

## Vers une commande multivariable sans modèle

Michel Fliess, Cédric Join, Mamadou Mboup, Hebertt Sira-Ramirez

► **To cite this version:**

Michel Fliess, Cédric Join, Mamadou Mboup, Hebertt Sira-Ramirez. Vers une commande multivariable sans modèle. Conférence internationale francophone d'automatique (CIFA 2006), 2006, Bordeaux, France. 2006. <inria-00001139v2>

**HAL Id: inria-00001139**

**<https://hal.inria.fr/inria-00001139v2>**

Submitted on 18 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Vers une commande multivariable sans modèle

Michel FLIESS<sup>1</sup>, Cédric JOIN<sup>2</sup>, Mamadou MBOUP<sup>3</sup>, Hebertt SIRA-RAMÍREZ<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Projet ALIEN, INRIA Futurs & Équipe MAX, LIX (UMR-CNRS 7161)

École polytechnique, 91128 Palaiseau, France

<sup>2</sup>Projet ALIEN, INRIA Futurs & CRAN (UMR-CNRS 7039)

Université Henri Poincaré (Nancy I), BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

<sup>3</sup>Projet ALIEN, INRIA Futurs & UFR de Mathématiques et Informatique

Université René-Descartes, 45 rue des Saints-Pères, 75270 Paris cedex 06, France

<sup>4</sup>Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica, Cinvestav-IPN  
Aven. IPN No. 2508, Colonia San Pedro Zacatenco, AP 14740, 07300 México, D.F., Mexique

Michel.Fliess@polytechnique.edu, Cedric.Join@cran.uhp-nancy.fr

Mamadou.Mboup@math-info.univ-paris5.fr, hsira@cinvestav.mx

**Résumé**— On propose une commande de systèmes multivariables, de dimension finie, linéaires ou non, sans en connaître le modèle mathématique. Nos deux outils essentiels sont l'algèbre différentielle, et une estimation des dérivées de signaux bruités, récemment mise au point. Les simulations numériques de deux exemples, l'un linéaire, l'autre non, valident notre démarche.

**Mots-clés**— Systèmes linéaires multivariables, systèmes non linéaires multivariables, identification boîte noire, estimation, dérivées de signaux bruités, algèbre différentielle, calcul opérationnel.

## I. INTRODUCTION

Cette communication présente une généralisation multivariable de [16], où étaient jetées les bases d'une commande sans modèle pour systèmes monovariables de dimension finie, linéaires ou non. Est-il besoin de rappeler (cf. [29]) la difficulté redoutable d'obtenir un modèle mathématique fiable dans bien des situations quelque peu complexes ? Ainsi s'explique l'incroyable popularité industrielle des correcteurs PID, en dépit de réglages souvent malaisés (cf. [2], [8]). Notre démarche se distingue par sa méthodologie et sa « philosophie » des identifications de type « boîte noire », telles qu'on les trouve dans la littérature (voir, par exemple, [37] et [26]). Elle repose sur une nouvelle approche<sup>1</sup>, qui a permis l'estimation en temps réel des dérivées de signaux bruités [22]<sup>2</sup>.

Nous substituons aux modèles mathématiques décrivant les machines dans une plage de fonctionnement aussi large que possible des équations différentielles « phénoménologiques » valides sur un court laps de temps, et actualisées pas à pas. Nous écrivons un système multivariable, de dimension finie, à  $m$  entrées  $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m)$  et  $p$  sorties  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_p)$ , sous la forme

$$\begin{aligned} y_1^{(n_1)} &= F_1 + \alpha_{1,1}u_1 + \dots + \alpha_{1,m}u_m + \beta_1 \\ &\dots \\ y_p^{(n_p)} &= F_p + \alpha_{p,1}u_1 + \dots + \alpha_{p,m}u_m + \beta_p \end{aligned} \quad (1)$$

où

<sup>1</sup>Cette approche, née en [21] à propos d'identification paramétrique linéaire en boucle fermée, a été étendue au signal [20]. Elle conduit à un changement radical de paradigme (cf. [10], [11]). Voir, par exemple, [3], [23] pour des applications concrètes.

<sup>2</sup>Voir [12], [13], [14], [15], [22], [24], [34] pour les déjà nombreuses applications en automatique non linéaire et traitement du signal.

- $n_j \geq 1$ ,  $j = 1, \dots, p$ , et, le plus souvent,  $n_j = 1$ , ou 2 ;
- $\alpha_{j,i}, \beta_j \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, p$ , sont des paramètres constants *non physiques*, choisis par le praticien ;
- les  $F_j$  sont déterminés grâce à la connaissance de  $y_j^{(n_j)}$ ,  $u_i$ ,  $\alpha_{j,i}$ ,  $\beta_j$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, p$ .
- Si  $p \geq m$ , on garde seulement  $m$  sorties de manière à obtenir un système carré, inversible.

Le comportement désiré s'obtient par correcteurs de type *proportionnel intégral généralisé (GPI)* [19] autour d'une trajectoire de référence. Dans les deux exemples ci-dessous, on utilise, comme en [16], un PID ou un PI.

Le § II rappelle comment obtenir, grâce à l'algèbre différentielle, les équations différentielles entrée-sortie d'un système non linéaire. Le § III sur l'estimation des dérivées d'un signal bruité inclut certains des progrès récents sur la mise en œuvre numérique. On évoque au § IV les principes essentiels de notre identification boîte noire. Le § V contient deux exemples, l'un linéaire, l'autre non, et leurs simulations numériques. Une brève conclusion évoque quelques perspectives futures.

