and J.-M. Gorce, "Full mesh channel measurements on body area networks under walking scenarios," in *Proc. European Conf. Antennas Propagation*, 2013.

[13] X. Chen, T. wai Siu, Q. F. Zhou, and F. C. M. Lau, "High-snr analysis of opportunistic relaying based on the maximum harmonic mean selection criterion," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 17, no. 8, pp. 719–722, 2010.

[14] R. Annavajjala, P. C. Cosman, and L. B. Milstein, "Statistical channel knowledge-based optimum power allocation for relaying protocols in the high SNR regime," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 25, pp. 292–305, 2007.