

# Surveillance d'installations industrielles: démarche générale et conception de l'algorithmique

Michèle Basseville, Albert Benveniste, Qinghua Zhang

► **To cite this version:**

Michèle Basseville, Albert Benveniste, Qinghua Zhang. Surveillance d'installations industrielles: démarche générale et conception de l'algorithmique. [Rapport de recherche] RR-2889, INRIA. 1996. <inria-00073801>

**HAL Id: inria-00073801**

**<https://hal.inria.fr/inria-00073801>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Surveillance d'installations industrielles:  
démarche générale et conception de l'algorithmique*

Michèle Basseville, Albert Benveniste, Qinghua Zhang

**N° 2889**

Mai 1996

\_\_\_\_\_ THÈME 4 \_\_\_\_\_



*Rapport  
de recherche*



## Surveillance d'installations industrielles: démarche générale et conception de l'algorithmique

Michèle Basseville\*, Albert Benveniste, Qinghua Zhang†

Thème 4 — Simulation et optimisation  
de systèmes complexes  
Projet AS

Rapport de recherche n° 2889 — Mai 1996 — 38 pages

**Résumé :** Ce rapport a pour but de présenter la démarche générale élaborée à l'IRISA en matière de surveillance d'installations industrielles pour la maintenance conditionnelle. Cette démarche permet, pour une large classe de modèles, la *conception systématique des algorithmes* nécessaires, à partir de la donnée de la structure du modèle adéquat pour le système surveillé. Nous rappelons les deux principaux exemples d'application qui illustrent sa pertinence. Puis nous décrivons les extensions en cours, concernant l'application d'une part aux modèles de type réseaux de neurones ou d'ondelettes, et d'autre part à des modèles dynamiques hybrides numérique/symbolique. Nous indiquons une organisation possible des logiciels correspondants et des commentaires sur les références citées. Puis nous décrivons les fondements théoriques des techniques présidant aux différentes étapes de la conception de l'algorithmique correspondante.

**Mots-clé :** Surveillance, diagnostic de pannes, systèmes dynamiques, traitement du signal, applications industrielles.

(Abstract: pto)

\* IRISA/CNRS – [basseville@irisa.fr](mailto:basseville@irisa.fr).

† IRISA/INRIA – [benveniste@irisa.fr](mailto:benveniste@irisa.fr), [zhang@irisa.fr](mailto:zhang@irisa.fr).

# Monitoring industrial plants: a general approach and design of the algorithms

**Abstract:** In this report, we describe the general monitoring approach developed at IRISA for condition-based maintenance of industrial plants. For a large class of models, this approach allows us the *systematic design of the necessary algorithms*, starting from a model structure appropriate for monitoring. We recall the two main application examples which show its relevance. Then we describe the current extensions, concerning the application of this approach to either network-type models (neural networks, wavelet networks) or to hybrid numeric/symbolic models. We mention a possible organization of the corresponding software and give some comments on the cited references. Then we describe the theoretical bases of the techniques used at the different steps of the design of the algorithms.

**Key-words:** Monitoring, fault diagnosis, dynamical systems, signal processing, industrial applications.

# Chapitre 1

## Démarche générale de surveillance d'installations industrielles

Dans ce chapitre, nous décrivons la démarche générale élaborée à l'IRISA en matière de surveillance d'installations industrielles pour la maintenance conditionnelle. Cette démarche permet, pour une large classe de modèles, la **conception systématique des algorithmes** nécessaires, à partir de la donnée de la structure du modèle adéquat pour le système surveillé. Nous rappelons les deux principaux exemples d'application qui illustrent sa pertinence. Puis nous décrivons les extensions en cours, concernant l'application d'une part aux modèles de type réseaux de neurones ou d'ondelettes, et d'autre part à des modèles dynamiques hybrides numérique/symbolique. Nous terminons par une organisation possible des logiciels correspondants et des commentaires sur les références citées.

### 1.1 Surveillance/diagnostic pour la maintenance conditionnelle

Pour présenter notre démarche, nous la situons dans le contexte industriel de la maintenance conditionnelle et/ou préventive.

#### 1.1.1 Le contexte

Ces dernières années, dans un grand nombre d'applications industrielles, est apparue une demande croissante en matière de remplacement des politiques de maintenance systématique par des stratégies de maintenance conditionnelle, basée sur la surveillance en continu de l'évolution de la machine ou de la structure ou du procédé considéré, désigné ci-après par *installation* ou *système*, afin de prévenir un dysfonctionnement avant qu'il n'arrive.

Pour ce faire, des méthodes avancées de traitement de signaux sont nécessaires. En effet, le traitement des mesures effectuées sur les systèmes complexes constitue un pivot des systèmes automatiques développés pour leur surveillance et leur maintenance conditionnelle. Une analyse fine des mesures prises par les divers capteurs permet en effet de surveiller plus précisément l'évolution du système et de ne déclencher des inspections que lorsqu'elles sont vraiment nécessaires. Il s'agit alors tout à la fois :

1. d'extraire des signaux des caractéristiques des objets étudiés qui soient pertinentes pour la surveillance;
2. de concevoir des stratégies de décision pour la détection des endommagements et anomalies, et pour leur diagnostic; ceci en préservant une robustesse suffisante par rapport aux changements de modes de fonctionnement;
3. d'établir des critères de choix de positionnements de capteurs ou de sélection de mesures adéquats pour la surveillance;
4. de marier judicieusement les informations condensées ainsi obtenues avec d'autres informations, de nature plus « discrète » ou symbolique, qui sont disponibles sur l'objet et indispensables à sa surveillance.

Dans ce contexte, il est apparu qu'une solution possible et fructueuse consiste en la *détection précoce de déviations faibles par rapport à une caractérisation de l'installation ou du système en ambiance de travail normale* (sans excitation artificielle, ni ralentissement, ni arrêt).

### 1.1.2 La démarche proposée

L'équipe « Automatique et Signal » de l'IRISA conduit depuis quinze ans des études dans les domaines des systèmes adaptatifs [13] et de la détection des changements dans les signaux et systèmes dynamiques [6] par des méthodes de type statistique, dans des domaines d'application divers : segmentation pour la reconnaissance (parole, géophysique), surveillance et diagnostic – en ambiance de travail usuelle – des structures et machines en mécanique des vibrations, surveillance et diagnostic des turbines à gaz. Elle a ainsi traité de manière intensive les questions 1. à 3. mentionnées précédemment.

Ainsi qu'on le décrit ci-après, ces études ont permis l'élaboration d'une démarche générale de surveillance/diagnostic permettant, pour une large classe de modèles, la *conception systématique des algorithmes* nécessaires, à partir de la donnée de la structure du modèle adéquat pour le système (machine, structure mécanique complexe, procédé industriel, ...) surveillé.

Dans la suite, nous appelons *signature* une telle caractérisation effectuée au moyen d'une modélisation paramétrique. Nous distinguons en général deux types de modélisation : la *modélisation physique* qui, plus ou moins finement permet d'expliquer voire de simuler les phénomènes en jeu dans l'installation, et la *modélisation boîte-noire* qui a pour particularité de pouvoir être utilisée en aveugle sur les données, sans considération physique. Dans certains cas, les deux modélisations peuvent être confondues. Lorsqu'elles sont distinctes, elles sont intéressantes pour la surveillance essentiellement lorsque l'on connaît une relation au moins partielle entre elles. Nous revenons sur ces aspects de modélisation lorsque nous discutons ci-après les extensions aux modèles de type réseaux et aux modèles hybrides numérique/symbolique.

Nous utilisons indifféremment les termes de *déviaton*, *changement*, *panne* et *défaut*, considérant que ces événements sont tous reflétés par un changement des paramètres du modèle [1, 3, 6].

