

# Modélisation multi-niveaux des problèmes d'affectation et d'appariement

Antoine Nongaillard, Sébastien Picault

► **To cite this version:**

Antoine Nongaillard, Sébastien Picault. Modélisation multi-niveaux des problèmes d'affectation et d'appariement. Fabien Michel et Julien Saunier. 24e Journées Francophones sur les Systèmes Multi-Agents (JFSMA'16), Oct 2016, Rouen, France. Cépaduès, pp.75-84, 2016, Systèmes multi-agents et simulation. <hal-01378571>

**HAL Id: hal-01378571**

**<https://hal.inria.fr/hal-01378571>**

Submitted on 10 Oct 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation multi-niveaux des problèmes d'affectation et d'appariement

Antoine Nongaillard  
antoine.nongaillard@univ-lille.fr

Sébastien Picault  
sebastien.picault@univ-lille.fr

Univ. Lille, CNRS, Centrale Lille, UMR 9189 – CRISTAL (équipe SMAC)  
Centre de Recherche en Informatique Signal et Automatique de Lille, F-59000 Lille, France

## Résumé

*Les problèmes d'appariement ou d'affectation ont depuis quelques années fait l'objet de modélisation multi-agents variées. Celles-ci visent notamment à renforcer le caractère privé des préférences ou des contraintes de chaque individu, et facilitant la distribution des méthodes de résolution. Néanmoins, cette agentification des problèmes ainsi abordés nous semble rester en deçà des possibilités offertes par une modélisation multi-agents, en s'appuyant peu sur la structure organisationnelle dont on peut doter un SMA. Dans cet article, nous proposons au contraire de partir de la capacité des SMA multi-niveaux à représenter des points de vue intermédiaires entre l'individu et le collectif, pour exprimer dans un formalisme homogène des problèmes d'appariement ou d'affectation variés. Nous montrons comment cette modélisation permet de choisir des métriques pertinentes pour évaluer le bien-être de groupes d'agents et leur permettre de construire des solutions qui améliorent le bien-être global sans divulguer toutes leurs informations individuelles. Enfin, nous esquissons des principes généraux pour la construction de solveurs distribués pour ce type de modélisation.*

**Mots-clés :** *théorie du choix social, modélisation multi-niveaux, problèmes d'appariement et d'affectation*

## Abstract

*In recent years, assignment or matching problems have been addressed by various multi-agent methods, aimed at enhancing privacy in preferences and constraints for individuals, and at facilitating the distribution of solving. Nevertheless, the agentification of those problems do not fully benefit from the potential of a multi-agent modeling, since they little rely on the organizational structure provided by MAS. In this paper, we rather start from the intrinsic ability multilevel MAS to represent intermediate points of view between the individual and the collective levels, to express matching or assignment problems in a homogeneous formalism. This mo-*

*del allows to define relevant metrics to assess the satisfaction of agent groups and allow them to build solutions that improve the overall well-being without disclosing all their individual information. Finally, we outline the general principles for distributed solvers built for this type of modeling.*

**Keywords:** *Social Choice Theory, Multi-Level Modeling, Assignment and Matching Problems*

## 1 Introduction

Les problèmes d'affectation de ressources et d'appariement constituent deux grandes familles génériques de problèmes, qui ont fait l'objet d'études approfondies par des méthodes variées, tant du point de vue de leur modélisation que de leur résolution. Ils ont en outre fait l'objet de déclinaisons extrêmement spécifiques pour répondre à des contextes d'application nombreux et hétérogènes, entraînant de fait un foisonnement d'algorithmes qui rivalisent d'efficacité face à des instances de plus en plus complexes.

Dans cet article, nous proposons une modélisation multi-niveaux de ces problèmes. Nous faisons l'hypothèse que tout élément du système à modéliser est représenté par un agent, et que chacun dispose d'une fonction lui permettant de calculer sa satisfaction individuelle à partir de son environnement, ses contraintes propres et des agents sous-jacents, permettant l'explicitation des objectifs et des contraintes de chaque élément du système. Nous posons les principes d'une méthode de résolution distribuée basée la satisfaction de chaque agent vis-à-vis de ses contraintes propres, et autorisant également une certaine confidentialité des informations.

L'article est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous rappelons la définition des problèmes d'affectation et d'appariement et nous discutons des méthodes de modélisation et de résolution les plus classiques. Nous montrons

les limites de leur expressivité et nous présentons notre contribution. Nous exposons ensuite la façon dont nous avons construit un modèle de mesure de bien-être multi-niveaux qui prend intrinsèquement en compte ces aspects. Nous esquissons ensuite les principes d'algorithmes de résolution. Avant de conclure, nous discutons de manière approfondie des avantages et limitations de notre approche ainsi que des questions qui restent en suspens à ce stade et appellent des travaux ultérieurs.

## 2 Positionnement et contribution

### 2.1 Les approches classiques centralisées

Rappelons qu'un problème d'affectation de ressources consiste à déterminer une distribution d'un ensemble de ressources sur un ensemble d'individus, en cherchant à optimiser un objectif basé sur l'agrégation de mesures individuelles. Un problème d'appariement consiste à former des groupes d'individus en optimisant un objectif basé sur l'agrégation des évaluations formulées par chaque individu à l'égard des autres membres de leur groupe. Bien que ces deux familles présentent des similarités, elles sont toujours abordées comme étant de nature distincte, en particulier en raison de la possibilité ou non pour les « ressources » d'exprimer des préférences vis-à-vis des autres membres de leur groupe. Elles sont de ce fait résolues par des familles d'algorithmes propre à chacune, voire à chaque sous-problème spécifique.

Ces familles peuvent être modélisées à travers divers paradigmes, parmi lesquels les problèmes de satisfaction de contraintes (CSP), l'optimisation multi-objectifs (qui vise à trouver des solutions de compromis entre divers objectifs potentiellement contradictoires), ou l'optimisation multi-critères (qui cherche à optimiser une métrique composite).

