



Parallelisme de données et filtrage non linéaire : Analyse de performance

Fabien Campillo, Herve Bernier, Frédéric Cérou, François Le Gland, Rivo Rakotozafy

► To cite this version:

Fabien Campillo, Herve Bernier, Frédéric Cérou, François Le Gland, Rivo Rakotozafy. Parallelisme de données et filtrage non linéaire : Analyse de performance. [Rapport Technique] RT-0167, INRIA. 1994, pp.21. inria-00070003

HAL Id: inria-00070003

<https://hal.inria.fr/inria-00070003>

Submitted on 19 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Data parallelism and non linear filtering
Performance analysis

Hervé Bernier, Fabien Campillo, Frédéric Céro,
François Le Gland, Rivo Rakotozafy

N° 0167

Novembre 1994

PROGRAMME 5

Traitement du signal,
automatique
et productique



Data parallelism and non linear filtering

Performance analysis

Hervé Bernier, Fabien Campillo, Frédéric Cérou,
François Le Gland, Rivo Rakotozafy

Programme 5 — Traitement du signal, automatique et productique
Projet Mefisto

Rapport technique n°0167 — Novembre 1994 — 21 pages

Abstract: The implementation of numerical approximations for non linear optimal filters is well achieved via a data parallel approach. First, we present the non linear optimal filter, then we introduce two numerical approximation methods. The first one, that can be used in the general case, use finite difference schemes introduced by Harold J. Kushner. The second one, valid for noise free state equation systems, is based on a particle approximation of the conditional law. For this last case, we present an application in target motion analysis with bearings-only measurements. We compare the performances obtained on different computer architectures.

Key-words: Non linear filtering, Approximation, Target motion analysis, Scientific computation, Parallel computer

(Résumé : tsvp)

Parallélisme de données et filtrage non linéaire

Analyse de performance

Résumé : L'implémentation des approximations numériques du filtre non linéaire optimal est parfaitement adaptée à une approche "parallélisme de données". Après quelques rappels sur les équations du filtrage non linéaire, nous présentons deux méthodes d'approximations. La première, utilisable dans le cas général, est fondée sur des schémas aux différences finies introduits par Harold J. Kushner. La deuxième, adaptée aux systèmes sans bruit de dynamique, utilise une approximation "particulière" de la loi conditionnelle. Dans ce dernier cas nous présentons un exemple d'application en trajectographie passive avec mesure d'angle seul. Nous comparons les performances de cet algorithme sur différentes architectures.

Mots-clé : Filtrage non linéaire, Approximation, Trajectographie, Calcul scientifique, Calculateur parallèle

1 Filtrage non linéaire

1.1 Principe

Le problème est de déterminer la loi de probabilité de l'état d'un système dynamique, noté X_t , étant donné des observations (mesures) partielles et entachées d'erreur, notées y_t . Le problème peut se présenter soit en temps discret, soit en temps continu. Dans ce dernier cas, le traitement numérique du problème nécessite une étape préalable de segmentation de l'observation. Enfin, et c'est souvent le cas, le système se décrit de manière naturelle en temps continu alors que les observations sont fournies en temps discret.

Le système est décrit par une variable X_t qui prend ses valeurs dans un espace d'état qui peut être soit discret soit continu.

L'objectif essentiel est de pouvoir construire un filtre "récuratif" : un algorithme qui, pour calculer la nouvelle estimée de la loi du système, n'a besoin que de l'estimée à l'étape précédente (i.e. à l'observation précédente) et de la nouvelle observation. Sans cette hypothèse de récursivité il serait en effet nécessaire de retraiter les mesures et de recalculer la loi du système à partir du début de l'expérimentation, ce qui ne peut pas se faire en pratique.

La condition nécessaire et suffisante pour que le filtre optimal soit récuratif est que le système soit markovien conditionnellement à l'observation.

1.2 Filtrage non linéaire

Le cas des systèmes linéaires gaussiens (condition initiale gaussienne¹ et bruits blancs gaussiens) a trouvé une solution simple et de dimension finie. En effet, dans ce cadre la loi recherchée est gaussienne. Elle est donc caractérisée uniquement par deux paramètres : la moyenne et la covariance. Le filtre, dit de Kalman–Bucy, se présente sous la forme d'un système dynamique, de dimension finie (la dimension de X_t à la puissance 3), récuratif dont l'entrée est l'observation.

