



Jacques Neveu et les modèles probabilistes de réseaux

Philippe Robert

► **To cite this version:**

Philippe Robert. Jacques Neveu et les modèles probabilistes de réseaux. Matapli, SMAI, 2017, 112, pp.7. hal-01382215

HAL Id: hal-01382215

<https://hal.inria.fr/hal-01382215>

Submitted on 17 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

JACQUES NEVEU ET LES MODÈLES PROBABILISTES DE RÉSEAUX

PHILIPPE ROBERT

Dans cette brève note, je retrace rapidement la contribution de Jacques Neveu dans le domaine des modèles probabilistes de réseaux, avec quelques souvenirs personnels en tant que doctorant sous sa direction au début des années 1980. C'est aussi, bien sûr, un hommage aux qualités scientifiques et humaines de ce grand mathématicien qui vient de nous quitter.

Motivation. La motivation de Jacques Neveu dans ce domaine vient d'abord et avant tout de son intérêt réel pour les applications. Au début des années 1980, l'informatique est en plein essor, IBM vient de sortir son fameux PC, et les études de modèles mathématiques des systèmes informatiques ont visiblement toute son attention. Cet attrait pour les applications n'est pas vraiment la vertu dominante du monde universitaire français de cette époque¹. En France une équipe de l'INRIA dirigée par E. Gelenbe représente cette tendance sous la dénomination « évaluation de performance ». Il y a aussi quelques chercheurs dans ce domaine dans le centre de recherche de France Telecom, le CNET, et dans d'autres écoles d'ingénieurs de la région parisienne. Mais, dans l'ensemble, le nombre d'acteurs en France est assez limité. Cela n'est pas le cas par exemple aux États-Unis où certains départements de *computer science*, d'*electronical engineering* et de *statistics* s'intéressaient à ces questions depuis les années 1960. Sans parler des fameux *Bell Laboratories* dans le New Jersey (USA) qui comptent de nombreux mathématiciens étudiant des questions théoriques liées aux systèmes informatiques, comme la complexité des algorithmes, ou encore des modèles mathématiques d'architectures informatiques.

Jacques Neveu connaît visiblement assez bien une partie de la littérature concernant les modèles aléatoires de ces systèmes. Les références sont alors de type ingénieur, comme les livres de L. Kleinrock par exemple, utilisent des modèles combinatoires, comme ceux de L. Takacz (Hongrie) ou encore des méthodes analytiques comme J.W. Cohen (Pays-Bas), A.A. Borovkov (URSS)² et bien d'autres. C'est en fait une de mes premières surprises en tant que doctorant : un mathématicien essayant de comprendre des travaux assez éloignés de son domaine de prédilection, comme par exemple des thèses en informatique. La part de « vraies » probabilités étant assez réduite en fait dans toute cette littérature, son idée était d'utiliser des outils probabilistes pour attaquer de façon plus efficace l'étude de ces modèles où la partie aléatoire joue un grand rôle.

La deuxième motivation vient de ses travaux sur les processus ponctuels stationnaires. Il avait donné un cours à l'école d'été de Saint Flour en 1976. Il s'agit essentiellement de décrire la relation entre la distribution d'une répartition aléatoire stationnaire de points (dans \mathbb{R}^d par exemple) et la distribution de cette répartition vue d'un de ses points. Pour les réseaux, cela se traduit par la relation entre la

Date: Le 17 octobre 2016.

distribution de l'état du système à un instant arbitraire et la distribution vue aux instants d'arrivées des requêtes. Ces questions avaient été étudiées à partir des années 1940 par un ingénieur-mathématicien suédois, C. Palm. Au début des années 1980, à la suite des travaux de leurs collègues J. Mecke et K. Matthes, plusieurs mathématiciens d'Allemagne de l'Est avaient reconsidéré les problèmes classiques de files d'attente en faisant l'hypothèse minimale d'invariance de la distribution du processus des arrivées par les translations dans le temps. Le livre de P. Franken, D. König, U. Arndt et V. Schmidt résume les premiers travaux de cette école qui était très isolée en raison du contexte politique³.