En termes de résolution, les méthodes les plus courantes sont centralisées et à information complète, c'est-à-dire que toutes les préférences ou contraintes sont publiques et manipulées par un solveur global. Parmi les algorithmes les plus connus en la matière, on peut citer bien évidemment l'algorithme hongrois pour l'affectation de ressources [7] et l'algorithme de Gale-Shapley pour l'appariement [6].

Ces méthodes s'attachent en général à identifier les solutions optimales en valeur absolue, en faisant l'hypothèse forte d'une information

complète et publique. Les mécanismes permettant d'atteindre une solution depuis un point de départ donné ne sont pas une préoccupation de ces méthodes.

### 2.2 Les approches distribuées

Depuis quelques années, ces problèmes ont également fait l'objet d'une modélisation au sein du paradigme multi-agents. D'une part peut se poser dans les SMA la problématique de l'allocation de ressources ou de tâches au sein d'une population d'agents : les SMA constituent alors simplement un domaine d'application [3, 1, 16], pour lequel il semble naturel de chercher des méthodes de résolution distribuées [8]. D'autre part, les SMA peuvent être utilisés comme cadre de résolution distribuée pour les problèmes d'allocation ou d'appariement.

Certaines de ces approches sont une simple distribution du calcul [12, 2] et ne s'intéressent donc pas à proprement parler aux *comportements* à donner aux agents pour atteindre une solution, mais plutôt à un protocole à mettre en place (par exemple sous une hypothèse de rationalité individuelle) ainsi qu'à la caractérisation des solutions qui s'ensuivent (Pareto-optimalité, absence d'envie...).

D'autres méthodes cherchent à renforcer la privacité des préférences et des contraintes : par exemple des algorithmes distribués garantissant la confidentialité de ces informations ont été proposés par [13] pour les problèmes d'affectation et par [5] pour les problèmes d'appariement. En outre, l'approche multi-agents se prête particulièrement bien à l'explicitation du point de vue de chacun des acteurs impliqués dans la résolution. Cette modélisation plus « naturelle » facilite l'acquisition de l'expertise relative aux préférences et contraintes, et offre une ouverture vers des optimisations multi-critères ou multi-objectifs. En contrepartie se pose le problème de la mesure de satisfaction, qui ne peut être qu'individuelle (le niveau des agents) ou collective (le niveau du SMA).

Néanmoins, ces approches sont avant tout une *distribution* sous forme d'agents des préférences individuelles et de la résolution de l'affectation ou de l'appariement. Or, les SMA permettent évidemment d'aller bien au-delà de cette seule distribution en prenant en compte des aspects relationnels (par exemple sous forme de réseaux d'accointances pour spécifier quels agents peuvent négocier), comportementaux (en introduisant des stratégies variées dans le choix

des partenaires de la négociation ou des ressources à mettre en jeu, ou encore des effets de mémoire), et organisationnels (par l'introduction explicite de groupes d'agents partageant certains intérêts). La prise en compte de ces facteurs dans la formulation classique des problèmes d'affectation ou d'appariement est rare puisque cela suppose déjà une forme de distribution qui est exclue des méthodes globales ; mais elle est tout aussi rare dans les méthodes SMA.

### 2.3 Contribution

La proposition que nous présentons ici se veut une exploration de l'approche opposée, en l'occurrence pour cet article la prise en compte d'une structuration multi-niveaux du SMA pour la modélisation des problèmes d'affectation ou d'appariement. Les méta-modèles multi-niveaux [11, 14, 4, 15] ont pris une importance croissante au sein des SMA ces dernières années et, de leur cadre d'origine en simulation, ils ont essaimé vers d'autres domaines jusqu'à la résolution distribuée de contraintes [10]. Il y a donc lieu de penser qu'ils peuvent également s'appliquer à d'autres types de problèmes, notamment pour représenter des stades intermédiaires entre les « individus » et le système global.

Dans cet article, nous proposons donc une modélisation multi-niveaux de ces problèmes et posons les bases d'une méthode de résolution, qui permettent l'explicitation des objectifs et des contraintes de chaque élément du système, une résolution distribuée basée sur la satisfaction par chaque agent de ses contraintes propres, et la prise en compte d'une certaine confidentialité des informations. Nous souhaitons par notre modélisation augmenter l'étendue des contraintes et préférences qui peuvent être exprimées à chaque niveau d'organisation, via la possibilité de construire des métriques composites. Notre objectif à plus long terme est également d'explicitier des mécanismes permettant aux agents de construire un chemin entre une situation initiale et une solution aux propriétés désirables.

## 3 Modèle proposé

### 3.1 Cadre formel multi-niveaux

Dans cette section, nous présentons le cadre de modélisation multi-niveaux dans lequel nous nous plaçons. Nous considérons en particulier que toutes les entités nécessaires (« individu »,

« ressource », « groupe »...) sont représentées par des agents liés par des relations d'appartenance. Cette relation n'est pas nécessairement hiérarchique, dans la mesure par exemple où, selon les problèmes, il peut arriver qu'une ressource soit partagée par plusieurs individus ou que des personnes fassent partie de plusieurs groupes.

Ces caractéristiques nous ont portés à choisir une formalisation issue d'une version simplifiée du méta-modèle de simulation PADAWAN [14], qui a déjà fait l'objet d'une adaptation pour la résolution distribuée de contraintes dans le cadre de la généralisation cartographique [10]. Dans le contexte présent, nous pouvons considérer que lorsqu'un agent peut héberger d'autres agents, l'environnement correspondant est réduit à sa plus simple expression, à savoir un ensemble d'agents (pattern *AgentSet* tel que défini dans [9]).