La démarche que nous proposons s'inscrit dans ce cadre et repose sur des techniques avancées de *traitement de signaux multi-capteurs*. Elle est résumée par le diagramme de la figure 1.1 et procède des étapes suivantes :

1. **Acquisition de signature,**
2. **Surveillance,**
3. **Diagnostic,**
4. **Positionnement de capteurs.**

### 1.1.3 Acquisition de signature

Elle se fait par apprentissage sur des mesures faites sur l'installation en fonctionnement. Elle est nécessaire, même dans le cas où l'on dispose d'un modèle « design » fourni par le constructeur, pour deux raisons :

- Le modèle du constructeur peut être inexact, au sens où il prend mal en compte les phénomènes qui résultent de la mise en place effective de l'installation. C'est le cas en mécanique des vibrations, pour les structures complexes et les machines tournantes. Or l'ordre de grandeur des variations de caractéristiques vibratoires qu'il s'agit de détecter est souvent le même que celui de cette inexactitude de comportement [10].
- Le principe même de la surveillance en fonctionnement repose sur l'existence d'une « carte d'identité » de l'installation perçue au travers des mesures elles-mêmes.

Suivant la terminologie usuelle en traitement du signal, nous l'appelons *signature boîte-noire*.

Il est à noter cependant que l'impossibilité d'obtenir une signature « exacte » – ou plus exactement, en termes techniques, non biaisée – (comme c'est le cas par exemple pour les chambres de combustion des turbines à gaz [23, 25]) n'empêche pas d'effectuer une surveillance en continu de changements faibles de comportement, au prix bien sûr d'une diminution (mais pas annulation!) des performances de la surveillance [25].

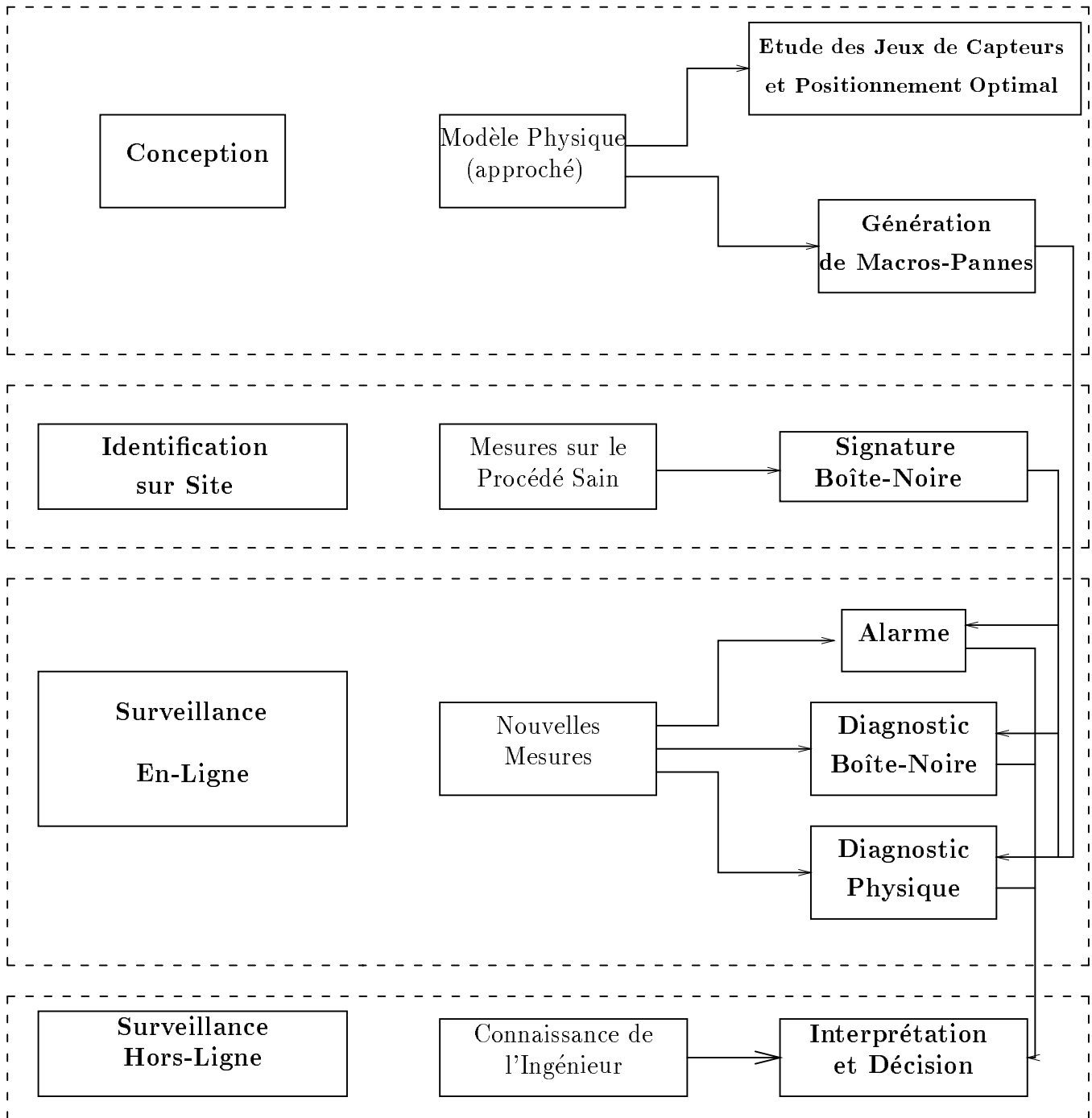


FIG. 1.1 – Synoptique de la démarche de surveillance.



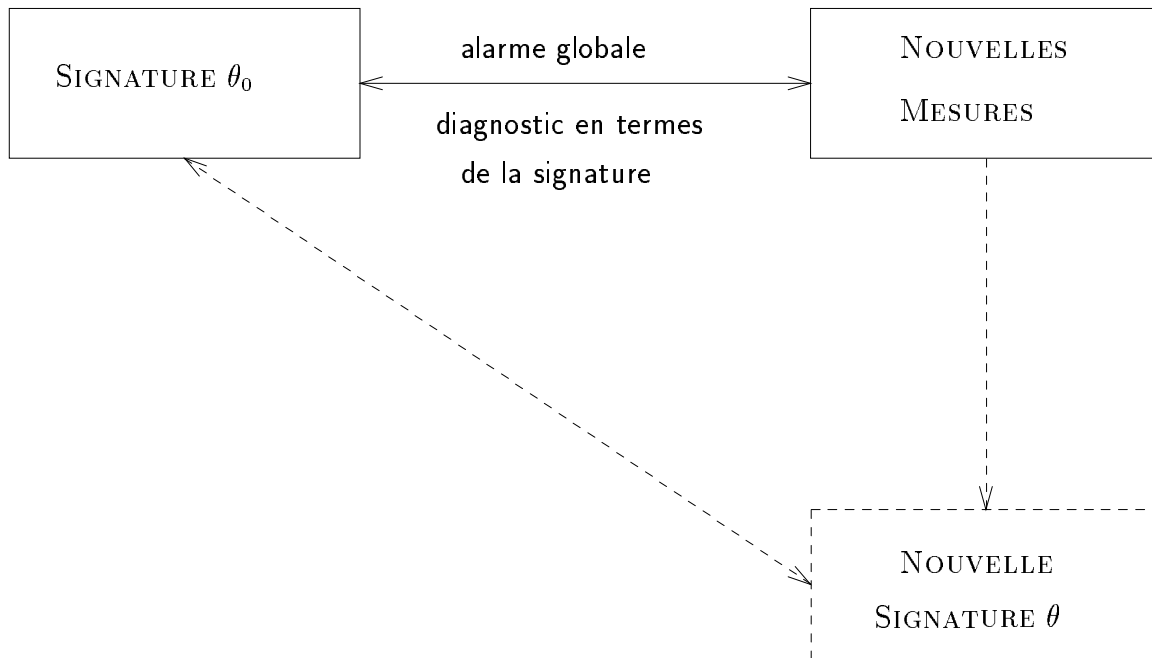


FIG. 1.2 – Comparer de nouvelles mesures à une signature  $\theta_0$ . On peut soit identifier, sur les nouvelles mesures, une nouvelle signature  $\theta$  et comparer les deux signatures  $\theta$  et  $\theta_0$ ; soit décider directement de la non-adéquation entre les nouvelles mesures et la signature  $\theta_0$  de départ, ce qui déclenche une alarme « globale ». Dans ce dernier cas, on peut en outre effectuer un diagnostic, en termes de la paramétrisation  $\theta$ , de l’alarme globale ainsi déclenchée.

