

## **CSPAC : un modèle de résolution du problème d'allocation de capacités**

Abdellah Idrissi, Chu Min Li

► **To cite this version:**

Abdellah Idrissi, Chu Min Li. CSPAC : un modèle de résolution du problème d'allocation de capacités. MajecSTIC 2005: Manifestation des Jeunes Chercheurs francophones dans les domaines des STIC, IRISA – IETR – LTSI, Nov 2005, Rennes, pp.172-179. inria-00000679

**HAL Id: inria-00000679**

**<https://hal.inria.fr/inria-00000679>**

Submitted on 14 Nov 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# CSPAC : un modèle de résolution du problème d'allocation de capacités

Abdellah IDRISSE & Chu Min LI  
LaRIA, FRE 2733, Université de Picardie  
33 Rue Saint Leu, 80039 Amiens, France  
{idrissi, chu-min.li}@u-picardie.fr

**Résumé :** Dans cet article, nous avons présenté une modélisation du problème d'allocation de capacités (CAP) d'un aéroport sous forme d'un problème de satisfaction de contraintes (CSP). Cette modélisation a donné naissance au modèle CSPAC. Ensuite, nous avons proposé une méthode d'optimisation du problème d'allocation de capacités que nous avons appelé CAPO. Enfin, nous avons montré comment contrôler et réguler ces capacités selon les besoins des gestionnaires pour faire face aux imprévus et présenté quelques perspectives de ce travail.

**Mots-clés :** *Intelligence artificielle ; aide à la décision ; modélisation ; optimisation ; allocation de capacités ; réseau de contraintes.*

## 1 INTRODUCTION

Les problèmes d'attribution de capacité se trouvent habituellement au coeur de beaucoup de problèmes réels d'ordonnancement et de planification. La première étape vers le traitement d'un problème d'attribution de capacités réside dans la formulation et la modélisation du problème. La modélisation est un des thèmes centraux de l'intelligence artificielle (AI) et c'est aussi une étape critique de la résolution des problèmes. Un bon modèle peut naturellement induire à un algorithme de recherche et une stratégie de résolution efficaces.

Cependant, modéliser un problème est une tâche difficile. En effet, il existe en général plusieurs facteurs qui influencent la manière dont un problème devrait être formulé et représenté. Il n'y a aucune directive sur laquelle des facteurs doivent être pris en considération dans un processus de modélisation, et développer un bon modèle reste donc en grande partie un art, selon l'expérience et le goût. Néanmoins, pour un problème particulier, différentes techniques de modélisation peuvent être étudiées. L'expressivité et la complexité des différents schémas de modélisation peuvent décider du choix du modèle le plus approprié au problème étudié. Parmi ces techniques on peut trouver les problèmes de satisfaction de contraintes.

Les problèmes de satisfaction de contraintes (CSPs pour Constraint Satisfaction Problems) [Montanari, 1974]

permettent de représenter sous une forme simple un grand nombre de problèmes réels.

Formellement, un CSP fini se définit par le triplet  $(X, D, C)$ , avec  $X = \{X_1, \dots, X_n\}$ , est un ensemble de  $n$  variables ;  $D = \{D_1, \dots, D_n\}$ , est un ensemble de domaines ;  $D_i$  est le domaine de valeurs associé à la variable  $X_i$  et  $C = \{C_1, \dots, C_m\}$ , est un ensemble de  $m$  contraintes du problème. Résoudre un CSP consiste à affecter des valeurs à des variables de façon à satisfaire toutes les contraintes.

Divers problèmes réels peuvent être représentés sous forme d'un CSP. Nous proposons dans ce papier d'appliquer ces techniques de CSP au problème d'allocation de capacités d'un aéroport (CAP). Ce problème fait partie intégrante du problème du trafic aérien en général. Ce dernier a connu une progression très importante pendant les dernières décennies et toutes les prévisions tendent à montrer que cette croissance ne devrait guère se ralentir dans les prochaines années. Le problème d'allocation de capacités devient donc un sérieux problème auquel faut-il faire face surtout en cas de congestion. Les problèmes de congestion se produisent à un aéroport à chaque fois que la demande du trafic excède la capacité disponible. Les gestionnaires d'un aéroport contrôlent le trafic et résolvent ces problèmes de congestion en retardant quelques vols de sorte que l'écoulement des flux au niveau de l'aéroport soit facilité mais n'excède pas la capacité disponible. L'objectif de la gestion est de minimiser le retard total des avions.

Dans le but d'aider les gestionnaires d'un aéroport à maîtriser les demandes d'arrivées et de départs et à utiliser de manière efficace les capacités disponibles d'un terminal, nous proposons une modélisation du problème d'allocation de capacités d'un aéroport sous forme d'un CSP. A cette fin, il suffit d'identifier les variables, les domaines de valeurs que peuvent prendre ces variables et les contraintes du problème. Une fois le modèle CSP défini, il suffit d'adapter une des méthodes de recherche de solution pour résoudre le problème. Il ne reste plus qu'à faire appel à une des méthodes de recherche de solution pour résoudre le problème d'allocation de capacités notamment l'algorithme Branch and Bound et ses variantes présentées dans [Korf, 1993, Schiex, 1995, Larrosa, 1996, Weixiong, 2001].