## II. RAPPELS SUR LES SYSTÈMES NON LINÉAIRES

### A. Corps différentiels

Un *corps différentiel*<sup>3</sup>  $\mathfrak{K}$  est un corps commutatif, muni d'une *dérivation*  $\frac{d}{dt}$ , c'est-à-dire une application  $\mathfrak{K} \rightarrow \mathfrak{K}$  telle que,  $\forall a, b \in \mathfrak{K}$ ,

- $\frac{d}{dt}(a+b) = \dot{a} + \dot{b}$ ,
- $\frac{d}{dt}(ab) = \dot{a}b + a\dot{b}$ .

Une *constante*  $c \in \mathfrak{K}$  est un élément tel que  $\dot{c} = 0$ . L'ensemble des constantes est le *sous-corps des constantes*.

Une *extension* de corps différentiels  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  consiste en la donnée de deux corps différentiels  $\mathfrak{K}$ ,  $\mathfrak{L}$ , telles que :

- $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{L}$ ,
- la dérivation de  $\mathfrak{K}$  est la restriction à  $\mathfrak{K}$  de celle de  $\mathfrak{L}$ .

Notons  $\mathfrak{K}\langle S \rangle$ ,  $S \subset \mathfrak{L}$ , le sous-corps différentiel de  $\mathfrak{L}$  engendré par  $\mathfrak{K}$  et  $S$ . Supposons  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  finiment engendré, c'est-à-dire  $\mathfrak{L} = \mathfrak{K}\langle S \rangle$ , où  $S$  est fini. Un élément  $\xi \in$

<sup>3</sup>Voir [5], [27] pour plus de détails et, en particulier, [5] pour des rappels sur les corps usuels, c'est-à-dire non différentiels. Tous les corps considérés ici sont de caractéristique nulle.

$\mathfrak{L}$  est dit *différentiellement algébrique* par rapport à  $\mathfrak{K}$  si, et seulement si, il satisfait une équation différentielle algébrique  $P(\xi, \dots, \xi^{(n)}) = 0$ , où  $P$  est un polynôme sur  $\mathfrak{K}$  en  $n + 1$  indéterminées. L'extension  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  est dite *différentiellement algébrique* si, et seulement si, tout élément de  $\mathfrak{L}$  de différentiellement algébrique par rapport à  $\mathfrak{K}$ . Le résultat suivant est important :  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  est différentiellement algébrique si, et seulement si, son degré de transcendance est fini.

Un élément de  $\mathfrak{L}$  non différentiellement algébrique par rapport à  $\mathfrak{K}$  est dit *différentiellement transcendant* par rapport à  $\mathfrak{K}$ . Une extension  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  non différentiellement algébrique est dite *différentiellement transcendante*. Un ensemble  $\{\xi_\iota \in \mathfrak{L} \mid \iota \in \mathfrak{I}\}$  est dit *différentiellement algébriquement indépendant* par rapport à  $\mathfrak{K}$  si, et seulement si, aucune relation différentielle non triviale par rapport à  $\mathfrak{K}$  n'existe :  $Q(\xi_\iota^{(\nu_\iota)}) = 0$ , où  $Q$  est un polynôme sur  $\mathfrak{K}$ , implique  $Q \equiv 0$ . Deux ensembles maximaux d'éléments différentiellement algébriquement indépendants ont même cardinalité, c'est-à-dire même nombre d'éléments : c'est le *degré de transcendance différentielle* de l'extension  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ . Un tel ensemble est une *base de transcendance différentielle*. Enfin,  $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$  est différentiellement algébrique si, et seulement si, son degré de transcendance différentielle est nulle.

### B. Systèmes non linéaires

Donnons-nous un corps différentiel de base  $k$ . Un *système*<sup>4</sup> est une extension différentiellement transcendante de  $K/k$ , finiment engendrée. Soit  $m$  son degré de transcendance différentielle. Un ensemble de *commandes (independantes)*  $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m)$  est une base de transcendance différentielle de  $K/k$ . L'extension  $K/k\langle\mathbf{u}\rangle$  est donc différentiellement algébrique. Un ensemble de *sorties*  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_p)$  est un sous-ensemble de  $K$ .

Soit  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  une base de transcendance de  $K/k\langle\mathbf{u}\rangle$ , de degré de transcendance  $n$ . Il en découle la représentation d'état généralisée :

$$\begin{aligned} A_\iota(\dot{x}_\iota, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{(\alpha)}) &= 0 \\ B_\kappa(y_\kappa, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{(\beta)}) &= 0 \end{aligned}$$

où  $A_\iota$ ,  $\iota = 1, \dots, n$ ,  $B_\kappa$ ,  $\kappa = 1, \dots, p$ , sont des polynômes sur  $k$ .

La représentation entrée-sortie suivante résulte du fait que  $y_1, \dots, y_p$  sont différentiellement algébriques par rapport à  $k\langle\mathbf{u}\rangle$  :

$$\Phi_j(\mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}^{(\bar{N}_j)}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{(\bar{M}_j)}) = 0 \quad (2)$$

où  $\Phi_j$ ,  $j = 1, \dots, p$ , est un polynôme sur  $k$ .

