



# Simulation de modèles fluides pour réseaux haut débit

David Ros, Raymond Marie

► **To cite this version:**

David Ros, Raymond Marie. Simulation de modèles fluides pour réseaux haut débit. [Rapport de recherche] RR-3596, INRIA. 1998. <inria-00073083>

**HAL Id: inria-00073083**

**<https://hal.inria.fr/inria-00073083>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Simulation de modèles fluides pour réseaux  
haut débit*

David Ros et Raymond Marie

**N° 3596**

Décembre 1998

———— THÈME 1 ————



*Rapport  
de recherche*



## Simulation de modèles fluides pour réseaux haut débit

David Ros\* et Raymond Marie\*

Thème 1 — Réseaux et systèmes  
Projet Model

Rapport de recherche n 3596 — Décembre 1998 — 29 pages

**Résumé :** Ce rapport décrit les principes de la réalisation d'un simulateur à événements discrets de réseaux haut débit, basé sur des modèles fluides de trafic. Cette technique de simulation permet d'obtenir des mesures de performance qui ne peuvent pas être fournies par les méthodes analytiques actuellement connues, et pour lesquelles une simulation conventionnelle paraît prohibitive. Deux exemples numériques, montrant l'estimation du temps de réponse de bout en bout et la distribution des rafales de pertes, illustrent la méthode de simulation proposée.

**Mots-clé :** Réseaux ATM, simulation à événements discrets, modèles fluides de trafic.

*(Abstract: pto)*

\* {David.Ros}{Raymond.Marie}@irisa.fr

## Simulation of Fluid Models for High-Speed Networks

**Abstract:** This report describes the design principles of a fluid-based, discrete-event simulator for high-speed networks. This simulation technique allows us to compute performance measures that cannot be found using known analytical methods, and for which a conventional simulation is too expensive. Two numerical examples, showing the estimation of the end-to-end delay and the loss distribution, illustrate the proposed simulation method.

**Key-words:** ATM networks, discrete-event simulation, fluid traffic models.

## 1 Introduction

La simulation à événements discrets des réseaux ATM a été souvent basée sur des modèles au niveau *cellule* (un exemple assez connu étant le simulateur NIST [4]). Sous cette approche la cellule ATM forme le niveau élémentaire d'abstraction, les événements de simulation correspondant au transit de cellules individuelles à travers des composantes du réseau. Ceci offre quelques avantages (*e.g.* une très fine résolution temporelle), mais d'un autre côté le temps de calcul est souvent trop élevé : à titre d'exemple, la simulation du trafic sur un lien de communication à 155 Mbit/s pendant trois secondes implique le traitement d'environ  $10^6$  événements.

Sous l'approche fluide, les sources de trafic ATM sont représentées par des modèles au niveau des « rafales » (*burst-level models*) ; ce qui permet d'utiliser une échelle de temps beaucoup plus grande que la durée d'une cellule ATM [12]. On peut alors considérer que les sources n'émettent pas des cellules individuelles mais un *fluide* continu décrit par son débit instantané (exprimé par exemple en cellules/s) ; en général, ce débit-ci est fonction du temps et peut se représenter par un processus aléatoire.

Bien qu'il existe de nombreuses études analytiques des modèles fluides (cf. [12] et les références incluses), à notre connaissance il y a très peu de travaux dédiés au sujet des simulations basées sur ces modèles, et plus particulièrement sur la simulation fluide de *réseaux*. Pitts *et al.* [11] proposent l'étude par simulation fluide du taux moyen de perte de cellules (CLR) dans un seul tampon ATM. Kesidis *et al.* [6] étudient la faisabilité de cette technique pour quelques cas particuliers de sources et commutateurs ATM, et comparent la performance d'un simulateur fluide avec un simulateur classique, basé en cellules. Finalement, Kumaran et Mitra [9] utilisent des simulations fluides pour évaluer une politique de partage de ressources dans un commutateur ATM.

Le but de ce rapport est de décrire les principes de la réalisation d'un simulateur fluide de réseaux haut débit capable d'apporter des réponses qui ne peuvent être fournies par les méthodes analytiques actuellement connues (*e.g.* taux de perte sur une connexion ATM, distribution du temps de réponse de bout en bout, distribution des « charrettes » de pertes, évaluation de l'influence d'un algorithme de gestion sur la QoS d'un type de trafic, ... le tout en présence de trafics sporadiques) ; pour cela, le simulateur doit être suffisamment rapide pour caractériser des événements rares. Une idée originale associée au modèle fluide des objets discrets (des « molécules » envoyées « au fil de l'eau ») qui peuvent être employés tant pour mesurer l'état des composantes du réseau que pour modéliser et simuler des cellules ATM spécialisées (par exemple, des cellules RM).

Dans la section 2, nous décrivons les équations qui régissent le fonctionnement du modèle fluide alors que les principes utilisés pour construire le simulateur sont exposés dans la section 3. La section 4 est consacrée à des mesures de performance et à l'élaboration des statistiques correspondantes. Enfin, la section 5 contient deux exemples numériques, montrant le calcul du temps de réponse de bout en bout et la distribution des charrettes de pertes, qui illustrent l'efficacité du simulateur construit.

## 2 Dynamique d'un réservoir fluide

Considérons un réservoir (ou « buffer ») fluide caractérisé par une capacité  $B \leq \infty$  et un débit maximal de sortie  $c$  (constant) tel que  $c \in (0, \infty)$ . Ce réservoir est alimenté par une ou plusieurs sources de fluide dont le débit total (celui-ci étant un processus stochastique) peut éventuellement dépasser  $c$ . Dans les sections qui suivent, nous allons développer les équations qui décrivent le comportement dynamique d'un tel réservoir, notamment en ce qui concerne l'occupation du réservoir et le processus « débit de sortie », et cela pour une classe particulière de processus d'arrivée. Ce développement est effectué dans le but d'appliquer ces équations à la simulation à événements discrets d'un *réseau* de réservoirs fluides.

### 2.1 Processus d'arrivée

Soit  $\Lambda(t) \in [0, \infty)$  le débit total du fluide entrant dans le réservoir à l'instant  $t \geq 0$ ; alors, le volume de fluide qui arrive au réservoir durant l'intervalle de temps  $[t_a, t_b]$  est donnée par :

$$A(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} \Lambda(t) dt \quad (1)$$

Par convention, on notera  $A(t) \triangleq A(0, t)$ .

En général,  $\Lambda = \{\Lambda(t)\}$  peut être un processus aléatoire arbitraire<sup>1</sup>; néanmoins, dans ce qui suit nous n'allons nous intéresser qu'aux processus d'arrivée tels que, pour chaque trajectoire de  $\Lambda$ , il existe une suite :

$$\mathcal{T}_\Lambda = \{T_n \in \mathbb{R}^+ \mid T_n < T_{n+1}, n \in \mathbb{N}; T_0 \triangleq 0\} \quad (2)$$

---

1. Bien entendu, la relation (1) n'a de sens que si  $A(t)$  est dérivable par morceaux (cf. [12], p. 318).

telle que :

$$\begin{aligned} \Lambda(t) &= \Lambda(T_n), \quad \forall t \in [T_n, T_{n+1}) \\ \Lambda(T_n) &\neq \Lambda(T_{n+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

Autrement dit, les trajectoires  $\Lambda(t)$  doivent être des fonctions « en escalier » (continues à droite, limitées à gauche), et donc les trajectoires  $A(t)$  sont continues et linéaires par morceaux ; la suite des  $T_n$  correspond aux dates où  $\Lambda(t)$  change sa valeur. Comme on va le voir, cette condition n'est pas très restrictive car de nombreux modèles fluides de trafic satisfont cette dernière.

## 2.2 Quantité de fluide dans le réservoir

Soit  $Q(t)$  la quantité ou « niveau » de fluide contenue dans le réservoir à l'instant  $t \geq 0$ . L'évolution de  $Q(t)$  est décrite par :

$$Q(t) = Q(0) + \int_0^t (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{Q}\}} ds, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

où l'ensemble  $\mathcal{Q}$ , pour un réservoir à capacité infinie, est donné par (cf. [12], p. 457) :

$$\mathcal{Q} = \{s \geq 0 \mid \Lambda(s) > c \text{ ou } Q(s) > 0\} \quad (5)$$

Pour un réservoir à capacité finie il est possible que  $Q(t) = B$  pour quelque  $t < \infty$ . Donc, il faut modifier l'expression précédente de  $\mathcal{Q}$  pour satisfaire cette contrainte, ce qui donne :

$$\mathcal{Q} = \{s \geq 0 \mid (\Lambda(s) > c \text{ et } Q(s) < B) \text{ ou } (\Lambda(s) \leq c \text{ et } Q(s) > 0)\} \quad (6)$$

Dans ce cas, l'intégrale figurant dans l'équation (4) peut s'interpréter de la façon suivante :

- le fluide s'accumule à raison de  $\Lambda(t) - c$  unités de volume par unité de temps, et cela durant les intervalles où le débit d'entrée dépasse le débit maximal de sortie **et** où le réservoir n'est pas complètement rempli (condition :  $\Lambda(s) > c$  et  $Q(s) < B$ ) ;
- le réservoir se vide à raison de  $c - \Lambda(t)$  unités de volume par unité de temps, tant que le débit d'entrée est inférieur à celui de sortie **et** qu'il reste encore du fluide (condition<sup>2</sup> :  $\Lambda(s) < c$  et  $Q(s) > 0$ ).