Nous utiliserons donc dans la suite les définitions suivantes. L'ensemble de tous les agents est noté  $\mathbb{A}$ , et  $a_1 \sqsubset a_2$  désigne le fait que l'agent  $a_1$  est **hébergé** par l'agent  $a_2$  (ou  $a_2$  est l'hôte de  $a_1$ ). Les agents pouvant désigner aussi bien des individus que des ressources ou des groupes, la relation  $\sqsubset$  exprime les liens d'appartenance (en général  $a_1$  et  $a_2$  sont de types différents mais ça n'est pas une obligation). On autorise un agent à être hébergé simultanément par plusieurs autres agents (pour pouvoir représenter l'appartenance à des groupes multiples). La relation  $\sqsubset$  induit un *graphe d'hébergement* entre agents, orienté et qui par hypothèse doit être sans cycles (figure 1). Cette relation s'entend entre les *instances* d'agents, mais si l'on dispose de *types* (i.e. sous-ensembles de  $\mathbb{A}$ ), on peut évidemment décrire des règles d'hébergements valables entre ces types (par exemple, une *personne* peut être hébergée par une *maison* mais pas l'inverse).

On définit également les *hôtes* de  $a$  comme  $hosts(a) = \{a_i \in \mathbb{A} | a \sqsubset a_i\}$  et réciproquement  $content(a) = \{a_j \in \mathbb{A} | a_j \sqsubset a\}$  (le *contenu* de  $a$ ).

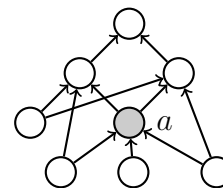


FIGURE 1 – Exemple de graphe d'hébergement entre agents. La flèche représente la relation  $\sqsubset$ .

Cette structuration du SMA par les relations d'hébergement nous amène à une modélisation particulière du bien-être des agents.

### 3.2 Modélisation du bien-être

Le point de vue que nous adoptons consiste à calquer le calcul du bien-être sur les relations d'hébergement du SMA, en décomposant le bien-être (*welfare*) d'un agent en trois facteurs pouvant s'agréger de façon variable selon le domaine, et qui représentent respectivement l'agent en tant qu'individu, en tant que voisin d'autres agents et en tant qu'hôte.

$$w(a) = f_a(\sigma(a), \mu(a), \gamma(a))$$

Cette fonction  $f_a$  peut être choisie arbitrairement en fonction de la situation à modéliser. L'absence de cycle dans le graphe d'hébergement permet un calcul cohérent des valeurs de bien-être en effectuant les calculs par *niveaux*.

**En tant qu'individu.**  $\sigma(a)$  représente la *satisfaction de l'agent a en tant qu'individu placé dans une certaine structure*. Cette valeur peut donc être calculée d'après l'état de l'agent  $a$  mais aussi en fonction des caractéristiques *perçues* de ses hôtes et de leurs propres « ancêtres » (comme l'illustre la Figure 2) définis comme suit :

$$\mathcal{H}(a) = \{h \in \mathbb{A} \mid a \sqsubset h \vee \exists h' \in \mathcal{H}(a), h' \sqsubset h\}$$

Ainsi par exemple, dans un problème d'affectation d'individus à des groupes au sein d'organisations, la satisfaction d'une personne dépend de son état propre, des caractéristiques de son rôle dans le groupe, du groupe lui-même, mais aussi de l'organisation dont ce groupe fait partie, etc.

On peut donc calculer cette valeur en agrégeant, au moyen d'un opérateur *propre à l'agent a* (à définir pour chaque cas concret)  $\bigoplus^a$ , les caractéristiques  $\chi_a(h)$  perçues par  $a$  des agents qui l'hébergent directement ou transitivement :

$$\sigma(a) = \bigoplus_{h \in \{a\} \cup \mathcal{H}(a)}^a \chi_a(h)$$

**En tant que voisin.**  $\mu(a)$  représente la *satisfaction de l'agent a en tant que membre d'un groupe*, autrement dit en relation avec des externalités liées à la présence d'autres agents dans le

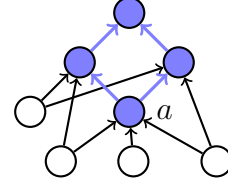


FIGURE 2 – Agents permettant de calculer  $\sigma(a)$  :  $a$  et ses hôtes directs ou indirects.

même hôte. Il faut donc cette fois tenir compte des caractéristiques perçues par  $a$  de ses *voisins* dans chacun de ses hôtes (Figure 3), soit :

$$\nu(a) = \bigcup_{h \in \text{hosts}(a)} \text{content}(h) \setminus \{a\}$$

et les agréger au moyen d'un opérateur que nous notons  $\bigodot^a$  :

$$\mu(a) = \bigodot_{n \in \nu(a)}^a \chi_a(n)$$

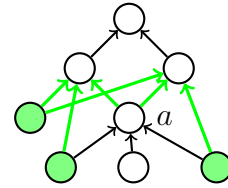


FIGURE 3 – Agents permettant de calculer  $\mu(a)$  : voisins de  $a$  dans chacun de ses hôtes

**En tant qu'hôte.**  $\gamma(a)$  représente la *satisfaction de l'agent a en tant que représentant d'un groupe*, en l'occurrence en lien avec les agents hébergés par  $a$  (i.e.  $\text{content}(a)$ , Figure 4). Cette satisfaction en tant que groupe est avant tout une façon de mesurer le *bien-être collectif* des agents hébergés par  $a$ , autrement dit elle consiste à agréger au moyen d'un opérateur pertinent (noté  $\bigoplus^a$ ) les caractéristiques perçues de ces agents :

$$\gamma(a) = \bigoplus_{m \in \text{content}(a)}^a \chi_a(m)$$

La plupart des problèmes s'intéressent à une évaluation ascendante des bien-être, en partant de ceux des « individus » pour les agréger successivement par niveau de regroupement. Dans ce cas, les caractéristiques perçues pertinentes pour le calcul de  $\gamma$  se réduisent au bien-être individuel des agents hébergés :  $\forall m \in \text{content}(a), \chi_a(m) = w(m)$ .