Venons-en à l'inversibilité entrée-sortie :

- Le système est dit *inversible à gauche* si, et seulement si, l'extension  $k\langle\mathbf{u}, \mathbf{y}\rangle/k\langle\mathbf{y}\rangle$  est différentiellement algébrique. C'est dire que l'on peut récupérer l'entrée à partir de la sortie grâce à un système différentiel. Alors,  $m \leq p$ .
- Il est dit *inversible à droite* si, et seulement si, le degré de transcendance différentielle de  $k\langle\mathbf{y}\rangle/k$  vaut  $p$ . C'est dire que les sorties sont différentiellement

<sup>4</sup>Pour plus de détails, voir [6], [17], [35], [36]. Rappelons que l'on emploie aussi l'algèbre différentielle dans diverses questions relatives à l'identification et l'observabilité (voir, par exemple, [28]).

algébriquement indépendantes par rapport à  $k$ . Alors,  $p \leq m$ .

Le système est dit *carré* si, et seulement si,  $m = p$ . Alors, inversibilités à gauche et à droite coïncident. On dit, si ces propriétés sont vérifiées, que le système est *inversible*.

*Remarque 1* Supposons notre système inversible à gauche. Le comportement qualitatif de (2), considéré comme système d'équations différentielles en  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{y}$  étant donné, permet de définir le déphasage non minimal (voir aussi [25]).

### III. ESTIMATION DES DÉRIVÉES TEMPORELLES

À la série convergente  $x(t) = \sum_{n \geq 0} a_n \frac{t^n}{n!}$ ,  $a_n \in \mathbb{C}$ , correspond la série opérationnelle convergente<sup>5</sup>  $x = \sum_{n \geq 0} \frac{a_n}{s^{n+1}}$ . Avec le développement de Taylor tronqué  $x_N(t) = \sum_{n=0}^N a_n \frac{t^n}{n!}$ , l'équation différentielle  $\frac{d^{N+1}}{dt^{N+1}} x_N = 0$  correspond dans le domaine opérationnel à

$$s^{N+1}x_N - s^N x_N(0) - s^{N-1} \dot{x}_N(0) \dots - x_N^{(N)}(0) = 0$$

Les dérivées à l'origine  $x_N^{(i)}(0)$  sont ainsi obtenues à partir du système d'équations linéaires

$$s^{-\nu} \frac{d^m}{ds^m} \left\{ x_N^{(N)}(0) + x_N^{(N-1)}(0)s + \dots + x_N(0)s^N \right\} = s^{-\nu} \frac{d^m}{ds^m} \left\{ s^{N+1}x_N \right\} \quad (3)$$

$m = 0, \dots, N$ ,  $\nu \geq N + 1$ . Ce système étant triangulaire avec des éléments diagonaux non nuls, les paramètres  $x_N^{(i)}(0)$ , et, par conséquent, les coefficients  $a_0, \dots, a_N$  sont *linéairement identifiables* [13], [21]. Remplaçons  $x_N$  par  $x$  dans (3) : on obtient ainsi l'*estimée opérationnelle*  $[x^{(i)}(0)]_{e_N}$  de  $x^{(i)}(0)$ .

Pour le passage au numérique, il suffit, selon les règles usuelles du calcul opérationnel (cf. [30], [31], [33]), de remplacer en (3)

- $\frac{c}{s^\alpha}$ ,  $\alpha \geq 1$ ,  $c \in \mathbb{C}$ , par  $c \frac{t^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}$ ,  $t \geq 0$ ;
- $\frac{1}{s^\alpha} \frac{d^n x}{ds^n}$  par l'intégrale itérée d'ordre  $\alpha$

$$\int_0^t \int_0^{t-\tau} \dots \int_0^{t_1} (-1)^n \tau^n x(\tau) dt_{\alpha-1} \dots dt_1 d\tau = \frac{(-1)^n}{(\alpha-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \tau^n x(\tau) d\tau \quad (4)$$

Notons,  $[x^{(i)}(0)]_{e_N}(t)$  l'*estimée numérique* ainsi obtenue de  $x^{(i)}(0)$ , pour un temps d'estimation  $t$ . La mise en œuvre repose sur le résultat suivant :

$$\lim_{t \downarrow 0} [x^{(i)}(0)]_{e_N}(t) = \lim_{N \rightarrow +\infty} [x^{(i)}(0)]_{e_N}(t) = x^{(i)}(0)$$

*Remarque 2* Les itérations des intégrales produisent une moyennisation, donc un filtrage passe-bas, qui permet d'atténuer les bruits (voir [10]).

*Remarque 3* La fenêtre temporelle d'estimation peut être choisie très petite, ce qui permet une implémentation en temps réel.

<sup>5</sup>Voir [30], [31]. Renvoyons à [13], [14] pour plus de détails.