Lorsque l'hypothèse "linéaire–gaussien" n'est pas satisfaite, c'est à dire essentiellement dans le cas de systèmes dynamiques non–linéaires, il n'existe pas de solution simple. D'une manière générale cette solution ne se décrit pas dans un espace de dimension finie².

1. Il est également possible de trouver une solution dans le cas où la condition initiale n'est pas gaussienne.

2. La question d'existence de *filtre de dimension finie* (i.e. "à la Kalman–Bucy") pour des systèmes non–linéaire a été posée. La réponse est que, mises à part certaines classes

Beaucoup d’applications “pointues” nécessitent des algorithmes plus fins que le filtre de Kalman étendu. Le projet Mefisto a pu tester les méthodes présentées dans cet article sur deux applications. Une première de restitution d’orbite financée par le CNES et une seconde sur la *trajectographie passive avec mesure d’angle seul* avec la DCAN/CREDSM. Cette dernière application est présentée plus loin.

1.3 Modèle de diffusion

Nous étudions ici le cas du modèle de diffusion : la variable X_t prend ses valeurs dans \mathbb{R}^d , elle est solution de l’équation différentielle stochastique

$$\dot{X}_t = b_t(X_t) + g_t(X_t) \xi_t \quad (1)$$

où ξ_t est un bruit blanc gaussien³. X_t n’est observé qu’au travers d’un processus d’observation y_t qui est la somme d’un signal (éventuellement partiel) $h_t(X_t)$ et d’un bruit de mesure ν_t (qui sera supposé blanc, gaussien et indépendant de ξ_t) :

$$y_t = h_t(X_t) + \nu_t . \quad (2)$$

On note $Y_t = \int_0^t y_s ds$.

D’une manière formelle on définit

$$\mathcal{Y}_t \triangleq \{y_s; s \leq t\}$$

comme étant l’information disponible à l’instant t . Au sens du risque quadratique, la meilleure estimée de X_t sachant \mathcal{Y}_t est définie par la moyenne conditionnelle $E[X_t|\mathcal{Y}_t]$. La variance conditionnelle $\text{Var}[X_t|\mathcal{Y}_t]$ est une statistique qu’il est également intéressant de connaître. Mais dans la majorité des cas, le calcul *optimal* de ces statistiques ne peut se faire qu’en calculant la loi conditionnelle de X_t sachant \mathcal{Y}_t

$$\int \varphi(x) \mu_t(dx) = E[\varphi(X_t)|\mathcal{Y}_t] , \quad (3)$$

où sa densité $p(t, x) dx = \mu_t(dx)$. On suppose que la condition initiale X_0 de l’équation (1) suit une loi μ_0 donnée de densité $p(0, x)$.

Il est également intéressant de pouvoir calculer des *régions de confiance* : à une probabilité $\alpha \in [0, 1]$, on veut associer un sous-ensemble D_α de l’espace

particulières de systèmes qui sont souvent des transformations simples de systèmes linéaires, il n’existe pas de tels filtres de dimension finie pour les problèmes non-linéaires.

3. Cette représentation est formelle, en toute rigueur elle peut se faire via le calcul stochastique de Itô.

d'état \mathbb{R}^d qui est le plus petit domaine telle que la probabilité conditionnelle pour que X_t soit dans ce domaine est α . D_α est la région de confiance de niveau α , elle est définie par

$$D_\alpha \in \text{Arg min } \{m(D); D \subset \mathbb{R}^n, \mu_t(D) \geq \alpha\} .$$

où $m(D)$ est la mesure de Lebesgue de D . D_α donne la localisation la plus précise de la valeur de l'état X_t à un niveau de confiance α donné.

1.4 Méthodes de discrétisation

Le but est ici de donner une approximation du filtre $\varphi \rightarrow \mu_t(\varphi)$ s'appuyant sur une discrétisation de l'espace d'état ou de l'espace des mesures de probabilités. La première approche donne une approximation de la densité, la seconde une approximation de la mesure⁴.

Comme nous le verrons plus loin, l'approche "espace d'état" s'apparente au point de vue eulérien où le nœud de discrétisation est fixe par rapport au flot. L'approche "espace de mesure" s'apparente au point de vue lagrangien où le nœud de discrétisation (ici la particule) évolue suivant le flot.