La présente étude a plusieurs objectifs. Le premier objectif est de modéliser le problème d'allocation de capacités d'un aéroport sous forme d'un réseau de contraintes (CSP). Le deuxième objectif est de résoudre ce problème en utilisant les algorithmes de résolution destinés spécifiquement aux CSP. Le troisième objectif est de proposer une couche supplémentaire à ces techniques de résolution de CSP. Cette couche permettra de satisfaire au mieux toutes les contraintes du problème, elle est basée sur des techniques d'optimisation sous contraintes. Le quatrième objectif est d'étudier la complexité de ce problème de capacités et de montrer que c'est un problème NP-complet.

Nous traiterons certains de ces objectifs dans ce papier, les autres feront l'objet des prochains rapports.

Ce papier est organisé comme suit. La section 2 présente quelques définitions relatives au problème d'allocation de capacités. Dans la section 3 nous présentons une modélisation possible de ce problème sous forme d'un CSP et proposons une méthode d'optimisation pour ce problème que nous appellerons CAPO. Nous montrons dans la section 4 comment contrôler cette capacité pour faire face aux imprévus. Nous concluons dans la section 5 et discutons quelques perspectives de ce travail.

## 2 PROBLÈME D'ALLOCATION DE CAPACITÉ : CAP

### 2.1 Définitions

**Capacité d'un aéroport** : La capacité d'un aéroport se définit comme le nombre d'arrivées et de départs d'avions ayant la permission d'atterrir ou de décoller pendant une unité de temps prédéfinie.

**Problème d'allocation de capacité 'CAP'** : Le problème d'attribution de capacités d'un aéroport consiste à déterminer un équilibre, entre arrivées et départs, qui réduit au minimum une fonction objectif appropriée pendant un horizon de temps donné.

Les capacités des aéroports deviennent de plus en plus limitées par rapport aux demandes et présentent de vrais problèmes pour le réseau de transport aérien. L'optimisation de la capacité existante d'un aéroport pendant des périodes de congestion, pour maximiser les départs et réduire le retard au minimum, est une tâche vraiment prometteuse. Elle est importante à la fois pour la gestion stratégique de la circulation ainsi que pour le niveau tactique de trafic aérien. Une des approches les plus efficaces à optimiser la capacité existante d'un aéroport semble être l'allocation optimale et dynamique des capacités d'arrivées et de départs.

### 2.2 Une vue d'ensemble

La demande du trafic aérien qui ne cesse d'augmenter et la capacité limitée des aéroports par rapport aux

demandes posent d'importants problèmes de congestion à beaucoup d'aéroports principaux. Le manque d'adaptation efficace de la capacité des aéroports à la demande du trafic peut mener à l'augmentation du retard, à la rupture de certaines opérations en lignes et aussi à la perturbation des passagers.

La congestion des aéroports est devenue une source significative de retard. Pour alléger cette situation, plusieurs recherches sont investies dans la mesure de trouver des moyens efficaces permettant de réduire ces temps de retards au niveau des aéroports.

D'ailleurs, des recherches similaires sont menées pour améliorer les capacités des secteurs En-route. Ainsi, la majorité des recherches s'oriente vers la modélisation et l'optimisation des méthodes utilisées par les contrôleurs que ce soit au sol (aéroports) ou En-route (secteurs aériens) dans le but d'une automatisation progressive de tout le système.

Dans le cadre de cette automatisation progressive, nous avons proposé dans [Idrissi, 2005] une modélisation et une résolution des problèmes de conflits aériens par des techniques de réseaux de contraintes (CSP). Cette modélisation et résolution automatique peuvent éventuellement s'introduire dans le projet (FREER) [Duong, 1999] développé par Eurocontrol suite au concept "Free Flight" [Fearnside, 1995].

L'optimisation de la capacité d'un aéroport signifie la meilleure attribution des capacités de départs et d'arrivées qui satisfait de façon efficace les demandes prévues de trafic sur une certaine période de temps sous conditions de fonctionnement données ou spécifiques à l'aéroport.

Quelques mesures possibles pour la gestion de la capacité d'un aéroport sont présentées dans [Hamzawi, 1992]. Parmi ces mesures, on trouve la gestion des opérations des arrivées et des départs par allocation dynamique des capacités d'arrivées et de départs aux aéroports. Ces derniers disposent d'un système de configurations de pistes assurant une certaine interdépendance entre la capacité d'arrivée et la capacité de départ ; c'est à dire que dans certains cas la capacité d'arrivée peut être augmentée au dépens de la capacité de départ et vice versa.

En 2003, Eugene Gilbo a proposé dans [Gilbo, 2003] de considérer les capacités d'arrivées et de départs d'un aéroport comme variables interdépendantes dont les valeurs dépendent du rapport arrivée/départ.

Ainsi, les gestionnaires de trafic aérien peuvent contrôler et modifier les arrivées et les départs à l'aéroport pendant les périodes de congestion pour améliorer le service de la demande du trafic.

Cependant, actuellement ils procèdent intuitivement vu le manque d'outil de décision automatisé pour déterminer les meilleures stratégies d'attribution des taux d'arrivées et de départs à l'aéroport. Un spécialiste expérimenté peut trouver de meilleures solutions mais, dans des situations plus complexes, cette tâche peut devenir impossible. C'est pourquoi il est nécessaire de penser à développer un outil d'aide à la décision pour aider les spécialistes de trafic aérien à déterminer de façon régulière les meilleurs taux d'arrivées et de départs à l'aéroport.