Les Travaux. L'approche de Jacques Neveu est de reformuler la problématique de ces modèles de réseaux dans le cadre naturel de la théorie ergodique. En dimension 1, le joli papier de C. Ryll-Nardzewski (Pologne) en 1961 avait montré la voie. La construction classique de théorie ergodique d'un flot continu à partir d'un flot discret donné est l'ingrédient-clé sous-jacent de cette présentation. Dans ce cadre, Jacques Neveu pose la question plus ambitieuse suivante : pour un réseau donné, peut-on décrire l'état du système à l'aide d'une variable aléatoire X de telle sorte que l'état à l'instant $t \in \mathbb{R}$ soit le translaté dans le temps de X , i.e. $X \circ \theta_t$, où $(\theta_s, s \in \mathbb{R})$ est le flot des translations dans le temps ? C'est l'analogue du problème de l'existence d'une solution forte d'une équation d'évolution, mais dans le cadre stationnaire. Ce problème n'a pas toujours de solution, peut en avoir plusieurs, ... Des solutions élégantes, avec des notions de minimalité, ont été développées dans ses travaux sur les files d'attente avec impatience (à la suite de B. Lisek), à plusieurs serveurs, sur des systèmes avec des serveurs autonomes, ... Jacques Neveu a encadré les travaux de thèse, ou de thèse d'État d'A.-S. Sznitman, L. Puka, D. Flipo, R. Jaïbi, C. Fricker et moi-même sur des modèles probabilistes de réseaux. La difficulté de cette ligne de recherche est que le cadre minimal de la théorie ergodique complique notablement l'étude des réseaux. Sans hypothèse (d'un peu) d'indépendance et en dehors des modèles « classiques », la vie est plus compliquée comme le savent bien tous les probabilistes. Un des apports importants de ses travaux a été cependant de recadrer une partie de ces études dans leur cadre probabiliste naturel, évitant de recourir de façon répétée à des travaux ad-hoc comme c'était le cas auparavant. Je pense notamment à la relation entre flot discret et flot continu.

Pour résumer succinctement, pour Jacques Neveu il n'y avait pas de « théorie probabiliste des réseaux » mais seulement la théorie des probabilités qui est assez riche pour attaquer une grande variété de problèmes. Et ces problèmes, et d'autres, contribuent au développement de cette théorie.

L'Organisateur. Il a suscité la création d'un groupe de travail sur les modèles de files d'attente au laboratoire de probabilités. Ce groupe s'est plus tard déplacé à l'ENST (Telecom Paristech maintenant) et à l'INRIA. Une communauté assez large de chercheurs de la région parisienne s'y retrouvait : F. Baccelli et G. Fayolle de l'INRIA, H. Korezlioglu et S. Üstünel de l'ENST, P. Brémaud de l'ENSTA, M. Klein du CNET et bien d'autres. Il faut noter que M. Métivier à l'École polytechnique s'intéressait aussi, entre autres, à la convergence vers des diffusions de l'état de certains réseaux de files d'attente en régime critique. Ce domaine connaîtra d'ailleurs lui aussi de beaux développements par la suite dans les travaux de R. Williams, M. Harrison et M. Bramson (USA).

Plus tard, Jacques Neveu rejoindra le laboratoire de mathématiques appliquées et d'informatique de l'École polytechnique, laboratoire commun à l'époque. Le séminaire de mathématiques appliquées lui donnera l'occasion d'inviter des chercheurs d'horizon très divers, les mathématiciens de l'informatique théorique par exemple. Un des chercheurs français les plus visibles de ce domaine de recherche, Philippe Flajolet de l'INRIA, a entretenu de nombreux contacts avec le laboratoire. Ses travaux concernaient l'étude de la complexité et du coût des algorithmes sur des structures de données. La première moitié des années 1980 voit aussi l'émergence d'algorithmes probabilistes utilisés pour la transmission de messages dans des réseaux de communication distribués. Ces algorithmes feront l'objet d'études à la fois des probabilistes mais aussi des mathématiciens venant de l'informatique comme Philippe Flajolet. Jacques Neveu était intéressé et intrigué par les (jolis) résultats asymptotiques obtenus par Flajolet dans l'étude de certains algorithmes, notamment le célèbre algorithme en arbre. Flajolet, avec ses co-auteurs, avait montré pour ces modèles aléatoires des lois des grands nombres un peu inhabituelles car présentant des comportements oscillants périodiques sous certaines conditions⁴. Ces résultats avaient été obtenus à l'aide de transformées fonctionnelles, de Poisson et de Mellin en particulier, et de méthodes de contours dans le plan complexe. La partie probabiliste de l'analyse y était assez réduite, ce qui devait d'ailleurs chagriner un peu Neveu. Un peu plus tard, à l'occasion de généralisations, le traitement mathématique de ces modèles sera simplifié et retrouvera des couleurs très probabilistes.