La première approche permet de traiter le cas général présenté ci-dessus, la deuxième approche permet de traiter un cas particulier, dit "sans bruit de dynamique". Dans ce dernier cas on suppose que $g_t \equiv 0$, la seule chose à estimer donc est la condition initiale X_0 ou bien la valeur du processus à n'importe quel instant.

4. Nous ne parlerons pas ici de l'approche "Kalman étendu" qui s'appuie sur le filtre de Kalman–Bucy appliqué à une linéarisation convenable du système non linéaire.

2 Cas général

Nous nous bornons à une présentation formelle du problème de filtrage non linéaire. Pour un exposé rigoureux on peut consulter [6].

2.1 Équation du filtrage

On peut associer à l'équation d'état (1) un opérateur aux dérivées partielles du second ordre, appelé générateur infinitésimal du processus de diffusion X_t :

$$L_t = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_t^{i,j} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n b_t^i \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad \text{avec } a_t = g_t g_t^*. \quad (4)$$

La solution du problème de filtrage non linéaire est alors donnée par l'équation aux dérivées partielles stochastique suivante

$$dq(t, x) = L_t^* q(t, x) dt + q(t, x) h_t^* dY_t, \quad q(0, x) \equiv q_0. \quad (5)$$

Cette équation donne la densité conditionnelle non normalisée, en effet

$$p(t, x) = \frac{q(t, x)}{\int_{\mathbb{R}^d} q(t, x') dx'}.$$

2.2 Échantillonnage des observations

En préalable à toute discrétisation il est nécessaire d'effectuer un échantillonnage des observations. On se donne des instants d'observation $t_k = k \Delta$, Δ donné. Les mesures sont alors de la forme

$$z_k = h_{t_k}(X_{t_k}) + v_k$$

où v_k est un bruit blanc gaussien. On note

$$\mu_k^+ \triangleq \text{la loi conditionnelle de } X_{t_k} \text{ sachant } \{z_1, \dots, z_k\}, \quad (6)$$

$$\mu_k^- \triangleq \text{la loi conditionnelle de } X_{t_k} \text{ sachant } \{z_1, \dots, z_{k-1}\}, \quad (7)$$

et $p_k^+(x)$, $p_k^-(x)$ les densités respectivement associées.

Le filtre se décompose alors en deux parties, partant de $p_{k-1}^+(x)$, le calcul de $p_k^+(x)$ se fait en deux étapes :

Prédiction Pour t compris entre t_{k-1} et t_k , on résout l'équation de Fokker–Planck

$$\frac{\partial p(t, x)}{\partial t} = L_t^* p(t, x) \quad (8)$$

avec condition initiale

$$p(t_{k-1}, x) = p_{k-1}^+(x) .$$

La densité prédite est alors définie par $p_k^-(x) = p(t_k, x)$.

Correction Dans cette étape on utilise la nouvelle mesure z_k pour mettre à jour la densité à l'aide de la formule de Bayes

$$p_k^+(x) = c_k \Psi_k(x) p_k^-(x) \quad (9)$$

où c_k est un coefficient de normalisation et

$$\Psi_k(x) = \exp \left[-\frac{1}{2\Delta} |z_k - h_{t_k}(x)|^2 \right] \quad (10)$$

est la fonction de vraisemblance pour l'estimation de X_{t_k} sachant l'observation de z_k .

2.3 Discrétisation par différences finies

On utilise un schéma aux différences finies pour discrétiser l'équation (8) (voir [4] pour plus de détails). On utilise un schéma d'Euler implicite qui se présente sous la forme :

$$\left[I - \Delta \bar{L}_k \right]^* \bar{p}_k^- = \bar{p}_{k-1}^+ \quad (11)$$

où \bar{p}_k^+ (resp. \bar{p}_k^-) est une approximation discrète de $p_k^+(x)$ (resp. $p_k^-(x)$).

2.4 Parallélisme

Les différences finies sont une des applications privilégiées de la Connection Machine CM 200. Ce problème fait clairement appel à un parallélisme de données.

La résolution du système (11) se fait à l'aide d'un algorithme itératif de Jacobi avec relaxation. Cette solution est très performante dans ce cas puisqu'elle ne fait appel qu'à des communications locales entre processeurs (communications NEWS de la CM 200).