Dans ce cadre, nous proposons dans la section suivante une modélisation du problème d'allocation de capacités (CAP pour Capacity Allocation Problem) sous forme d'un CSP (pour Constraint Satisfaction Problem). Nous appellerons CSPAC ce modèle.

### 3 UN MODÈLE CSP POUR L'ALLOCATION DE CAPACITÉ : CSPAC

#### 3.1 Présentation

La figure 1 présente un schéma simplifié comportant les demandes d'arrivées et de départs au sein d'un aéroport pendant un intervalle de temps 'i' ('i' est une période de 15 minutes).

Les demandes d'arrivées se situent au niveau du point 'A'. Les demandes de départs se situent au niveau du point 'D'. Le point 'T' représente le Terminal "Parking final".

Le problème consiste à satisfaire les demandes d'arrivées et de départs tout en sachant qu'on ne peut pas dépasser la capacité totale du terminal que nous noterons  $C_{T_i}$  pendant l'intervalle de temps 'i'.

Cette capacité du terminal est la somme de  $P_{v_i}$  et de  $P_{oc_i}$ .

$$C_{T_i} = P_{v_i} + P_{oc_i} \quad (1)$$

$P_{v_i}$  est le nombre de places vides du terminal et  $P_{oc_i}$  est le nombre de places occupées du terminal.

Si  $X_{ae_i}$  représente les entrées (les avions effectifs qui arrivent) et  $Y_{de_i}$  les sorties (les avions effectifs qui partent) pendant un intervalle de temps 'i', alors le nombre de places vides pour l'intervalle de temps 'i+1' devient donc :

$$P_{v_{i+1}} = P_{v_i} + Y_{de_i} - X_{ae_i} \quad (2)$$

De même, le nombre de places occupées pour l'intervalle de temps 'i+1' devient :

$$P_{oc_{i+1}} = P_{oc_i} + X_{ae_i} - Y_{de_i} \quad (3)$$

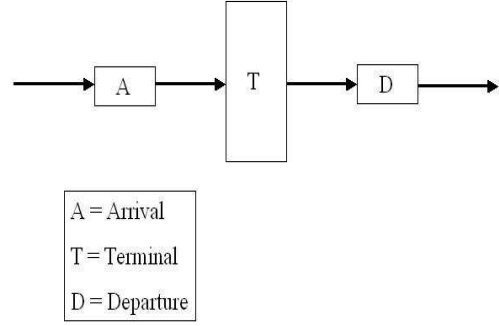


FIG. 1 – Schéma simplifié d'un aéroport

Pour simplifier, admettons pour la suite que  $C_{T_i}$  est une constante indépendante du temps. Nous la noterons  $C_T$  telle que :

$$C_T = P_{v_i} + P_{oc_i} = P_{v_{i+1}} + P_{oc_{i+1}} \quad (4)$$

#### 3.2 Modélisation du problème CAP sous forme d'un CSP

Nous proposons une modélisation de ce problème d'allocation de capacités (CAP) sous forme d'un CSP  $CSPAC_i = (X_i, D_i, C)$  pendant un intervalle de temps 'i' où :

–  $X_i = \{X_{a_i}, X_{ae_i}, Y_{d_i}, Y_{de_i}, Q_{a_i}, Q_{d_i}, P_{v_i}, P_{oc_i}\}$  est l'ensemble des variables telles que :

$X_{a_i}$  est le nombre des demandes d'arrivées au point 'A' de la figure 1 ;

$X_{ae_i}$  est le nombre des arrivées effectives au point 'A' ;

$Y_{d_i}$  est le nombre des demandes de départs au point 'D' de la figure 1 ;

$Y_{de_i}$  est le nombre des départs effectifs au point 'D' ;

$Q_{a_i}$  est le nombre des arrivées retardées au point 'A' ;

$Q_{d_i}$  est le nombre des départs retardés au point 'D' ;

$P_{v_i}$  et  $P_{oc_i}$  sont respectivement l'ensemble des places vides et des places occupées du terminal au point 'T' de la figure 1 pendant toujours le même intervalle de temps 'i'.

–  $D_i = \{D_{x_{a_i}}, D_{x_{ae_i}}, D_{y_{d_i}}, D_{y_{de_i}}, D_{q_{a_i}}, D_{q_{d_i}}, D_{p_{v_i}}, D_{p_{oc_i}}\}$  est l'ensemble des domaines des variables.

Nous considérons que tous les domaines de ces variables sont égaux et que  $D_i$  peut représenter un domaine commun à toutes ces variables.

Soit  $D_i = D_{x_{a_i}} = D_{x_{ae_i}} = D_{y_{d_i}} = D_{y_{de_i}} = D_{q_{a_i}} = D_{q_{d_i}} = D_{p_{v_i}} = D_{p_{oc_i}} = \{0, 1, 2, \dots, C_T\}$ .

