



Optimisation aérodynamique par algorithmes génétiques hybrides: application à la réduction d'un critère de bang sonique

Latifa /janka, Ales Oulladji, Jean-Antoine Desideri, Alain Dervieux

► To cite this version:

Latifa /janka, Ales Oulladji, Jean-Antoine Desideri, Alain Dervieux. Optimisation aérodynamique par algorithmes génétiques hybrides: application à la réduction d'un critère de bang sonique. RR-4884, INRIA. 2003. inria-00071699

HAL Id: inria-00071699

<https://inria.hal.science/inria-00071699>

Submitted on 23 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

***Optimisation aérodynamique par algorithmes
génétiques hybrides: application à la réduction d'un
critère de bang sonique***

Latifa Oulladji — Aleš Janka — Jean-Antoine Désidéri — Alain Dervieux

No 4884

Juillet 2003

THÈME 4

 ***apport
de recherche***



Optimisation aérodynamique par algorithmes génétiques hybrides: application à la réduction d'un critère de bang sonique

Latifa Oulladji* , Aleš Janka , Jean-Antoine Désidéri , Alain Dervieux

Thème 4 — Simulation et optimisation
de systèmes complexes
Projet OPALE

Rapport de recherche no 4884 — Juillet 2003 — 23 pages

Résumé : On réalise l'optimisation de forme d'une voilure d'avion supersonique dans le but de réduire un critère lié au *bang* sonique tout en préservant la performance aérodynamique. On teste numériquement un algorithme de gradient et un algorithme génétique (AG) dont les mérites sont complémentaires, et on construit un algorithme hybride. Le cas test se révèle de complexité numérique modérée et la méthode de gradient, performante en vitesse de convergence asymptotique, semble ici souffrir peu des problèmes de robustesse et de convergence prématurée, fréquents en régime transsonique. L'AG est simple à mettre en œuvre, robuste en convergence, et permet aisément de prendre en compte les contraintes. L'algorithme hybride combine les atouts des deux types d'approche. Pour l'écoulement eulérien autour de l'aile optimisée, la valeur du critère de *bang* est significativement inférieure.

Mots-clés : optimisation numérique, coefficients aérodynamiques, critère de *bang* sonique, méthode de gradient, algorithme génétique, hybridation

* Département d'Informatique, Université de Sidi Bel Abbès, Algérie

Aerodynamic optimization using hybrid genetic algorithms: application to sonic bang reduction

Abstract: The shape optimization of a supersonic airplane wing is performed with the objective of reducing a sonic bang criterion while maintaining the aerodynamic performance. A gradient-based method and a genetic algorithm (GA), whose merits are complementary, are tested, and a hybrid method is constructed. The test case reveals to be of moderate numerical complexity, and the gradient-based method, whose asymptotic convergence rate is high, here does not seem to suffer from robustness problems or premature convergence, as it does frequently in transonic flow applications. The GA is simple to implement, robust in convergence, and easily permits to account for constraints. The hybrid method combines the merits of both approaches. The Eulerian flow about the optimized wing is associated with a significantly reduced value of the sonic bang criterion.

Key-words: numerical optimization, aerodynamic coefficients, sonic bang criterion, gradient-based method, genetic algorithm, hybridization

Table des matières

1	Introduction	4
2	Le cas test d'optimisation	5
2.1	Paramétrisation hiérarchique	6
2.2	Modèle de transpiration	7
3	Techniques d'optimisation	8
3.1	Méthode de gradient	8
3.2	Méthode évolutionnaire (AG)	9
3.2.1	Terminologie des AGs	9
3.2.2	L'élaboration des AGs	10
3.3	Objectif de l'étude (méthode hybride)	12
4	Expériences numériques	12
4.1	Présentation du cas test	12
4.2	Optimisation par la méthode de gradient	13
4.3	Optimisation par la méthode évolutionnaire	15
4.4	Optimisation par hybridation séquentielle (AG et gradient)	16
5	Ecoulement autour de la géométrie optimisée	17
6	Conclusion	18
7	Remerciements	20

1 Introduction

La perspective de construire de nouveaux avions civils supersoniques conduit à de nombreuses études de recherche technologique. Au plan de l'aérodynamique et de l'optimisation, l'un des enjeux est de concevoir de nouvelles voilures, performantes aérodynamiquement et pour lesquelles les nuisances sonores liées au phénomène de *bang sonique*, sont aussi faibles que possible.

Pour réaliser numériquement les optimisations de forme rendues nécessaires par ce problème de conception optimale multicritère, on s'appuie à la fois sur certaines méthodes classiques de descente, à base de gradient, et sur des algorithmes évolutionnaires (algorithmes génétiques). Les mérites de ces deux grandes familles de méthodes sont complémentaires.

Les méthodes fondées sur le calcul déterministe, qui ont fait l'objet dans la littérature de très nombreuses études théoriques ou applicatives, cherchent à atteindre les extremums locaux en résolvant des systèmes d'équations, souvent non-linéaires par application d'un l'algorithme de gradient. En schématisant un peu, dès lors qu'un gradient existe (différentiabilité de la fonctionnelle), et qu'une approximation suffisamment précise de ce gradient est numériquement évaluable (discrétisation d'une équation adjointe ou construction de l'adjoint discret par différentiation automatique ou différences divisées), ces méthodes présentent l'avantage d'une grande vitesse de convergence (asymptotique), à condition que le point initial soit suffisamment proche de l'optimum, dans un voisinage où la fonctionnelle est convexe. Cette condition peut être très restrictive en optimisation aérodynamique en raison de l'existence de très nombreux optimums locaux, ce qui est souvent le cas dans les problèmes multicritères avec les fonctionnelles usuelles de réduction de traînée ou maximisation de portance.

Les méthodes de recherche aléatoire n'exigent pas la connaissance du gradient et s'appuient sur la seule évaluation de la fonctionnelle. Ces méthodes sont généralement très coûteuses car en l'absence d'information sur le gradient, un assez grand nombre d'évaluations de fonctionnelle est généralement nécessaire. Par contre, ces méthodes sont souvent beaucoup plus robustes dans leur capacité à identifier l'optimum global avec une bien moindre sensibilité à la condition initiale. Pour cette raison, ces méthodes connaissent un très grand succès pour les problèmes d'optimisation complexes pour lesquels aucune des hypothèses classiques de différentiabilité et de convexité n'est justifiée. Elles sont préférées aux méthodes de calcul énumératives qui souffrent de plus grandes limitations.

Parmi ces algorithmes, on distingue les algorithmes pseudo-aléatoires, dont l'algorithme génétique (AG) est un exemple. Les AG se basent sur l'analogie avec l'évolution naturelle des espèces. Ces méthodes utilisent un choix aléatoire pour guider une exploration intelligente de l'espace des paramètres codés. Un AG présente l'avantage d'être bien adapté aux problèmes d'optimisation non linéaire là où les méthodes classiques sont peu robustes.

Les algorithmes génétiques ont été utilisés avec grand succès à l'INRIA pour traiter de nombreux volets numériques des problèmes d'optimisation en aérodynamique ou plus généralement en aéronautique. Citons:

- Expériences de faisabilité: [10] [15]
- AG parallèles: [13] [14] [3] [26] [5] [28]
- Problèmes multicritères et stratégies de jeux: [18] [9] [21] [22] [27] [29]
- AG adapté par réseau neuronal artificiel: [8]
- Paramétrisations auto-adaptatives: [1] [23]
- Algorithmes hiérarchiques: [2] [4].

Dans ce rapport, on examine d'abord comparativement deux techniques d'optimisation (gradient, AG), pour quantifier leur efficacité et leur faiblesse dans le contexte d'un cas-test d'optimisation aérodynamique (optimisation de forme d'une voilure, en partant d'un profil NACA0012 prolongé en 3D, vis-à-vis d'un critère de bruit). Dans une deuxième partie, on construit une hybridation des deux méthodes pour augmenter la qualité de l'optimisation.

2 Le cas test d'optimisation

Le problème consiste à optimiser en 3D la surface d'une aile en écoulement supersonique compressible non-visqueux dans le double but de minimiser un critère lié au *bang sonique* (voir illustration, Figure 1) et d'optimiser les coefficients aérodynamiques (trainée, portance).