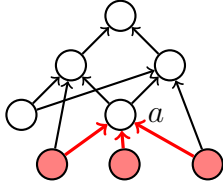


FIGURE 4 – Agents permettant le calcul de  $\gamma(a)$  : agents hébergés par  $a$ .

### 3.3 Mise en œuvre

Le cadre général que nous venons de définir permet d'une part une représentation homogène de toutes sortes de problèmes d'affectation ou d'appariement en vertu de la *structuration des agents* en termes d'hébergement. D'autre part, il offre la possibilité de définir des *mesures de bien-être associées à chaque groupe*, au moyen d'opérateurs d'agrégation propres à exprimer de façon précise la façon dont un groupe, en raison de sa nature spécifique, peut mesurer son bien-être en fonction du bien-être de ses membres.

Tandis que dans les approches classiques des problèmes d'appariement, seuls deux niveaux (l'individu et le collectif) sont envisagés, ici au contraire il est possible de considérer une multiplicité de niveaux intermédiaires. Le bien-être de ces derniers est calculé en fonction de leur situation dans la structure du SMA, et les trois composantes de ce bien-être (individuel, de voisinage et de groupe) peuvent être combinées de façon arbitrairement complexe. Rappelons que dans les approches classiques au contraire, le bien-être collectif est calculé de façon globale au moyen d'une fonction d'agrégation unique appliquée à toutes les valeurs de bien-être individuel. Il est également possible de se ramener à la modélisation classique des problèmes d'affectation ou d'appariement à la condition que les satisfactions individuelles ne soient évaluées que par le biais d'une simple fonction d'utilité et que toutes les fonctions d'agrégation soient les mêmes, quel que soit le niveau de modélisation pris en compte.

Nous allons maintenant présenter deux exemples de problèmes dans lesquels nous montrons ce que notre approche apporte de particulier pour modéliser finement les situations à traiter.

## 4 Applications

### 4.1 Un premier exemple

Le premier problème que nous nous proposons d'aborder par notre méthode est un problème d'affectation (*Assignment Problem*), consistant à placer des invités à des tables dans un restaurant. Dans ce contexte trois familles d'agents sont utilisées :  $\mathcal{G}$  ou Guest (les invités à placer),  $\mathcal{T}$  ou Table (des groupes d'invités) et  $\mathcal{R}$  ou Restaurant (le système dans son ensemble). La figure 5 illustre un graphe d'hébergement correspondant à une affectation d'agents dans ce problème. Afin de mettre en lumière les points clés de notre proposition, nous procédons tout d'abord aux simplifications suivantes :

1. Toutes les fonctions  $f_a$  sont de simples sommes.
2. Les fonctions  $\sigma$  et  $\mu$  des tables et du restaurant sont nulles, i.e. ces agents sont insensibles à leur situation propre ainsi qu'aux caractéristiques de leurs voisins.
3. Les fonctions  $\chi_r$  et  $\chi_t$  du restaurant et des tables pour les agents qu'ils hébergent se réduisent au bien-être individuel de ces derniers (les fonctions  $\gamma$  correspondantes sont donc l'agrégation des bien-être individuels).
4. La fonction  $\chi_g$  de chaque invité  $g$  mesure ses affinités envers les autres agents (autrement dit  $\chi_g(a)$  représente l'affinité de l'agent  $g$  pour l'agent  $a$ ).

Dans ce cadre fortement simplifié, nous voulons d'abord illustrer le fait que la maximisation du bien-être collectif, ici celui du restaurant, entraîne des affectations fort différentes selon les opérateurs d'agrégation choisis à chaque niveau, ne serait-ce que pour le calcul de  $\gamma(a)$ . Il existe en effet de nombreuses manières d'agréger au niveau collectif des valeurs individuelles de bien-être : avec notre approche cette étape se répète à chaque niveau. Dans l'exemple ci-après, nous envisageons les opérateurs suivants :

- pour les invités :  $\odot^{\mathcal{G}} \in \{\max, \min\}$ , ce qui revient à dire que la satisfaction d'un invité induite par ses voisins de table dépend soit du « meilleur », soit du « pire » d'entre eux (attitude optimiste vs. pessimiste) ; on fixe par ailleurs  $\oplus^{\mathcal{G}} = \sum$  (on additionne les caractéristiques perçues des hôtes) ;
- pour les tables :  $\oplus^{\mathcal{T}} \in \{\sum, \prod\}$ , on calcule donc soit un bien-être utilitaire, soit un bien-être de Nash ;

— pour le restaurant :  $\oplus^{\mathcal{R}} \in \{\min, \Sigma\}$ , autrement dit on calcule soit un bien-être égalitaire vis-à-vis du bien-être des tables (en cherchant à maximiser le bien-être de la table la moins satisfaite), soit un bien-être utilitaire.

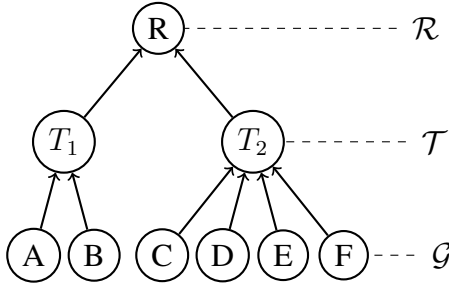


FIGURE 5 – Graphe d’hébergement correspondant à l’exemple d’affectation étudié.

Nous avons, sur une instance de petite taille (6 invités A, B, C, D, E, F pour 2 tables T1 et T2 de 2 et 4 places respectivement), calculé les affectations optimales pour chacune des 8 combinaisons d’opérateurs possibles. La table 1 donne un exemple de matrice d’affinités pour laquelle il existe des affectations optimales différentes pour chaque combinaison d’opérateurs. Les affinités autres que celles explicités dans cette table sont nulles. Nous avons fait également le choix de donner aux agents une préférence éventuelle pour la petite table (T1).