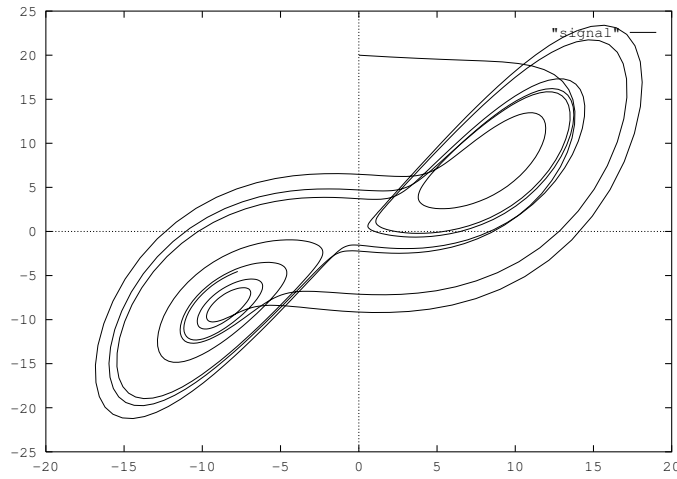


FIGURE 1 – Trajectoire du système déterministe de Lorenz.

2.5 Exemple : système de Lorenz

Il s'agit d'un exemple en dimension 3 ($X_t \in \mathbb{R}^3$) :

$$\begin{aligned}\dot{X}_t^1 &= \alpha(X_t^2 - X_t^1) + r_1 \xi_t^1, \\ \dot{X}_t^2 &= (\beta X_t^1 - X_t^2 - X_t^1 X_t^3) + r_2 \xi_t^2, \\ \dot{X}_t^3 &= (X_t^1 X_t^2 - \gamma X_t^3) + r_3 \xi_t^3,\end{aligned}$$

où ξ est un bruit blanc gaussien tridimensionnel. α, β, γ sont des paramètres et r_1, r_2, r_3 des nombres réels positifs. L'observation est donnée par

$$y_t = X_t dt + \nu_t$$

où ν est un bruit blanc gaussien tridimensionnel indépendant de ξ .

Quand $r_1 = r_2 = r_3 = 0$, l'équation d'état est un système déterministe chaotique. Il dispose de deux pôles :

$$\begin{aligned}A &= (\sqrt{\gamma(\beta - 1)}, \sqrt{\gamma(\beta - 1)}, \beta - 1)^*, \\ B &= (-\sqrt{\gamma(\beta - 1)}, -\sqrt{\gamma(\beta - 1)}, \beta - 1)^*.\end{aligned}$$

Une trajectoire typique du système déterministe consiste en n_1 -cycles autour du premier pôle, puis n_2 autour du second, ainsi de suite (voir Figure 1).

L'aspect chaotique du système réside dans une forte dépendance de la suite (n_1, n_2, \dots) par rapport à la condition initiale.

Dans cette simulation nous avons utilisé les paramètres suivants :