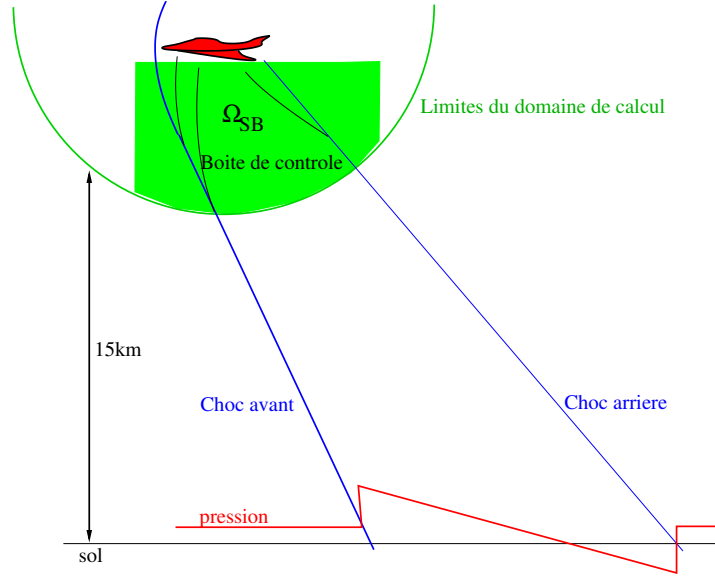


FIG. 1 – *Bang sonique: champs proche et lointain*

Pour réaliser cette optimisation, on évalue une fonctionnelle coût ayant la forme générale suivante $j(\gamma) = J(\gamma, W(\gamma))$ où γ représente la forme, sous la contrainte de l'équation d'état $\Psi(\gamma, W(\gamma)) = 0$ modélisant l'écoulement 3D dans un domaine Ω , [25].

On a choisi de modéliser l'écoulement supersonique compressible non-visqueux autour de l'aile par les équations d'Euler 3D équipées d'un paramétrage de la modification de la frontière et d'une condition de transpiration [12, 16] pour répercuter cette modification dans l'écoulement.

L'objectif essentiel de l'optimisation est de réduire le bruit lié au *bang sonique*, sans trop dégrader les performances aérodynamiques de la voilure.

Dans notre étude, à l'instar de [25], on n'a pas simulé le phénomène de *bang* proprement dit (d'ailleurs sujet de problèmes ardues de modélisation), mais pris en compte sa source par une intégrale de pression dans le champ proche.

Plus précisément, on a considéré une fonctionnelle coût dont le terme principal est égal à l'intégrale de la norme du gradient de pression dans un volume situé sous l'aile et comportant également des termes pénalisant les écarts par rapport à des valeurs de référence de portance et de trainée, ainsi que d'épaisseur et de volume, et un terme fictif d'énergie de déformation élastique, sensible aux oscillations de maillage pour son effet régularisant. En définitive, la fonctionnelle a la forme suivante:

$$\begin{aligned}
 j(\gamma, W(\gamma)) &= \alpha_1 (C_D - C_D^0)^2 + \alpha_2 (C_L - C_L^0)^2 \\
 &+ \alpha_3 \int_{\Omega_{SB}} |\nabla p|^2 d\Omega + \alpha_4 \left(\max_i \left(\frac{\delta \text{Vol}_i}{\text{Vol}_i^0} \right) - \epsilon_T \right)^+
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$+ \alpha_5 \left| \frac{\delta \text{Vol}(\Omega_{\text{int}})}{\text{Vol}(\Omega_{\text{int}}^0)} \right| + \alpha_6 \int_{\Omega_{\text{int}}} \tau_{ij} \epsilon_{ij} d\Omega,$$

où $W(\gamma)$ est la solution stationnaire des équations d'Euler dans $\Omega(\gamma)$.

Les coefficients $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ permettent de moduler les poids relatifs des six contraintes (trainée, portance, bang sonique, épaisseur, variation de volume et énergie élastique) prises en compte dans $j(\gamma)$.

L'intégration du gradient de pression s'effectue sur un volume Ω^{SB} placé sous l'avion (cf. Fig. 1).

Contraintes aérodynamiques Les trois premiers termes de (1) représentent des contraintes aérodynamiques; on souhaite principalement minimiser la source du bang,

$$J_{SB} = \int_{\Omega_{SB}} |\nabla p|^2 d\Omega,$$

tout en préservant la portance C_L . Deuxièmement, on veut aussi réduire la trainée C_D .

Contraintes géométriques Les autres termes dans (1) constituent les contraintes géométriques introduites par pénalisation. Le terme

$$J_V = \left| \frac{\delta \text{Vol}(\Omega_{\text{int}})}{\text{Vol}(\Omega_{\text{int}}^0)} \right|$$

pénalise le changement du volume à l'intérieur du profil.

Le terme

$$J_T = \left(\max_i \left(\frac{\delta \text{Vol}_i}{\text{Vol}_i^0} \right) - \epsilon_T \right)^+$$

exprime une pénalisation sur le changement local de l'épaisseur. On note que le changement d'épaisseur peut être évalué, en chaque nœud i de la peau, comme un rapport du volume

$$\frac{\delta \text{Vol}_i}{\text{Vol}_i^0} \approx \frac{\delta h_i}{h_i^0}.$$

On fait ici l'hypothèse que le déplacement des nœuds s'effectue dans la direction normale à la surface, ce qui ne change pas l'aire des cellules sur la peau. Un pourcentage de variation au plus égal à $\pm 100 \times \epsilon_T \%$ est autorisé.

2.1 Paramétrisation hiérarchique

L'application d'une méthode d'optimisation de forme (AG ou hybride), soulève la question de la paramétrisation qui doit être:

- *régularisante*, pour des raisons de compatibilité entre les espaces fonctionnels de la forme et de l'état,
- *réductrice* de la dimension d'espace, car le nombre de nœuds frontières est généralement bien plus grand que le nombre pratique de paramètres qu'un optimiseur standard peut traiter, et
- *hiérarchique*, afin de gagner en efficacité algorithmique en s'inspirant des algorithmes multi-niveaux, comme les multigrilles.

Une technique de paramétrisation hiérarchique [11] pour une représentation *CAD-free* d'une surface triangulée de la forme, se base sur l'agglomération de volumes de contrôle et le lissage hiérarchique (cf. Fig 2).

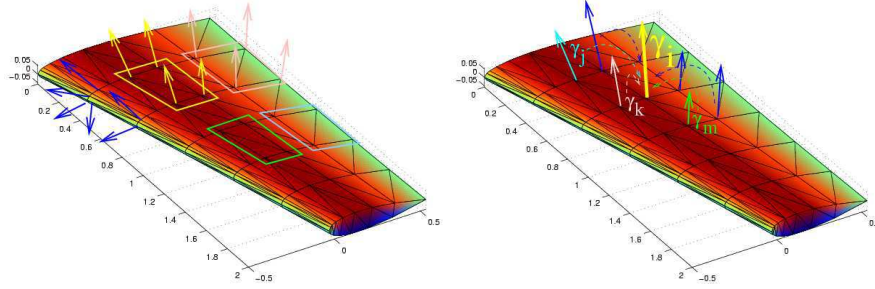


FIG. 2 – Réduction du nombre de paramètres par agglomération (à gauche) et lissage

La géométrie est la frontière surfacique d'une tétraédrisation 3D non-structurée. La construction de la paramétrisation hiérarchique multineveau de la forme se base sur le principe d'agglomération des noeuds du maillage [11]. La surface est assimilée à une variété Σ_h assez lisse. La déformation est notée $\delta\Sigma_h$. La nouvelle variété,

$$\Sigma_h + A_h \delta\Sigma_h$$

est produite par la composition symétrique d'opérateurs de projection et de lissage:

$$A_h = L_1 P_1 L_2 P_2 \dots L_k P_k P_k^* L_k^* \dots P_2^* L_2^* P_1^* L_1^*$$

L'opérateur de projection P_m ($1 \leq m \leq k$) est un prolongement au niveau m et P_m^* , son transposé, est une restriction.

L'opération de lissage L_m est une moyenne pondérée par un produit scalaire de normales:

$$(L_m \vec{x})_i = (1 - \theta) \vec{x}_i + \theta \frac{\sum_{j \in v(i) \cup i} w_{ij} \vec{x}_j}{\sum_{j \in v(i) \cup i} w_{ij}}$$

où w_{ij} sont les poids définis par:

$$w_{ij} = \max(\text{Area}(i) \cdot \text{Area}(j) \cdot \vec{n}_i \cdot \vec{n}_j, 0) \quad \|\vec{n}_i\| = 1 \quad \forall i,$$

où θ est le paramètre de lissage. Le symbole $V(i)$ représente le voisinage de la cellule i .

2.2 Modèle de transpiration

Le modèle de transpiration permet de décrire la variation de l'état consécutive à une déformation de la géométrie, sans refaire le calcul d'écoulement dans le domaine déformé. On utilise les conditions de transpiration [11, 16]. La méthode permet de simuler les déformations du bord de domaine de calcul par les conditions au bord du maillage initial. Si on note $shell$ la forme à représenter par les conditions de bord, et $\vec{n}_{shell}$ sa normale, le flux frontière lié à la condition de glissement s'écrit

$$\Psi(W)_{bordglissant} = qW + (0, p(W)n_x, p(W)n_y, p(W)n_z, p(W)q),$$

où $q = \vec{V} \cdot (\vec{n} - \vec{n}_{shell})$. Ici le vecteur $\vec{V}$ représente la vitesse de fluide. Cette approche a été testée, validée et extensivement exploitée en conception optimale de forme (voir [11, 12, 16]).