#### 1.1.4 Surveillance

Disposant d’une signature ainsi acquise et de nouvelles mesures, il s’agit de décider si ces mesures sont toujours décrites convenablement par la signature ou s’il s’est produit un changement significatif (bien que petit) de comportement. Deux solutions sont envisageables pour ce faire, schématisées par la figure 1.2.

- *Acquisition d’une nouvelle signature et comparaison des deux signatures* à l’aide d’une distance convenable [2]. Cette méthode nous semble souvent inappropriée pour les raisons suivantes :
  - L’acquisition de signature peut être coûteuse, par exemple lorsqu’elle ne peut être complètement automatisée et nécessite l’intervention d’un opérateur humain; c’est le cas des installations complexes, et en particulier en mécanique des vibrations [20] : toutes les méthodes d’analyse modale, et pas seulement les techniques paramétriques que nous préconisons, nécessitent l’intervention humaine pour l’incorporation d’informations externes aux signaux afin de valider la signature finale;
  - Le succès d’une telle méthode de surveillance dépend précisément et de manière cruciale du bon choix de la mesure de distance entre deux signatures;
  - Dans le cas de systèmes complexes, la comparaison de deux signatures peut ne pas permettre de diagnostic; par exemple, toujours en mécanique des vibrations, il est bien connu que l’appariement des déformées résultant de deux analyses modales successives est un exercice très difficile lorsque des modes de vibration sont proches les uns des autres.
- *Comparaison directe des nouvelles mesures à la signature disponible.* C’est la solution que nous proposons, basée sur une démarche originale et générale de fabrication d’indicateurs permettant d’une part de mesurer l’adéquation entre une signature et un nouvel enregistrement, et d’autre part de donner des éléments de diagnostic; toutes choses que l’on peut dénommer raisonnablement *alarmes intelligentes*. Nous avons élaboré [12, 25] une méthode générale de conception de l’indicateur approprié. Cet indicateur présente l’intérêt essentiel de transformer le problème de surveillance/diagnostic initial qui, même en termes du modèle boîte-noire, peut être très complexe,

en un problème de détection standard : surveillance de la moyenne d'une variable Gaussienne dans le cas indépendant, pour lequel on dispose d'un guide pour le réglage des seuils. Cette méthode permet de s'affranchir de tous les inconvénients mentionnés plus haut, et fournit une alarme globale peu coûteuse pouvant être embarquée et un diagnostic en termes de la signature boîte-noire. En outre, elle réalise automatiquement le compromis entre l'amplitude des changements détectés et la précision de l'identification de la signature : les changements déclarés significatifs le sont vis-à-vis de ce domaine de confiance. Il en est de même vis-à-vis du bruit présent sur les mesures.

### 1.1.5 Diagnostic

Les deux problèmes de diagnostic schématisés par la figure 1.3 peuvent se présenter, à savoir :

- *Diagnostic en termes de la signature boîte-noire*, par exemple en termes modaux dans le cas de la surveillance des vibrations [8]. Plusieurs méthodes sont envisageables, et procèdent soit par sensibilité vis-à-vis d'une panne donnée, soit par réjection (au sens statistique) des pannes complémentaires. Ce diagnostic apporte des informations qui sont intéressantes mais peuvent être complexes à exploiter : là encore il est bien connu que deux changements d'origines mécaniques très différentes peuvent provoquer des déviations de signature modale voisines.
- *Diagnostic en termes du modèle physique sous-jacent*. Ce problème est moins simple à résoudre, car le modèle physique est en général complexe et non identifiable. Notre solution [16] *contourne la résolution du difficile problème inverse correspondant*, et repose sur un calcul de Jacobiens convenables dans les directions de changement qui résultent de la projection des changements physiques élémentaires sur l'espace de la signature boîte-noire – que nous appelons macros-pannes dans le diagramme de la figure 1.1 – et sur l'utilisation d'une technique de sensibilité. La génération des macros-pannes est faite une fois pour toutes à l'étape de conception. Par contre, les tests de sensibilité résultant peuvent être embarqués en vue d'un fonctionnement en temps réel.

### 1.1.6 Positionnement des capteurs

L'étude des jeux de capteurs et de leur positionnement optimal pour la surveillance relève elle aussi de l'étape de conception. Nous proposons un critère quantitatif, basé sur la puissance des tests [9, 16], qui permet de qualifier un positionnement de capteurs pour la surveillance et le diagnostic, et peut être utilisé de deux façons : pour un positionnement de capteurs donné (on n'a pas toujours le choix!), déterminer les défauts détectables et diagnosticables; pour un ou des défauts donnés, déterminer les positionnements de capteurs qui permettront de les surveiller. Cette détermination est éventuellement une simple sélection des mesures disponibles. Il peut arriver qu'un défaut donné soit plus facilement diagnosticable avec un sous-ensemble des mesures qu'avec toutes les mesures traitées de manière conjointe, car rajouter des capteurs permet d'accroître l'information mais aussi le bruit! Toujours en surveillance des vibrations, on n'a pas intérêt par exemple à traiter de manière conjointe les mesures des capteurs verticaux et horizontaux placés sur les paliers d'un groupe turbo-alternateur.

## 1.2 Deux exemples

La démarche générale précédente a été élaborée par extension de la démarche développée à l'IRISA, en collaboration avec IFREMER et EDF, pour la surveillance, en ambiance de travail habituelle, des vibrations des plateformes offshore et des groupes turbo-alternateurs, respectivement. Le problème est de séparer dans les mesures les non-stationnarités de l'excitation (sans intérêt pour la surveillance) des non-stationnarités faibles de la structure ou de la machine. L'idée de base est de considérer que la méthode proposée est assez fine pour que l'acquisition de signature « profite de toute excitation » (la circulation de la vapeur autour des turbo-alternateurs par exemple), et soit effectuée sur des observations balayant au maximum toutes les excitations et tous les modes de fonctionnement possibles. Dans cet exemple, le modèle boîte-noire à identifier et surveiller est un modèle dynamique linéaire, à savoir la partie AR d'un modèle ARMA dont la partie MA est non-stationnaire. L'utilisation de ce type de modèle boîte-noire est justifiée par le fait qu'il découle naturellement de l'équation fondamentale de la mécanique. Une industrialisation partielle de l'algorithmique de surveillance des vibrations a été réalisée, et des efforts sont toujours portés actuellement par l'équipe pour une industrialisation complète.