TABLE 1 – Exemple d’affinités entre agents (matrice  $\chi_i(j)$ ) conduisant à des solutions distinctes pour les combinaisons d’opérateurs utilisés.

	A	B	C	D	E	F	T1
A	0	3	7	8	8	8	8
B	8	0	2	3	8	3	6
C	8	6	0	8	3	5	10
D	3	6	9	0	1	3	5
E	7	1	2	4	0	9	1
F	8	2	8	4	10	0	10

Sur cette base, prenons l’exemple de l’affectation des agents A et B à la table T1, et de C, D, E, F à la table T2 (figure 5) avec la première combinaison d’opérateurs ( $\odot^{\mathcal{G}} = \max$ ,  $\oplus^{\mathcal{T}} = \Sigma$ ,  $\oplus^{\mathcal{R}} = \min$ ).

Selon les hypothèses énoncées précédemment, le bien-être individuel de l’agent A est donné par :

$$w(A) = \sigma(A) + \mu(A) + \gamma(A)$$

Comme les agents ne sont sensibles qu’au fait d’être placé à T1, on a ici :  $\sigma(A) = \oplus(\chi_A(A), \chi_A(T_1), \chi_A(R)) = 0 + 8 + 0$ .

B étant le seul voisin de A, on a :  $\mu(A) = \odot(\chi_A(B)) = 3$ .

Enfin,  $\gamma(A) = 0$  puisque A n’héberge aucun agent ; d’où  $w(A) = 11$ .

De même on a :  $\sigma(C) = \oplus(\chi_C(C), \chi_C(T_2), \chi_C(R)) = 0 + 0 + 0$ . C a pour voisins D, E et F, d’où :  $\mu(C) = \odot(\chi_C(D), \chi_C(E), \chi_C(F)) = \max(8, 3, 5) = 8$ . Enfin,  $\gamma(C) = 0$  d’où  $w(C) = 8$ .

Pour la table T1, on a  $w(T_1) = \sigma(T_1) + \mu(T_1) + \gamma(T_1) = \gamma(T_1)$  suite à nos hypothèses. Or  $\gamma(T_1) = \oplus(w(A), w(B)) = w(A) + w(B) = 11 + 14 = 25$ .

De même on obtient  $w(R) = \gamma(R) = \min(w(T_1), w(T_2)) = 25$ .

Les valeurs d’affinités de la table 1, trouvées par simple exploration aléatoire, donnent des affectations optimales toutes différentes présentées dans le tableau 2.

TABLE 2 – Affectations optimales des invités aux tables pour chaque combinaison d’opérateurs d’agrégation.

$\odot^{\mathcal{G}}$	$\oplus^{\mathcal{T}}$	$\oplus^{\mathcal{R}}$	Solutions	
			T1	T2
max	$\Sigma$	min	A, C	B, D, E, F
max	$\Sigma$	$\Sigma$	C, D	A, B, E, F
max	$\Pi$	min	A, F	B, C, D, E
max	$\Pi$	$\Sigma$	A, B	C, D, E, F
min	$\Sigma$	min	B, D	A, C, E, F
min	$\Sigma$	$\Sigma$	E, F	A, B, C, D
min	$\Pi$	min	B, C	A, D, E, F
min	$\Pi$	$\Sigma$	B, E	A, C, D, F

Cet exemple minimal montre d’emblée le caractère intrinsèquement *multi-objectif* qui résulte d’une modélisation multi-niveaux du bien-être social.

Par ailleurs ce problème d’affectation se généralise aisément aux situations non bijectives, dans lesquelles le nombre de places disponibles dans le restaurant est soit inférieur, soit supérieur au nombre d’invités. Le traitement de ces cas ne nécessite pas de changer les modalités de calcul de bien-être, alors que dans des méthodes centralisées à information complète les algorithmes mis en œuvre sont très différents.

Au contraire, il est facile d'enrichir le modèle en affinant les facteurs qui entrent dans le calcul du bien-être : par exemple, calculer la part individuelle du bien-être d'une table ( $\sigma$ ) en fonction du nombre de places laissées libres ; ou encore, pénaliser les individus non placés (i.e. dont l'hôte est le restaurant et non une table) ou leur donner des préférences variables sur le fait d'être seul à une table. La décomposition que nous proposons pour le bien-être social en composantes dépendantes des relations d'hébergement entre agents permet une très grande liberté dans la construction des métriques.

D'ailleurs, ce cadre se prête également à la modélisation de problèmes d'appariement comme le très célèbre problème des mariages stables : il faut pour cela agentifier la notion de *couple*. Un couple est stable si le bien-être résultant de ses membres actuels ( $\gamma$ ) est supérieur à celui qui résulterait du changement d'un de ses membres.

Il faut préciser également que la diversité d'opérateurs d'agrégation que nous tenons pour constitutive du modèle n'est pas une vue de l'esprit. Certes, il existe des situations dans lesquelles les opérateurs sont les mêmes à tous les niveaux : dans ce cas, la notion même de niveau n'a guère de sens et l'on peut se ramener aux méthodes classiques. En revanche, dans nombre de problèmes concrets, la prise en compte de mécanismes d'agrégation spécifiques pour chaque niveau peut être vu comme une politique d'optimisation reflétant un objectif propre à chaque niveau, comme nous l'illustrons dans l'exemple ci-après.

## 4.2 Un exemple plus complexe

Le deuxième exemple que nous proposons s'appuie sur la capacité de notre modèle à représenter des points de vue propres à chaque famille d'agents, ainsi que la possibilité d'appartenir à différents hôtes simultanément.