---

2. La condition  $\Lambda(s) = c$  et  $Q(s) > 0$ , correspondant au cas où le niveau de fluide reste constant et strictement positif, pourrait être éliminée sans changer la valeur de l'intégrale dans (4) ; néanmoins, on inclut cette condition par convenance, car  $\mathcal{Q}$  représente ainsi l'ensemble des intervalles de temps où le réservoir n'est ni vide ni en train de déborder (cf. section 2.2.1).



Les trajectoires  $Q(t)$  qui en résultent sont linéaires par morceaux, de pente :

$$\dot{Q}(t) = (\Lambda(t) - c) \mathbb{1}_{\{t \in \mathcal{Q}\}} \quad (7)$$

Les changements de pente se produisent soit aux instants où le réservoir devient vide ou saturé (*i.e.*  $\dot{Q}(t)$  devient nulle car  $t \notin \mathcal{Q}$ ), soit aux dates  $T_n$  de changement de valeur de  $\Lambda(t)$  telles que  $T_n \in \mathcal{Q}$  (cf. section 2.2.2).

En développant l'équation (4) pour  $t \in [T_n, T_{n+1}]$ , on obtient :

$$\begin{aligned} Q(t) &= Q(0) + \int_0^{T_n} (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{Q}\}} ds + \int_{T_n}^t (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{Q}\}} ds \\ &= Q(T_n) + \int_{T_n}^t (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{Q}\}} ds \\ &= \min \left\{ B, (Q(T_n) + (\Lambda(T_n) - c)(t - T_n))^+ \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

d'où l'on déduit la formule récurrente :

$$Q(T_{n+1}) = \min \left\{ B, (Q(T_n) + (\Lambda(T_n) - c)(T_{n+1} - T_n))^+ \right\} \quad (9)$$

avec  $(x)^+ \triangleq \max(0, x)$ .

### 2.2.1 États extrêmes du réservoir

Outre l'état du réservoir donné par (5) ou (6), on peut définir formellement des états « extrêmes » du réservoir, liés aux conditions  $Q(t) = 0$  et (lorsque  $B < \infty$ )  $Q(t) = B$ .

**Définition 1.** Le réservoir est *vide* à l'instant  $t$  ssi  $t \in \mathcal{U}$ , où :

$$\mathcal{U} \triangleq \{s \geq 0 \mid \Lambda(s) \leq c \text{ et } Q(s) = 0\} \quad (10)$$

Dans le cas où  $B < \infty$  :

**Définition 2.** Le réservoir est dans l'état de *débordement* (ou congestion) à l'instant  $t$  ssi  $t \in \mathcal{O}$ , où :

$$\mathcal{O} \triangleq \{s \geq 0 \mid \Lambda(s) > c \text{ et } Q(s) = B\} \quad (11)$$

**Définition 3.** Le réservoir est au *seuil du débordement* à l'instant  $t$  ssi  $t \in \mathcal{B}$ , où :

$$\mathcal{B} \triangleq \{s \geq 0 \mid \Lambda(s) = c \text{ et } Q(s) = B\} \subset \mathcal{Q} \quad (12)$$

Pour  $t \in \mathcal{O}$ , la *période de congestion* correspondante est l'intervalle  $\beta(t) \leq t < \beta'(t)$  tel que :

$$\begin{aligned}\beta(t) &= \sup_s \{s < t \mid Q(s) < B \text{ ou } \Lambda(s) = c\} \\ \beta'(t) &= \inf_s \{s > t \mid Q(s) < B \text{ ou } \Lambda(s) \leq c\}\end{aligned}\tag{13}$$

Notons que  $\mathcal{O}$  correspond au sous-ensemble du temps où il y a des pertes de fluide ; par contre, lorsque le réservoir est au seuil du débordement, il n'y a aucune perte car les débits d'entrée et de sortie sont identiques. Les pertes de fluide cumulées dans l'intervalle  $[0, t]$  peuvent donc être calculées selon :

$$L(t) = \int_0^t (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{O}\}} ds\tag{14}$$

### 2.2.2 Dates de changement de $\dot{Q}(t)$

Soit  $\mathcal{E}_U$  l'ensemble de dates des débuts des intervalles de  $\mathcal{U}$  ; de façon similaire, appelons  $\mathcal{E}_O$  l'ensemble de dates des débuts des intervalles de  $\mathcal{O}$ . Ainsi, l'ensemble des dates de changement de  $\dot{Q}(t)$  peut être exprimé par :

$$\mathcal{T}_Q = (\mathcal{T}_\Lambda \cap \mathcal{Q}) \cup \mathcal{E}_U \cup \mathcal{E}_O\tag{15}$$

Pour un instant  $t$  arbitraire, on notera par  $t_0(t)$  et  $t_B(t)$  les dates :

$$t_0(t) = \min\{s \in \mathcal{E}_U \mid s \geq t\}\tag{16}$$

$$t_B(t) = \min\{s \in \mathcal{E}_O \mid s \geq t\}\tag{17}$$

### 2.3 Processus de départ

Soit  $R(t)$  le débit du fluide sortant du réservoir à l'instant  $t \geq 0$ . La quantité de fluide émise dans l'intervalle  $[t_a, t_b]$  est alors égal à :

$$D(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} R(t) dt\tag{18}$$

Par convention, on notera  $D(t)$  la quantité  $D(0, t)$ . Remarquons que le processus  $R = \{R(t)\}$  est tel que  $R(t) \in [0, c]$ ,  $\forall t$  puisque le débit maximal à la sortie du réservoir est égal à  $c$ . De plus, le débit de sortie vérifie la relation suivante :

$$R(t) = \begin{cases} c & \text{si } Q(t) > 0 \text{ ou } \Lambda(t) > c, \\ \Lambda(t) & \text{si } Q(t) = 0 \text{ et } \Lambda(t) \leq c. \end{cases}\tag{19}$$

Pour la classe de processus  $\Lambda$  d'intérêt, on déduit de (19) que  $R(t)$  est aussi une fonction en escalier, continue à droite; les changements de  $R(t)$  ayant lieu aux instants  $t \in \mathcal{T}_R$ , où :

$$\mathcal{T}_R = \{t \in \mathcal{T}_\Lambda \mid Q(t) = 0\} \cup \mathcal{E}_U \quad (20)$$

## 2.4 Superposition des sources

Le modèle décrit dans les sections précédentes peut être appliqué dans le cas plus général où le réservoir est alimenté par plusieurs sources fluides. Celui-ci pourrait représenter par exemple le modèle (élaboré à l'échelle de rafales) d'un port de sortie dans un commutateur ATM, où le réservoir fluide correspond au tampon du port et l'ensemble des sources correspond aux ports d'entrée et à la matrice de commutation.

### 2.4.1 Processus d'arrivée

Si  $\Lambda(t)$  représente le débit *total* en entrée dans le réservoir, la *composition* du fluide qui résulte de la superposition de  $N$  sources fluides individuelles peut s'exprimer comme le vecteur :

$$\boldsymbol{\lambda}(t) \triangleq (\lambda_1(t), \dots, \lambda_N(t)) \quad (21)$$

où  $\lambda_i(t) \in [0, \infty)$  est le débit du  $i^{\text{ème}}$  fluide à l'instant  $t$ . Le débit *total* est obtenu par  $\Lambda(t) = \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \mathbf{e}^T$ , avec  $\mathbf{e} = (1, \dots, 1)$ . Comme auparavant, nous n'allons considérer que des processus d'arrivée tels que, pour chaque trajectoire  $\lambda_i(t)$  de toute source  $i$ , il existe une suite :

$$\mathcal{T}_{\lambda_i} = \left\{ \tau_n^i \in \mathbb{R}^+ \mid \tau_n^i < \tau_{n+1}^i, n \in \mathbb{N}; \tau_0^i \triangleq 0 \right\} \quad (22)$$

telle que :

$$\begin{aligned} \lambda_i(t) &= \lambda_i(\tau_n^i), \quad \forall t \in [\tau_n^i, \tau_{n+1}^i) \\ \lambda_i(\tau_n^i) &\neq \lambda_i(\tau_{n+1}^i) \end{aligned} \quad (23)$$

Autrement dit, toutes les trajectoires  $\lambda_i(t)$  doivent être des fonctions en escalier, continues à droite.

À des fins de simulation, il est intéressant de considérer l'ensemble :

$$\mathcal{T}_\lambda = \left\{ \tau_n \in \mathbb{R}^+ \mid \tau_n < \tau_{n+1}, n \in \mathbb{N}; \tau_0 \triangleq 0 \right\} = \bigcup_{i=1}^N \mathcal{T}_{\lambda_i} \quad (24)$$

car c'est aux instants  $\tau_n$  que la composition  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  varie. Notons que  $\Lambda(t) = \sum \lambda_i(t)$  est aussi une fonction en escalier dont les discontinuités se produisent aux instants  $t \in \mathcal{T}_\Lambda$  (cf. équation (2)); il est facile de vérifier que les suites des dates de changement  $\mathcal{T}_\Lambda = \{T_n\}$  et  $\mathcal{T}_\lambda = \{\tau_n\}$  sont telles que  $\{T_n\} \subseteq \{\tau_n\}$ .