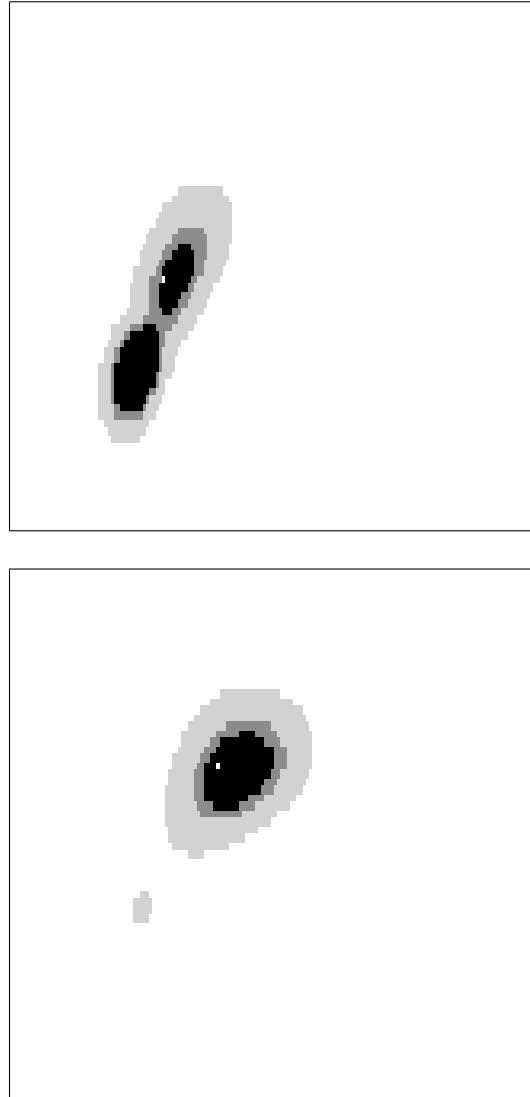


FIGURE 2 – Régions de confiance (projetées sur les deux premières coordonnées) à deux instants t différents. Le point blanc désigne la vraie position de X_t . Le système commence à passer d'un pôle à l'autre (figure supérieure), après un certain instant le filtre suit la vraie position (figure inférieure).

- $\alpha = 10$,
- $\beta = 28$,
- $\gamma = 8/3$,
- la condition initiale est $(0.0, 20.0, 27.0)$,

- les matrices de covariance des bruits d'état et d'observation sont respectivement $5I$ et $10I$.

Nous avons discrétisé le domaine

$$D = [-60, 60] \times [-60, 60] \times [0, 60]$$

avec une grille de différence finie de $128 \times 128 \times 64$ points. La figure 2 montre l'évolution des régions de confiance lorsque le système bascule d'un pôle sur l'autre.

3 Système sans bruit de dynamique

On considère le cas particulier d'un système sans bruit de dynamique :

$$\dot{X}_t = b_t(X_t), \quad (12)$$

$$z_k = h_{t_k}(X_{t_k}) + v_k. \quad (13)$$

Dans ce problème, seule la condition initiale X_0 est inconnue de loi $\mu_0(dx)$ donnée.

Ce filtre non linéaire admet dans ce cas une forme explicite. Elle s'exprime à l'aide du flot $\Phi_{t,s}$ associé à (12) :

$$X_t = \Phi_{t,s}(X_s).$$

3.1 Approximation particulière

Le principe de cet algorithme est fondé sur une simple constatation : si la condition initiale $\mu_0(dx)$ admet une forme *particulière*, c'est à dire si

$$\mu_0(dx) = \sum_{i=1}^N a_0^i \delta_{x_0^i}(dx) \quad (14)$$

où les poids a_0^i et les points x_0^i sont des paramètres donnés ($N < \infty$) alors pour tout k les lois conditionnelles (6) et (7) sont aussi particulières et se calculent en deux étapes :

Prédiction

$$\mu_k^-(dx) = \sum_{i=1}^N a_{k-1}^i \delta_{x_k^i}(dx) \quad (15)$$

avec

$$x_k^i = \Phi_{t_k, t_{k-1}}(x_{k-1}^i), \quad i = 1, \dots, N.$$

Correction

$$\mu_k^+(dx) = \sum_{i=1}^N a_k^i \delta_{x_k^i}(dx) \quad (16)$$

avec

$$a_k^i = c_k \Psi_k(x_k^i) a_{k-1}^i, \quad i = 1, \dots, N$$

où c_k est un coefficient de normalisation et $\Psi_k(x)$ est défini par (10).

Étant donnée une loi initiale quelconque, on montre (voir [7]) que si (14) est une approximation de cette loi initiale, alors les lois données par (15) et (16) sont des approximations des lois conditionnelles prédites et corrigées.

La formule (16) est numériquement délicate puisque si $a_k^i = 0$ alors $a_l^i = 0$ pour tout $l \geq k$. Une solution consiste à utiliser une transformation logarithmique, i.e. on pose $l_k^i = \log a_k^i$. La formule (16) devient alors

$$l_k^i = l_{k-1}^i - l_k^* - \log c_k, \quad i = 1, \dots, N \quad (17)$$

où

$$\begin{aligned} l_{k-\frac{1}{2}}^i &= l_{k-1}^i - \frac{1}{2\Delta} |z_k - h_{t_k}(x_k^i)|^2, \\ l_k^* &= \max_{1 \leq i \leq N} l_{k-\frac{1}{2}}^i, \\ a_{k-\frac{1}{2}}^i &= \exp \left[l_{k-\frac{1}{2}}^i - l_k^* \right], \\ c_k^{-1} &= \sum_{i \in I} a_{k-\frac{1}{2}}^i. \end{aligned}$$