#### IV. PROCÉDURES D'IDENTIFICATION BOÎTE NOIRE

On requiert les propriétés suivantes pour éviter, notamment, toute boucle algébrique :

1. On suppose le système inversible à gauche. Si le nombre de sorties est strictement supérieur à celui des entrées, c'est-à-dire  $p \geq m$ , on choisit  $m$  sorties pour obtenir un système carré inversible, et construire (1).
2. L'ordre de dérivation  $n_j$  en (1) est relié à (2) par  $n_j \leq \bar{N}_j$  et, plus précisément, par  $\frac{\partial \Phi_j}{\partial y^{(n_j)}} \neq 0$ .
3. La valeur numérique de  $F_j$ , égale à  $y_j^{(n_j)} - \alpha_{j,1}u_1 - \dots - \alpha_{j,m}u_m - \beta_j$  est obtenue grâce à la discrétisation

$$F_j(\kappa) = [y_j^{(n_j)}(\kappa)]_e - \sum_{i=1}^m \alpha_{j,i}u_i(\kappa - 1) - \beta_j$$

où  $[\bullet](\kappa)_e$  désigne l'estimée au temps  $\kappa$ .

Le praticien suit les étapes suivantes :

1. choix de  $m$  sorties si  $p > m$  ;
2. choix des  $n_j$  en (1) ;
3. choix de trajectoires de référence pour les  $y_j$ , ainsi qu'il est usuel en commande par platitude (voir, par exemple, [17], [35], [36])<sup>6</sup> ;
4. choix des paramètres  $\alpha_{j,i}$  en (1) afin que que la grandeur des commandes  $\mathbf{u}$  soient convenables ;
5. choix des paramètres  $\beta_j$  en (1) différent de 0 si  $u$  n'apparaît pas linéairement en (2), c'est-à-dire  $\frac{\partial \Phi_j}{\partial u_j}(\mathbf{u} = 0) \equiv 0$ .

*Remarque 4* Avec des systèmes à déphasage non minimal, nos procédures peuvent conduire à des valeurs divergentes des  $u_j$  pour  $t$  grand, et, donc, à des valeurs numériquement inadmissibles des  $F_j$ .

#### V. DEUX EXEMPLES

On utilise les modèles mathématiques ci-dessous pour les besoins évidents des simulations numériques.

##### A. Système linéaire

Soit le système linéaire à deux entrées et deux sorties, avec pôles instables et large spectre :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{s^3}{(s+0.01)(s+0.1)(s-1)s} u_1 \\ y_2 &= \frac{s+1}{(s+0.003)(s-0.03)(s+0.3)(s+3)} u_1 \\ &\quad + \frac{s^2}{(s+0.004)(s+0.04)(s-0.4)(s+4)} u_2 \end{aligned}$$

Après quelques essais, nous choisissons (1) sous la forme découplée :

$$\dot{y}_1 = F_1 + 10u_1 \quad \dot{y}_2 = F_2 + 10u_2$$

La stabilisation autour d'une trajectoire de référence est assurée par un régulateur PID (voir [16]) :

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{10} (\dot{y}_1^* - F_1 + K_{P1}e_1 + K_{I1} \int e_1 + K_{D1}\dot{e}_1) \\ u_2 &= \frac{1}{10} (\dot{y}_2^* - F_2 + K_{P2}e_2 + K_{I2} \int e_2 + K_{D2}\dot{e}_2) \end{aligned} \quad (5)$$

où

- $K_{P1} = 1$ ,  $K_{I1} = K_{D1} = 0$ ,  $K_{P2} = K_{I2} = 50$ ,  $K_{D2} = 10$  ;
- $y_1^*$ ,  $y_2^*$  sont les trajectoires de référence ;

<sup>6</sup>C'est donc une commande prédictive sans modèle. Renvoyons à [18] et [7] pour les avantages de la platitude en prédictif avec modèle.

$$- e_1 = y_1^* - y_1, e_2 = y_2^* - y_2.$$

Le comportement en suivi de trajectoires, avec bruit de sortie additif (loi normale  $N(0, 0.01)$ ), est bon<sup>7</sup>. Les estimations des signaux nécessaires à la synthèse de la commande sont présentées dans les figures 2-(b) à 2-(h). Notons la différence d'échelle entre  $u_1$  (figure 2-(g)) et  $u_2$  (figure 2-(h)), d'où l'inégalité des paramètres des correcteurs (5).

La figure 3-(b) montre le comportement du système en appliquant une commande PID plus « traditionnelle », c'est-à-dire en posant  $F_1 \equiv F_2 \equiv 0$ . La comparaison des figures 3-(a) et 3-(b) est éloquente.

##### B. Système non linéaire des trois cuves

Le système des trois cuves de la figure 1, très populaire dans la communauté du diagnostic<sup>8</sup>, vérifie les équations :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -C_1 \text{sign}(x_1 - x_3) \sqrt{|x_1 - x_3|} + u_1/S \\ \dot{x}_2 = C_3 \text{sign}(x_3 - x_2) \sqrt{|x_3 - x_2|} \\ \quad - C_2 \text{sign}(x_2) \sqrt{|x_2|} + u_2/S \\ \dot{x}_3 = C_1 \text{sign}(x_1 - x_3) \sqrt{|x_1 - x_3|} \\ \quad - C_3 \text{sign}(x_3 - x_2) \sqrt{|x_3 - x_2|} \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \end{cases}$$

où

$$\begin{aligned} C_n &= (1/S) \cdot \mu_n \cdot S_p \sqrt{2g}, n = 1, 2, 3 ; \\ S &= 0.0154 \text{ m (section des cuves)} ; \\ S_p &= 5 \cdot 10^{-5} \text{ m (section des tuyaux inter-cuves)} ; \\ g &= 9.81 \text{ m.s}^{-2} \text{ (accélération de la pesanteur)} ; \\ \mu_1 = \mu_3 &= 0.5, \mu_2 = 0.675 \text{ (coefficients de viscosité)}. \end{aligned}$$