### 2.4.2 Processus de départ

Si  $R(t)$  représente le débit *total* sortant du réservoir, la composition du fluide de sortie peut s'exprimer comme :

$$\mathbf{r}(t) \triangleq (r_1(t), \dots, r_N(t)) \quad (25)$$

où  $r_i(t)$  est le débit de sortie correspondant au fluide entrant  $i$ , à l'instant  $t$ , de sorte que  $\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{e}^T = R(t)$ .

Considérons dorénavant une discipline de service de type PAPS et un nombre fixe  $N$  de sources à l'entrée. Supposons qu'un changement dans la composition du fluide d'entrée se produise en  $t = \tau_n$ ; alors, du fait de la discipline de service, ce changement va prendre un temps  $Q(\tau_n)/c \geq 0$  pour se propager jusqu'à la sortie du réservoir (*i.e.* le temps nécessaire pour écouler les  $Q(\tau_n) \geq 0$  unités de fluide déjà présentes dans le réservoir). En outre, la proportion des composantes du fluide de sortie doit être la même que celle du fluide d'entrée (en prenant en compte le délai introduit par le réservoir), c'est-à-dire :

$$\frac{r_i(\omega_n)}{R(\omega_n)} = \frac{\lambda_i(\tau_n)}{\Lambda(\tau_n)}, \quad i = 1, \dots, N$$

lorsque  $\Lambda(\tau_n) > 0$ , avec :

$$\omega_n \triangleq \tau_n + Q(\tau_n)/c \quad (26)$$

Notons aussi qu'un changement en  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  peut générer *deux* changements en  $\mathbf{r}(t)$  : si  $Q(\tau_n) > 0$ ,  $0 < \Lambda(\tau_n) < c$  et  $t_0(\tau_n) < \tau_{n+1}$  (*i.e.* le réservoir se vide avant que  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  ne change à nouveau), on obtient

- une composition  $\mathbf{r}(\omega_n) = R(\omega_n)\boldsymbol{\lambda}(\tau_n)/\Lambda(\tau_n)$ , lorsque la variation en entrée se propage jusqu'à la sortie (en  $t = \omega_n$ );
- une composition  $\mathbf{r}(t_0(\tau_n)) = \boldsymbol{\lambda}(\tau_n)$ , lorsque le réservoir devient vide (en  $t = t_0(\tau_n)$ ).

Par ailleurs, si  $\Lambda(\tau_n) = 0$  et  $Q(\tau_n) > 0$  le débit de sortie sera éventuellement nul ssi il n'y a aucun changement à l'entrée avant que le réservoir soit entièrement vidé,

c'est-à-dire, ssi  $\tau_{n+1} > \omega_n$  (dans ce cas-là,  $\omega_n = t_0(\tau_n)$ ). Autrement, si  $\tau_{n+1} \leq \omega_n$  alors  $\Lambda(\tau_{n+1}) \neq \Lambda(\tau_n) = 0$ , *i.e.* il y aura du fluide qui arrivera durant l'intervalle  $[\tau_{n+1}, \omega_n]$  et donc le réservoir ne se videra pas « assez rapidement » pour que  $\mathbf{r}(t)$  puisse devenir nul sur l'intervalle.

Donc, on a finalement :

$$\mathbf{r}(\omega_n) = \begin{cases} \frac{R(\omega_n)}{\Lambda(\tau_n)} \cdot \boldsymbol{\lambda}(\tau_n) & \text{si } \Lambda(\tau_n) > 0, \\ \frac{R(\omega_n)}{\Lambda(\tau_{n+1})} \cdot \boldsymbol{\lambda}(\tau_{n+1}) & \text{si } \Lambda(\tau_n) = 0 \text{ et } Q(\omega_n) > 0. \end{cases} \quad (27)$$

et :

$$\mathbf{r}(t_0(\tau_n)) = \boldsymbol{\lambda}(\tau_n) \quad \text{si } t_0(\tau_n) < \tau_{n+1} \quad (28)$$

À noter que (28) inclut le cas où  $\Lambda(\tau_n) = 0$  et  $Q(\omega_n) = 0$ . Les trajectoires  $r_i(t)$  sont aussi des fonctions en escalier ; les changements de  $\mathbf{r}(t)$  se produisent aux instants  $t \in \mathcal{T}_r$ , où :

$$\mathcal{T}_r = \{\omega_n\} \cup \mathcal{E}_U \quad (29)$$

Signalons que pour calculer le débit  $r_i(t)$  de chaque composante il suffit de connaître le volume *global* de fluide  $Q(t)$ , et bien sûr  $\boldsymbol{\lambda}(t)$ .

### 3 Simulation d'un réseau fluide

#### 3.1 Préliminaires

L'analyse précédente peut s'appliquer à un réseau de réservoirs fluides aussi bien qu'à un seul réservoir. Prenons par exemple le cas représenté Fig. 1 : si toutes les  $N + M$  sources satisfont (23), alors le fluide entrant au deuxième réservoir

$$\boldsymbol{\lambda}_2(t) = (r_1(t), \dots, r_N(t), \lambda_{N+1}(t), \dots, \lambda_{N+M}(t))$$

correspond à un débit total d'entrée de

$$\Lambda_2(t) = \sum_{i=1}^N r_i(t) + \sum_{i=1}^M \lambda_{i+N}(t) = R_1(t) + \sum_{i=1}^M \lambda_{i+N}(t),$$

et  $\Lambda_2(t)$  satisfait la condition (3) car c'est la somme de fonctions en escalier ; donc, l'évolution de  $Q_2(t)$  est bien décrite par (8) et  $R_2(t)$  satisfait également (19). En conséquence, toutes les formules introduites dans la section 2 peuvent être utilisées pour un réseau arbitraire, à condition que *toutes* les sources satisfassent (23), *i.e.* que les trajectoires de tous les processus d'arrivée  $\lambda_i$  soient des fonctions en escalier.

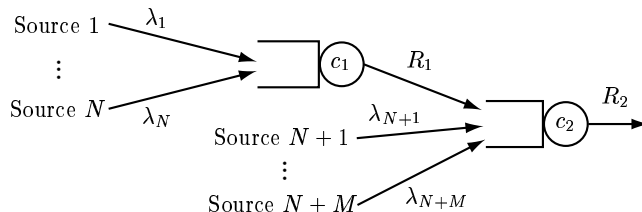


FIG. 1 – Deux réservoirs en tandem.

Or, de nombreux modèles fluides de sources de trafic proposés dans la littérature et employés pour des études analytiques possèdent cette propriété ; citons à titre d'exemple :

- processus de débit de type ON/OFF (markoviens [1] ou non markoviens [12]) ;
- processus de débit modulé par une chaîne de Markov (MMRP), pour lesquels  $\Lambda(t) = \zeta(Z(t))$ , où  $Z(t)$  est l'état de la chaîne à l'instant  $t$  et  $\zeta(z)$  est une fonction déterministe [12] ;
- processus de débit tels que  $\Lambda(t) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \mathbb{1}_{\{t \in [S_{n-1}, S_n)\}}$  (*renewal rate process*), où les  $X_i$  forment une suite de variables aléatoires i.i.d., et les  $S_n - S_{n-1}$  forment un processus de renouvellement indépendant des  $X_i$  [5][12].

Par ailleurs, comme on l'a vu dans la section 2, les variables qui décrivent le comportement d'un réseau fluide ( $\lambda_i$ ,  $Q_j$ , etc.) alimenté par des sources comme celles nommées ci-dessus prennent *toujours* la forme de trajectoires linéaires par morceaux : des fonctions en escalier pour les débits, et des fonctions continues pour l'occupation des réservoirs. Donc, pour décrire complètement l'évolution d'un tel réseau *il suffit de connaître l'état de ses variables pour un ensemble dénombrable d'instant*s, à savoir, les dates des discontinuités dans les fonctions  $\lambda_i(t)$ ,  $r_i(t)$  et  $Q_j(t)$ . Ceci suggère l'emploi de la *simulation à événements discrets* comme technique de simulation : chaque changement d'état de chaque variable du système étant associée à un événement dans la simulation.

Il est important de signaler que la description des trafics comme des vecteurs de fluides distincts (cf. (21) et (25)) permet de représenter non seulement l'action de

multiplexage ou agrégation de sources mais aussi celle de *démultiplexage*, ce qui rend possible la simulation de commutateurs; de plus, cela permet d'obtenir de mesures des performance pour des connexions individuelles.

### 3.2 Classes d'événements

Les événements nécessaires pour la simulation d'un réseau fluide peuvent être groupés dans cinq classes principales :

1. Événements liés aux sources, *e.g.* « le débit  $\lambda_i(t)$  change ».
2. Événements liés au débit d'entrée des réservoirs, *e.g.* « la composition  $\lambda_j(t)$  change ».
3. Événements liés à l'occupation des réservoirs, *e.g.* « la pente de  $Q_j(t)$  change ».
4. Événements liés au débit de sortie des réservoirs, *e.g.* « la composition  $r_j(t)$  change ».
5. Événements liés à l'arrivée et au départ des objets discrets, *e.g.* « une molécule arrive au réservoir  $j$  à l'instant  $t$  ».