En l'occurrence, nous considérons ici des individus ( $\mathcal{I}$ ) pouvant s'inscrire dans diverses associations ( $\mathcal{A}$ ). Ces associations peuvent se regrouper en fédérations ( $\mathcal{F}$ ) et être financées soit par des municipalités ( $\mathcal{M}$ ), soit par des régions ( $\mathcal{R}$ ). Les objectifs de ces agents sont évidemment très différents : les individus cherchent à maximiser leur participation aux associations proposant les activités qu'ils préfèrent, dans la limite de leur temps et de leur budget disponibles. Les associations et les fédérations cherchent à faire valoir leur taille (nombre d'inscrits) pour accroître leur demande budgétaire

après de leurs financeurs : les municipalités et les fédérations. Les municipalités visent à répartir selon une certaine forme d'équité le budget disponible entre les associations, tout comme les régions cherchent à le faire entre les municipalités et les fédérations. Une situation-type est décrite par le graphe d'hébergement de la figure 6.

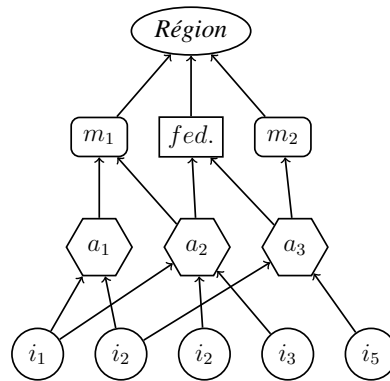


FIGURE 6 – Graphe d'hébergement représentant un tissu associatif classique.

On peut considérer ici que la répartition des subventions suit un bien-être de Nash pour éviter l'accaparement du budget par les structures les plus grosses tout en prenant en compte la taille des structures, d'où :  $\bigoplus^{\mathcal{R}} = \bigoplus^{\mathcal{M}} = \prod$ . Une association à l'inverse, si elle ne cherche qu'à faire valoir le nombre de ses membres (sans se soucier de leur satisfaction), peut utiliser  $\chi_a(i) = 1$  pour tout inscrit  $i$  avec simplement  $\bigoplus^{\mathcal{A}} = \sum$ . La force d'une association dépend évidemment de son appartenance à une fédération, donc pour chacun de ses hôtes  $h$  elle calcule  $\chi_a(h) = 1$  si  $h \in \mathcal{F}$  et  $\chi_a(h) = 0$  sinon, avec  $\bigoplus^{\mathcal{A}} = \sum$ . Les individus quant à eux sont principalement motivés par un équilibre entre la participation à leurs activités préférées (avec un système d'affinités par exemple) et le coût de ces activités (il faut donc prévoir une matrice  $c_{ia}$  reflétant le coût pour l'individu  $i$  d'avoir pour hôte l'association  $a$ ) ; on peut utiliser encore  $\bigoplus^{\mathcal{I}} = \sum$ . Mais en outre, ils sont fortement sensibles à leurs voisins, i.e. les autres individus inscrits dans les mêmes associations (avec là encore par exemple un système d'affinités et une agrégation  $\bigodot^{\mathcal{I}}$  soit optimiste avec max, soit pessimiste avec min).

On voit ici que la diversité des objectifs de chaque agent se traduit par une diversité des métriques utilisées, au sein d'une structure où tous les agents sont par ailleurs homogènes. Cette



uniformisation permet selon nous de dégager des principes généraux de résolution qui doivent permettre de traiter des situations très différentes, contrairement aux approches classiques, centralisées ou non, dans lesquels chaque type de problème s'accompagne d'une méthode de résolution spécifique. En effet, nous pensons qu'il est possible de développer des méthodes de résolution intrinsèquement multi-agents, i.e. s'appuyant sur des perceptions et des interactions locales entre agents, et le paramétrage de comportements génériques par des éléments de contexte.

## 5 Méthode de résolution

À ce stade, nous nous sommes principalement focalisés sur la modélisation des problèmes d'appariement ou d'affectation au moyen d'un formalisme multi-agents multi-niveaux uniforme, permettant une expression fine des points de vue de chaque entité impliquée. Néanmoins, les avantages d'une telle modélisation doivent aussi être soutenus par des méthodes concrètes de résolution de ces problèmes.

Or, c'est bien souvent au cœur des algorithmes de résolution que se niche la spécificité du problème traité, voire du domaine d'application abordé. L'approche que nous défendons ne fait pas exception, et en raison de son caractère générique nous pouvons proposer quelques principes généraux issus de travaux préliminaires en la matière, mais il est certain qu'il reste de nombreuses pistes à explorer, que nous abordons dans la discussion à la section suivante.

Par ailleurs un algorithme de résolution peut être évalué selon des critères fort différents, qui vont du coût computationnel et de la taille des instances manipulables, au nombre de messages échangés, en passant par l'optimisation conjointe de plusieurs métriques. Il est donc difficile de prétendre trouver une méthode passe-partout satisfaisante en toutes circonstances.

Néanmoins, nous pouvons proposer ici un protocole utilisable entre deux agents d'un même niveau, pour leur permettre d'échanger une partie de leur contenu (i.e. d'autres agents, qu'ils hébergent). Ce protocole s'appuie sur quelques principes simples : (a) l'agent *s* (*seller*, initiateur de l'échange) doit être disposé à entamer le dialogue en offrant des « ressources » (agents hébergés) à l'agent *b* (*buyer*, interlocuteur de *s*) et ce, même si ce don lui est a priori défavorable [13]; (b) l'agent *b* peut proposer une

contrepartie, mais il ne le fera que s'il le juge utile ; (c) pour l'évaluation de l'échange, on applique un principe de subsidiarité : s'il y a accord sur le caractère favorable ou défavorable de l'échange, la décision est prise conjointement par *s* et *b*; sinon ils demandent l'arbitrage de leur hôte.