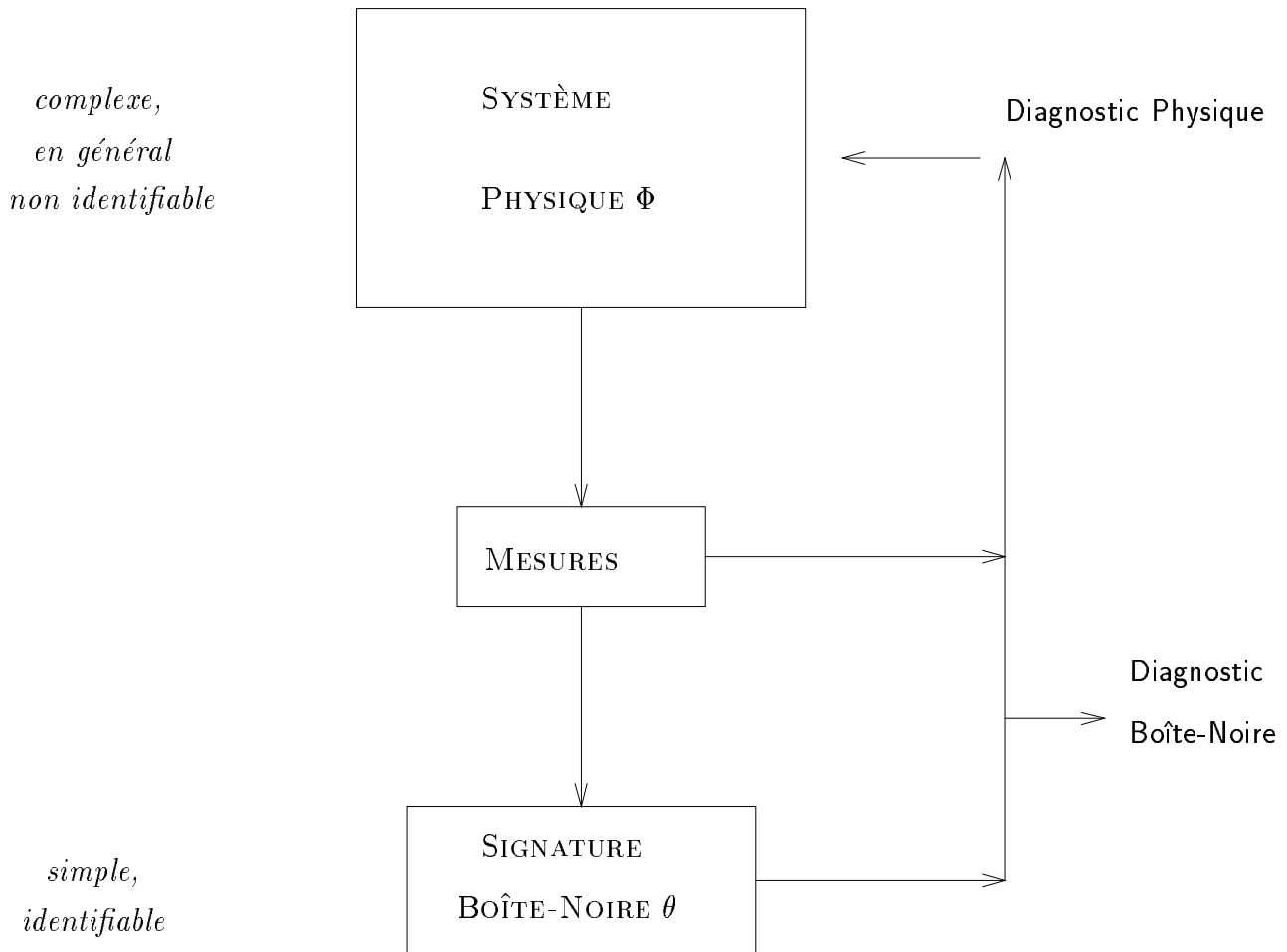


FIG. 1.3 – Diagnostic en termes de la signature boîte-noire ou du modèle physique: lorsque l'on utilise un modèle boîte-noire pour surveiller un système vu au travers de mesures, il est possible de remonter à un diagnostic en termes de la modélisation physique sous-jacente, et ceci sans résoudre le problème inverse correspondant.

L'algorithmique a été étendue à une large classe de modèles non linéaires à état partiellement observé. Puis la démarche a été reprise pour son application à la surveillance des chambres de combustion des turbines à gaz, en collaboration avec ALCATEL-ALSTHOM-RECHERCHE (Marcoussis) et EUROPEAN-GAS-TURBINES SA (Belfort). Dans ce cas de thermodynamique, les modèles boîte-noire et physique utilisés sont identiques, à savoir un modèle statique non linéaire représentant les phénomènes de combustion et diffusion de manière simplifiée. Est actuellement en cours la *réalisation effective* par EUROPEAN-GAS-TURBINES SA d'un *prototype* de système de surveillance et maintenance préventive des turbines à gaz intégrant les algorithmes développés à l'IRISA.

## 1.3 Extensions

Nous décrivons maintenant comment utiliser cette démarche générale de conception algorithmique sur des modélisations d'autres types, d'une part les réseaux de neurones ou d'ondelettes, et d'autre part des modèles hybrides numérique/symbolique.

### 1.3.1 Réseaux de neurones ou d'ondelettes

Il convient de souligner que la démarche peut être appliquée même en l'absence d'un modèle de connaissance (physique) de l'installation ou du système; il suffit alors de lui substituer un modèle boîte-noire, de type réseau de neurones ou réseau d'ondelettes. En effet, notre méthode générale permet d'associer, à tout algorithme adaptatif d'identification d'un modèle paramétrique, un algorithme de surveillance déclenchant des alarmes « globales », de manière précoce si besoin est, et un algorithme de diagnostic fournissant les causes les plus probables de l'alarme globale déclenchée. Lorsqu'un modèle physique n'est pas disponible, on peut utiliser une méthode d'identification par réseaux de neurones ou la méthode d'identification par réseaux d'ondelettes récemment conçue dans l'équipe [24, 17, 22, 18], qui reviennent elles aussi à comprimer l'information disponible dans les mesures en un vecteur de paramètres de dimension finie, auquel on applique la même démarche de détection et diagnostic de changements petits. Naturellement, la pertinence et le contenu informatif des éléments de diagnostic que l'on est capable de délivrer alors dépendent de manière cruciale de l'existence ou non d'un lien entre les paramètres du réseau identifié et tout ou partie d'un modèle physique du système. Ceci se traduit par deux problèmes théoriques à étudier : comment compenser l'effet éventuel de la sur-paramétrisation du modèle boîte-noire et comment incorporer des connaissances physiques partielles en vue du diagnostic physique?

### 1.3.2 Modèles dynamiques hybrides numérique/symbolique

D'autre part, nous nous proposons maintenant de considérer directement la question 4. du mariage d'informations numériques et symboliques pour la surveillance/diagnostic de la manière suivante. Le langage synchrone SIGNAL- développé par l'équipe « Programmation Temps-Réel » (EP-ATR) de l'IRISA - possède une extension SIGNALEA [11, 14] qui permet de modéliser des systèmes stochastiques complexes hybrides, de type numérique/symbolique. En fait, SIGNALEA implémente une version temps-réel de la théorie des possibilités de Dempster-Shafer. SIGNALEA est maintenant défini; l'implémentation en sera effectuée au sein du projet EP-ATR. Nous visons, dans AS, l'étude de la méthodologie d'utilisation.

Nous envisageons donc de reformuler la problématique de détection et diagnostic pour ces systèmes hybrides, en nous appuyant d'une part sur la modélisation nouvelle de ces systèmes introduite dans SIGNALEA, et d'autre part sur la démarche générale existante. Une des utilisations visées de cette extension concerne la conception d'algorithmes de surveillance/diagnostic prenant en compte, de manière systématique, toutes les connaissances, notamment en termes de modélisation et de relations de cause à effet, contenues dans les analyses de risque et de fiabilité généralement disponibles pour les systèmes industriels complexes.

## 1.4 Logiciels

Les logiciels correspondant à cette démarche générale de surveillance/diagnostic peuvent être organisés de la manière suivante, résumée dans le diagramme de la figure 1.4.