– C est l'ensemble des contraintes du problème. Nous pouvons les formuler de la manière suivante :

$$0 \leq P_{v_i} \leq C_T \quad (5)$$

$$0 \leq P_{oc_i} \leq C_T \quad (6)$$

$$0 \leq P_{v_i} + P_{oc_i} \leq C_T \quad (7)$$

$$0 \leq P_{v_{i+1}} + P_{oc_{i+1}} \leq C_T \quad (8)$$

$$0 \leq X_{ae_i} \leq P_{v_i} \quad (9)$$

$$0 \leq Y_{de_i} \leq P_{oc_i} \quad (10)$$

$$0 \leq X_{ae_i} \leq X_{a_i} \quad (11)$$

$$0 \leq Y_{de_i} \leq Y_{d_i} \quad (12)$$

$$X_{ae_i} + Y_{de_i} \leq X_{a_i} + Y_{d_i} \quad (13)$$

$$0 \leq X_{ae_i} + Y_{de_i} \leq C_T \quad (14)$$

$$P_{v_{i+1}} = P_{v_i} + Y_{de_i} - X_{ae_i} \quad (15)$$

$$P_{oc_{i+1}} = P_{oc_i} + X_{ae_i} - Y_{de_i} \quad (16)$$

$$Q_{a_i} = X_{a_i} - X_{ae_i} + Q_{a_{i-1}} \quad (17)$$

$$Q_{d_i} = Y_{d_i} - Y_{de_i} + Q_{d_{i-1}} \quad (18)$$

$Q_{a_{i-1}}$  et  $Q_{d_{i-1}}$  sont respectivement les nombres d'avions d'arrivées et de départs retardés pendant l'intervalle de temps 'i-1'. Ces deux nombres font parties respectivement des demandes d'arrivées et de départs pendant l'intervalle de temps 'i'. En réalité la demande totale d'arrivée pendant 'i' est la somme des demandes réellement exprimées  $X_{a_i}$  pendant 'i' augmentées des

nombres d'avions  $Q_{a_{i-1}}$  qui se trouvaient dans la file d'attente du fait qu'ils n'ont pas été servis pendant 'i-1'. Ainsi  $X_{a_i} = X_{a_i} + Q_{a_{i-1}}$ . De même, la demande totale de départ pendant 'i' est la somme des demandes réellement exprimées  $Y_{d_i}$  pendant 'i' augmentées des nombres d'avions  $Q_{d_{i-1}}$  qui se trouvaient dans la file d'attente du fait qu'ils n'ont pas été servis pendant 'i-1'. Ainsi  $Y_{d_i} = Y_{d_i} + Q_{d_{i-1}}$ .

Le problème consiste à affecter des valeurs à des variables tout en respectant les contraintes décrites ci-dessus pour satisfaire toutes les demandes formulées que ce soit de départs ou d'arrivées.

Ainsi notre réseau de contraintes (CSP) est bien identifié, notamment les variables, les domaines de valeurs que peuvent prendre ces variables et les contraintes du problème sont tous définis explicitement. Il ne reste plus qu'à faire appel à une des méthodes de recherche de solution pour résoudre le problème d'allocation de capacités notamment l'algorithme Branch and Bound et ses variantes présentés dans [Korf, 1993, Schiex, 1995, Larrosa, 1996, Weixiong, 2001].

Notons qu'en cas de congestion pendant un intervalle de temps 'i' la somme des nombres des arrivées effectifs ( $X_{ae_i}$ ) et des départs effectifs ( $Y_{de_i}$ ) est inférieure à la somme des nombres des demandes d'arrivées ( $X_{a_i}$ ) et de départs ( $Y_{d_i}$ ). Autrement dit, seule une partie des demandes est servie (voir l'inéquation (13)).

Par ailleurs, comme pour les CSP, bon nombre de questions s'impose. On peut citer :

- Existe t il des solutions à ce problème ?
- Déterminer une solution ?
- Déterminer toutes les solutions ?
- ...

Cela peut se traduire pour notre CSPAC par :

- Est ce que l'on peut servir toutes les demandes sans enregistrer aucun retard :  $\sum_{i=1}^N [Q_{a_i} + Q_{d_i}] = 0$ ?; avec  $Q_{a_i}$  et  $Q_{d_i}$  sont respectivement le nombre d'avions d'arrivées et de départs retardés pendant l'intervalle de temps 'i' et  $N$  est le nombre d'intervalles constituant une période de temps donnée.
- Est ce que l'on peut servir toutes les demandes avec un certain retard '1' que l'on peut se donner :  $\sum_{i=1}^N [Q_{a_i} + Q_{d_i}] = 1$  ?
- ...

- Est ce que l'on peut servir toutes les demandes avec un certain retard 'r' que l'on peut se donner :

$$\sum_{i=1}^N [Q_{a_i} + Q_{d_i}] = r ?$$

- Est ce que l'on peut servir toutes les demandes sans dépasser un certain retard 'r<sub>max</sub>' que l'on peut se donner :

$$\sum_{i=1}^N [Q_{a_i} + Q_{d_i}] \leq r_{max} ?$$

Notre objectif consiste en la minimisation de la somme des nombres d'avions retardés que ce soit de départs ou d'arrivées. Autrement dit, nous cherchons à minimiser  $\sum_{i=1}^N [Q_{a_i} + Q_{d_i}]$ .

Pour apporter quelques éléments de réponse à ces questions, nous envisageons de nous inspirer dans un futur proche des méthodes de résolution existantes dans la littérature telles que le Backtracking, les métaheuristiques, les méthodes de recherche locale, les méthodes hybrides, la programmation linéaire, etc.

Aussi, nous proposons de placer ce problème dans un cadre plus large, celui d'une optimisation sous contraintes en temps limité. Car nous estimons qu'en cas de panne ou autre, il faut bien fournir une solution même si elle n'est pas de très bonne qualité. Ces réflexions feront l'objet de nos prochaines études. Pour le moment nous proposons ci-dessous une méthode d'optimisation sous contraintes sans nous soucier de la contrainte de temps limité.