3.2 Exemple : trajectographie passive avec mesure d'angle seul

Un bâtiment de surface (bruiteur) se déplace suivant un mouvement rectiligne uniforme (voir figure 3). Sa position initiale, son cap et sa vitesse (4 paramètres) sont inconnus. La dynamique du bruiteur peut donc s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{X}_t^1 &= X_t^3, \\ \dot{X}_t^2 &= X_t^4, \\ \dot{X}_t^3 &= 0, \\ \dot{X}_t^4 &= 0 \end{aligned}$$

où (X_t^1, X_t^2) désigne sa position à l'instant t et (X_t^3, X_t^4) sa vitesse (supposée constante) suivant les deux coordonnées.

Un autre bâtiment de surface (porteur) dispose uniquement de mesures d'angle de la forme

$$z_k = \arctan \left[\frac{X_{t_k}^1 - X_{t_k}^{p,1}}{X_{t_k}^2 - X_{t_k}^{p,2}} \right] + v_k$$

où $X_t^{p,1}$ and $X_t^{p,2}$ désignent la position du bâtiment porteur à l'instant t . v_k est un bruit blanc gaussien $N(0, r^2)$.

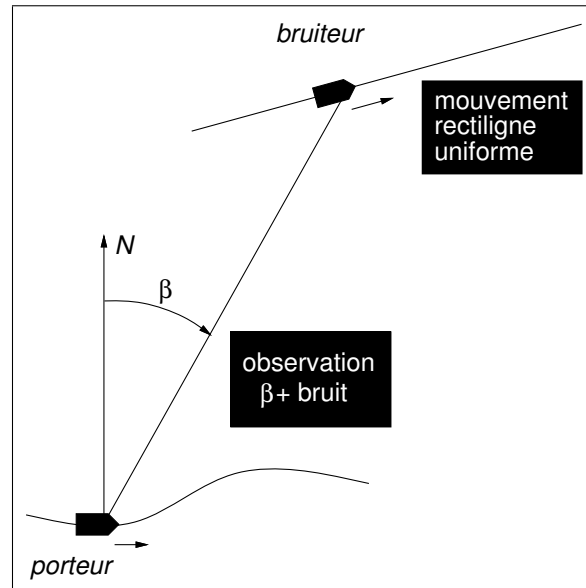


FIGURE 3 – Trajectographie passive avec mesure d'angle seul

3.3 Mesures de performance

Configurations

Nous avons effectué des mesures de performances sur 3 calculateurs parallèles (KSR 1, CM 200, CM 5) et un ordinateur vectoriel (Cray YMP-2E/232) :

KSR 1 Située à l'INRIA Rocquencourt. 72 processeurs : 64 registres virgule flottante de 64 bits – 32 registres entiers de 64 bits – 32 registres d'adressage de 40 bits – 0.5 Mo de "subcache" séparés en 0.25 Mo pour les instructions et 0.25 Mo pour les données – port d'Entrée/Sortie de 30 Mo/s.

CM 200 Située à l'INRIA Sophia-Antipolis, 16384 processeurs. Les tests effectués ont été réalisés sur la moitié seulement de la machine (8192 processeurs). Cette machine est servie par 2 frontaux. La puissance crête (constructeur) est 10 Gflops pour la machine en totalité, et peut atteindre 2 Gflops au maximum sur des codes réels.

CM 5 Située au *Minnesota Supercomputer Center, Inc*, Army High Performance Computing Research Center. 544 processeurs SPARC et 2176 unités vectorielles. Chaque processeur a une capacité de 32 Mo de mémoire vive soit un total de plus de 16 Go de mémoire vive. La puis-

sance crête de la machine avec unités vectorielles est de 65 Gflops. 5 Sun Sparc 2 ayant chacun 64 Mo de mémoire contrôlent tous ces processeurs. 2 Sun 4/490 avec 160 Mo de mémoire vive servent de processeurs de contrôle des Entrées/Sorties. La CM 5 peut être configurée par partitions de 32 à 512 processeurs (32, 64, 256, et 512 dans notre cas). Attention : ses résultats sont basés sur une version beta du logiciel (CM 5) et, par conséquence, ne sont pas nécessairement représentatifs des performances de la version complète de ce logiciel.