- *Module de surveillance de la moyenne d'une variable Gaussienne.* Ce module est complètement indépendant de l'application considérée, et l'expertise correspondante est intégralement concentrée

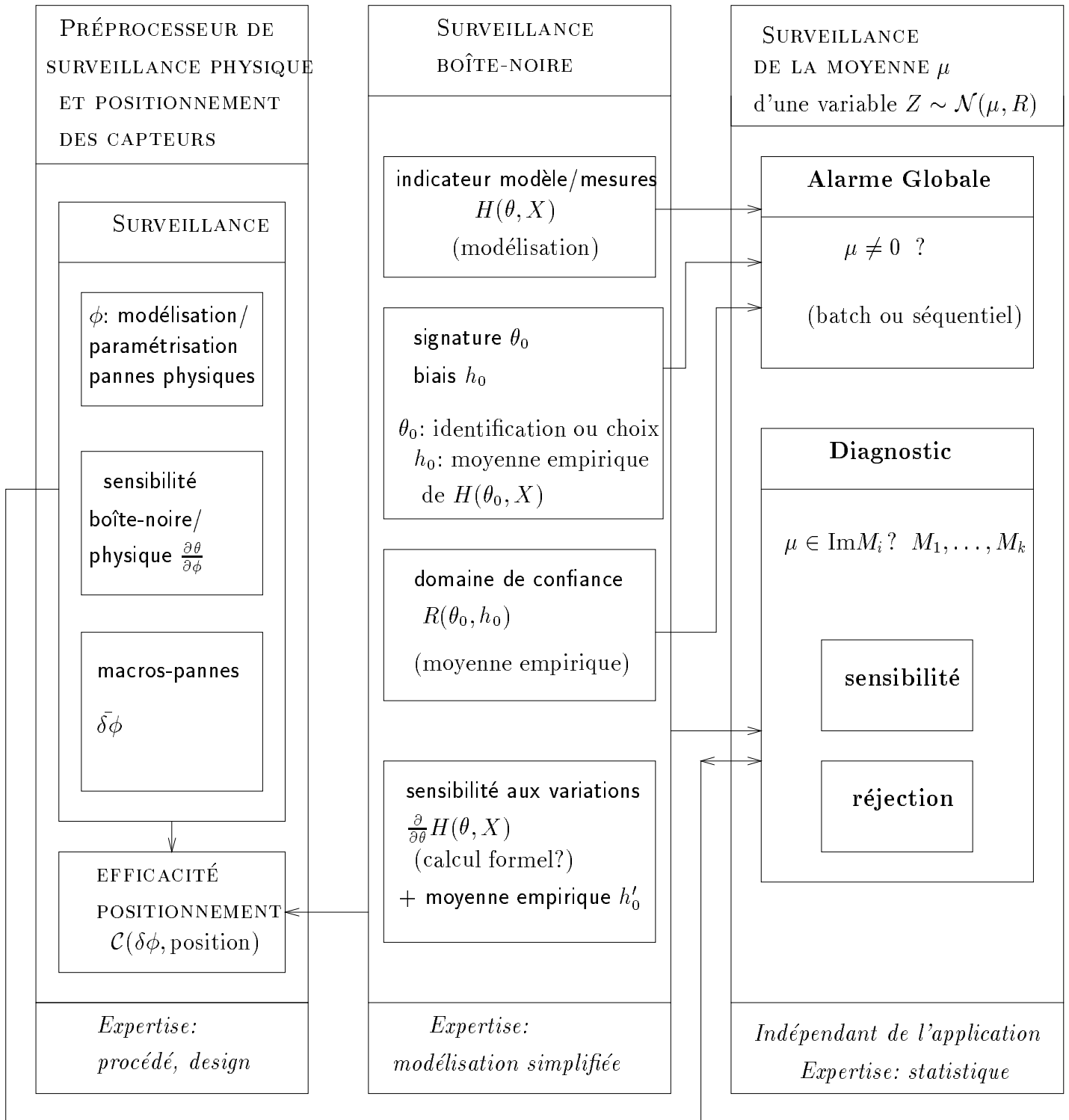


FIG. 1.4 – Organisation de la boîte à outils logicielle.

sur la statistique mathématique. Pour l’alarme globale, plusieurs détecteurs de changement de moyenne peuvent être utilisés, que ce soit en traitement hors-ligne ou en-ligne, selon les informations disponibles *a priori* sur l’amplitude des changements recherchés et selon le degré de robustesse souhaité vis-à-vis par exemple du changement de mode de fonctionnement [6]. Pour le diagnostic – ou surveillance de certaines des composantes du vecteur moyenne, comme nous l’avons déjà indiqué, plusieurs méthodes sont envisageables, et procèdent soit par sensibilité vis-à-vis d’une panne donnée [8], soit par réjection (au sens statistique) des pannes complémentaires [6]. Que ce soit pour l’alarme globale ou le diagnostic, tous ces tests comportent le calcul d’une forme quadratique, qui doit être effectué avec soin si on veut éviter les problèmes numériques résultant du fait que les matrices de covariance empiriques ne sont pas nécessairement définies positives.

- *Module de surveillance boîte-noire.* L’expertise est concentrée sur la modélisation simplifiée de l’installation à surveiller, paramétrée par un vecteur  $\theta$ , et aussi sur les moyens connus d’identifier ce paramètre [13]. Ceci permet de deviner le bon choix de l’indicateur de distance entre la signature  $\theta$  et les mesures  $X$ , que nous notons  $H(\theta, X)$ . C’est un vecteur de moyenne nulle lorsque les mesures  $X$  sont conformes à la signature  $\theta$ . Lorsque l’estimateur de  $\theta$  est biaisé, l’indicateur  $H$  n’est plus de moyenne nulle en l’absence de changement. Il convient alors de le corriger à l’aide de sa moyenne empirique, que nous appelons le biais  $h_0$ . Ce module de surveillance boîte-noire peut comprendre divers algorithmes d’identification, hors-ligne ou en-ligne, dépendant ou non de l’indicateur  $H(\theta, X)$  [13]. Le reste du module est indépendant du choix de cet indicateur. Comme l’indiquent les flèches sur la figure 1.4, les sorties de ce module servent d’entrée au module de surveillance de moyenne : elles servent en effet à spécifier les valeurs de  $\mu$ ,  $R$ , et des sous-espaces  $\text{Im}M_i$ .
- *Pré-processeur de surveillance physique et positionnement des capteurs.* L’expertise est ici concentrée sur la connaissance du procédé et de son « design ». Le point-clé est le bon choix de la modélisation et la paramétrisation physique  $\phi$  en terme de laquelle on veut faire le diagnostic (par exemple masses-raideurs ou masses volumiques-modules d’Young en mécanique des vibrations [16]). Le calcul des sensibilités boîte-noire/physique dépend en général de la paramétrisation; il sert d’entrée au module de surveillance de moyenne, pour la spécification des sous-espaces  $\text{Im}M_i$ . Par contre, le module d’agrégation statistique servant à la génération des macros-pannes est indépendant de la paramétrisation, et même de l’application. Il en est de même du module de calcul du critère de positionnement.

## 1.5 Commentaires sur les références

Nous terminons cette présentation générale par quelques commentaires concernant les références citées (essentiellement livres et articles de revues, à l’exclusion des communications à des congrès).

Le problème général de la détection de changements de modèles est introduit dans le « survey » [1], et traité en détail dans l’ouvrage collectif [3], et le livre [6]. Ce dernier contient en particulier deux chapitres définissant toutes les notions (probabilités, statistique, théorie des systèmes) nécessaires à la conception d’algorithmes de détection de changements et à l’analyse de leurs propriétés.

La méthode « asymptotique locale » sous-tendant notre démarche générale est introduite en [12] – assez ardu – et révisée en [25]. Le lien entre cette approche et la méthode générale basée sur le rapport de vraisemblance est discuté en [6].

L’identification des modèles paramétriques est traitée dans le livre [13] qui contient en particulier un guide pour la conception des algorithmes adaptatifs.

Notre expérience en surveillance des vibrations, résumée en [4, 5], est détaillée, à l’intention des Mécaniciens, en [20] pour l’analyse modale et en [10] pour la surveillance, et en [8, 21, 9] pour ce qui est de l’algorithmique. L’article [21] est sans doute assez technique. La thèse [16] constitue le meilleur document détaillé en Français.

Enfin les travaux sur les turbines à gaz sont relatés en [23, 25, 19].

## Chapitre 2

# Principes généraux de la surveillance

Dans ce chapitre, nous décrivons les principes généraux des algorithmes de surveillance que nous proposons.

Comme on l'a expliqué précédemment, la surveillance d'une installation est effectuée à l'aide d'un traitement approprié des *mesures* prises sur le système *en cours de fonctionnement habituel*. Le traitement consiste d'abord à extraire des mesures prises sur le système à l'état sain une *signature* ou carte d'identité. Cette signature est constituée d'un jeu de paramètres. La surveillance consiste ensuite à confronter, de manière adéquate, des mesures prises ultérieurement à cette signature de référence. Cette confrontation tient compte automatiquement de l'imprécision que l'on a sur la signature et des différents bruits présents sur les mesures. Elle permet non seulement de donner une réponse en tout-ou-rien (le système a ou n'a pas changé), mais aussi de localiser le changement détecté (diagnostic).