Réduire le nombre d'avions retardés tel est l'objectif ?

### 3.3 Modèle d'optimisation : CAPO

Quand on affecte une capacité à une demande alors si cette demande est satisfaite, on passe à la suivante, sinon c'est à dire si cette demande n'est pas satisfaite alors la différence entre la demande et la capacité disponible est un coût ou une pénalité 'p' telle que  $(D - C = p)$ .  $D$  est la demande,  $C$  est la capacité attribuée à cette demande et  $p$  est la pénalité. Le problème est de réduire la somme de ces pénalités. Pour cela, nous proposons un modèle d'optimisation que nous appellerons 'CAPO'.

Un CAPO est un problème d'optimisation sous un ensemble de contraintes. Il consiste en la réduction au minimum d'une fonction de pénalité  $\varphi$  sous un ensemble de contraintes  $C$ . Cette fonction de pénalité  $\varphi$  est la somme des pénalités des contraintes insatisfaites. Notons  $P(c)$  la pénalité d'une contrainte insatisfaite. Alors le problème CAPO peut être caractérisé par :

minimiser  $(\varphi)$  avec

$$\varphi = \sum P(c) | c \in C \text{ et } c \text{ insatisfaite} \quad (19)$$

Par ailleurs, la pénalité peut être le temps total de retard. Elle peut être aussi le nombre total d'avions retardés

( $N_{tar}$ ) pendant toute la période considérée. Le temps total de retard pour ce dernier est estimé à ( $N_{tar} * 15$ ) minutes. En effet, sur une période composée de  $N_t$  intervalles de temps on aura :

$$N_{tar} = \sum_{i=1}^{N_t} [Q_{a_i} + Q_{d_i}]$$

Avec  $Q_{a_i} = X_{a_i} - X_{ae_i}$  et  $Q_{d_i} = Y_{d_i} - Y_{de_i}$  sont respectivement le nombre d'avions arrivants et partants qui sont retardés pendant un intervalle de temps 'i=15 min'.

La fonction de pénalité devient :

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N_t} [Q_{a_i} + Q_{d_i}] \quad (20)$$

Optimiser la fonction de pénalité revient donc à minimiser la fonction  $\varphi$  :

$$\text{minimiser } (\varphi) \quad (21)$$

Avec

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N_t} [X_{a_i} - X_{ae_i} + Y_{d_i} - Y_{de_i}] \quad (22)$$

Nous présentons ci-dessous un exemple de problème CSPAC suivi de sa résolution.

### 3.4 Exemple d'un problème CSPAC

Le tableau 1 présente les demandes d'arrivées et de départs d'un aéroport. La première colonne présente les créneaux horaires sous forme d'intervalles de temps de 15 minutes. Les colonnes 2 et 3 présentent respectivement les demandes d'arrivées et de départs sur ces mêmes intervalles de temps. Les colonnes 4 et 5 présentent respectivement les flux d'arrivées et de départs servis. Les colonnes 6 et 7 présentent les demandes qui n'ont pas été servies (ces demandes qui n'ont pas été servies sont des files d'attentes qui doivent être prises en compte pendant l'intervalle de temps suivant). Les colonnes 8 et 9 présentent respectivement les capacités d'arrivées et de départs dont dispose le terminal.

Le problème consiste en l'affectation des valeurs des colonnes 8 et 9 à des variables des colonnes 4 et 5 de manière à réduire le nombre d'avions retardés (queues ou avions mis en attentes) dans les colonnes 6 et 7. De manière générale, il faut réduire au minimum la somme des nombres d'avions en attente qui se trouvent en colonnes 6 et 7.

Notons que pour cet exemple la période est de 3 heures et que le nombre d'intervalles  $N_t$  formant cette période est égale à 12.

Intervals time = i	Example of Ar. / Dep. Dem.		Example of Ar. / Dep. Flow		Example of A. / D. Queues		Example of Available Capacity	
	Arr. D. = X <sub>ai</sub>	Dep. D. = Y <sub>di</sub>	Fa = X <sub>aei</sub>	Fd = Y <sub>dei</sub>	X <sub>ai</sub> - X <sub>aei</sub> = Q <sub>ai</sub>	Y <sub>di</sub> - Y <sub>dei</sub> = Q <sub>di</sub>	Arr-Cap = C <sub>ai</sub>	Dep-Cap = C <sub>di</sub>
12:00-12:15 = 1	26	36					18	29
12:15-12:30 = 2	38	32					17	30
12:30-12:45 = 3	42	9					20	27
12:45-13:00 = 4	29	15					26	19
13:00-13:15 = 5	6	7					28	15
13:15-13:30 = 6	13	10					24	24
13:30-13:45 = 7	14	17						
13:45-14:00 = 8	20	33						
14:00-14:15 = 9	40	34						
14:15-14:30 = 10	25	22						
14:30-14:45 = 11	13	13						
14:45-15:00 = 12	12	1						
<b>TOTAL</b>	<b>278</b>	<b>229</b>						