Chacun de ces types d'événements peut en déclencher la génération d'autres; par exemple :

- un événement de classe 2 peut provoquer un ou plusieurs événements de classe 3, étalés dans le temps (*e.g.* «  $\lambda_i$  passe de  $l_1$  à  $l_2$  » peut déclencher «  $\dot{Q}_j$  passe de  $q_1$  à  $q_2$  » et puis «  $\dot{Q}_j$  passe de  $q_2$  à 0 »);
- un événement de classe 3 peut entraîner la génération d'un événement de classe 4 (*e.g.* la composition  $r_j$  devient égal à  $\lambda_j$  lorsque  $Q_j$  devient nul).

### 3.3 Traitement des événements

Pour analyser le traitement des événements durant la simulation d'un réseau complexe, nous allons nous concentrer sur un seul réservoir **S** (voir Fig. 2), alimenté par :

- $N$  sources, dont les débits sont notés par  $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ ;
- $K$  réservoirs, dont les débits de sortie sont notés par  $R_1^u, \dots, R_K^u$  et les compositions du fluide sortant par  $r_1^u, \dots, r_K^u$ . Ces réservoirs sont alimentés au total par  $M + J \geq K$  fluides individuels provenant soit d'autres sources, soit d'autres réservoirs, et dont seulement  $M$  fluides (numérotées  $N + 1, \dots, N + M$ ) sont versés dans **S**.

En outre, dans le modèle fluide d'un réseau il faut inclure aussi des « liens de communication » pour relier les sources et les réservoirs. Ces liens introduisent un délai

de propagation des changements de débit ; cependant, dans cette section nous allons considérer tous ces délais comme étant nuls, sans perte de généralité.

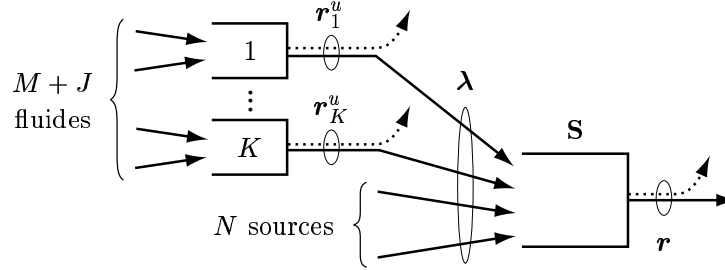


FIG. 2 – Exemple de réservoir dans un réseau complexe.

Bien entendu,  $\mathbf{S}$  peut lui-même alimenter un ou plusieurs réservoirs. Les fluides en entrée et en sortie de  $\mathbf{S}$  sont donc décrits par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}(t) &= (\lambda_1(t), \dots, \lambda_N(t), r_{N+1}^u(t), \dots, r_{N+M}^u(t)), & \Lambda(t) &= \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \mathbf{e}^T \\ \mathbf{r}(t) &= (r_1(t), \dots, r_N(t), r_{N+1}(t), \dots, r_{N+M}(t)), & R(t) &= \mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{e}^T \end{aligned}$$

### 3.3.1 Particularités de l'échéancier

L'échéancier du simulateur non seulement doit gérer l'exécution des événements contenus dans une liste de tâches à effectuer, mais aussi doit être capable d'*annuler* des événements déjà programmés, avant qu'ils ne soient exécutés (cf. section 3.3.3).

En outre, il devrait être apte à traiter « simultanément » des tâches ayant lieu à la même date, pour certaines classes d'événements. Par exemple, si  $\lambda_i(t)$  et  $\lambda_j(t)$  ( $i, j \leq N$ ) changent toutes les deux en  $t = \tau$ , il est évident que cela doit être considéré comme étant un seul événement, du point de vue de  $\mathbf{S}$  ; c'est-à-dire, il devrait se produire un seul événement « la composition  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  change en  $t = \tau$  ».

### 3.3.2 Événements relatifs aux sources

**Changement de débit** Pour une source  $i$ , une discontinuité dans la trajectoire  $\lambda_i(t)$  en  $t = \tau_n$  implique un changement du vecteur  $\boldsymbol{\lambda}(t)$ . Donc, pour assurer la synchronisation des arrivées dans  $\mathbf{S}$  il faut :

1. Traiter tous les événements simultanés relatifs à des composantes situées en amont de  $\mathbf{S}$ , *i.e.* exécuter toutes les tâches « changer le débit  $\lambda_j(t)$  en  $t = \tau_n$  » et « changer la composition  $\mathbf{r}_j^u(t)$  en  $t = \tau_n$  ».



2. Finalement, programmer une tâche «  $\lambda(t)$  change en  $t = \tau_n$  ».

**Génération de molécules** Des objets discrets (« molécules de fluide ») peuvent être produits par les sources à des instants précis, pour modéliser des cellules individuelles. Ces molécules ont un volume nul (*i.e.* leur arrivée à un réservoir ne change pas l'occupation de celui-ci); en fait, elles sont considérées comme faisant partie du flux produit par la source. Un exemple d'application est décrit dans la section 4.3, pour l'estimation du délai de bout en bout.

### 3.3.3 Événements relatifs aux réservoirs

**Changement du fluide d'entrée** Un événement «  $\lambda(t)$  change en  $t = \tau_n$  » devrait déclencher les actions suivantes :

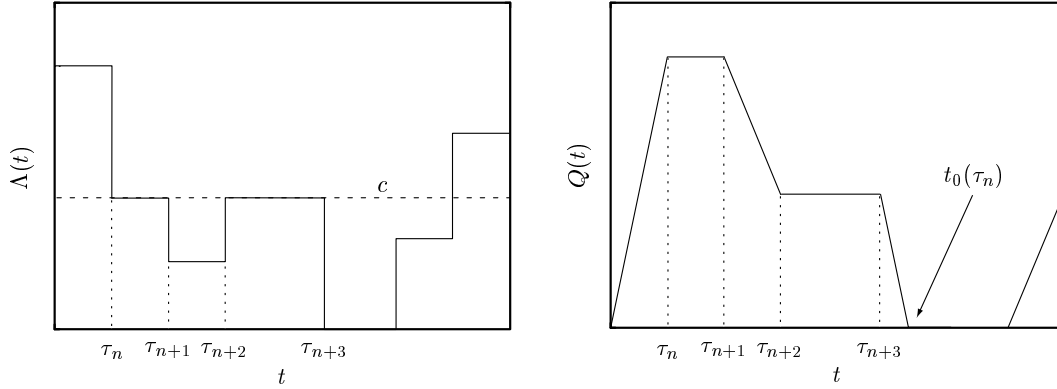
1. Calculer  $Q(\tau_n)$  et  $\omega_n$ , selon (9) et (26) resp.
2. Calculer  $t_0(\tau_n)$ ,  $t_B(\tau_n)$  selon (16)–(17); ensuite :
  - (a) Programmer un événement « **S** commence à déborder en  $t = t_B(\tau_n)$  » si cela n'a pas été déjà fait et  $t_B(\tau_n) < \infty$ .
  - (b) Programmer un événement « **S** se vide en  $t = t_0(\tau_n)$  » si cela n'a pas été déjà fait et  $t_0(\tau_n) < \infty$ .
3. Si  $\omega_n \neq t_0(\tau_n)$ , programmer la tâche « changer  $r(t)$  en  $t = \omega_n$  ».

Cependant, le calcul de  $t_0(\tau_n)$  et  $t_B(\tau_n)$  (et en conséquence la décision de programmer ou non un événement « **S** se vide » ou « **S** déborde ») pose des problèmes pratiques car il faut connaître a priori l'évolution de  $\Lambda(t)$  à partir de  $t = \tau_n$ , donc l'évolution de toutes les composantes de  $\lambda(t)$  (voir l'exemple Fig. 3).

Il existe néanmoins une solution plus simple à implémenter, basée sur les définitions suivantes.

**Définition 4.** Un changement du débit d'entrée à l'instant  $t = T_n$  est source *potentielle* de débordement si  $\Lambda(T_n) > c$ . La date du débordement potentiel est donnée par :

$$\hat{t}_B(T_n) \triangleq \begin{cases} \frac{B - Q(T_n)}{\Lambda(T_n) - c} + T_n & \text{si } \Lambda(T_n) > c, \\ \infty & \text{si } \Lambda(T_n) \leq c. \end{cases} \quad (30)$$

FIG. 3 – Calcul de  $t_0(\tau_n)$ .