Nous décrivons d'abord une démarche typique pour la surveillance, puis nous discutons des variations possibles.

### 2.1 Une démarche typique

Nous présentons donc maintenant de manière heuristique les différents éléments contribuant à ce traitement, à savoir :

- l'installation surveillée, avec les mesures disponibles, et le modèle retenu;
- la façon d'établir l'adéquation mesures/modèle;
- l'acquisition de la signature;
- la surveillance;
- le diagnostic.

#### 2.1.1 L'installation et son modèle

La figure 2.1 représente schématiquement l'installation surveillée. Les mesures disponibles sont les entrées  $U_k$  et les sorties  $Y_k$ . Le modèle  $f_\theta$  de l'installation, représenté à la figure 2.2 et paramétré par  $\theta$ , a pour objet de prendre en entrée les mesures effectivement disponibles :

$$U_k, Y_k \tag{2.1}$$

et de produire en sortie des prédictions  $Z_k(\theta)$  des mesures en sortie.

#### 2.1.2 Adéquation mesures/modèle

Elle est représentée à la figure 2.3. Le modèle et l'installation utilisant les mêmes entrées mesurées, à l'instant  $k$ , l'adéquation entre les  $r$  sorties mesurées  $Y_k(j)$  et les  $r$  sorties  $Z_k(\theta, j)$  fabriquées à l'aide du

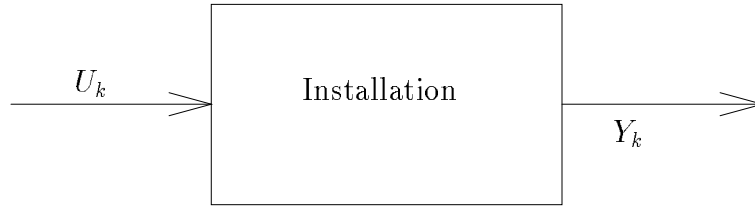


FIG. 2.1 – L’installation surveillée et les mesures effectivement disponibles : les entrées  $U_k$  et les sorties  $Y_k$ .

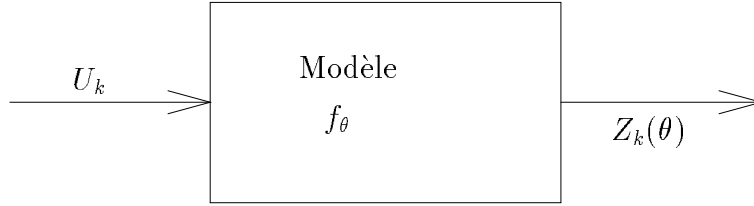


FIG. 2.2 – Le modèle calcule, à partir des mesures effectivement disponibles, une prédiction des mesures en sortie.

modèle  $f_\theta$ , est appréciée au moyen de l’erreur quadratique :

$$\epsilon_k(\theta)^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{r-1} (Z_k(\theta, j) - Y_k(j))^2 \quad (2.2)$$

ou de tout autre écart entre sortie mesurée et sortie du modèle.

Pour un enregistrement de mesures de taille  $n$ , on établit l’adéquation mesures/modèle à l’aide de l’erreur quadratique moyenne :

$$J_n(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \epsilon_k(\theta)^2 \quad (2.3)$$

$$= \frac{1}{n} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^{r-1} (Z_k(\theta, j) - Y_k(j))^2 \quad (2.4)$$

Cette quantité est utilisée pour l’acquisition de la signature et pour la surveillance, comme on l’explique maintenant.

### 2.1.3 Acquisition de la signature

Disposant de mesures  $Y_k^0 = (Y_k^0(j))_{0 \leq j \leq r-1}$  sur une installation supposée être en état sain – ce que nous indiquons par l’exposant  $^0$ , on acquiert la signature de l’installation de la manière suivante. Le principe de base est de calculer la valeur du paramètre  $\theta$  permettant l’adéquation la meilleure entre les sorties mesurées  $Y_k^0$  et les sorties  $Z_k(\theta, j)$  fabriquées à l’aide du modèle  $f_\theta$ . Autrement dit, le paramètre  $\theta_0$  optimal est celui qui minimise l’erreur quadratique moyenne  $J_n(\theta)$  ou encore qui annule la dérivée de  $J_n(\theta)$  :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} J_n(\theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \epsilon_k^0(\theta)^2 \quad (2.5)$$

La quantité privilégiée pour l’acquisition de signature – et pour la surveillance – est donc :

$$\begin{aligned} H(\theta, Y_k) &= -\frac{\partial}{\partial \theta} \epsilon_k(\theta)^2 \\ &= -\sum_{j=0}^{r-1} (Z_k(\theta, j) - Y_k(j)) \frac{\partial Z_k(\theta, j)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2.6)$$



que l'on appelle *instrument de surveillance*. Le paramètre  $\theta_0$  vérifie donc :

$$H(\theta_0, Y_k^0) = 0 \text{ en moyenne} \quad (2.7)$$

Pour qualifier, en vue de la surveillance, la signature  $\theta_0$  obtenue, on a besoin de calculer, sur les données  $Y_k^0$  d'autres quantités, qui sont :

- la moyenne empirique  $\widehat{h}_o$  de  $H(\theta_0, Y_k^0)$ ,
- la covariance  $R(\theta_0)$  de  $H(\theta_0, Y_k^0)$ ,
- la dérivée  $h'_{\theta_0}$  par rapport à  $\theta$ , de la moyenne empirique de l'instrument  $H$ .

Par abus de langage, on appellera signature l'ensemble des valeurs :

$$\theta_0, \widehat{h}_o, R(\theta_0), h'_{\theta_0} \quad (2.8)$$

### 2.1.4 Surveillance

Disposant, comme indiqué sur la figure 2.4, de la signature  $\theta_0$  et de mesures  $Y_k^1$  enregistrées ultérieurement, on fabrique la nouvelle erreur quadratique :

$$\epsilon_k^1(\theta_0)^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{r-1} (Z_k(\theta_0, j) - Y_k^1(j))^2 \quad (2.9)$$

et on cherche à savoir si en moyenne elle est toujours minimum. On calcule donc l'instrument de surveillance :

$$H(\theta_0, Y_k^1) = -\frac{\partial}{\partial \theta} \epsilon_k^1(\theta_0)^2 \quad (2.10)$$

et on se demande si, en moyenne, il est voisin de zéro ou pas :

$$H(\theta_0, Y_k^1) = 0 \text{ ?} \quad (2.11)$$

La réponse à cette question ne peut pas être simplement la confrontation de cette quantité à un seuil. En effet, la présence de bruit sur les mesures et d'erreur de modélisation induit à la fois une imprécision sur la signature  $\theta_0$ , et des valeurs non nulles de  $H(\theta_0, Y_k^1)$  même en l'absence de défaut. Il s'agit donc de décider si l'écart à zéro de  $H(\theta_0, Y_k^1)$  est significatif vis-à-vis de ces bruits et incertitudes.

### 2.1.5 Diagnostic

Dans le cas où les différentes composantes du paramètre  $\theta$  ont un sens physique (comme c'est le cas pour les turbines à gaz [19]), le diagnostic consiste à répondre à la question : quelle(s) est (sont) la (les) composante(s) de  $\theta$  responsable(s) du déclenchement de l'alarme globale? Dans le cas mono-panne, l'idée est de fabriquer autant d'indicateurs que de composantes dans  $\theta$ , chaque indicateur surveillant une composante en étant aveugle aux changements sur les autres composantes. Pour fabriquer ces indicateurs, on peut utiliser soit une technique de sensibilité (vis-à-vis des composantes surveillées), soit une technique de réjection – au sens statistique – des composantes non surveillées. En outre, dans le cas multi-panne, une procédure incrémentale permet de déterminer le nombre de composantes défectives.