TAB. 1 – Exemple de problème à résoudre

Intervals time = i	Example of Ar. / Dep. Dem.		Example of Ar. / Dep. Flow		Example of A. / D. Queues		Example of Available Capacity	
	Arr. D. = X <sub>ai</sub>	Dep. D. = Y <sub>di</sub>	Fa = X <sub>aei</sub>	Fd = Y <sub>dei</sub>	X <sub>ai</sub> - X <sub>aei</sub> = Q <sub>ai</sub>	Y <sub>di</sub> - Y <sub>dei</sub> = Q <sub>di</sub>	Arr-Cap = C <sub>ai</sub>	Dep-Cap = C <sub>di</sub>
12:00-12:15 = 1	26	36	24	24	2	12	24	24
12:15-12:30 = 2	38	32	24	24	16	20	24	24
12:30-12:45 = 3	42	9	24	24	34	5	24	24
12:45-13:00 = 4	29	15	26	19	37	1	26	19
13:00-13:15 = 5	6	7	28	15	15	0	28	15
13:15-13:30 = 6	13	10	28	15	0	0	28	15
13:30-13:45 = 7	14	17	17	30	0	0	17	30
13:45-14:00 = 8	20	33	20	27	0	6	20	27
14:00-14:15 = 9	40	34	24	24	16	16	24	24
14:15-14:30 = 10	25	22	24	24	17	14	24	24
14:30-14:45 = 11	13	13	24	24	6	3	24	24
14:45-15:00 = 12	12	1	18	29	0	0	18	29
<b>TOTAL</b>	<b>278</b>	<b>229</b>	<b>281</b>	<b>279</b>	<b>143</b>	<b>77</b>		

TAB. 2 – Exemple de résolution

### 3.5 Exemple de solution au problème CSPAC

Pour l'exemple du tableau 1, la fonction de pénalité  $\varphi$  qui est la somme des colonnes 6 et 7 (tableau 2) s'écrit  $\varphi = \sum_{i=1}^{12} [Q_{ai} + Q_{di}]$  soit :

$$\varphi = \sum_{i=1}^{12} [X_{ai} - X_{aei} + Y_{di} - Y_{dei}] \quad (23)$$

$$\min(\varphi) = 143 + 77 = 220 \quad (24)$$

Nous remarquons qu'il y a plus d'avions du côté des arrivées que du côté des départs qui sont mis en attente. On peut penser à équilibrer ces retards entre arrivées et départs. Pour cela, il suffit de faire appel au modèle de contrôle et de régulation présenté dans la section 4.

### 3.6 Discussion

Pour revenir à la figure 1, il existe en réalité plusieurs canaux ou bornes d'arrivées au point 'A' appelés 'fixes en anglais'. De même, au point 'D', il existe plusieurs bornes 'fixes' de départs. Notons  $n_{af_i}$  le nombre de 'fixes' d'arrivées pendant 'i' et  $n_{df_i}$  le nombre de 'fixes' de départs pendant 'i'.

La figure 2 illustre ces arrivées/départs au niveau des "fixes". Elle représente un schéma simplifié d'un système d'aéroport. Ce système comporte un ensemble de  $n_{af}$  fixes d'arrivées 'AF', un ensemble de  $n_{df}$  fixes de départs 'DF' et un ensemble de pistes ou runways au niveau du terminal 'T'.

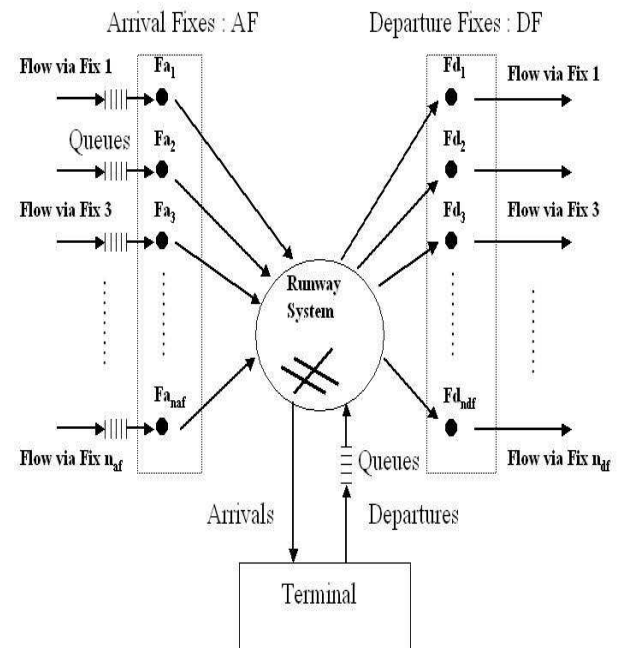


FIG. 2 – Exemple d'un système d'aéroport

Rappelons au passage que l'écoulement du flux entrant traverse les fixes d'arrivées avant l'atterrissage, et l'écoulement du flux sortant traverse les fixes de départs après avoir quitté les pistes.

Les files d'attentes d'arrivées sont formées avant les fixes (voir figure 2). Cela signifie que les vols qui ont traversé les fixes, doivent être acceptés au niveau des pistes.

S'il y a une file d'attente d'arrivée, une certaine quantité de vols devrait être retardée. Par contre la file d'attente de départ est formée avant le système de pistes, et des avions qui devaient voler peuvent être retardés à leurs portes de sortie du terminal ou sur la piste de roulement.

Les bornes ou 'fixes' d'arrivées et de départs ont des capacités constantes. La capacité d'une borne 'fix' c'est le nombre maximum de vols qui peuvent traverser cette borne 'fix' dans un intervalle de 15 minutes (ou tout autre intervalle). Ces capacités déterminent les contraintes opérationnelles du système de l'aéroport.