De cette manière, on peut (dans la limite de petites perturbations de forme) éviter de remailler le domaine de calcul. Les expériences numériques [11, 12] montrent, que les formes optimales ainsi obtenues sans remaillage par les conditions de transpiration sont peu différentes des formes obtenues en utilisant le remaillage du domaine. Dans le cas des grandes déformations, on pourrait combiner la technique de transpiration à un remaillage occasionnel.

Parmi les inconvénients des conditions par transpiration, on note une certaine insensibilité du système discret aux oscillations de forme (hautes fréquences) dues à la discrétisation. On a observé dans [11, 25] le découplage pair-impair des nœuds sur la peau de la forme optimale. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le problème discret est formulé en utilisant les vecteurs normaux aux nœuds de la peau. Ces vecteurs sont calculés à partir de la moyenne arithmétique des normales sur des facettes de peau. Par conséquent, les perturbations de forme de fréquence maximale sont dans le noyau de la discrétisation, donc invisibles par le solveur discret. Cet inconvénient est encore aggravé par le modèle de transpiration qui est, lui-aussi, un modèle intégral.

Pour remédier à ce problème, dans [12, 25] il a été proposé de chercher la forme optimale sur les niveaux grossiers seulement. Ici, on propose de plus le rajout d'un terme de régularisation de forme dans la fonctionnelle coût (1), qui perçoit très bien les oscillations parasites sur le niveau le plus fin.

3 Techniques d'optimisation

L'algorithme global est composé de trois boucles:

1. *la boucle extérieure* qui prend en charge le remaillage pour générer une forme nouvelle à partir de la condition de transpiration;
2. *la boucle interne d'optimisation*, réalisée ici par la méthode de gradient, l'AG ou l'algorithme hybride (AG et gradient), décrit plus bas;
3. la boucle la plus interne pour la recherche locale en 1D du pas de descente; ce paramètre est local dans le cas où il est évalué pour tout les niveaux de discrétisation [25, 11].

3.1 Méthode de gradient

Cette méthode d'optimisation de la fonctionnelle coût se base sur le calcul du gradient par différences divisées. Elle s'appuie sur une convergence fine du solveur et combine approximations précises et très bonne vitesse de convergence. Par contre la méthode est fragile car sensible au choix de son initialisation. Au discrédit de ce type de méthode, on notera [24], que le monde réel à explorer est envahi de discontinuités, d'espaces de recherches bruités et multimodaux [7].

La méthode de gradient est donnée comme suit:

$$\gamma_i^{n+1} = \gamma_i^n - \rho A_n \text{grad}(J), \quad \text{grad}(J) = \frac{\partial J}{\partial \gamma_i}.$$

Pour calculer une approximation du gradient $\text{grad}(J)$ on utilise au choix des différences finies, technique assez coûteuse en temps de calcul, ou la méthode de l'état adjoint, qui s'écrit comme suit:

$$\langle j'(\gamma), \delta\gamma \rangle = \langle \frac{\partial J}{\partial \gamma}(\gamma, W), \delta\gamma \rangle + \langle \frac{\partial J}{\partial W}(\gamma, W), \frac{dJ}{dW}(\gamma) \delta\gamma \rangle$$

En utilisant la différentiation du flux $\Psi(\gamma, W)$ on a:

$$\langle j'(\gamma), \delta\gamma \rangle = \langle \frac{\partial J}{\partial \gamma}(\gamma, W), \delta\gamma \rangle - \langle \Pi, \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma}(\gamma, W) \delta\gamma \rangle,$$

où Π est l'état adjoint, solution du système:

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial W}(\gamma, W) \right]^* \Pi = \frac{\partial J}{\partial W}(\gamma, W).$$

Par conséquent le problème d'optimisation à résoudre est le suivant:

$$\begin{aligned}
\Psi(\gamma, W) &= 0 && \text{(équation d'état)} \\
\left[\frac{\partial \Psi}{\partial W}(\gamma, W) \right]^* \Pi &= \frac{\partial J}{\partial W}(\gamma, W) && \text{(équation état adjoint)} \\
j'(\gamma) &= \frac{\partial J}{\partial \gamma}(\gamma, W) - \langle \Pi, \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma}(\gamma, W) \rangle
\end{aligned}$$

3.2 Méthode évolutionnaire (AG)

Proposé par J. Holland, les algorithmes génétiques artificiels modélisent l'évolution naturelle. Ils utilisent à la fois les principes de la survie des structures les mieux adaptées, et les échanges d'informations pseudo-aléatoires. Pour former un algorithme d'exploration [24] qui possède certaines des caractéristiques de l'évolution des espèces, ils se basent sur trois opérateurs: la sélection, le croisement et la mutation.

Dans les problèmes d'optimisation par AG, les individus représentent l'espace des solutions obtenues en croisant les meilleurs d'entre eux pour créer de nouvelles solutions potentiellement meilleures.

La programmation génétique de ce genre de problèmes est fondée sur:

- une représentation chromosomique des solutions du problème;
- une méthode pour créer une population initiale de solutions;
- une évaluation qui joue le rôle de l'environnement: elle classe les solutions en fonction de leur aptitude;
- des opérateurs génétiques qui définissent la manière dont les caractéristiques des parents sont transmises aux descendants;
- les valeurs des paramètres utilisés par l'AG (Taille de la population, les probabilités liées à l'application de chaque opérateur génétique) [17].

Les AGs utilisent simultanément un ensemble de points (population d'individus), en escaladant plusieurs directions en parallèle [24]. Ainsi la probabilité de trouver un faux optimum est réduite. Un AG commence avec une population de chaînes aléatoires et génère par la suite des populations de chaînes successives en fonction des paramètres rencontrés, et n'a pas besoin d'informations auxiliaires autres que les valeurs associées à chaque chaîne. En contre-partie de leur robustesse, les AGs sont coûteux lorsqu'on optimise un système régi par une EDP en raison du grand nombre d'évaluations.

3.2.1 Terminologie des AGs

Comme les AGs ont leur racine à la fois dans la génétique naturelle et l'informatique, la terminologie utilisée est un mélange du naturel et d'artificiel. On passe ici en revue les liens entre les termes déjà introduits et leurs équivalents naturels pour ainsi nous conformer à la littérature spécialisée:

- Les chaînes des AGs sont analogues aux chromosomes des systèmes biologiques, qui sont des édifices contenant le matériel génétique codé pour la construction et le fonctionnement d'un organisme.
- Le paquet total de chaînes appelées (structures) est équivalent au (génotype) qui est l'ensemble du matériel génétique dans les organismes naturels.
- Les structures décodées qui forment l'ensemble des paramètres donnés dans les AGs, sont par analogie, l'organisme formé par l'interaction de l'ensemble du matériel génétique avec son environnement qui est appelé le (phénotype).
- Dans la génétique naturelle, on dit que les chromosomes sont formés de gènes, qui peuvent prendre différentes valeurs appelées (allèles), similairement on dit dans les AGs que les chaînes se composent de traits ou détecteurs qui prennent différentes valeurs.

- En génétique naturelle, la position d'un gène (son Locus) est identifiée indépendamment de sa fonction, ceci est aussi vrai pour les AGs où les traits peuvent être localisés à différentes positions sur la chaîne.

Les liens entre les terminologies naturelles et artificielles sont résumés dans le tableau suivant :

Evolution naturelle	Evolution artificielle
Chromosome	Chaîne
Gène	Caractère
Allèle	Valeur de caractère
Locus	Position dans la chaîne
Génotype	Structure
Phénotype	Structure codée
Epistasia	Non linéarité

TAB. 1 – Terminologie des phénomènes d'évolution

3.2.2 L'élaboration des AGs

La procédure générale d'un algorithme génétique peut être représentée comme suite :

- PROCEDURE Algorithme Génétique
- DEBUT, $t=0$
- Initialisation de la Population des Individus $P(t)$
- Evaluation de la Population $P(t)$
- BOUCLE jusqu'à Terminaison (Conditionnelle)
- $t=t+1$
- Sélection de la nouvelle Population $P(t)$ depuis l'ancien Population $P(t-1)$
- Changer $P(t)$
- Evaluer $P(t)$
- FIN BOUCLE
- FIN PROCEDURE

Représentation de l'individu Chaque individu à une forme chromosomique dont on a calculé le nombre de gènes de la façon suivante :

On spécifie un intervalle de variation $[a,b]$ pour chaque variable d'optimisation x , ainsi qu'une précision arithmétique ε (par exemple $\varepsilon = 10^{-6}$). En codage binaire, on pose

$$x = a + (b - a) \xi \quad (0 \leq \xi \leq 1)$$

et on exprime la partie entière $E(\xi/\varepsilon)$ en base 2 pour former le gène comme une suite de 0 et de 1 (bit-string).