Dans le cas où le paramètre  $\theta$  est relié à un paramètre physique  $\Phi$  comme indiqué à la figure 2.5 qui résume les relations entre les différents espaces paramétriques en jeu, le diagnostic physique est opéré par une méthode de sensibilité, mais cette fois avec réduction de modèle (effective dans le calcul du Jacobien  $\mathcal{J}$ ), car la dimension du paramètre physique  $\Phi$  est très supérieure à celle de la signature  $\theta$ .

## 2.2 Variations et généralisations

Comme on vient de le voir, l'ingrédient clé est l'instrument de surveillance  $H(\theta, Y_k)$ , caractérisé par la propriété (2.7) et le fait que la surveillance est réalisée en examinant la question (2.11). Les éléments supplémentaires (2.8) sont tous calculés exclusivement à partir de  $H(\theta, Y_k)$ .

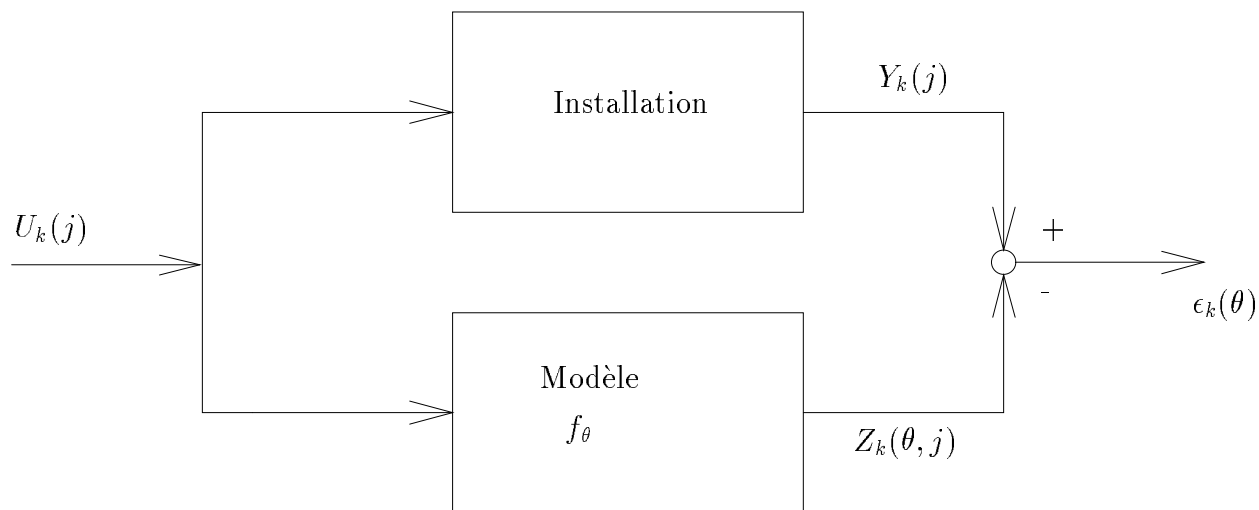


FIG. 2.3 – Le modèle et l’installation utilisant les mêmes entrées mesurées, à l’instant  $k$ , l’adéquation mesures/modèle est appréciée au moyen de la différence entre les sorties mesurées  $Y_k(j)$  et les sorties  $Z_k(\theta, j)$  fabriquées à l’aide du modèle  $f_\theta$ .

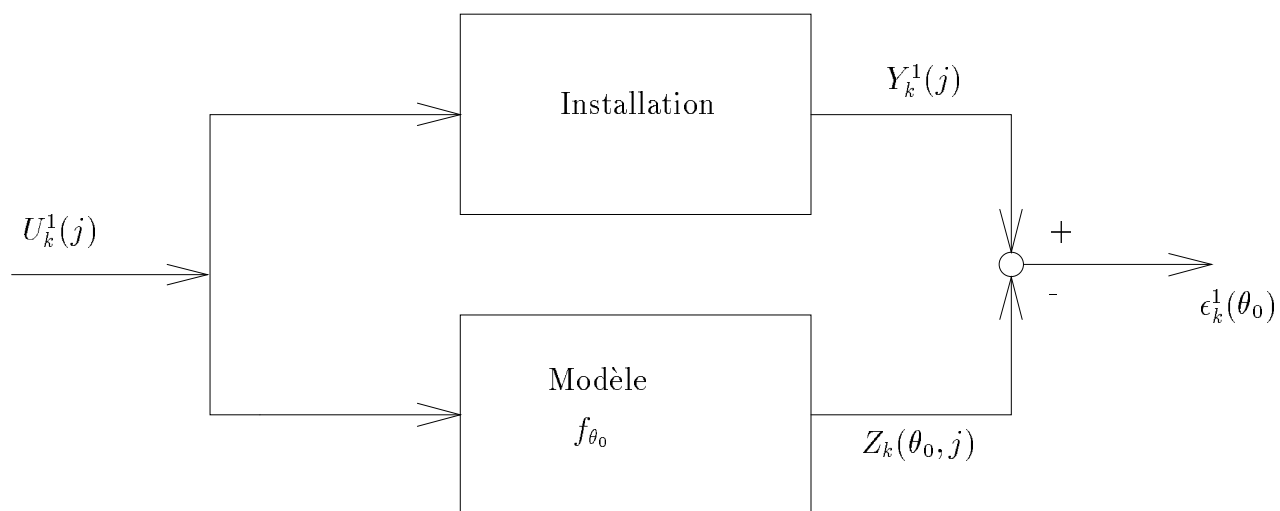


FIG. 2.4 – La surveillance consiste à confronter à la signature  $\theta_0$  de nouvelles mesures  $Y_k^1(j)$  à l’aide de la même adéquation mesures/modèle.

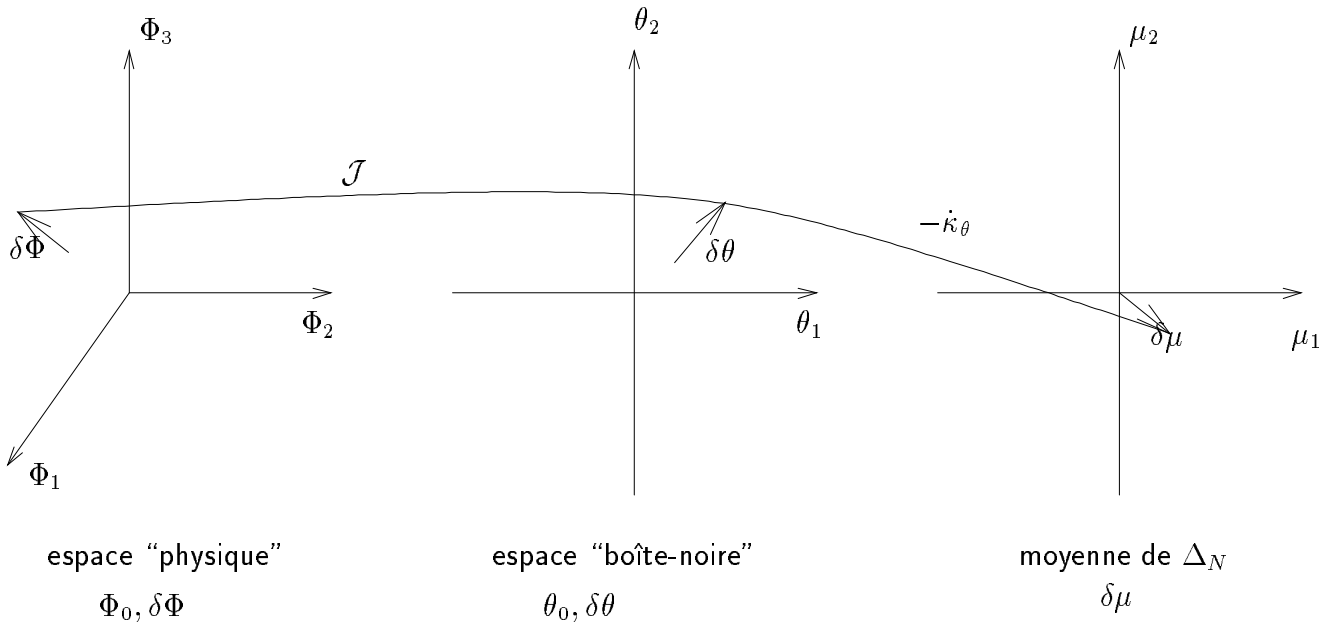


FIG. 2.5 – Diagnostic en termes de la signature boîte-noire ou du modèle physique avec réduction de modèle. Les déviations dans les différents espaces sont notées à l'aide du symbole  $\delta$ . Le vecteur  $\Delta_N$  est le vecteur Gaussien, indicateur de panne, résultant de la transformation des données initiales et de moyenne  $\mu$ .