Après son arrivée à l'École polytechnique, des cours de modélisation des réseaux de communication de F. Baccelli et P. Brémaud seront proposés aux élèves de l'École. Il faut noter qu'un peu après son départ du laboratoire de probabilités, son successeur J. Jacod organisera la création d'un DEA (Master 2) de probabilités appliquées qui comptera aussi plusieurs cours dans cette thématique. La modélisation probabiliste des réseaux s'installera donc progressivement, durablement, dans le monde académique.

Par le biais des stages de recherche des élèves de l'École polytechnique, Jacques Neveu a développé des relations avec plusieurs équipes internationales du domaine, comme celle de F.P. Kelly dans le laboratoire de statistique de l'Université de Cambridge. Une riche collaboration s'en suivra pendant quelques années. Cela donnera lieu à plusieurs études de l'évolution asymptotique des « grands » réseaux avec perte comme ceux que considérait Kelly et ses co-auteurs. Ces réseaux sont en fait les généralisations des réseaux qu'un des pionniers de la modélisation probabiliste, A.K. Erlang² (Danemark), étudiait au tout début du 20^e siècle pour dimensionner le réseau téléphonique alors en plein développement. Dans la lignée de cette collaboration, C. Graham et S. Méléard en particulier obtiendront des résultats de type de champ moyen pour plusieurs architectures de tels réseaux.

Le Programmeur. Il avait un PC Compaq avec lequel il faisait des simulations de processus de branchement et de certains réseaux de files d'attente. Cela l'amusait visiblement et il était satisfait de la plupart de ses expériences dans ce domaine. Il comprenait cependant difficilement que la programmation lui demande autant de concentration, il m'avouait que lorsqu'il essayait d'en faire chez lui en fin de journée, c'était rarement efficace. En clair, quand on est fatigué pour les maths, on l'est aussi pour faire de la programmation. Pendant quelque temps, il a buté sur un réseau de deux files d'attente avec deux flots de requêtes qui se croisaient

et avec des politiques de service avec des priorités. Il ne comprenait pas le comportement de certaines des simulations de ce réseau. En désespoir de cause il avait fini par conclure que ses talents de programmeur étaient peut-être en cause, ou que l'informatique faisait des choses bizarres quelquefois. Il avait tort. S'il avait eu plus confiance en ses talents informatiques, il aurait certainement compris que ses programmes marchaient parfaitement et qu'il y avait donc un phénomène mathématique intéressant derrière cela. En effet, sous certaines conditions, ce réseau peut osciller et diverger à l'infini alors même qu'il est en sous-charge, ce qui était un phénomène inconnu. C'est ce que montreront deux mathématiciens russes, A.N. Rybko et A.L. Stolyar, presque dix ans plus tard et ce qui, avec d'autres travaux, comme ceux de M. Bramson, donnera une impulsion remarquable à l'étude de la stabilité des réseaux stochastiques, domaine encore très actif aujourd'hui.

Le Pédagogue. Les qualités de pédagogue de Jacques Neveu étaient tout à fait remarquables : clarté de la présentation, concision, simplicité et élégance des preuves. Et bien sûr c'était brillant et tout avait l'air absolument évident, ... du moins pendant le cours. Ses cours polycopiés étaient particulièrement recherchés à la bibliothèque par les étudiants. Son cours sur l'intégrale stochastique brownienne notamment dont les exemplaires étaient régulièrement tous empruntés. La référence habituelle dans ce domaine était le petit livre bleu de H.P. McKean ou encore le cours de P.A. Meyer sur les intégrales stochastiques dans le fameux volume X du séminaire de Strasbourg. Les deux, chacun dans leur style, n'étaient pas forcément les références les plus abordables pour un débutant, d'où la pénurie des cours de Neveu. On peut aussi mentionner ses cours de théorie ergodique, sur les marches aléatoires, les processus de sauts, etc. Tous remarquables de simplicité, rédigés d'une belle écriture cursive.