Les paramètres du code sont les suivants:

bits - le nombre de bits requis par variable;

bornes - les intervalles des variables;

précision - la moindre différence pour distinguer deux nombres; Bits = arrondir($\log_2((\text{bornes}(:,2) - \text{bornes}(:,1)))' ./ \text{précision})$).

Sélection Le procédé de la sélection, est celui, comme on le sait naturellement, chargé de la procréation des générations successives à partir de la population initiale, en sélectionnant les individus les plus adaptés à contribuer dans la création de la génération suivante.

Pour sélectionner les individus aptes à survivre et à donner des résultats améliorés, les chercheurs ont pensé à des formes de sélection intelligentes à ce but. Parmi plusieurs types de sélections élaborés, on trouve par exemple la sélection par la roulette, et la sélection utilisant une norme géométrique.

Croisement Lorsque la sélection se termine, chaque individu a une probabilité P_c de se croiser avec un autre de la population. Une chaîne ne subissant aucun croisement est alors reproduite intégralement dans la population fille, à condition que l'opérateur de mutation n'intervienne pas.

Pour produire de nouvelles générations, l'opérateur de recombinaison a lieu entre les chaînes sélectionnées de façon intelligente, en échangeant tout simplement deux parties de deux individus différents, pour donner deux autres individus, ainsi une nouvelle génération est produite.

Mutation Après le croisement, la descendance subit l'opération de mutation. Les variables de descendance sont mutées par l'addition de petites valeurs aléatoires avec une faible probabilité. La probabilité de mutation d'une variable est mise pour être inversement proportionnelle au nombre de variables (dimensions). Ce qui implique que pour une grande dimensions un individu a une petite probabilité de mutation. Avec le temps, le croisement devient moins efficace, car les individus deviennent similaires, c'est à ce moment que le phénomène de la mutation devient important.

Ces mutations ne créent pas généralement les meilleures solutions au problème, mais elles évitent l'établissement de populations uniformes incapables d'évoluer. D'autre part la mutation protège contre la perte d'information non récupérable.

Chaque gène de l'ensemble des chaînes de la population a une probabilité P_m de subir une mutation à chaque génération.

Réinsertion Une fois produite la descendance par sélection, croisement et mutation des individus de l'ancien population, la valeur d'adaptation (*fitness*) de la descendance est déterminée. Ensuite on procède à une nouvelle étape, la réinsertion, qui est définie suivant plusieurs schémas et cela selon la taille de la descendance produite. Si la taille de la descendance produite est inférieure à la taille de la population originale, alors la descendance doit être réinsérée dans la vieille population, afin de maintenir sa taille originale. De même, si on ne réinsère pas toute la descendance à chaque génération, ou si davantage de descendances sont produites que la taille de l'ancienne population, alors un schéma de réinsertion doit être utilisé pour déterminer quels individus doivent exister dans la nouvelle population.

Réinsertion globale Différents schémas de réinsertion globale existent:

- *Réinsertion pure*: Produire autant de descendance qu'il y a de parents et remplacer tous les parents par la descendance. Ce schéma représente la réinsertion la plus simple où chaque individu vit une seule génération et il est utilisé dans un simple algorithme génétique.
- *Réinsertion uniforme*: Produire moins de descendances que les parents et remplacer les parents uniformément au hasard.
- *Réinsertion d'élite*: Produire moins de descendance que les parents et remplacer les plus mauvais parents.
- *Réinsertion basée sur la fitness*: Produire plus de descendance que celle désirée pour la réinsertion et réinsérer seulement la meilleure descendance.

La méthode communément recommandée est celle de l'élitisme combiné à la réinsertion basée sur la fitness. A chaque génération, un nombre donné des mauvais parents est remplacé par nombre égal de la descendance les plus adaptée.

3.3 Objectif de l'étude (méthode hybride)

L'objectif de notre étude est d'hybrider les deux méthodes décrites ci-dessus afin d'améliorer la solution optimale en combinant l'exploration la plus robuste de l'espace de recherche par AG et vitesse de convergence asymptotique de la méthode de gradient.

Les AGs dans leur forme la plus pure sont des procédures d'exploration aveugle, ils n'exploitent que les codages et les valeurs de la fonction à optimiser pour déterminer les tentatives possibles de la nouvelle génération. C'est à la fois un avantage et un inconvénient.

Le fonctionnement des AGs nécessite seulement la connaissance de la valeur d'adaptation (fonctionnelle coût). Grâce à cela, leur champ d'application est très large. Cependant, comme ils n'exploitent pas toute la connaissance disponible du problème, ce qui les désavantage au plan de la convergence asymptotique. Par conséquent il peut être avantageux de combiner l'information spécifique à un problème avec les AGs en les hybridant. Plusieurs auteurs ont proposé de telles hybridations (Bethke, 1981, Bosworth, Foo et Zeigler 1972, Goldberg, 1983), l'idée est simple, intéressante, et peut être utilisée pour améliorer les performances finales de l'exploration génétique.

Il y a plusieurs moyens d'hybrider les AGs tout en maintenant une structure de programme assez modulaire. Une approche séquentielle (en batch) est utilisée dans notre cas. De cette façon, il suffit de laisser tourner l'algorithme génétique jusqu'à un niveau conséquent de convergence, ensuite on laisse la procédure d'optimisation par l'algorithme du gradient prendre le relais, en prenant par exemple les 5% ou les 10% meilleurs individus de la dernière génération.

4 Expériences numériques

4.1 Présentation du cas test

On a d'abord fabriqué un maillage 3D tétraédrique autour d'une voilure aux sections homothétiques à un profil NACA0012.

A cette fin, on s'est appuyé sur une triangulation (2D) autour d'un profil NACA0012 raffinée autour du choc attaché au bord d'attaque et représentée à la Figure 3.

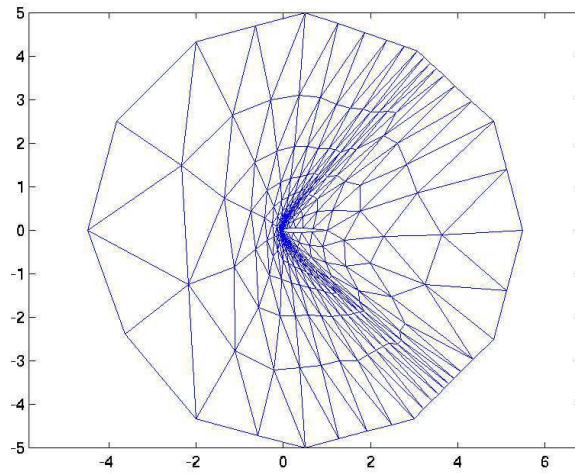


FIG. 3 – *Triangulation autour d'un profil NACA0012*

On s'est ensuite donné une forme en plan avec flèche représentée à la Figure 4.

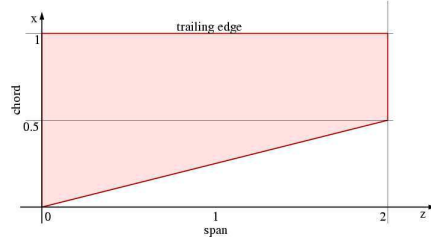


FIG. 4 – Forme en plan de la voilure

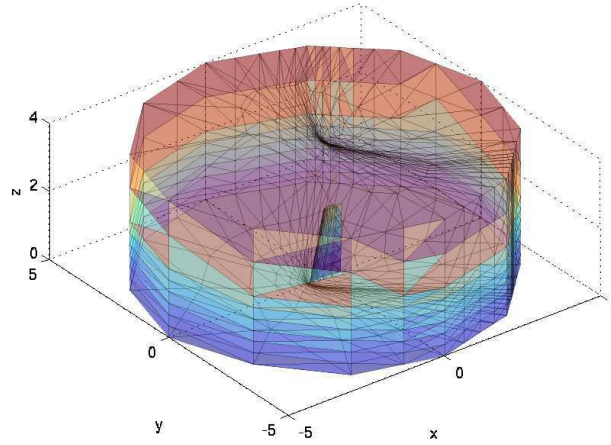


FIG. 5 – Maillage 3D autour d'une voilure aux sections homothétiques au profil NACA0012