Selon les recommandations du § IV, on construit (1), découplé comme au § V-A :  $\dot{y}_i = F_i + 200u_i$ ,  $i = 1, 2$ . La figure 4-(a) fournit le suivi de trajectoires. L'estimation des dérivées (figure 4-(b)) possède un comportement remarquable en dépit du bruit additif de mesure, de même caractéristique qu'au § V-A. Les commandes nominales (figure 4-(c)) sont assez proches de celles que nous aurions calculées en utilisant la platitude (voir [15]). Elles sont complétées par des correcteurs PI

$$u_i = \frac{1}{200} \left( \dot{y}_i^* - F_i + 10e_i + 2.10^{-2} \int e_i \right) \quad i = 1, 2$$

où  $y_i^*$  est la trajectoire de référence,  $e_i = y_i^* - y_i$ . Pour évaluer  $e_i$  nous utilisons  $y_i$  débruité (voir figure 4-(d)) selon les techniques du § III (voir aussi [13], [14]).

#### VI. CONCLUSION

Les règles ardues d'identification du § IV seront précisées dans le futur<sup>9</sup>. On exposera bientôt des résultats encourageants sur le déphasage non minimal ainsi que ceux sur l'égalisation aveugle (cf. [9]), qui est, en un certain sens, le pendant en signal de la commande sans modèle.

<sup>7</sup>C'est pourquoi nous espérons, comme déjà dit en [16], que nos méthodes pourraient fournir une alternative efficace à celles sur la réduction de modèles (voir, par exemple, [1]).

<sup>8</sup>Renvoyons à [15] pour plus de détails et les références bibliographiques. Que l'on nous permette de rappeler que [15] propose, sans doute pour la première fois, le diagnostic, la commande et la reconfiguration d'un système non linéaire à paramètres incertains.

<sup>9</sup>Elles ne peuvent être toutes déduites de considérations purement mathématiques. L'expérience pratique y joue bien entendu, comme pour les PID, un rôle considérable.

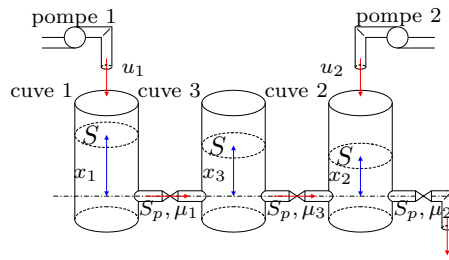


Fig. 1: Système non linéaire des trois cuves

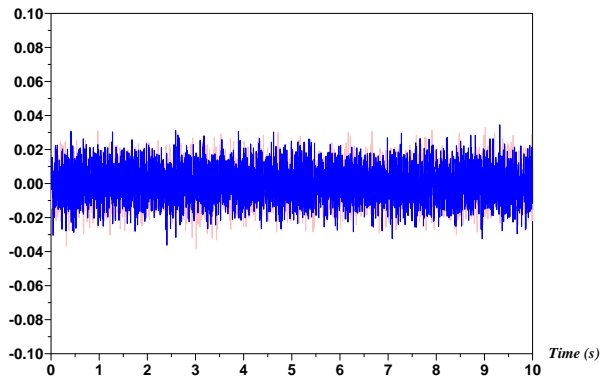
Une mathématisation élaborée, comme celle présentée ici, afin d'abandonner une modélisation aussi « globale » que possible dans une discipline empirique, comme l'automatique, semble nouvelle<sup>10</sup>. Il conviendrait d'en explorer les implications épistémologiques, ne serait-ce que pour les liens entre physique, complexité, commande et résolution temporelle (cf. [32]).