**Définition 5.** Un changement du débit d'entrée à  $t = T_n$  est source *potentielle* d'assèchement du réservoir si  $\Lambda(T_n) < c$ . La date d'assèchement potentiel est donnée par :

$$\hat{t}_0(T_n) \triangleq \begin{cases} \frac{Q(T_n)}{c - \Lambda(T_n)} + T_n & \text{si } \Lambda(T_n) < c, \\ \infty & \text{si } \Lambda(T_n) \geq c. \end{cases} \quad (31)$$

En outre, notons que ni  $R(t)$  ni  $\mathbf{r}(t)$  ne changent lors d'un débordement ; donc, en principe il n'est pas nécessaire de programmer un événement « **S** déborde », car il est possible de calculer a posteriori le volume de fluide perdu. Ainsi, les actions 2-3 précédentes sont remplacées par :

2. Calculer  $\hat{t}_0(\tau_n)$ ,  $\hat{t}_B(\tau_n)$  selon (30)–(31) ; ensuite :
  - (a) S'il y a déjà un événement « **S** se vide en  $t = t'$  » dans la liste de tâches (avec  $t' \neq \hat{t}_0(\tau_n)$ ), l'annuler.
  - (b) Si  $\hat{t}_0(\tau_n) < \infty$ , programmer un événement « **S** se vide en  $t = \hat{t}_0(\tau_n)$  ».
3. Si  $\hat{t}_B(\tau_{n-1}) < \tau_n$  alors **S** est en train de déborder, donc prendre les actions nécessaires pour la prise de mesures de perte de fluide (cf. section 4.4)
4. Si  $\omega_n \neq \hat{t}_0(\tau_n)$ , programmer la tâche « changer  $\mathbf{r}(t)$  en  $t = \omega_n$  ».

Pour que l'annulation d'un événement soit efficace du point de vue de la complexité algorithmique, le réservoir peut garder un pointeur sur la tâche correspondant

qui est placée dans la liste de l'échéancier ; de cette façon, on peut extraire l'événement sans avoir à parcourir la liste.

La Fig. 4 montre une trajectoire typique pour  $Q(t)$  et le débit  $\Lambda(t)$  correspondant, ainsi que des temps prévus de débordement et d'assèchement ; les courbes correspondent aux paramètres :  $c = 1$ ,  $B = 1$ . À noter que, dans ce cas,  $\hat{t}_B(0) = t_B(0)$  et  $\hat{t}_0(4.5) = t_0(4.5)$  mais  $\hat{t}_B(4) \neq t_B(4)$  et  $\hat{t}_0(2) \neq t_0(2)$ , *i.e.* on a un événement qui est programmé et ensuite éliminé.

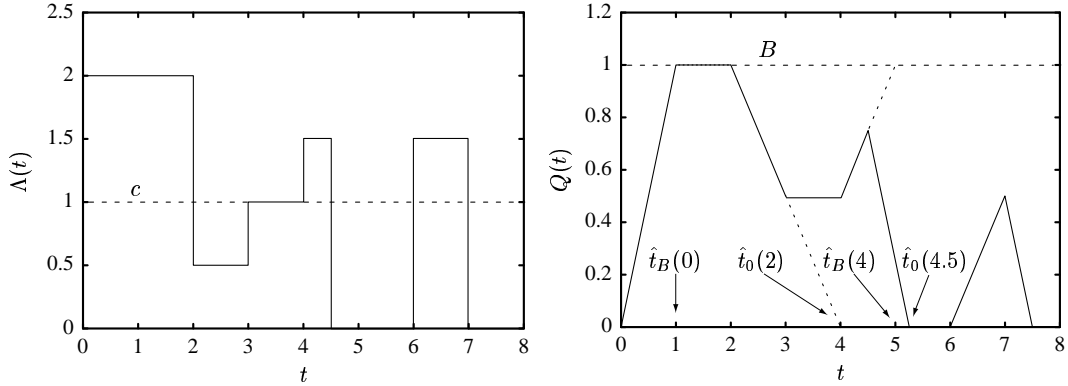


FIG. 4 – Estimation de  $t_0(\tau_n)$  et  $t_B(\tau_n)$ .

**Assèchement du réservoir** Un événement « **S** est vide en  $t = \hat{t}_0(\tau_n)$  » déclenche les actions suivantes :

1. Faire  $Q(t) = 0$ .
2. Programmer la tâche « changer  $\mathbf{r}(t)$  en  $t = \hat{t}_0(\tau_n)$  », c'est-à-dire « maintenant ».

**Changement des flux de sortie** Un événement «  $\mathbf{r}(t)$  change en  $t = \omega_n$  » doit produire les actions suivantes :

1. Calculer  $\mathbf{r}(t)$  selon (27)–(28).
2. Programmer des tâches «  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  change en  $t = \omega_n$  » pour les réservoirs alimentés par **S**.

Bien sûr, l'action 2 devrait être synchronisée avec d'autres (si besoin est) pour assurer la génération d'un seul événement « changement du fluide d'entrée » pour chacune des composantes du réseau alimentées par **S**.

**Arrivée d'une molécule** Un événement « une molécule arrive en  $t = a_n$  », avec  $a_n \in [\tau_m, \tau_{m+1})$ , devrait être traité de la façon suivante :

1. Si  $\hat{t}_B(\tau_m) < a_n$  alors  $\mathbf{S}$  est en train de déborder, donc la molécule peut être détruite avec probabilité  $(\Lambda(\tau_m) - c)/\Lambda(\tau_m)$ , ce qui correspond à la proportion de fluide perdu par rapport au fluide qui arrive.
2. Si la molécule n'est pas détruite, alors:
  - (a) Calculer le temps d'attente  $W(a_n)$  (cf. section 4.3.1).
  - (b) Programmer la tâche « une molécule arrive en  $t = a_n + W(a_n)$  » pour la composante du réseau, située en aval, qui doit recevoir la molécule.

## 4 Mesures et statistiques

Dans cette section nous allons décrire des mesures de performance et des statistiques que l'on veut obtenir à partir de la simulation fluide d'un réseau, mesures orientées vers les sources individuelles (*i.e.* mesures de qualité de service « du point de vue des usagers ») et aussi vers les réservoirs (*i.e.* mesures « du point de vue du réseau »). Nous nous sommes intéressés tant aux mesures instantanées (*e.g.* traces de trafic) qu'aux distributions en régime stationnaire que l'on peut estimer à partir de ces mesures-là (*e.g.* distribution asymptotique de l'occupation d'un réservoir).

### 4.1 Processus d'arrivée et de départ

Le calcul de l'évolution de  $\lambda(t)$ ,  $\Lambda(t)$ ,  $\mathbf{r}(t)$  et  $R(t)$  étant indispensable pour le déroulement de la simulation, des traces de ces variables sont générées de façon naturelle ; tant celle de  $\mathbf{r}(t)$  que celle de  $R(t)$  sont actualisées aux dates de l'ensemble  $\mathcal{T}_r$ , car  $R(t)$  est nécessaire pour obtenir  $\mathbf{r}(t)$  (cf. (27)).

### 4.2 Occupation du réservoir

De même que pour le processus de départ, des traces des trajectoires  $Q(t)$  sont produites de façon naturelle pendant la simulation pour tous les réservoirs, car il faut toujours (au minimum) calculer l'état de chaque réservoir aux instants  $t \in \mathcal{T}_Q$ .

#### 4.2.1 Distribution asymptotique et moments

La moyenne de  $Q$  (notée par  $\bar{Q}$ ) peut être estimée « en ligne » selon la formule récurrente :

$$\begin{aligned} T_{n+1} \bar{Q}(T_{n+1}) &= \int_0^{T_{n+1}} Q(t) dt \\ &= T_n \bar{Q}(T_n) + \int_{T_n}^{T_{n+1}} Q(t) dt \end{aligned} \quad (32)$$

où la valeur de cette dernière intégrale dépend de l'état du réservoir en  $[T_n, T_{n+1}]$  :

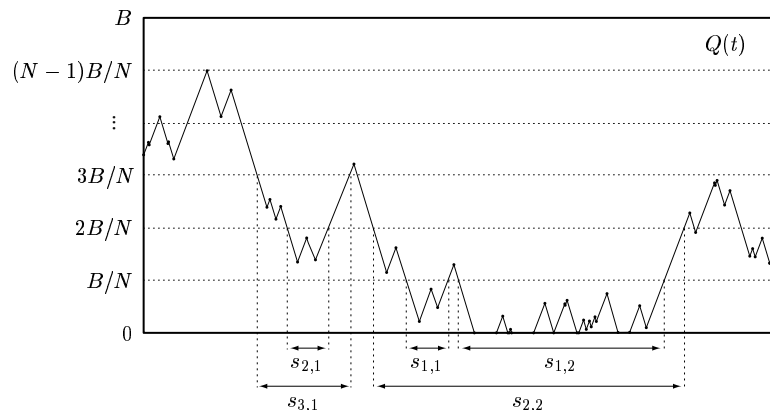
$$\begin{aligned} \int_{T_n}^{T_{n+1}} Q(t) dt &= \\ &= \begin{cases} \frac{Q(T_n)}{2} (t_0(T_n) - T_n) & \text{si } t_0(T_n) < T_{n+1}, \\ \frac{Q(T_n)+B}{2} (t_B(T_n) - T_n) + B (T_{n+1} - t_B(T_n)) & \text{si } t_B(T_n) < T_{n+1}, \\ \frac{Q(T_n)+Q(T_{n+1})}{2} (T_{n+1} - T_n) & \text{autrement.} \end{cases} \end{aligned}$$

En ce qui concerne la distribution de la v.a.  $Q$  en régime stationnaire, il est possible d'estimer  $\mathbb{P}(Q \leq q)$  à partir d'une trace  $Q(t)$  selon la méthode suivante :

Pour une trace de durée  $t_{max}$ , on choisit l'instant correspondant au « point de départ du régime stationnaire »,  $t_{ss} \geq 0$ , et un nombre  $N$  d'intervalles pour évaluer  $\mathbb{P}(Q \leq q)$  (*i.e.* pour « découper »  $Q(t)$ , cf. Fig. 5). Puis, à partir de la trace  $Q(t)$ ,  $t_{ss} \leq t \leq t_{max}$ , on évalue la durée de chaque séjour de  $Q(t)$  dans chacun des intervalles  $[0, jB/N]$ , avec  $j = 1, \dots, N - 1$  ; si  $s_{ij}$  indique le  $i^{\text{ème}}$  séjour dans l'intervalle  $j$ , alors :

$$\mathbb{P}(Q \leq jB/N) \approx \frac{1}{t_{max} - t_{ss}} \sum_i s_{ij}, \quad j = 1, \dots, N - 1 \quad (33)$$

Rappelons que la trace contient au moins les points où  $\dot{Q}(t)$  change (marqués par un point sur la courbe de la Fig. 5), à partir desquels on peut calculer facilement les valeurs de  $t$  où  $Q(t) = jB/N$ .