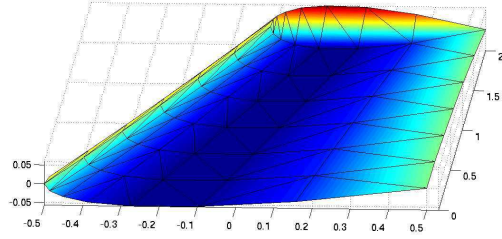
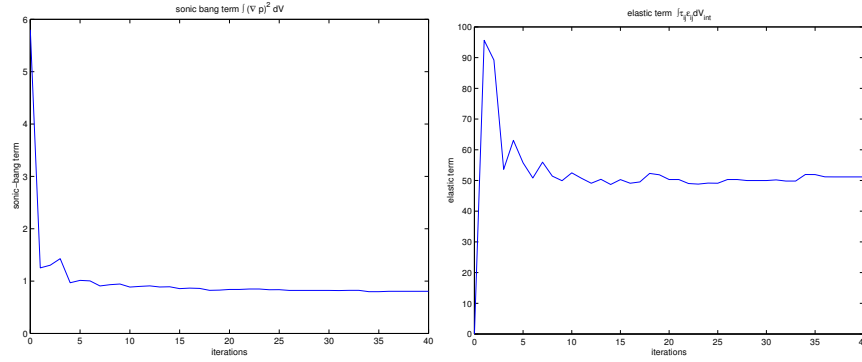
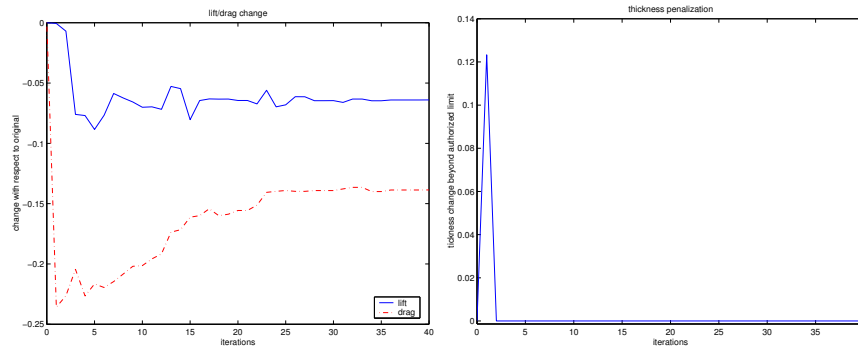
Enfin, on a construit la géométrie discrète tridimensionnelle en reproduisant par homothétie la triangulation 2D de manière à respecter la forme en plan, et en coupant les prismes en tétraèdres. Le maillage initial ainsi construit est représenté à la Figure 5. Le maillage de peau correspondant est visualisé à la Figure 6. Ce maillage initial contient 2790 nœuds et 13710 tétraèdres dont 105 nœuds et 193 de facettes sur la peau.

Les conditions de calcul correspondent à un nombre de Mach à l'infini de 1.8 et un angle d'incidence de 3.00 degrés.

On a fixé la trainée et la portance cibles à 0 et 0.0549 respectivement. Le volume de l'aile est imposé, égal à celui de la géométrie initiale.

4.2 Optimisation par la méthode de gradient

Ici nous avons appliqué la méthode de gradient pour l'optimisation de la forme d'aile NACA0012 sur le niveau le plus fin qui comporte 105 nœuds sans avoir besoin de l'utilisation de la méthode de paramétrisation hiérarchique, car le gradient peut opérer sur ce nombre de paramètres d'optimisation. Les figures suivantes montrent le processus d'optimisation de chaque terme de la fonctionnelle coût durant 40 itérations du gradient et dans un temps considérable. Dans ce cas, la pénalisation sur le volume n'est pas prise en compte dû à la difficulté du calcul de gradient qui en résulterait, par contre, ultérieurement, on procède à une utilisation de cette pénalisation en utilisant la projection du gradient; pour préserver le volume cette projection est effectuée directement après l'évaluation du gradient sur un espace des volumes préservant le gradient voir [25].

FIG. 6 – *Géométrie initiale de voilure NACA0012*FIG. 7 – *Réduction du critère de bang et du critère d'élasticité: convergence de la méthode de gradient*FIG. 8 – *Historique des valeurs de la traînée, de la portance et de l'épaisseur: convergence de la méthode de gradient*

On peut conclure d'après les graphes qui représentent l'historique des valeurs des termes de la fonctionnelle coût durant le processus de convergence de l'algorithme de gradient et le tableau qui suit, qu'on a pu optimiser la forme de l'aile et réduire le critère de *bang* au prix d'une réduction

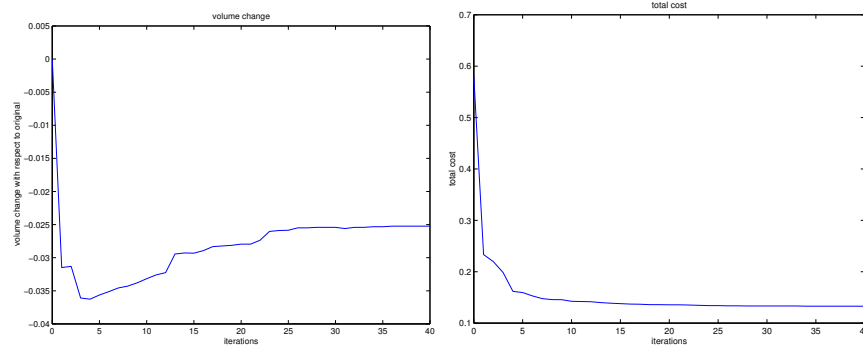


FIG. 9 – *Historiques des valeurs de volume et de fonctionnelle coût total: convergence de la méthode de gradient*

de portance de seulement de 6%, en conservant la variation de volume estimée par 2.52% de changement.

Fonctionnelle coût	0.13293
Portance	0.051399
Trainée	0.083676
Bang supersonique	0.80532
taux de variation de volume	2.523

TAB. 2 – *Valeurs optimales obtenues par l'algorithme de gradient*

4.3 Optimisation par la méthode évolutionnaire

L'algorithme génétique qu'on a choisi pour procéder à l'optimisation mono-objectif de la fonctionnelle coût, comporte une population d'individus où chaque individu se compose de 28 paramètres à optimiser représentant les variations de 28 zones géométriques.

Ces zones représentent un niveau grossier de la géométrie (surface) d'aile NACA0012 obtenue par l'application de la paramétrisation hiérarchique sur le niveau le plus fin qui représente 105 nœuds (sommets) de maillage sur la géométrie de l'aile.

Le choix de la configuration de l'AG est fixé après plusieurs tests effectués sur le changement des types de mutation et de croisement ainsi leur probabilité, et aussi en ce référant à des études déjà faites afin d'assurer une meilleure convergence; par exemple on a opté pour un croisement extérieur. A la conférence internationale sur les AGs et leurs applications (ICGA) de 1985 [17], plusieurs experts (Davis, Goldberg et Lingle, Smith [19, 6, 20]) ont décrit la construction d'opérateurs de réarrangement efficaces qui combinent des traits de l'inversion et du croisement parmi lesquels on trouve le croisement extérieur. Selon ce croisement, deux individus (parents) sont alignés et deux lieux de croisement sont choisis d'une manière uniformément aléatoire sur les individus.

Les deux points définissent une section assortie qui est utilisée pour effectuer un croisement grâce à des opérateurs d'échange position par position, les individus (fils) obtenus contiennent des informations d'agencement partiellement déterminées par chacun des parents.

La configuration de l'AG utilisé dans notre étude est la suivante :

Nombre de Génération	40
Nombre d'individus dans la population	30
Type de sélection	Roulette
Type de croisement	Croisement extérieur
Probabilité de croisement	0.9
Probabilité de mutation	0.003
Précision de codage de paramètres	10^{-4}

On voit d'après le tableau suivant que l'application de l'AG a bien permis de préserver des performances aérodynamiques (trainée, et surtout la portance) et le volume; les variations de la portance ne dépassent pas 2% de la portance cible et la variation du volume ne dépasse pas 0.656% du volume initiale.

Fonctionnelle coût	0.248163
Portance	0.053989
Trainée	0.078127
Bang supersonique	1.56103576
taux de variation de volume	0.656

TAB. 3 – Valeurs optimales obtenues par l'algorithme génétique

4.4 Optimisation par hybridation séquentielle (AG et gradient)

Dans cette troisième expérience d'optimisation de l'aile NACA, on a appliqué une hybridation séquentielle de l'AG et de la méthode de gradient. On optimise d'abord au moyen de l'AG pendant 40 générations en travaillant sur le niveau grossier. Ensuite, on fait fonctionner la méthode de gradient en opérant sur le niveau fin. La deuxième phase est initialisée avec le meilleur individu de la solution la plus performante issue de la première phase d'optimisation.