#### RÉFÉRENCES

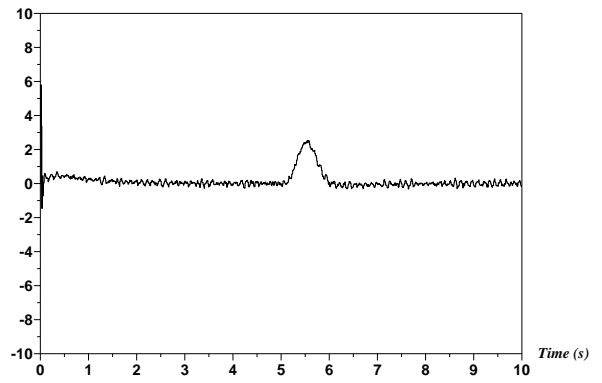
- [1] A.C. Antoulas, *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*, SIAM, Philadelphie, 2005.
- [2] K.J. Aström et T. Hägglund, *PID Controllers : Theory, Design and Tuning*, 2<sup>nd</sup> ed., Instrument Soc. Amer., Research Triangle Park, NC, 1995.
- [3] F. Beltrán-Carvajal, G. Silva-Navarro, H. Sira-Ramírez et J. Quezada-Andrade, « Active vibration control using on-line algebraic identification of harmonic vibrations », *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, 2005.
- [4] F. Bonnans et P. Rouchon, *Commande et optimisation de systèmes dynamiques*, Éd. École Polytechnique, Palaiseau, 2005.
- [5] A. Chambert-Loir, *A Field Guide to Algebra*, Springer, Berlin, 2005.
- [6] E. Delaleau, « Algèbre différentielle », *Mathématiques pour les Systèmes Dynamiques*, J.P. Richard (Éd.), vol. 2, chap. 6, pp. 245-268, Hermès, Paris, 2002.
- [7] E. Delaleau et V. Hagenmeyer, « Commande prédictive non linéaire fondée sur la platitude différentielle », *La commande prédictive : Avancées et perspectives*, D. Dumur (Éd.), Hermès, Paris, 2006.
- [8] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, Imperial College Press, Londres, 2003.
- [9] I. Fijalkow et K. Abed-Meraim, « Égalisation aveugle », *Signal et télécoms*, P. Loubaton (Éd.), pp. 17-54, Hermès, Paris, 2004.
- [10] M. Fliess, « Analyse non standard du bruit », *C.R. Acad. Sci. Paris, ser. I*, vol. 342, 2006 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001134>).
- [11] M. Fliess, « Observer, identifier, estimer, diagnostiquer autrement pour mieux commander », en préparation.
- [12] M. Fliess, C. Join, M. Mboup et A. Sedoglavic, « Estimation des dérivées d'un signal multidimensionnel avec applications aux images et aux vidéos », *Actes 20<sup>e</sup> Coll. GRETSI*, Louvain-la-Neuve, 2005 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001116>).
- [13] M. Fliess, C. Join, M. Mboup et H. Sira-Ramírez, « Compression différentielle de transitoires bruités », *C.R. Acad. Sci. Paris, ser. I*, vol. 339, pp. 821-826, 2004.
- [14] M. Fliess, C. Join, M. Mboup et H. Sira-Ramírez, « Analyse et représentation de signaux transitoires : application à la compression, au débruitage et à la détection de ruptures », *Actes 20<sup>e</sup> Coll. GRETSI*, Louvain-la-Neuve, 2005 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001115>).
- [15] M. Fliess, C. Join et H. Sira-Ramírez, « Closed-loop fault-tolerant control for uncertain nonlinear systems », *Control and Observer Design for Nonlinear Finite and Infinite Dimensional Systems*, T. Meurer, K. Graichen, E.D. Gilles (Eds), Lect. Notes Control Informat. Sci., vol. 322, pp. 217-233, Springer, Berlin, 2005.
- [16] M. Fliess, C. Join et H. Sira-Ramírez, « Complex continuous nonlinear systems: their black box identification and their control », *Proc. 14<sup>th</sup> IFAC Symp. System Identif. (SYSID 2006)*, Newcastle, Australie, 2006 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00000824>).
- [17] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin et P. Rouchon, « Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples », *Internat. J. Control*, vol. 61, pp. 1327-1361, 1995.
- [18] M. Fliess et R. Marquez, « Continuous-time linear predictive control and flatness: a module-theoretic setting with examples », *Internat. J. Control*, vol. 73, pp. 606-623, 2000.
- [19] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau et H. Sira-Ramírez, « Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés », *ESAIM Control Optim. Calc. Variat.*, vol. 7, pp. 23-41, 2002.
- [20] M. Fliess, M. Mboup, H. Mounier et H. Sira-Ramírez, « Questioning some paradigms of signal processing via concrete examples », *Algebraic Methods in Flatness, Signal Processing and State Estimation*, H. Sira-Ramírez, G. Silva-Navarro (Eds.), pp. 1-21, Editorial Lagares, México, 2003 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001059>).
- [21] M. Fliess et H. Sira-Ramírez, « An algebraic framework for linear identification », *ESAIM Control Optim. Calc. Variat.*, vol. 9, pp. 151-168, 2003.
- [22] M. Fliess et H. Sira-Ramírez, « Control via state estimations of some nonlinear systems », *Proc. Symp. Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2004)*, Stuttgart, 2004 (accessible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001096>).
- [23] S. Fuchshumer, *Algebraic Linear Identification, Modelling, and Applications of Flatness-based Control*, Thèse, Joannes Kepler Universität, Linz, 2006.
- [24] C. García-Rodríguez et H. Sira-Ramírez, « Seguimiento de trayectorias via estimación de estados por métodos algebraicos », *IEEE 3<sup>e</sup> Cong. Internac. Innov. Desarrollo Tecnol.*, Cuernavaca Morelos, Mexique, 2005.
- [25] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems II*, Springer, Berlin, 1999.
- [26] G. Kerschen, K. Worden, A.F. Vakakis et J.-C. Golinval, « Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics », *Mech. Systems Signal Process.*, vol. 20, pp. 505-592, 2006.
- [27] E.R. Kolchin, *Differential Algebra and Algebraic Groups*, Academic Press, New York, 1973.
- [28] L. Ljung et T. Glad, « On global identifiability of arbitrary model parameterization », *Automatica*, vol. 30, pp. 265-237, 1994.
- [29] L. Ljung et T. Glad, *Modeling of Dynamic System*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [30] J. Mikusiński, *Operational Calculus*, 2<sup>nd</sup> ed., vol. 1, PWN, Varsovie & Oxford University Press, Oxford, 1983.
- [31] J. Mikusiński et T.K. Boehme, *Operational Calculus*, 2<sup>nd</sup> ed., vol. 2, PWN, Varsovie & Oxford University Press, Oxford, 1987.
- [32] L. Nottale, J. Chaline et P. Grou, *Les arbres de l'évolution*, Hachette, Paris, 2000.
- [33] B. van der Pol et H. Bremmer, *Operational Calculus Based on the Two-Sided Laplace Integral*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1955.
- [34] J. Reger, H. Sira-Ramírez et M. Fliess, « On non-asymptotic observation of nonlinear systems », *Proc. CDC-ECC'05*, Seville, 2005.