Dans la suite, on note  $\Delta_a w(+X)$  (resp.  $\Delta_a w(-Y)$ ) la variation de bien-être induite pour l'agent *a* par le fait d'ajouter (resp. de retirer) à son *content* l'ensemble d'agents *X* (resp. *Y*). On note également  $\Delta_h w(s \xleftrightarrow[X]{Y} b)$  la variation de bien-être pour un agent *h*, hôte de *s* et *b*, lorsque ceux-ci s'échangent les ensembles d'agents *X* et *Y*. Nous discutons dans la section suivante diverses méthodes pour ce faire. Sur cette base, le protocole pour deux agents *s* et *b* partageant un même hôte *h* peut s'écrire comme suit :

1. *s* calcule le « meilleur » sous-ensemble non vide  $X^*$  des agents qu'il héberge, dont il puisse se défaire :

$$X^* = \arg \max_{X \in \wp(s.content) \setminus \emptyset} \{\Delta_s w(-X)\}$$

2. S'il n'existe pas un tel ensemble, l'agent *s* ne peut rien proposer, l'échange s'arrête; sinon *s* envoie à *b* le message `propose(+X)`.
3. L'agent *b* calcule une contrepartie éventuelle à la proposition de *s* :

$$Y^* = \arg \max_{Y \in \wp(b.content)} \{\Delta_b w(+X - Y)\}$$

4. Si  $\Delta_b w(+X - Y) > 0$ , l'agent *b* envoie à *s* le message `offer(-X+Y)` : c'est une offre ferme car l'échange de *X* contre *Y* est favorable à *b*; sinon il envoie `propose(-X+Y)`.
5. Deux situations « simples » peuvent se présenter :

—  $\Delta_s w(-X + Y) > 0$  et *b* a envoyé `offer` : dans ce cas l'échange profite simultanément à *s* et *b* et peut donc être immédiatement accepté.

—  $\Delta_s w(-X + Y) \leq 0$  et *b* a envoyé `propose` : dans ce cas l'échange ne profite à personne et peut donc être immédiatement rejeté.

6. Dans les autres cas (un seul agent profite strictement de l'échange), *s* demande à son hôte *h* de trancher : ce dernier calcule donc  $\Delta_h w(s \xleftrightarrow[X]{Y} b)$ , l'échange est accepté si et

seulement si cette valeur est strictement positive.

Pour l'heure, nous avons proposé un mécanisme de négociation bilatéral entre des agents homogènes partageant un même hôte, que nous avons testé avec succès dans le cadre du problème d'affectations de places à des tables (cf. § 4.1) : en plaçant les invités aléatoirement sur les tables, ces dernières sont à même de reconstruire l'optimum calculé pour ces opérateurs (tableau 2). Ce protocole fait appel à des primitives qui ne dépendent pas du domaine d'application ni du type de problème (don, échange, etc.) et constituent une base générique pour la construction de comportements d'agents destinés à la résolution de problèmes particuliers.

## 6 Discussion

La proposition que nous avons présentée est une première étape dans l'étude systématique d'algorithmes de résolution distribuée de problèmes d'affectation ou d'appariement représentés par des SMA multi-niveaux. Nous avons déjà montré le gain d'expressivité que procure la modélisation de ces problèmes dans le cadre multi-niveaux. Par ailleurs, si nous avons proposé les fondements d'une méthode de résolution, cette nouvelle approche suscite un certain nombre de questions en la matière, dont nous abordons ici les principales.

Les protocoles qui peuvent être construits sur cette base restent encore très largement explorés. Un travail de grande ampleur devra être mené pour les évaluer à l'aune de critères classiques comme nombre d'opérations (de mouvements) nécessaires pour résoudre le problème, les volumes de messages échangés, ou encore la quantité d'informations individuelles rendues publiques. Pour traiter un contexte plus général que celui que nous avons esquissé, un certain nombre de points doivent être pris en compte.

Premièrement, il faut définir quels agents sont autorisés à interagir pour échanger une partie de leur contenu. Le cas de figure le plus simple, que nous avons traité, est celui des agents partageant le même hôte, qui peut de ce fait assurer un arbitrage immédiat en cas de divergence quant à l'appréciation des échanges. On peut néanmoins envisager de découpler la relation d'hébergement (qui décrit l'organisation de la population d'agents) du réseau d'accointances (qui décrit les liens de communication au sein de cette population). De la sorte, un agent peut interagir

avec des agents qui ne sont pas ses voisins. Dans ce cas, il faut envisager un mécanisme d'arbitrage « récursif », i.e. jusqu'à un hôte, commun aux agents en interaction, capable d'effectuer une évaluation pertinente. Un autre aspect de cette question est la nature ou le niveau des agents qui interagissent. Jusqu'à présent nous avons considéré que les agents en interaction appartiennent au même niveau. Or, on peut envisager qu'un agent interagisse par exemple avec son hôte ou avec les agents qu'il héberge. Par exemple, dans le problème des tables de restaurant, on pourrait considérer que tous les invités, au départ, sont hébergés par le restaurant, à charge pour ce dernier d'interroger les tables qu'il héberge pour leur proposer un invité, ou pour les invités d'interagir directement avec des tables. L'étude détaillée de ces mécanismes fait l'objet de travaux en cours.

Deuxièmement, se pose la question de la capacité pour les agents à évaluer la variation de bien-être induite par une proposition ( $\Delta w$ ). Cela dépend fortement du domaine abordé : nature des opérateurs d'agrégation, façon dont sont calculées les caractéristiques perçues des agents, etc. Selon que l'on dispose ou non de connaissances *a priori* sur les propriétés de ces fonctions et de leur méthode de calcul, on peut envisager d'évaluer les variations de bien-être avant tout mouvement effectif. Si ce n'est pas possible, il faut passer par une *simulation* de ces mouvements pour pouvoir les évaluer (avec un mécanisme de « backtrack »).