Le Laboratoire de Probabilités. Le laboratoire de probabilités était un lieu tout à fait accueillant. Le séminaire du mardi en fin d'après-midi, précédé d'un thé, était un moment incontournable. Pendant le thé, mais aussi à d'autres moments, Jacques Neveu avait souvent des anecdotes humoristiques, non dénuées d'espièglerie parfois, qu'il faisait volontiers partager. De temps à autre on entendait son rire sonore, qu'il masquait de sa main en se penchant en avant.

En raison de ses travaux, de sa notoriété, et de sa connaissance profonde de la plupart des aspects de la recherche en probabilité, il était la figure dominante du laboratoire, en dehors du fait qu'il en était le directeur. En même temps il avait un tel souci de simplicité que tout se passait dans une atmosphère extrêmement conviviale, sans affectation. J'ai trouvé, en tant que jeune étudiant, particulièrement précieux ce repère : si Neveu ne se prend pas au sérieux, qui d'autre peut y prétendre ?

NOTES

- (1) Lors de son discours sur « la préhistoire du laboratoire de probabilités » en 2010 à la conférence des 50 ans du laboratoire de probabilités, Jacques Neveu a mentionné cela furtivement. Il a été ingénieur-conseil pour une compagnie d'électronique franco-américaine pendant une dizaine d'années, avec une certaine fierté d'ailleurs, mais sans l'avoir jamais dit à ses collègues de l'université, n'étant pas très sûr de leur réaction. La vidéo de cette conférence est tout à fait intéressante, car elle décrit aussi le fonctionnement assez particulier de l'université française des années 1950.
- (2) Rappelons que le réseau téléphonique qui s'est développé au début du 20^e siècle a fait l'objet de travaux, les pionniers étaient des ingénieurs-mathématiciens travaillant pour, ou collaborant avec, des compagnies téléphoniques d'Europe du Nord : Suède, Danemark et Norvège notamment. Une des plus fameuses relations, la formule d'Erlang (Danemark) en 1909 est une des toutes premières applications de modélisation probabiliste, c'est le résultat du calcul (simple maintenant) de la probabilité invariante d'un processus de vie et de mort.
- (3) Je me rappelle de P. Franken évoquant les réunions avec ses collègues où le leitmotiv était « *we must think* », sous-entendu « nous ne pouvons compter que sur nous-mêmes ».
- (4) Ces oscillations périodiques sont d'une amplitude de l'ordre de 10^{-5} dans le cas de l'arbre binaire, et beaucoup plus petites pour d'autres modèles. En raison des phénomènes aléatoires, il était très difficile de détecter ce phénomène périodique à l'aide de simulations, et donc de voir la non-convergence temporelle. Il faut en effet un nombre considérable d'étapes de simulation pour que le bruit stochastique ait un ordre de grandeur significativement plus petit que l'amplitude des oscillations, ce qui était une gageure avec la puissance de calcul de l'informatique de l'époque. Certains des travaux mathématiques sur ces modèles tenaient d'ailleurs pour acquise la convergence, probablement parce que les expériences semblaient le montrer. C'est pourtant le tour de force que réalisera une mathématicienne russe N.D. Vvedenskaya en 1979. Avec les moyens informatiques limités de son institut dans l'ancienne URSS, elle mettra en évidence ces oscillations par des simulations.

L'algorithme en arbre a été conçu indépendamment pour les réseaux de communication par J.I. Capetanakis (USA) et B.S. Tsybakhov et V.A. Mikhaïlov (URSS) en 1978. La preuve mathématique des oscillations sera obtenue par Flajolet et ses co-auteurs en 1986 dans le cas d'arrivées poissonniennes des requêtes. Le cas statique, sans arrivées, peut aussi présenter des oscillations. La preuve en avait été faite pour un algorithme similaire, mais dans le contexte des structures de données, par D.E. Knuth (USA) en 1973 dans le volume 3 de son célèbre ouvrage « *The art of computer programming* ». Ce qui faisait dire à Flajolet, non sans malice, que l'algorithme en arbre avait en fait été analysé avant d'être inventé.

E-mail address: Philippe.Robert@inria.fr

URL: <http://team.inria.fr/rap/robert>

(Ph. Robert) INRIA PARIS, 2 RUE SIMONE IFF, F-75012 PARIS, FRANCE