<sup>10</sup>Voir, cependant, l'utilisation des dynamiques lentes-rapides pour simplifier la mise en équation (cf. [4]).

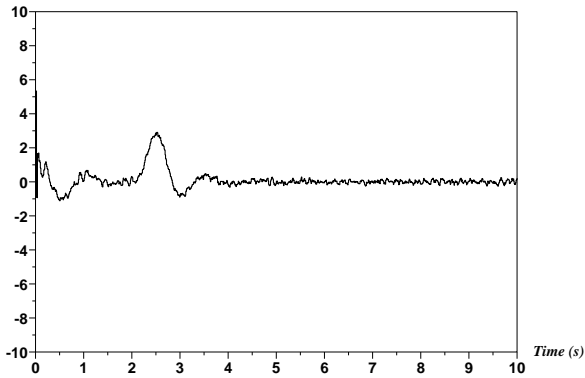
- [35] J. Rudolph, *Beiträge zur flacheitsbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Systeme endlicher und unendlicher Dimension*, Shaker Verlag, Aix-la-Chapelle, 2003.
- [36] H. Sira-Ramírez et S. Agrawal, *Differentially Flat Systems*, Marcel Dekker, New York, 2004.
- [37] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Delyon, P.-Y. Glorennec, H. Hjalmarsson et A. Juditsky, « Nonlinear black-box modeling in system identification : a unified overview », *Automatica*, vol. 31, pp. 1691-1724, 1995.



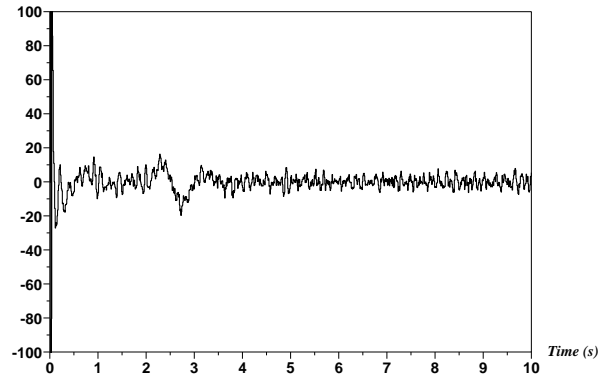
(a) Bruits de sortie



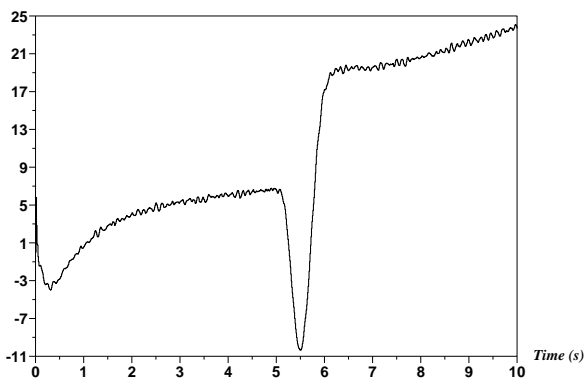
(b) Estimation de  $\dot{y}_1$



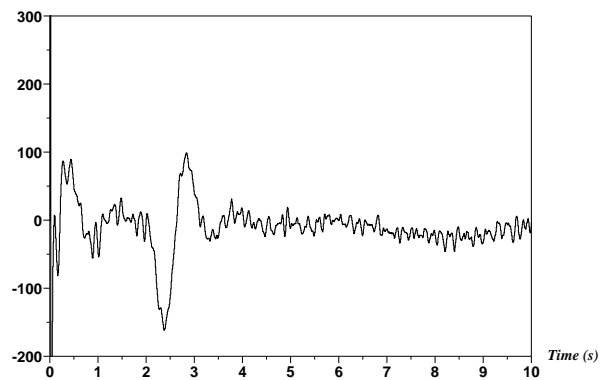
(c) Estimation de  $\dot{y}_2$



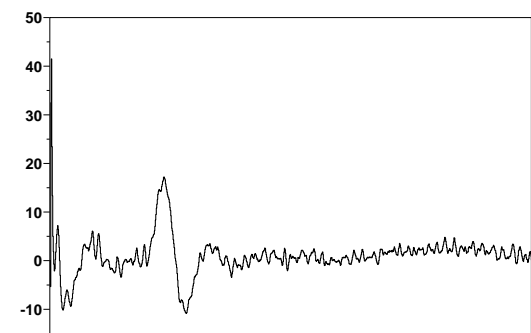
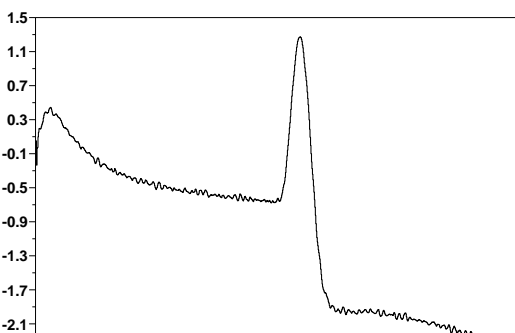
(d) Estimation de  $\dot{y}_2$