FIG. 5 – Estimation de  $\mathbb{P}(Q \leq q)$ .

### 4.3 Délai de bout en bout

La notion de délai de bout en bout dans le cas d'un modèle fluide n'étant pas si claire que son équivalent dans les modèles au niveau cellule, il est important de la définir avec précision. Il faut d'abord décomposer le délai en deux parties :

- une partie due aux délais de propagation dans les liens de communication, celle-ci étant constante pour chaque lien car elle ne dépend que du moyen de transmission ;
- une partie aléatoire due aux phénomènes d'attente dans les réservoirs.

Il faut signaler aussi que le délai de bout en bout est un paramètre de qualité de service de chaque connexion ou source [3], et non pas d'un ensemble de connexions ; donc, dans ce qui suit le processus d'arrivée  $\lambda(t)$  correspond au taux d'émission d'une seule source.

#### 4.3.1 Temps d'attente

Définissons le *temps d'attente* dans un réservoir fluide, du type décrit dans la section 2, de la façon suivante [2] : une « molécule » de fluide arrivant au réservoir à l'instant  $t$ , étant *acceptée* dans le réservoir (c.-à-d., elle n'est pas perdue à cause d'une congestion) et y trouvant un niveau  $Q(t) > 0$ , devra attendre un temps  $W(t)$  avant d'être « servie », tel que :

$$W(t) = \inf\{s > 0 \mid cs > Q(t)\} = Q(t)/c \quad (34)$$

Notons que (34) admet aussi le cas où le temps d'attente doit être nul, ce qui se passe lorsque  $Q(t) = 0$  et  $\lambda(t) > 0$  (*i.e.* les molécules qui arrivent au réservoir le trouvent vide). Signalons aussi que  $W(t)$  n'est défini que lorsque  $\lambda(t) > 0$  (*i.e.* « lorsqu'il y a des arrivées »).

Regardons maintenant le cas où le fluide appartenant à une connexion doit traverser deux réservoirs (réseau en tandem). Soit  $\lambda(t)$  le débit produit par la source, et  $Q_i(t)$ ,  $c_i$  et  $W_i(t)$  le niveau, le débit maximal de sortie et le temps d'attente, respectivement, pour le  $i^{\text{ème}}$  réservoir ( $i = 1, 2$ ). En négligeant le délai de propagation entre les réservoirs, le temps d'attente *total* pour une molécule qui arrive en  $t$  au premier réservoir est donné par :

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{Q_1(t)}{c_1} + \frac{Q_2(t + Q_1(t)/c_1)}{c_2} \\ &= W_1(t) + W_2(t + W_1(t)) \quad \text{lorsque } \lambda(t) > 0 \end{aligned} \quad (35)$$

car la molécule n'atteint le deuxième réservoir qu'à l'instant  $t + W_1(t)$ . En conséquence,  $W_2$  n'est pas indépendant de  $W_1$ .

#### 4.3.2 Délai total

Finalement, considérons le cas général où un fluide traverse un réseau de  $M$  réservoirs en tandem (cf. Fig. 6), connectés par des liens avec des délais de propagation non nuls. En notant par  $a_i(t)$  l'instant où une molécule émise par la source en  $t$  arrive au réservoir  $i$  ( $i = 1, \dots, M$ ), on obtient :

$$\begin{aligned} a_1(t) &= t + d_1 \\ a_{i+1}(t) &= a_i(t) + W_i(a_i(t)) + d_{i+1}, \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (36)$$

où les  $d_i$  correspondent aux délais (fixes) de propagation entre les éléments du réseau, et  $a_{M+1}(t)$  correspond à l'arrivée de la molécule à la destination ; remarquons que  $W_i$  dépend de  $W_{i-1}, \dots, W_1$ .

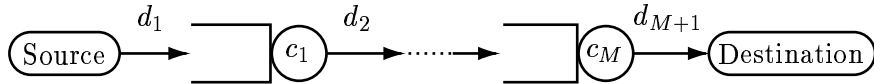


FIG. 6 – Réseau de référence pour le délai de bout en bout.

Alors, on peut définir le délai de bout en bout comme :

$$\Delta(t) \triangleq a_{M+1}(t) - t = \sum_{i=1}^{M+1} d_i + \sum_{i=1}^M W_i(a_i(t)) \quad (37)$$

Bien évidemment, la valeur  $\Delta(t)$  n'est définie que pour des valeurs de  $t$  tels que  $\lambda(t) > 0$ .

### 4.3.3 Distribution asymptotique et moments

En ce qui concerne la loi asymptotique de  $W$  pour *un seul réservoir* ( $M = 1$ ), Roberts *et al.* [12] ont généralisé les résultats de Kontovasilis et Mitrou [7] et prouvent que les distributions complémentaires de  $W$  et de  $Q$  sont liées par :

$$\mathbb{P}(W > w) = \mathbb{P}(Q > cw)/\rho, \quad w > 0 \quad (38)$$

pour un processus d'arrivée quelconque  $\Lambda$  (à condition que  $\Lambda$  soit stationnaire), avec  $\rho = \mathbb{E}(\Lambda)/c$ . Autrement dit, on peut estimer la distribution de  $W$  à partir de la distribution de  $Q$ , laquelle est facilement calculable (cf. section 4.2).

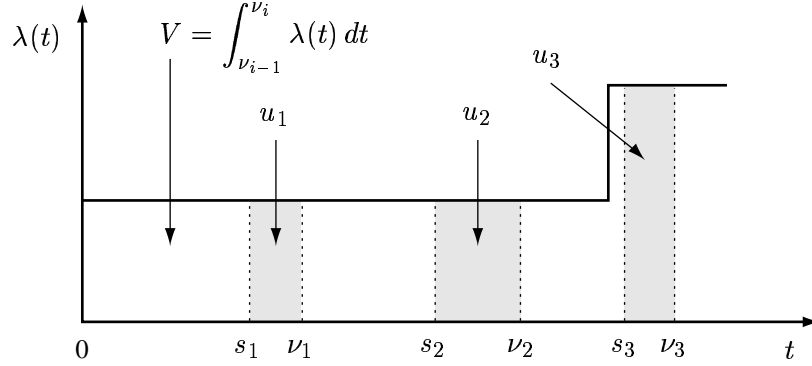
Malheureusement, pour le cas  $M > 1$  la dépendance des  $W_i$  rend plus difficile l'estimation de  $\mathbb{P}(\sum W_i > w)$ , ainsi que l'obtention de formules générales comme (38). En principe, il est possible de trouver<sup>3</sup>  $\mathbb{P}(\Delta > w)$  à partir des traces  $Q_1(t), \dots, Q_M(t)$  et  $\lambda(t)$  en calculant les traces  $Q_i(a_i(t))/c_i$ , avec  $i = 1, \dots, M$  et les  $a_i$  définis selon (36), et cela uniquement pour toute valeur de  $t$  tel que  $\lambda(t) > 0$ . Pour simplifier cette procédure, nous proposons la méthode heuristique suivante (cf. Fig. 7) :

Soit  $\{\nu_i\}$  la suite des instants tels que  $\int_{\nu_{i-1}}^{\nu_i} \lambda(t) dt = V$  pour  $i = 1, 2, \dots$  ;  $V$  étant une constante réelle positive et  $\nu_0 \triangleq 0$ . Alors, on évalue  $\Delta(t)$  en moyenne une fois « toutes les  $V - u_{max}/2$  unités de volume émises par la source », c.-à-d., aux instants  $t = s_i$  tels que  $\int_{\nu_{i-1}}^{s_i} \lambda(t) dt = V - u_i$  et  $s_i \in (\nu_{i-1}, \nu_i]$ , pour  $i = 1, 2, \dots$  ; les  $u_i$  étant une suite de v.a., i.i.d. selon une loi uniforme en  $[0, u_{max}]$ , avec  $V > u_{max} > 0$ .