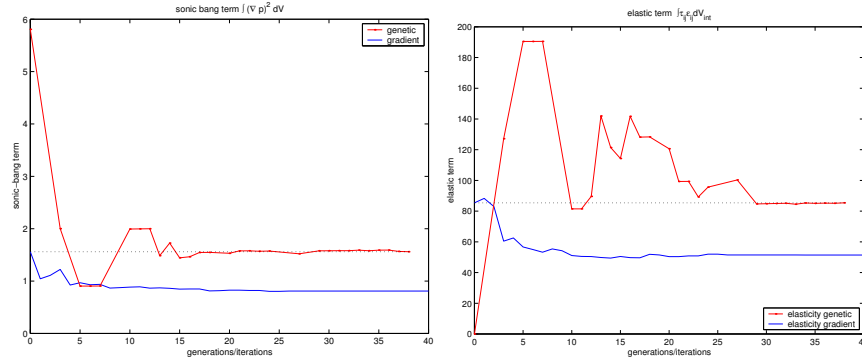


FIG. 10 – Réduction du critère de bang et d'élasticité: convergence de l'AG et de la méthode de gradient

D'après les résultats des graphes et du tableau suivant on constate qu'on a pu mieux réduire davantage le critère de *bang*.

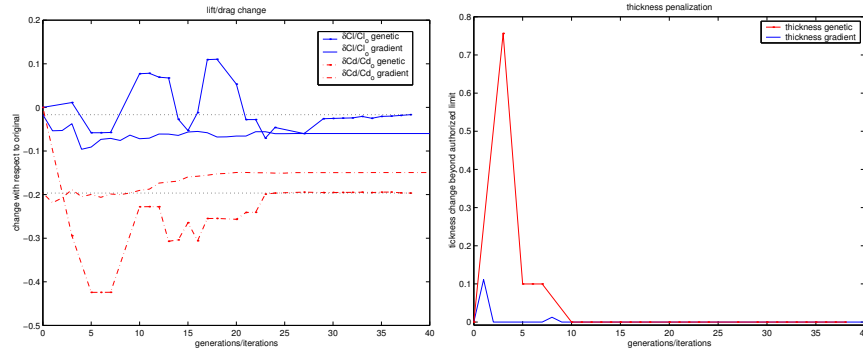


FIG. 11 – Historique des valeurs de la traînée, de la portance et de l'épaisseur: convergence de l'AG et de la méthode dégradent

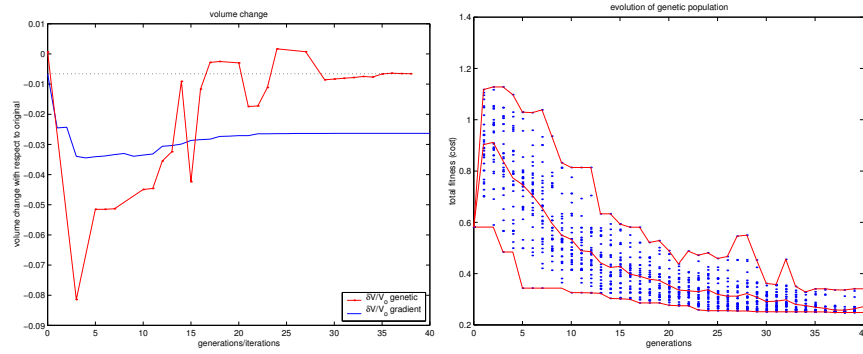


FIG. 12 – Historiques des valeurs de volume et convergence de l'AG

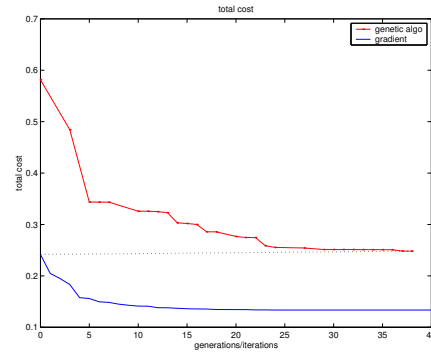


FIG. 13 – Convergence de la fonctionnelle coût: algorithme hybride

5 Ecoulement autour de la géométrie optimisée

Les figures suivantes représentent des visualisations en 2D de la distribution de pression autour des sections et sous l'aile NACA0012 originale et optimale pour chacune des méthodes étudiées, où on voit clairement l'impact de la minimisation du critère de *bang*.

Les figures suivantes représentent la visualisation en 3D de l'aile originale et des ailes optimales, ainsi que les sections en 2D qui nous permet de voir clairement la différence entre l'aile optimale de chaque méthode et l'aile originale.

Fonctionnelle coût	0.13346287
Portance	0.051615
Trainée	0.082702
Bang supersonique	0.80979
taux de variation de volume	2.636

TAB. 4 – Valeurs optimales obtenues par l'algorithme hybride

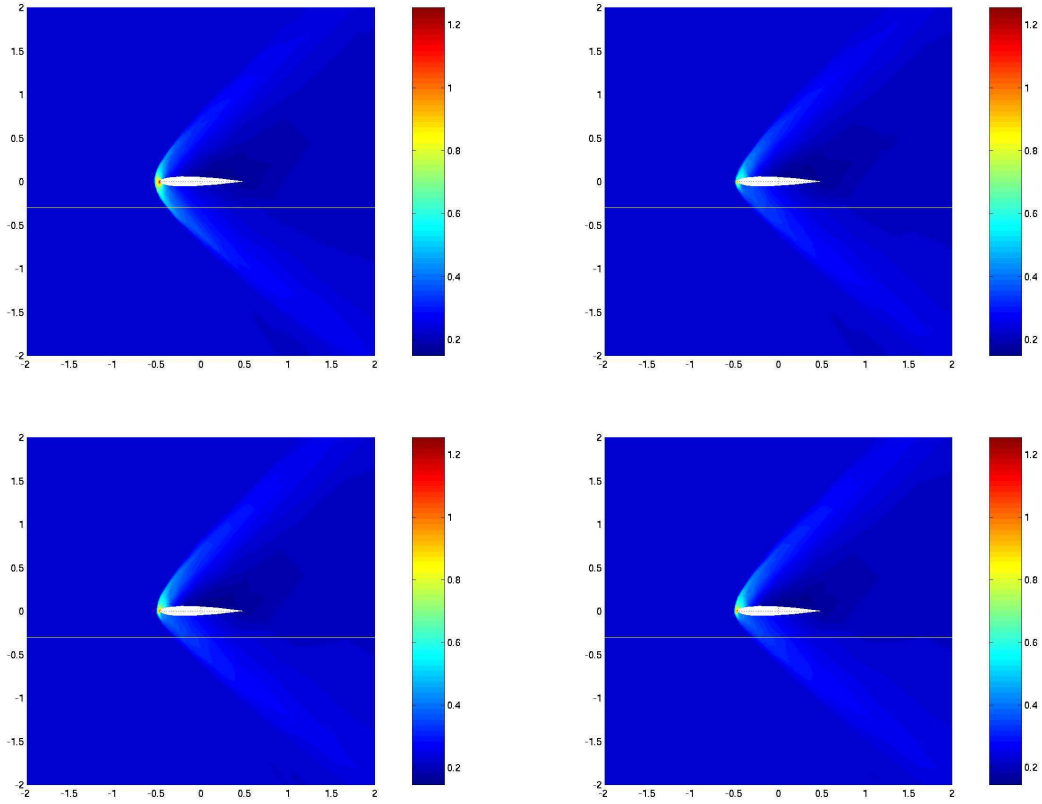


FIG. 14 – Pression autour des sections d'aile NACA0012: champs initial, optimisé par l'AG, la méthode de gradient et l'algorithme hybride, respectivement de gauche à droite

Dans ce qui suit on présente un tableau comparatif de la durée d'exécution de chaque méthode étudiée sur un PC, P4 1.993 MHZ avec 512 MB de RAM. On constate que l'approche du gradient prend un temps 4 fois moins long que la méthode évolutionnaire, bien qu'une implémentation parallèle de l'AG accélérerait la vitesse de calcul.

6 Conclusion

On a réalisé l'optimisation de forme d'une voilure dans le but de réduire un critère lié au *bang* sonique, tout en préservant les coefficients aérodynamiques.