Troisièmement, les méthodes de résolution multi-agents, dans la mesure où elles supposent que chaque agent prenne une décision « locale » en fonction de l'évaluation de sa situation, doivent permettre de traiter de façon homogène aussi bien un problème « statique » dans lequel tous les agents sont donnés une fois pour toutes et où l'on s'arrête lorsqu'une solution est atteinte, qu'un problème « dynamique » dans lequel par exemple des agents sont ajoutés ou supprimés en cours de résolution, ou encore changent d'état, de caractéristiques, d'opérateurs d'agrégation, etc. Une telle méthode de résolution, possédant cette capacité à opérer des modifications graduelles en réponse à une reconfiguration des agents (au lieu de recommencer la résolution « à zéro »), peut s'avérer moins efficace, mais du moins elle permet de traiter des systèmes ouverts tels que ceux rencontrés dans le monde réel, donc à terme une transposition des outils de résolution de problème à des techniques de contrôle de systèmes distribués.

## 7 Conclusion, perspectives

Dans cet article, nous avons proposé un cadre uniforme pour modéliser par un SMA multi-niveaux des problèmes d'affectation ou d'appariement. Nous avons montré, à travers plusieurs exemples, la capacité de ce formalisme à exprimer une grande diversité d'objectifs représentant les points de vue des différents acteurs du système. Par ailleurs nous avons entamé une réflexion sur les mécanismes de résolution qui peuvent être mis en œuvre dans ce cadre et formulé des principes sur lesquels les construire. Nous travaillons actuellement à l'élaboration de divers protocoles, propres non pas à une famille de problèmes ou à une autre, mais à la situation des agents impliqués en termes d'hébergement. Ces aspects algorithmiques s'accompagnent ainsi d'une réflexion méthodologique, de façon à identifier des couplages entre les caractéristiques de la structure des problèmes et les comportements à donner aux agents pour leur permettre de les résoudre.

Enfin, nous nous devons de signaler une dernière perspective de long terme qui nous paraît particulièrement prometteuse. Nous avons signalé que les méta-modèles multi-niveaux ont été à l'origine développés pour la simulation. L'un des problèmes clefs en simulation multi-agents multi-niveaux consiste à élaborer des techniques permettant l'agrégation ou la désagrégation d'agents d'une façon automatique, que ce soit pour réduire le coût computationnel des comportements, pour focaliser l'observation de la simulation sur un sous-système pertinent, ou encore pour améliorer le réalisme des résultats. La décomposition multi-niveaux de la satisfaction des agents permet de construire des outils de mesure reflétant pour chaque niveau l'adéquation entre l'état des entités simulées et des critères extérieurs à la simulation : charge du processeur, interactions avec un observateur, conformité à des données de référence, etc. Nous pensons donc qu'elle constitue une piste sérieuse pour contribuer à résoudre ces questions.

## Remerciements

Ce projet est soutenu par le financement du projet PartEnS, dans le cadre du programme "chercheur citoyen" de la Région Haut de France.

## Références

- [1] S. Airiau and U. Endriss. Multiagent resource allocation with sharable items. *JAAMAS*, 28(6) :956–985, 2013.
- [2] I. Brito and P. Meseguer. Distributed stable matching problems. *Principles and Practice of Constraint Programming*, 3709 :152–166, 2005.
- [3] Y. Chevaleyre, P.E. Dunne, U. Endriss, J. Lang, M. Lemaître, N. Maudet, J. Padget, S. Phelps, J.A. Rodriguez-Aguilar, and P. Sousa. Issues in multi-agent resource allocation. *Informatica*, 30 :3–31, 2006.
- [4] A. Drogoul, E. Amouroux, P. Caillou, B. Gaudou, A. Grignard, N. Marilleau, P. Taillandier, M. Vasseur, D.-A. Vo, and J.-D. Zucker. GAMA : multi-level and complex environment for agent-based models and simulations. In *AAMAS*, pages 1361–1362, 2013.
- [5] P. Everaere, M. Morge, and G. Picard. Casanova : un comportement d'agent respectant la privacité pour des mariages stables et équitables. *RIA*, 26(5) :471–494, 2012.
- [6] D. Gale and L.S. Shapley. College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly*, 69 :9–14, 1962.
- [7] H.W. Kuhn. The Hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 2 :83–97, 1955.
- [8] K.S. Macarthur, R. Stranders, S.D. Ramchurn, and N.R. Jennings. A distributed anytime algorithm for dynamic task allocation in multi-agent systems. In *25th AAAI Conf. on Artificial Intelligence*, 2011.
- [9] P. Mathieu, S. Picault, and Y. Secq. Design patterns for environments in multi-agent simulations. In *PRIMA*, volume 9387 of *LNCS*, pages 678–686. Springer, 2015.
- [10] A. Maudet, G. Touya, C. Duchêne, and S. Picault. Representation of interactions in a multi-level multi-agent model for cartography constraint solving. In *PAAMS*, volume 8473 of *LNCS*, pages 183–194. Springer, 2014.
- [11] G. Morvan, A. Veremme, and D. Dupont. IRM4MLS : the influence reaction model for multi-level simulation. In *MABS XI*, volume 6532 of *LNCS*, pages 16–27. Springer, 2011.
- [12] A. Netzer, A. Meisels, and R. Zivan. Distributed envy minimization for resource allocation. *JAA-MAS*, 30(2) :364–402, 2015.
- [13] A. Nongaillard and P. Mathieu. Reallocation problems in agent societies : A local mechanism to maximize social welfare. *JASSS*, 14(3), 2011.
- [14] S. Picault and P. Mathieu. An interaction-oriented model for multi-scale simulation. In *IJCAI*, pages 332–337, 2011.
- [15] J. Siebert, L. Ciarletta, and V. Chevrier. Agents & artefacts for multiple models coordination : Objective and decentralized coordination of simulators. In *ACM Symposium on Applied Computing*, pages 2024–2028, 2010.
- [16] M.M. Weerd, Y. Zhang, and T. Klos. Multi-agent task allocation in social networks. *JAAMAS*, 25(1) :46–86, 2011.