En choisissant une valeur adéquate pour  $V$ , on peut obtenir un nombre statistiquement significatif d'échantillons de  $\Delta(t)$  ; par exemple, pour une connexion avec un taux moyen  $\bar{\lambda}$  et une durée de  $t_{max}$  secondes, il suffit de faire :  $V = \bar{\lambda} \times t_{max}/n$  pour prendre  $\approx n$  échantillons de  $\Delta(t)$ . À noter que cette mesure ne correspond qu'au délai subi par « quelques molécules », *i.e.* aux molécules qui seraient produites par la source aux instants  $t = s_i$ .

3. Les processus  $\Delta$  et  $\sum W_i$  ne diffèrent que par leur moyenne (cf. équation (37)).



FIG. 7 – Méthode d'évaluation de  $\Delta(t)$ .

Cette méthode est facilement réalisable pendant la simulation : pour cela, il faut définir des « molécules de mesure du délai » (associées aux événements de classe 5, cf. section 3.2) et les générer aux instants  $t = s_i$  ; c'est-à-dire qu'il faut calculer  $W_1(a_1(t)), \dots, W_M(a_M(t))$  uniquement pour des valeurs  $t = s_i$ , afin de simuler le transit des molécules le long du réseau ; le délai global est donné par  $a_{M+1}(s_i) - s_i$  (cf. (37)).

Pour prendre en compte les pertes, lorsque  $a_i(t) \in \mathcal{O}_i$  (c.-à-d. lorsque le réservoir  $i$  est dans l'état de congestion au moment de mesurer le délai qu'il va introduire) on rejette la molécule, et donc la mesure, avec probabilité  $(\Lambda_i(a_i(t)) - c_i) / \Lambda_i(a_i(t))$ .

#### 4.4 Pertes par débordement

En ce qui concerne les pertes de fluide, on peut trouver des mesures de performance « orientées réseau » (*i.e.* pertes par réservoir) et aussi des mesures « orientées usager » (*i.e.* pertes par connexion ou source de fluide).

##### 4.4.1 Pertes par réservoir

Pour un réservoir donné, à partir de (14) on peut obtenir la formule récurrente :

$$\begin{aligned} L(\tau_{n+1}) &= L(\tau_n) + \int_{\tau_n}^{\tau_{n+1}} (\Lambda(s) - c) \mathbb{1}_{\{\Lambda(s) > c \text{ et } Q(s) = B\}} ds \\ &= L(\tau_n) + (\Lambda(\tau_n) - c)^+ \cdot (\tau_{n+1} - \hat{t}_B(\tau_n))^+ \end{aligned} \quad (39)$$

Notons que  $\tau_{n+1} - \hat{t}_B(\tau_n)$  n'est strictement positive que s'il y a eu effectivement un débordement dans l'intervalle  $[\tau_n, \tau_{n+1})$  (cf. (30)).

Outre les pertes totales, il est intéressant aussi de mesurer, pour *chaque* période de congestion (ou « charrette » de pertes), la durée  $T_{\text{loss}}$ , la distance temporelle entre le début des charrettes consécutives  $T_{\text{cycle}}$  et le volume des pertes  $V_{\text{loss}}$  ; pour la  $i^{\text{ème}}$  période de débordement ces quantités sont données respectivement par (cf. (13)) :

$$T_{\text{loss}}^{(i)} = \beta'_i - \beta_i \quad (40)$$

$$T_{\text{cycle}}^{(i)} = \beta_i - \beta_{i-1} \quad (41)$$

$$V_{\text{loss}}^{(i)} = \int_{\beta_i}^{\beta'_i} (\Lambda(s) - c) ds \quad (42)$$

Des statistiques tels que le volume moyen des pertes peuvent être calculées à partir des ces « traces » des périodes de congestion.

#### 4.4.2 Pertes par source de trafic

La fraction de cellules perdues (« cell loss ratio », CLR) est un paramètre de la qualité de service offerte par le réseau à chaque connexion, donc dans une étude de simulation comme celle-ci il est important de fournir des mesures de pertes pour chaque source. La définition usuelle de la CLR au niveau cellule est [3] :

$$\text{CLR} = \frac{\text{cellules perdues}}{\text{total de cellules émises}}$$

Pour une connexion  $i$  qui traverse  $M$  réservoirs, nous proposons d'estimer la CLR de la connexion<sup>4</sup> par :

$$\text{CLR} \approx \frac{\sum_{j=1}^M L_{i,j}(t)}{A_i(t)} \quad (43)$$

où  $A_i(t) = \int_0^t \lambda_i(s) ds$  est la quantité de fluide émise pour la source en  $[0, t]$  et  $L_{i,j}(t)$  est le volume total de fluide correspondant à la source  $i$  qui est perdu dans le réservoir  $j$ . Si l'on suppose que les pertes subies pour cette source-là sont proportionnelles au rapport  $\lambda_{i,j}(t)/\Lambda_j(t)$ , où  $\Lambda_j(t)$  est le débit total d'entrée au réservoir  $j$  et  $\lambda_{i,j}(t)$

4. Bien entendu, il s'agit de la CLR d'une connexion « réelle » dont le comportement au niveau rafale est modélisé par une source fluide.

représente la  $i^{\text{ème}}$  composante de ce flux, on a :

$$L_{i,j}(t) = \int_0^t \frac{\lambda_{i,j}(s)}{\Lambda_j(s)} (\Lambda_j(s) - c_j) \mathbb{1}_{\{s \in \mathcal{O}_j\}} ds \quad (44)$$

en prenant :  $0/0 = 0$ .  $L_{i,j}(t)$  peut être calculé de façon récurrente aux instants  $t = \tau_n$  où la composition du fluide  $\lambda_j(t)$  change, selon :

$$L_{i,j}(\tau_{n+1}) = L_{i,j}(\tau_n) + \frac{\lambda_{i,j}(\tau_n)}{\Lambda_j(\tau_n)} (\Lambda_j(\tau_n) - c_j)^+ \cdot (\tau_{n+1} - \hat{t}_{B_j}(\tau_n))^+ \quad (45)$$

## 5 Exemples

Dans cette section nous allons présenter de façon succincte quelques résultats obtenus avec l'outil de simulation réalisé selon les principes exposés ci-dessus ; cet outil a été développé en langage C++. Les exemples choisis correspondent à des cas réels d'intérêt pour l'analyse des performances de réseaux existants.

### 5.1 Deux réservoirs en tandem

Notre premier exemple correspond au réseau illustré par la figure 8. On s'intéresse principalement au délai de bout en bout par classe.

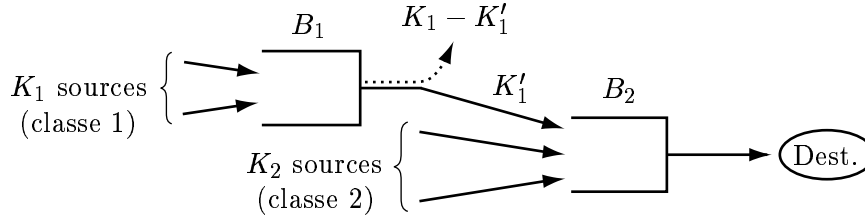


FIG. 8 – Exemple 1—Deux réservoirs en tandem.

Les paramètres employés pour la simulation sont les suivants :

- $K_1 = 20$  sources ON/OFF exponentielles de classe 1 (dont  $K_1' = 10$  transitent par les deux tampons), de
  - débit crête  $\lambda_{1,\text{on}} = 15$  Mbit/s ;
  - débit moyen  $\bar{\lambda}_1 = 7$  Mbit/s ;
  - durée moyenne des périodes d'activité  $\bar{T}_{1,\text{on}} = 0,01$  s ;

- $K_2 = 10$  sources ON/OFF exponentielles de classe 2, de
  - débit crête  $\lambda_{2,\text{on}} = 15$  Mbit/s ;
  - débit moyen  $\bar{\lambda}_2 = 6$  Mbit/s ;
  - durée moyenne des périodes d'activité  $\bar{T}_{2,\text{on}} = 0,01$  s ;
- deux tampons identiques, avec  $c = 149.76$  Mbit/s et  $B = \infty$ .

On a effectué 30 simulations indépendantes, dont chacune représente un temps simulé de  $10^3$  s. La table 1 donne les résultats obtenus pour le délai (moyenne et écart-type, par classe) et le niveau ou occupation des tampons.

Classe	Délai moyen (ms)	Intervalle de confiance à 95%
1	3.488	(3.448, 3.528)
2	0.780	(0.760, 0.799)
Classe	Délai: écart-type (ms)	Intervalle de confiance à 95%
1	3.378	(2.690, 4.541)
2	1.635	(1.302, 2.198)
Tampon	Niveau moyen (kbit)	Intervalle de confiance à 95%
1	393.9	(390.5, 397.3)
2	96.41	(95.73, 97.10)

TAB. 1 – Exemple 1—Résultats de la simulation.

## 5.2 Pertes par débordement d'un tampon

Le deuxième exemple présenté correspond à un tampon de capacité finie, alimenté par  $N$  sources ON/OFF identiques. On s'intéresse aux pertes de fluide, et notamment à :

- la fréquence et la durée des périodes de saturation ;
- la distribution stationnaire du niveau de fluide dans le tampon ;
- la probabilité de perte.