Nous allons nous intéresser dans une prochaine étude au cas plus précis de 'j' fixes  $F_{a_i}^j$  avec  $j = 1, \dots, n_{a_{f_i}}$  constituant les fixes d'arrivées et de 'k' fixes de départs  $F_{d_i}^k$  avec  $k = 1, \dots, n_{d_{f_i}}$ . Chaque fix 'j' ou 'k' dispose de sa capacité propre notée  $C_{F_i}^j$  ou  $C_{F_i}^k$  pendant le même intervalle de temps 'i'. Nous modéliserons ce problème sous forme d'un CSP et lui adopterons très prochainement des méthodes de recherches de solutions adéquates.

#### 4 CONTRÔLE ET RÉGULATION DE CAPACITÉS

Nous avons vu plus haut dans l'inéquation (7) que :

$$0 \leq P_{v_i} + P_{oc_i} \leq C_{T_i}$$

Supposons que l'on souhaite réduire ou augmenter les capacités d'un aéroport pour une raison quelconque (météo, priorités, autorités, créneaux horaires, etc.) ou plus précisément si l'on souhaite contrôler et réguler ces capacités, alors dans ce cas il faut introduire quelques paramètres de contrôle. La formule (7) ci-dessus devient :

$$\alpha_i P_{oc_i} + \beta_i P_{v_i} = \lambda_i C_{T_i} \quad (25)$$

Les paramètres  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  et  $\lambda_i$  sont des paramètres de contrôle de capacités. Ils dépendent des souhaits de régulation exprimés par les gestionnaires des aéroports suivant certaines conditions de météo, priorités, autorités, créneaux horaires, etc. Ils sont tous compris entre 0 et 1.

Nous sommes donc amené à introduire ces paramètres dans toutes les formules que nous avons explicité jusqu'à présent. Nous aurons plus précisément les formules suivantes :

$$\alpha_i X_{ae_i} \leq \lambda_i C_{a_i} \leq \beta_i P_{v_i} \quad (26)$$

$$\alpha'_i Y_{de_i} \leq \lambda'_i C_{d_i} \leq \beta'_i P_{oc_i} \quad (27)$$

Avec  $C_{a_i}$  et  $C_{d_i}$  sont les capacités totales des fixes respectivement d'arrivées et de départs pendant l'intervalle de temps 'i' et  $\alpha'_i$ ,  $\lambda'_i$  et  $\beta'_i$  sont des paramètres de contrôle. Notons que  $C_{a_i} \leq C_{T_{a_i}}$  et que  $C_{d_i} \leq C_{T_{d_i}}$  où  $C_{T_{a_i}}$  et  $C_{T_{d_i}}$  sont respectivement les capacités d'arrivées et de départs du terminal 'T' pendant 'i' telles que  $C_{T_{a_i}} + C_{T_{d_i}} = C_{T_i}$ . Nous rappelons que  $C_{T_i}$  est la capacité totale du terminal.

Sur une période de temps composée de 'N' intervalles de temps 'i'. C'est à dire sur une période de (15\*N) minutes, on aura :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N [\alpha_i X_{ae_i} + \alpha'_i Y_{de_i}] &\leq \sum_{i=1}^N [\lambda_i C_{a_i} + \lambda'_i C_{d_i}] \\ &\leq \sum_{i=1}^N [\beta_i P_{v_i} + \beta'_i P_{oc_i}] \end{aligned} \quad (28)$$

A vrai dire, si les capacités sont assez grandes pour qu'aucune congestion n'ait lieu, le problème ne se poserait pas. Mais si il y a plus de demandes d'arrivées qu'il en est de demandes de départs sur une durée de temps assez élevée, le problème de la congestion s'imposerait. Dans ce cas, il faut réduire au minimum les nombres d'avions retardés ou maximiser au mieux les flux de départs.

En somme, la formule suivante nous permet de répondre en partie à ce problème de congestion tout en assurant un certain équilibre entre les arrivées et les départs.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N [\alpha_i P_{oc}^i - \gamma_i Y_{de_i} + \beta_i P_v^i - \delta_i X_{ae_i}] &\leq \\ \sum_{i=1}^N [\lambda_i C_{T_{d_i}} + \mu_i C_{T_{a_i}}] &\end{aligned} \quad (29)$$

N représente le nombre d'intervalles de temps portant sur une période de 15\*N minutes ;

$P_{oc}^i$  est le nombre de places occupées pendant l'intervalle de temps 'i' ;

$Y_{de_i}$  est le nombre de départs effectifs pendant 'i' ;

$X_{ae_i}$  est le nombre d'arrivées effectives pendant 'i' ;

$C_{T_{d_i}}$  est la capacité de départ du terminal pendant 'i' ;

$C_{T_{a_i}}$  est la capacité d'arrivée du terminal pendant 'i' ;

$\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\delta_i$ ,  $\lambda_i$  et  $\mu_i$  sont des paramètres de régulation.



Apporter un élément de réponse à ce problème d'équilibrage de charge entre arrivées et départs consiste à minimiser la formule suivante que nous appellerons la fonction objectif.