Cray YMP-2E/232 Situé à l'IMT (Château Gombert, Marseille). 2 processeurs d'une puissance crête de 333 Mflops chacun. 32 Mmots de mémoire centrale.

Conventions

Pour le calcul des performances, sur toutes les machines, nous évaluons le coûts des opérateurs en terme de nombre d'opérations en flottant de la manière suivante : 1 opération pour l'addition, la soustraction, le produit, la division, la puissance ; 8 opérations pour l'exponentielle ; 10 opérations pour l'arc-tangente (les coûts de ces deux derniers opérateurs ont été évalués sur les différentes machines).

Code testé

Nous avons testé l'algorithme particulière défini à la section 3.1. Nous avons utilisé les paramètres suivants :

Paramètres de simulation :

- $t_{max} = 3600$,
- $\Delta = 12$ secondes,
- position initiale du bruiteur (0, 30000) mètres,
- vitesse du bruiteur (3.6, 0) mètres/seconde,
- position initiale du porteur (0,0),
- vitesse 4 mètres/seconde,
- cap successifs -45° , 130° , -45° aux instants 0, 1200, 2400 secondes,
- écart type du bruit d'observation 1° .

Paramètres de discrétisation :

- Domaine de discrétisation initial :
 - en position $[-3000, 3000] \times [27000, 33000]$ mètres,
 - en vitesse $[1.6, 5.6] \times [-2, 2]$ mètres/secondes.

- Le nombre de particules dans chaque direction : 25. Nous avons également fait des tests avec 25^4 , 50^4 et 60^4 mais uniquement sur CM 5.

Chaque itération de l'algorithme se compose du calcul de prédiction, du calcul de correction, du calcul de la moyenne conditionnelle

$$\hat{X}_{t_k} \triangleq \sum_{i=1}^N a_k^i x_k^i$$

(de dimension 4), ainsi que sa sauvegarde.

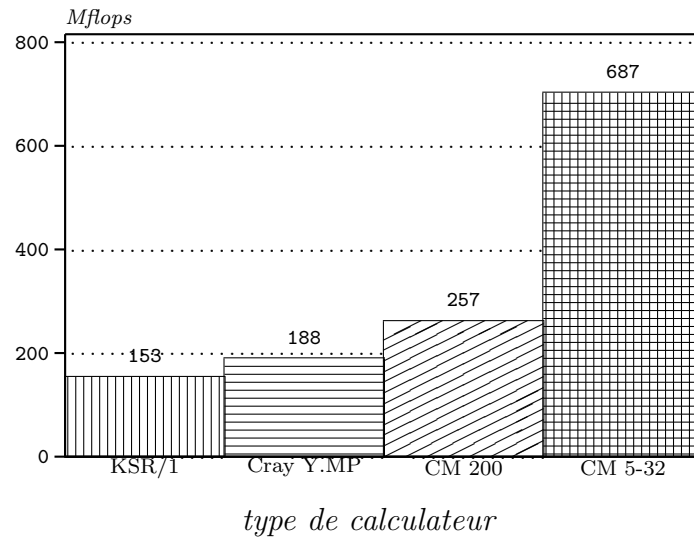


FIGURE 4 – Performances comparatives sur différents calculateurs. On teste l’algorithme avec 25^4 particules.

Résultats

Voir figure 4. La nature “data-parallèle” du problème convient parfaitement au parallélisme de la CM 200. Les performances sont également très bonnes sur CM 5.

En revanche l’algorithme est nettement moins adapté à l’architecture de la KSR 1. Le Cray permet d’exploiter pleinement le calcul sur des tableaux unidimensionnels de grande taille (les particules sont rangées dans un tableau de dimension 1). Sur CM 5 l’algorithme particulière peut atteindre une performance de 12 Gflops.

Remerciements : Nous tenons à remercier Mrs. Christophe Caquineau (ingénieur sur site à Sophia–Antipolis de Thinking Machine Corporation) et Alain Clo (ingénieur sur site à Rocquencourt de Kendall Square Research Corporation) pour leurs conseils.