On a choisi les paramètres suivants :

- dix sources ON/OFF exponentielles ( $N = 10$ ), avec
  - débit crête  $\lambda_{\text{on}} = 15$  Mbit/s ;
  - débit moyen  $\bar{\lambda} = 7,5$  Mbit/s ;
  - durée moyenne des périodes d'activité et d'inactivité  $\bar{T}_{\text{on}} = \bar{T}_{\text{off}} = 0,01$  s ;
- tampon de capacité  $B = 1$  Mbit et débit maximal de sortie  $c = 100$  Mbit/s.

On a réalisé 30 simulations indépendantes, dont chacune correspondant à un temps simulé de  $200 \times 10^3$  s ( $\approx 55,5$  heures) et à  $O(2 \times 10^8)$  événements<sup>5</sup>. Chaque simulation a pris approximativement une heure de temps d'exécution sur une station de travail Sun UltraSPARC 30 partagée entre plusieurs utilisateurs.

Notons que celui-ci est un cas « simple » pour lequel on connaît la formule *exacte* de  $\mathbb{P}(Q > q)$ , voir par exemple [8]. Les figures 9 et 10 montrent respectivement la distribution de la quantité de fluide dans le tampon, avec des intervalles de confiance à 95%, et les « charrettes » de pertes sur un intervalle de 24 h. À partir des « charrettes » de pertes on estime les quantités montrées dans la table 2, avec des intervalles de confiance à 95% (cf. section 4.4.1).

Volume moyen de pertes, $\mathbb{E}[V_{\text{loss}}]$ (kbit)	68.694	(62.285, 75.103)
Durée moyenne d'une période de congestion, $\mathbb{E}[T_{\text{loss}}]$ (ms)	3.7354	(3.6422, 3.8286)
Distance moyenne entre charrettes consécutives, $\mathbb{E}[T_{\text{cycle}}]$ (s)	1422.7	(1358.1, 1487.2)

TAB. 2 – Exemple 2—Résultats de la simulation.

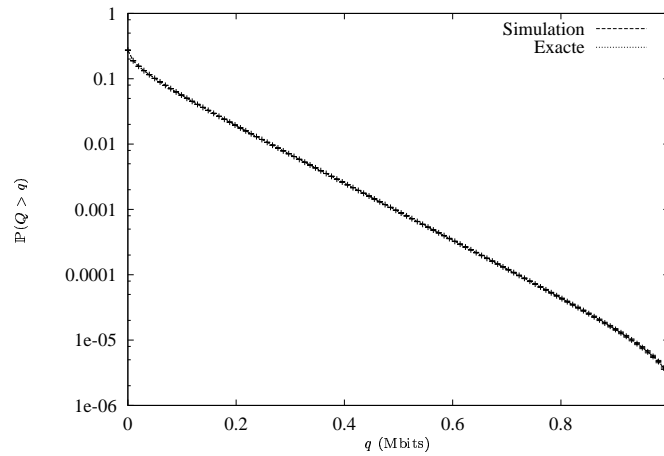


FIG. 9 – Distribution du niveau de fluide,  $Q$ .

<sup>5</sup>. Le nombre équivalent d'événements qu'auraient dû être traités par un simulateur au niveau cellule est  $O(3.5 \times 10^{10})$ .

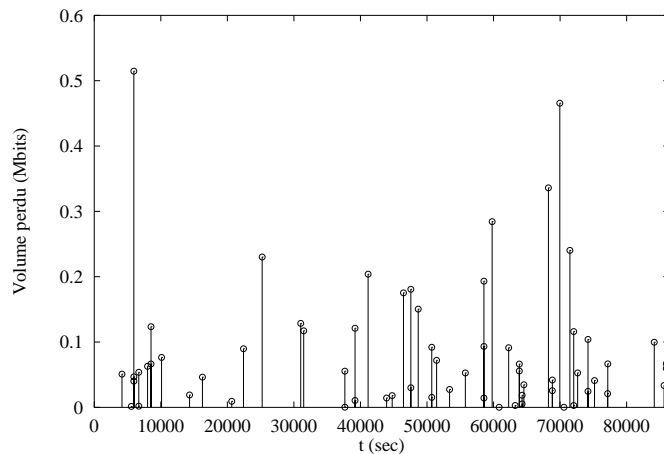


FIG. 10 – Périodes de saturation du tampon.

D'où l'on obtient la probabilité de perte :

$$P_{\text{loss}} = \frac{\mathbb{E}[V_{\text{loss}}]}{N \times \bar{\lambda} \times \mathbb{E}[T_{\text{cycle}}]} \approx 6.438 \times 10^{-7}$$

## 6 Conclusions et perspectives

Un des objectifs de ce rapport était de décrire les principes utilisés puis de montrer l'efficacité de l'outil de simulation construit (quelques minutes de temps d'exécution pour écouler un trafic équivalent à plusieurs milliards de cellules). Deux exemples numériques illustrent cette efficacité en montrant les calculs du temps de réponse de bout en bout, de la distribution des pertes et de l'occupation des tampons.

Même si les modèles fluides sont de nature continue, la technique de traitement des « molécules » ici décrite peut être appliquée aussi pour modéliser et simuler des entités discrètes tels que les cellules RM ; de cette façon, on peut étudier non seulement des sources de trafic à boucle ouverte (des connexions VBR), mais aussi des sources à boucle fermée (*e.g.* des connexions ABR) et les algorithmes de contrôle de congestion associés. Des travaux sont en cours actuellement pour tester la faisabilité de cette approche.

Un autre aspect en cours de développement concerne la politique de service dans les réservoirs. Rappelons que les résultats montrés correspondent au cas PAPS; néan-

moins, l'extension des principes exposés ci-dessus à d'autres politiques, tels des disciplines multiclasse comme le GPS [10], est réalisable avec un investissement raisonnable.

## Références

- [1] D. ANICK, D. MITRA, et M. M. SONDHI. « Stochastic Theory of a Data-Handling System with Multiple Sources ». *Bell System Technical Journal*, 61(8):1871–1894, octobre 1982.
- [2] J. FERRANDIZ. « Analysis of fluid models with Markov modulated rates ». Rapport Technique HPL-92-101, Hewlett-Packard Laboratories, août 1992.
- [3] ATM FORUM. « Traffic Management Specification—Version 4.0 », avril 1996.
- [4] N. GOLMIE, A. KOENIG, et D. SU. « *The NIST ATM Network Simulator—Operation and Programming, version 1.0* », août 1995.
- [5] P. R. JELENKOVIC, A. A. LAZAR, et N. SEMRET. « Multiple Time Scales and Subexponentiality in MPEG Video Streams ». Dans *Proceedings of the International IFIP-IEEE Conference on Broadband Communications*, Montreal, Canada, avril 1996.
- [6] G. KESIDIS, A. SINGH, D. CHEUNG, et W.W. KWOK. « Feasibility of Fluid Event-Driven Simulation for ATM Networks ». Dans *Proceedings of IEEE Globecom'96*, London, novembre 1996.
- [7] K. KONTOVASILIS et N. MITROU. « Bursty traffic modelling and efficient analysis algorithms via fluid-flow models for ATM IBCN ». *Ann. Oper. Res.*, 49:279–323, 1994.
- [8] V. G. KULKARNI. Fluid models for single buffer systems. Dans J. H. DSHALALOW, éditeur, *Frontiers in Queueing: Models and Applications in Science and Engineering*, Chapitre 11, pages 321–338. CRC Press, 1997.
- [9] K. KUMARAN et D. MITRA. « Performance and Fluid Simulations of a Novel Shared Buffer Management System ». Dans *Proceedings of IEEE INFOCOM 98*, mars 1998.
- [10] A. K. PAREKH et R. G. GALLAGER. « A generalized processor sharing approach to flow control in integrated services networks: The single node case ». *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1(3):344–357, juin 1993.
- [11] J. M. PITTS, L. G. CUTHBERT, M. BOCCI, et E. M. SCHARF. « An accelerated simulation technique for modelling burst scale queueing behaviour in ATM ».

Dans *Proceedings of the 14th International Teletraffic Congress*, pages 777–786, juin 1994.

- [12] J. ROBERTS, U. MOCCI, et J. VIRTAMO, éditeurs. *Broadband Network Teletraffic: Performance Evaluation and Design of Broadband Multiservice Networks—Final Report of Action COST 242*. Numéro 1155 dans *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 1996.





---

Unit e de recherche INRIA Lorraine, Technop le de Nancy-Brabois, Campus scientifique,  
615 rue du Jardin Botanique, BP 101, 54600 VILLERS L ES NANCY  
Unit e de recherche INRIA Rennes, Irista, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex  
Unit e de recherche INRIA Rh ne-Alpes, 655, avenue de l'Europe, 38330 MONTBONNOT ST MARTIN  
Unit e de recherche INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex  
Unit e de recherche INRIA Sophia-Antipolis, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA-ANTIPOLIS Cedex

---

 diteur  
INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex (France)  
<http://www.inria.fr>  
ISSN 0249-6399