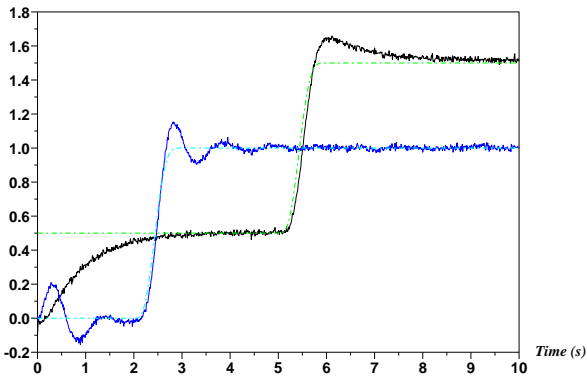


(e) Estimation de  $F_1$

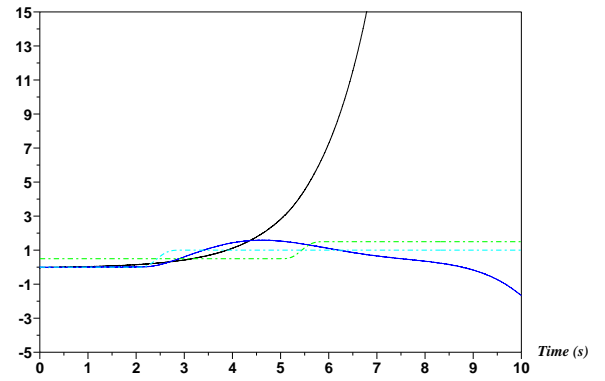


(f) Estimation de  $F_2$



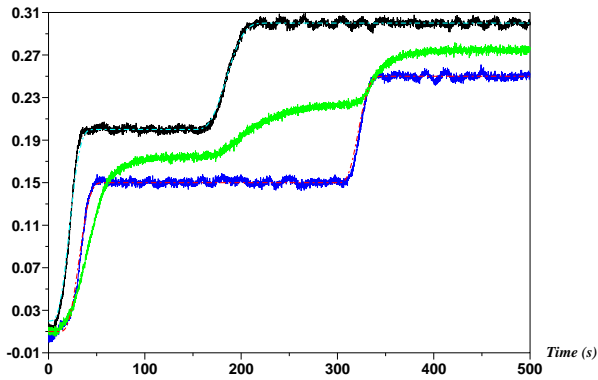


(a) Références (- -) et sorties

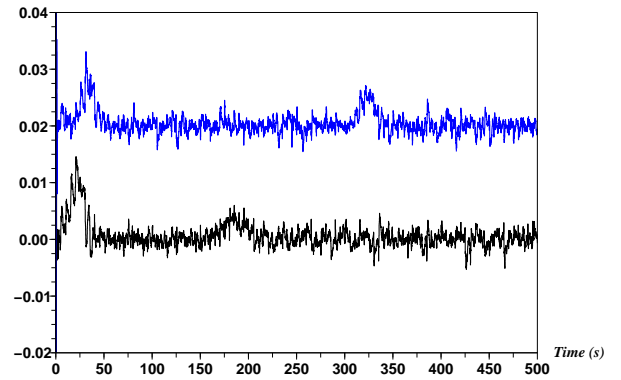


(b) Sorties sans utiliser  $F_1$  et  $F_2$

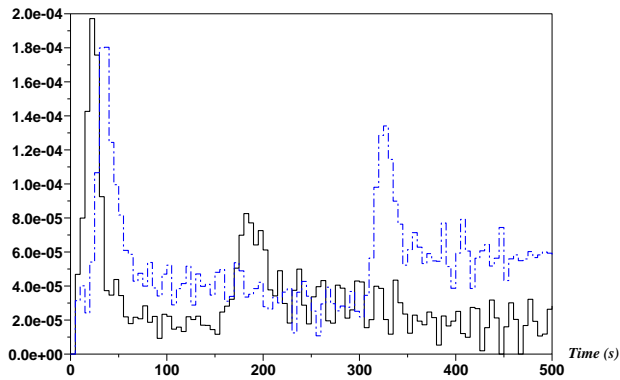
Fig. 3: Système linéaire (suite)



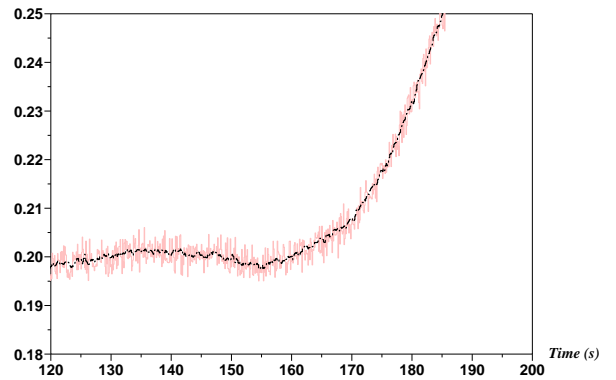
(a) Références (- -) et sorties



(b) Estimation des dérivées  $\dot{y}_1$  (-) et  $\dot{y}_2$  (- -), décalé de 0.02



(c) Commandes  $u_1$  (-) et  $u_2$  (- -)



(d) Gros plan sur le débruitage

Fig. 4: Système non linéaire des trois cuves