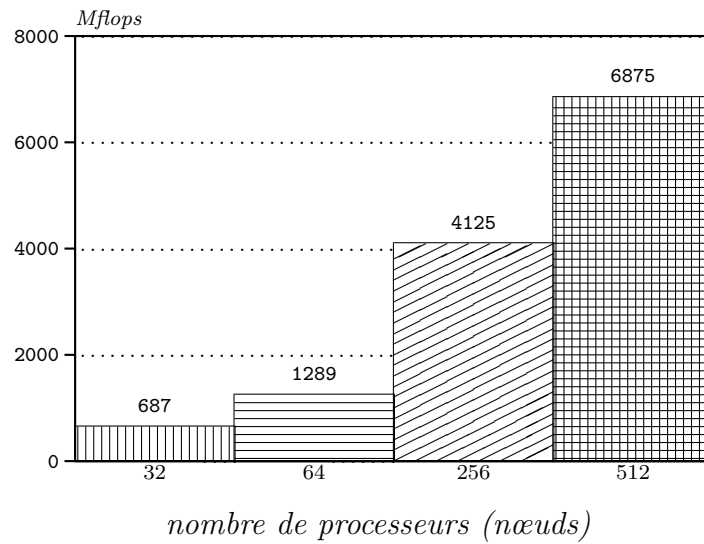


FIGURE 5 – Calcul sur CM 5. Comparaison, avec 25^4 particules, des performances des différentes configurations de la CM 5 (32, 64, 256, 512 nœuds).

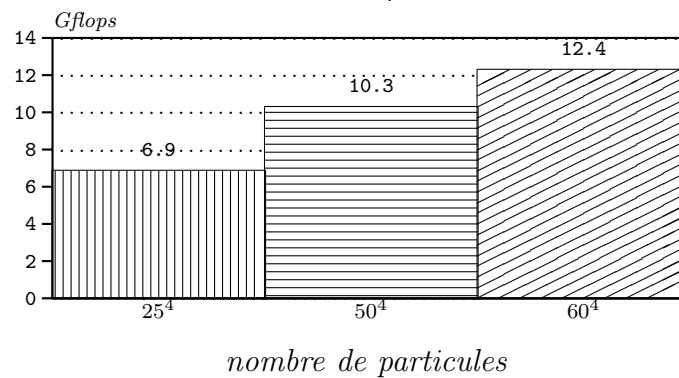


FIGURE 6 – Calcul sur CM 5. Performances de la CM 5 avec 512 nœuds avec différents nombres de particules (25^4 , 50^4 et 60^4).

Références

- [1] F. CAMPILLO and F. LE GLAND. Application du filtrage non-linéaire en trajectographie passive. In *12ème Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, Juan les Pins 1989*, pages 197–200. GRETSI, Juin 1989.
- [2] F. CAMPILLO and F. LE GLAND. Application du filtrage non linéaire optimal à la restitution d’orbite de transfert. In *Mécanique Spatiale, Toulouse 1989*. Cepadues, Toulouse, 1990.
- [3] F. CAMPILLO and F. LE GLAND. Approximation particulière en filtrage non linéaire. Application à la trajectographie. In *22ème Congrès National d’Analyse Numérique, Loctudy*, pages 242–243, 1990.
- [4] H.J. KUSHNER. *Probability Methods for Approximations in Stochastic Control and for Elliptic Equations*, volume 129 of *Mathematics in Science and Engineering*. Academic Press, New York, 1977.
- [5] F. LE GLAND. *Estimation de Paramètres dans les Processus Stochastiques, en Observation Incomplète — Applications à un Problème de Radio-Astronomie*. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Paris IX-Dauphine, 1981.
- [6] E. PARDOUX. Filtrage non linéaire et équations aux dérivées partielles stochastiques associées. In P.L. Hennequin, editor, *École d’Été de Probabilités de Saint-Flour XIX – 1989*, volume 1464 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 67–163. Springer Verlag, Berlin, 1991.
- [7] R. RAKOTOZAFY. *Estimateur de la Distance Minimale, Approximation Particulière pour le Filtrage Non Linéaire*. Thèse de Doctorat, Université de Provence, October 1993.



Unité de recherche INRIA Lorraine, Technopôle de Nancy-Brabois, Campus scientifique,
615 rue du Jardin Botanique, BP 101, 54600 VILLERS LÈS NANCY
Unité de recherche INRIA Rennes, Irisa, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex
Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes, 46 avenue Félix Viallet, 38031 GRENOBLE Cedex 1
Unité de recherche INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex
Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA ANTIPOLIS Cedex

Éditeur
INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex (France)
ISSN 0249-6399