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N [\alpha_i P_{oc}^i - \gamma_i Y_{de_i}] + [\beta_i P_v^i - \delta_i X_{ae_i}] \right\} \quad (30)$$

## 5 CONCLUSION

Nous avons modélisé le problème d'allocation de capacités (CAP) d'un aéroport sous forme d'un problème de satisfaction de contraintes (CSP). Les variables sont représentées par le nombre de demandes d'arrivées et de départs, le nombre d'avions effectivement arrivés et partis, le nombre d'avions d'arrivées et de départs retardés ainsi que le nombre de places vides et occupées au sein du terminal. Toutes ces variables admettent un domaine commun comportant des valeurs allant de zéro jusqu'à la valeur de la capacité totale et maximale du terminal  $C_T$ . Les contraintes du CSPAC considéré sont les différentes équations et inéquations régissant les capacités disponibles au sein de l'aéroport. Ensuite, nous avons proposé une méthode d'optimisation sous contraintes du problème d'allocation de capacités que nous avons appelé CAPO. Enfin, nous avons montré comment contrôler et réguler ces capacités selon les besoins des gestionnaires pour faire face aux imprévus et présenté quelques perspectives de ce travail. Nous traiterons plus en détails ces concepts d'optimisation sous contraintes notamment 'max-sat' et/ou 'max-csp' dans un prochain papier. Nous envisageons également d'ajouter la contrainte de temps à ces deux derniers concepts, ce qui permettra à notre méthode de retourner une solution quelque soit le mode de fonctionnement du système. Aussi, semble-t-il que l'augmentation du trafic et les contraintes économiques rendront nécessaires une sérieuse évolution des techniques de gestion des capacités des aéroports.

## BIBLIOGRAPHIE

- [Adams, 1996] Adams M., S. Kolitz, J. Milner and A.R. Odoni, 1996. Evolutionary concepts for decentralized air traffic flow management. *Air Traffic Control Quarterly* 4.
- [Ball, 2001] Ball M. O., C.Y. Chen, R.L. Hoffman, T. Vossen, 2001. Collaborative decision making air traffic management : Current and future research directions. In L. Bianco, P. Dell'Olmo, A.R. Odoni (Eds.), *New Concepts and Methods in Air Traffic Management*, Springer, Berlin.
- [Dell'Olmo, 2001] Dell'Olmo P., G. Lulli, 2001. A Dynamic Programming Approach for the Airport Capacity Allocation Problem". Technical Paper, Dip. di Statistica, Probabilità e Statistiche Applicate, Univ. di Roma.
- [Dell'Olmo, 2003] Dell'Olmo P., G. Lulli, 2003. A new hierarchical architecture for Air Traffic Management : Optimisation of airway capacity in a Free Flight scenario. *European Journal of Operational Research* 144.
- [Duong, 1999] Duong V., 1999. Free route experimental encounter resolution : Initial results. Technical Paper, Eurocontrol, Bretigny.
- [Fearnside, 1995] Fearnside J. J., 1995. Free flight as a system concept. In *Proceedings of CAAASD*.
- [Fitzpatrick, 2001] Fitzpatrick S. and L. Meertens, 2001. An experimental assessment of a stochastic, anytime, decentralized, soft colourer for sparse graphs. In *Proc. 1st Symp. on Stochastic Algorithms : Foundations and Applications*, pages 49-64.
- [Gilbo, 1993] Gilbo E. P., 1993. Airport capacity : Representation, estimation, optimization. *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, vol. 1.
- [Gilbo, 1997] Gilbo E. P., 1997. Optimizing Airport Capacity Utilization in Air Traffic Flow Management Subject to Constraints at Arrival and Departure Fixes. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 5.
- [Gilbo, 2000] Gilbo E. P. and K. Howard, 2000. Collaborative Optimization of Airport Arrival and Departure Traffic Flow Management Strategies for CDM. 3rd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar, Italy.
- [Gilbo, 2003] Gilbo E. P., 2003. Arrival/Departure Capacity Tradeoff Optimization : a Case Study at the St. Louis Lambert International Airport (STL). 5th USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar Budapest.
- [Hamzawi, 1992] Hamzawi S. G., 1992. Lack of airport capacity : Exploration of alternative solutions. *Transportation Res.-A*, vol. 26-A, no. 1.
- [Idrissi, 2005] Idrissi A, 2005. CASC : Aide à la décision au contrôleur aérien par satisfaction de contraintes. In *proceedings of RIVF'05*, Can Tho.
- [Jenny, 1997] Jenny M., 1997. Foreword. *Air Traffic Control Quarterly* 5, (1997).
- [Korf, 1993] Korf R, 1993. Linear-space best first search. *Artificial Intelligence*, 62 :41-78, (1993).
- [Larrosa, 1996] Larrosa J. and P. Meseguer, 1996. Exploiting the use of DAC in max-csp. In *proceedings of CP-96*, Cambridge, (1996).
- [Montanari, 1974] Montanari U., 1974. Networks of constraints : Fundamental properties and applications to picture processing. *Information Sciences*, 7 : 95-132.
- [Schiex, 1995] Schiex T., H. Fargier and G. Verfaillie, 1995. Valued constraint satisfaction problems : hard and easy problems. In *proceedings of IJCAI-95*. Montréal, Canada.
- [Wambsganss, 2001] Wambsganss M. C., 2001, Collaborative decision making air traffic management. In L. Bianco, P. Dell'Olmo, A.R. Odoni (Eds.), *New Concepts and Methods in Air Traffic Management*, Springer, Berlin.
- [Weixiong, 2001] Weixiong Z., 2001. Modeling and analyzing soft constraint optimization : Ressource allocation as a case study. Technical report WU-CIC Working Note 1, Computational Intelligence Center, Washington University, St Louis, MO 63130.