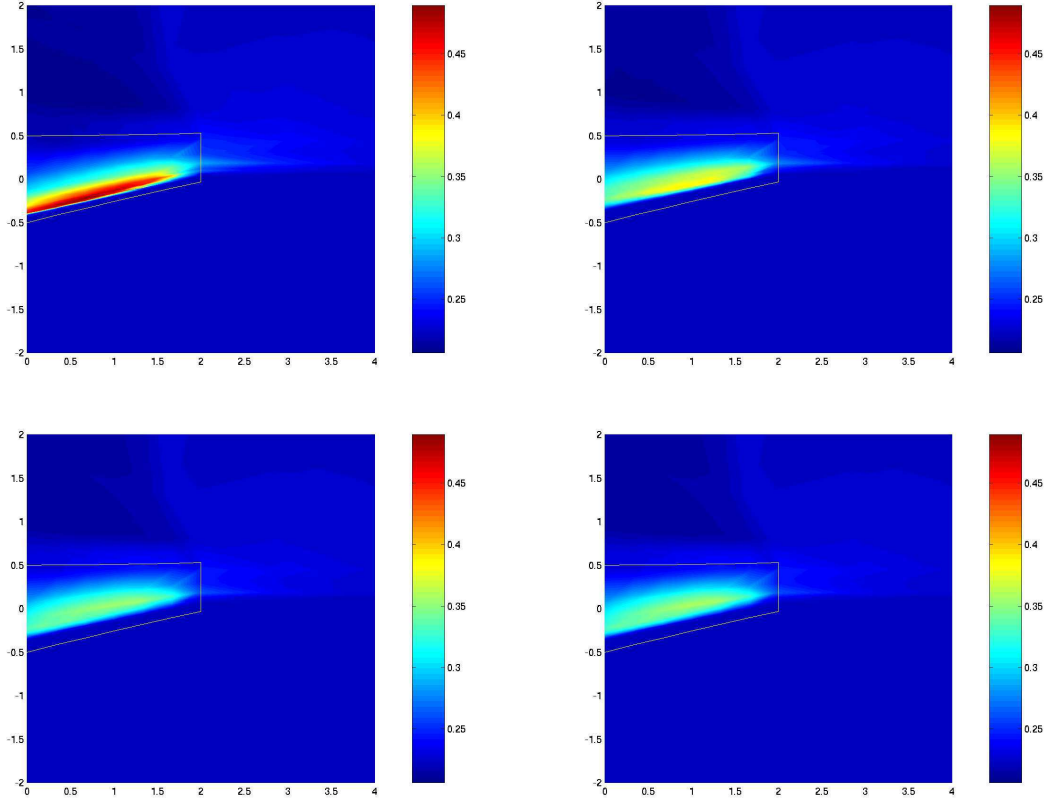


FIG. 15 – Pression sous l'aile NACA0012: champs initial, optimisé par l'AG, la méthode de gradient et l'algorithme hybride, respectivement de gauche à droite

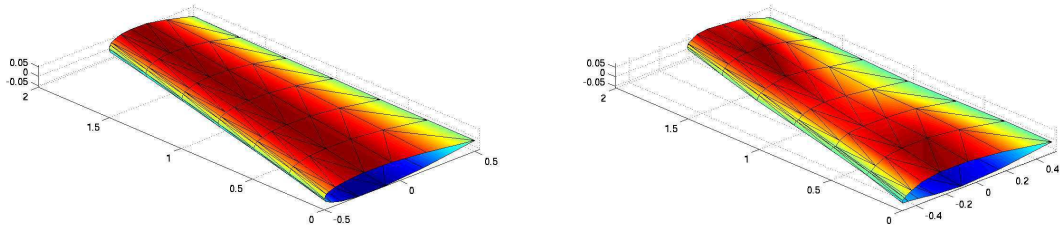


FIG. 16 – Aile NACA0012, géométries originale et optimale obtenue par l'AG

On a testé numériquement un algorithme de gradient, un algorithme génétique (AG) et un algorithme hybride. Les trois ont leurs mérites respectifs.

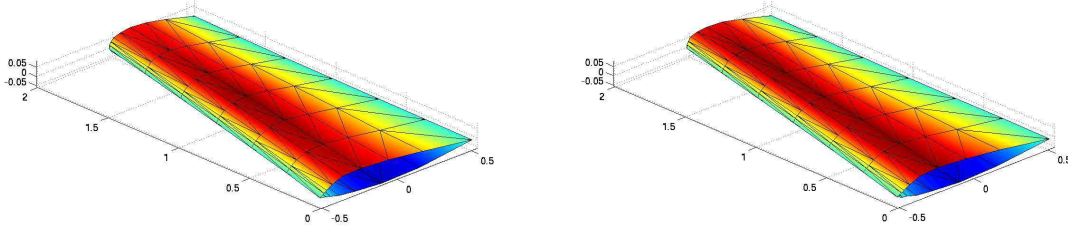


FIG. 17 – Aile NACA0012, géométries optimales par la méthode de gradient et l’algorithme hybride

Méthode	Temps d’exécution
Gradient	2h:42min
Génétique	9h:36min
Hybride	10h:51min

TAB. 5 – Temps d’exécution de chaque méthode

En régime d’écoulement transsonique, d’autres expériences avaient montré que le problème de réduction de traînée était principalement conditionné par l’optimisation de forme de l’extrados dans la zone de solution faible du choc; les fonctionnelles aérodynamiques présentent alors souvent de nombreux optimums locaux. Notons qu’à l’inverse, en régime d’écoulement supersonique, où les chocs sont attachés aux bord d’attaque et de fuite, l’écoulement est régulier dans le voisinage de la forme qu’on optimise. Sans doute pour cette raison, on a observé que le cas test supersonique étudié était de complexité numérique moindre.

L’AG opère avec un nombre réduit de paramètres et fournit un optimum moins bon, mais vérifiant mieux les contraintes. La méthode de gradient est plus précise et converge plus vite, mais à elle seule ne fournit aucune garantie sur le caractère global de l’optimum obtenu. Grâce à la méthode hybride, on obtient la confirmation que l’optimum global associé au calcul par l’AG est bien dans le même bassin d’attraction que celui de la méthode de gradient.

Par ailleurs, même si l’application de l’AG nécessite un temps de calcul assez important, la simplicité de sa mise en œuvre et son efficacité à prendre en compte un grand nombre de contraintes lui confèrent une certaine puissance et robustesse.

Enfin, une implémentation parallèle est en vue pour améliorer l’efficacité en coût de l’AG. Cette implémentation se base sur une architecture maître/esclave qui est la mieux adaptée au problème car la majeure partie du temps CPU est consacrée à l’évaluation de la fonctionnelle coût.

7 Remerciements

Cette étude a été partiellement soutenue par le Réseau de recherche et d’innovation technologique “Recherche Aéronautique sur le Supersonique”.

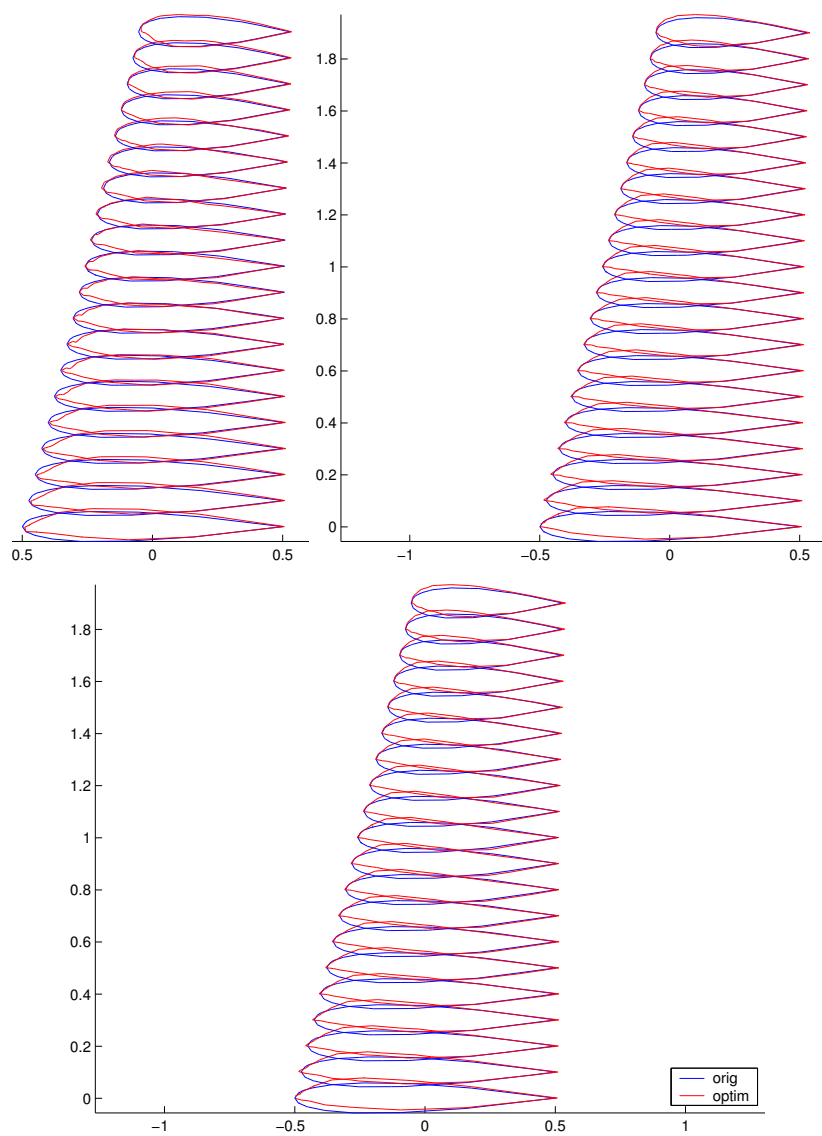


FIG. 18 – Sections des profils optimaux par l'AG, la méthode de gradient et l'algorithme hybride respectivement

Références

- [1] A. Clarich, J.-A. Désidéri, “Self-Adaptive parameterization for aerodynamic optimum-shape design”, Rapport de recherche INRIA No. 4428, 2002.
- [2] J.-A. Désidéri, J. Périaux, M. Sefrioui, K. Srinivas, J. Wang, E. Whitney, “Parallel Hierarchical Evolutionary Algorithms and Game Strategies for solving CFD Optimization Problems in Aeronautics”, *ICCFD02 Conference Proc.*, Springer Verlag, Sydney, to appear.
- [3] J.-A. Désidéri, L. Fournier, S. Lanteri, N. Marco, B. Mantel, J. Périaux, J.F. Wang, “Parallel Multigrid Solution and Optimization in Compressible Flow Simulation and Design”, *Proc. of PARCFD’99, Williamsburg, VA 24-27 April, 1999, in Parallel Computational Fluid Dynamics, Towards Teraflops, Optimization and Novel Formulations, North Holland, D. Keyes et al Eds.*, 2000.
- [4] J.-A. Désidéri, “Hierarchical optimum-shape algorithms using embedded Bézier parameterizations”, *Finnish-French Seminar on Scientific Computing, E. Heikkola and O. Pironneau Eds.*, CIMNE Barcelona Publish., to appear.
- [5] B. Galvan, D. Greiner, J. Périaux, M. Sefrioui, G. Winter, “Parallel Evolutionary Computation for solving complex CFD Optimization problems: a review and some nozzle applications”, *Parallel CFD02 Conference Proc.*, Elsevier, Nara, Japan, to appear.
- [6] E. Goldberg, R. Lingle, “Alleles Loci and the Traveling Salesman Problem”, *Proceedings of the Second ICGA*, pp.154-159, 1998.
- [7] C. Held, “Optimisation de formes en aérodynamique sans gradient par résolution simultanée”, Rapport de Recherche INRIA No. 3864, 2000.
- [8] M. Karakasis, J.-A. Désidéri, “Model reduction and adaptation of optimum-shape design in aerodynamics using neural networks”, Rapport de recherche INRIA No. 4503, 2002.
- [9] H. Lièvre, J.-A. Désidéri, A. Habbal, “Optimisation numérique des profils d’aile par algorithmes génétiques et jeux de Nash”, Rapport de recherche INRIA No. 4275, Septembre 2001.
- [10] B. Mantel, J. Périaux, M. Sefrioui, B. Stoufflet, J.-A. Désidéri, S. Lanteri and N. Marco, “Evolutionary computational methods for complex design in aerodynamics”, *Proc. AIAA Aerospace Sciences Conference, AIAA 98-0222, Reno, Nevada (USA), 12-15 January, 1998*.
- [11] N. Marco et A. Dervieux, “Multilevel parametrization for aerodynamical optimization of 3D shapes”, *Finite Elements in Analysis and Design* 26 (1997), 259–277.
- [12] N. Marco, “Optimisation de formes aérodynamiques 2D et 3D par une méthode multi-niveau en maillages non-structurés”, Thèse du doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, novembre 1995.
- [13] N. Marco, S. Lanteri, J.-A. Désidéri, B. Mantel, J. Périaux, “Parallel genetic algorithms applied to optimum shape design in aeronautics”, *Proc. Third Inter. Euro-Par Conference (Euro-Par ’97), Lecture Notes in Computer Science, 1300, C. Lengauer et al Eds, Passau, pp. 856-863, 1997*.
- [14] N. Marco, S. Lanteri, J.-A. Désidéri, B. Mantel, J. Périaux, “A parallelized Genetic Algorithm for a 2-D shape optimum design problem”, *Surveys on Math. for Industry*, 1998.
- [15] N. Marco-Blaszka, J.-A. Désidéri, “Numerical solution of optimization test-cases by Genetic Algorithms”, Rapport de recherche INRIA, No. 3622, Février 1999.
- [16] B. Mohammadi and O. Pironneau, “Applied Shape Optimisation for Fluids”, *Numerical Mathematics and Scientific Computation, Oxford Science Publications, Oxford University Press, 2001*.
- [17] I. Oliver, D. Smith, J. Holland, “A Study of Permutation Crossover Operators on the Traveling Salesperson Problem”, *Proceedings of the Second ICGA*, pp. 224-230, 1987.
- [18] M. Renversade, “Optimisation d’un dispositif hyper-sustentateur par algorithmes génétiques”, Rapport de recherche INRIA No. 4029, Octobre 2000.
- [19] J.D. Schaffer, “Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms”, *Proceedings of the Second ICGA*, pp. 93–100, 1985.

- [20] D. Smith, "Bin Packing with Adptive Search", *Proceedings of the Second ICGA*, pp.202-207, 1985.
- [21] Z.L. Tang, J.-A. Désidéri, J. Périaux, "Multi-Objective Optimization and Inverse Problems using Control Theory and Nash Games", *ECCOMAS CFD2001 Conference, Swansea, 4-7 September, 2001*.
- [22] Z.L. Tang, J.-A. Désidéri, J. Périaux, "Distributed Optimization using Virtual and Real Game Strategies for Aerodynamic Design", Rapport de recherche INRIA No. 4543, 2002, et *West East High Speed Flow Field Conference (Marseilles, 22-26 April, 2002)*, CIMNE Barcelona Publish., 2003.
- [23] Z.L. Tang, J.-A. Désidéri, "Towards Self-Adaptive Parameterization of Bézier Curves for Airfoil Aerodynamic Design", Rapport de Recherche INRIA No. 4574, 2002.
- [24] D. Thierens and D.E. Goldberg, "Convergence models of genetic algorithm selection schemes", *IEEE World Congress on Evolutionary Computation*, 1994.
- [25] M. Vazquez, A. Dervieux, B. Koobus, "Application of a multilevel method to the optimisation of a supersonic aircraft", Rapport de Recherche INRIA No. 4520, 2002.
- [26] J. Wang, J. Périaux, M. Séfirioui, "Parallel Evolutionary Algorithms for Optimization Problems in Aerospace Engineering", *J. of Comput. and Appl. Math.*, Elsevier, **149** 155-169, 2002.
- [27] J. Wang, J. Périaux, "Search Space Decomposition of Nash/Stackelberg Games using GAs for Multi-Point Design Optimization in Aerodynamics", *Domain Decomposition Methods in Sciences and Engineering*, N. Debit, M. Garbey, R. Hoppe, D. Keyes, U. Kuznetsov, J. Périaux Eds., *Theory and Engineering Applications of Computational Methods*, CIMNE Barcelona Publish., 2002.
- [28] J. Wang, J. Périaux, P. Thomas, "Parallel hierarchical Nash GAs for lift optimization problems", *EUROGEN01 Conf. Proc., Evolutionary Methods for Design and Control in Industry, Athens, 2002*, K. Giannakoglou, D. Tsahalis, J. Périaux, K. Papailiou, T. Fogarty Eds., *Theory and Applications of Computational Methods*, CIMNE Barcelona Publish..
- [29] E. Whitney, L. Gonzalez, K. Srinivas, J. Périaux, "Multi-Criteria Aerodynamic Shapes Design Problems in CFD using a Modern Evolutionary Algorithm on Distributed Computers", *ICCFD02 Conference Proc.*, Springer Verlag, Sydney, to appear.



Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis
2004, route des Lucioles - BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Futurs : Parc Club Orsay Université - ZAC des Vignes
4, rue Jacques Monod - 91893 ORSAY Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Lorraine : LORIA, Technopôle de Nancy-Brabois - Campus scientifique
615, rue du Jardin Botanique - BP 101 - 54602 Villers-lès-Nancy Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Rennes : IRISA, Campus universitaire de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes : 655, avenue de l'Europe - 38334 Montbonnot Saint-Ismier (France)

Unité de recherche INRIA Rocquencourt : Domaine de Voluceau - Rocquencourt - BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)

Éditeur
INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt, BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)
<http://www.inria.fr>
ISSN 0249-6399