Or, il n'est pas nécessaire de suivre la démarche des figures (2.1) à (2.4) pour construire l'instrument de surveillance  $H(\theta, Y_k)$  : de même que les méthodes d'identification reposant sur l'erreur de prédiction  $\epsilon_k$  introduite en (2.2) ne sont pas les seules méthodes d'identification existantes, de même l'instrument de surveillance  $H(\theta, Y_k)$  peut être construit sans avoir recours à  $\epsilon_k$ . C'est d'ailleurs le cas pour l'algorithmique que nous avons développée en surveillance des vibrations.

## Chapitre 3

# Conception de l'algorithmique - Fondements théoriques

Dans ce chapitre, on présente les fondements théoriques de la conception des méthodes proposées. On indique les éléments sur lesquels cette conception repose, puis on décrit les méthodes correspondantes.

### 3.1 Les ingrédients

L'algorithmique proposée repose sur les ingrédients suivants :

1. *Modélisation* en termes “physique” et/ou “boîte-noire”. La modélisation est un moyen essentiel de collecter l'expertise sur l'installation. Mais il est clair qu'un bon modèle est avant tout un modèle qui permet d'atteindre l'objectif que l'on s'est fixé, et qu'un objectif de surveillance fine peut être atteint avec un modèle biaisé voire grossier, pourvu que l'algorithmique de surveillance soit “robuste” par rapport aux erreurs de modélisation qui en résulteraient. Il est en particulier important que les pannes ou dégradations que l'on souhaite détecter soient *déTECTABLES* (c'est-à-dire reconnues comme anormales) par le modèle utilisé, tandis qu'un changement de point de fonctionnement ne doit pas être considéré comme une anomalie. Toutefois le modèle doit être suffisamment bon pour permettre de distinguer les dégradations (qui sont à détecter) des changements de conditions de fonctionnement. De plus il est évident qu'un diagnostic physique précis ne peut être obtenu qu'à l'aide d'un modèle physique détaillé. Le modèle se présente sous la forme d'une boîte entrée-sortie dans laquelle certains paramètres ne sont pas déterminés. Ces paramètres non déterminés sont ajustés en se servant de mesures prises sur le procédé particulier considéré: c'est l'identification ou acquisition de signature, que nous détaillons ci-après. Ces paramètres servent à caractériser le comportement de référence d'un procédé.
2. *Indicateur signature/mesures*: collectons dans un vecteur  $\theta$  l'ensemble des paramètres qui constituent la signature. Il s'agit de définir la bonne fonction de la signature  $\theta$  et des mesures  $\mathcal{Y}_N = (Y_k)_{1 \leq k \leq N}$  qui :
  - permette de caractériser en quoi un  $\theta$  représente au mieux un procédé considéré,
  - soit l'outil de base sur lequel repose la surveillance.

Cet indicateur signature/mesures sera noté :

$$\text{fonction } \mathcal{H} \left( \begin{array}{l} \text{signature} \\ \theta \end{array}, \begin{array}{l} \text{mesures} \\ \mathcal{Y}_N \end{array} \right) \quad (3.1)$$

Son choix est crucial. On en a vu un exemple au chapitre 2 montrant qu'il est intimement lié à la possibilité d'identifier le modèle simplifié du procédé.

3. *Identification ou acquisition de signature*: Etant données des mesures  $\mathcal{Y}_N^0 = (Y_k^0)_{1 \leq k \leq N}$  prises sur l'installation saine, la bonne valeur  $\theta_0$  du paramètre  $\theta$  qui représente au mieux le procédé considéré peut être caractérisée de la manière suivante. On choisit d'abord une fonction :

$$j(\theta, Y)$$

où  $\theta$  est le paramètre ajustable et  $Y$  est une mesure. Typiquement,  $j(\theta, Y_k)$  pourra être le carré de l'écart entre la sortie mesurée à l'instant  $k$  et la sortie produite par le modèle avec la valeur  $\theta$  du paramètre, mais d'autres choix sont possibles. Puis,  $\theta_0$  sera obtenue par minimisation :

$$\theta_0 = \arg \min_{\theta} \mathcal{J}(\theta, \mathcal{Y}_N^0) \quad (3.2)$$

où  $\mathcal{J}$  est telle que :

$$\mathcal{J}(\theta, \mathcal{Y}_N^0) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N j(\theta, Y_k^0) \quad (3.3)$$

De sorte que, si l'on pose :

$$H(\theta, Y_k^0) = -\frac{\partial}{\partial \theta} j(\theta, Y_k^0) \quad (3.4)$$

et :

$$h(\theta, \mathcal{Y}_N^0) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H(\theta, Y_k^0) \quad (3.5)$$

la valeur  $\theta_0$  est aussi caractérisée par :

$$h(\theta_0, \mathcal{Y}_N^0) = 0 \quad (3.6)$$

soit encore :

$$H(\theta_0, Y_k^0) = 0 \quad \text{en moyenne.} \quad (3.7)$$

En fait, la propriété (3.6) ou (3.7) peut être directement utilisée pour caractériser  $\theta_0$ . Cette valeur  $\theta_0$  sera appelée *signature*.

4. *Surveillance* : Nous proposons de baser la surveillance sur la même fonction de la signature et des mesures que celle qui est utilisée pour l'identification; étant données des mesures  $\mathcal{Y}_N$  prises ultérieurement sur l'installation en fonctionnement usuel, on appelle *instrument de la surveillance* :

$$Z_k = H(\theta_0, Y_k) \quad (3.8)$$

où  $\theta_0$  est la signature préalablement acquise sur données saines, et  $(Y_k)$  est un enregistrement pris ultérieurement dans un but de surveillance. On décide de la présence, dans les nouvelles mesures, d'une déviation par rapport à la signature, lorsque  $Z_k$  est significativement différent de zéro en moyenne :

$$Z_k \neq 0 \quad ? \quad (3.9)$$

“Significativement” veut-dire que, dans la comparaison à zéro, on tient compte des incertitudes sur les mesures et sur le modèle lui-même.

5. *Diagnostic* : Il s'agit de déterminer dans quelle direction le vecteur  $Z_k$  s'est significativement éloigné de zéro. La reconnaissance de cette direction privilégiée de changement permet d'effectuer le diagnostic, grâce à une classification préalable des pannes recherchées en termes de ces directions de changement. Pour le diagnostic en termes du modèle boîte-noire, on utilise pour cela soit une méthode de sensibilité ou projection sur la direction intéressante, soit une méthode de réjection des autres directions. Pour le diagnostic physique, on est de plus confronté à la forte réduction de modèle.
6. *Positionnement des capteurs* : Il est étudié à l'aide de la puissance – c'est-à-dire de l'efficacité au sens statistique du terme – des tests de surveillance.

## 3.2 Identification

L'identification a pour objet de caractériser le comportement à un moment donné d'un signal mesuré, d'une relation entre grandeurs mesurées, d'un sous-système particulier, ou de l'ensemble du système lorsque c'est possible. Ce comportement est caractérisé par une paire constituée de :

- Une *structure de modèle*, terme général désignant une forme ( une pente constante par exemple, ou un comportement oscillatoire), un type de relations entre grandeurs (régression linéaire, relation linéaire dynamique – c'est-à-dire faisant intervenir les signaux à plusieurs instants successifs), un type de comportement global d'un système;

- Des *paramètres* qui caractérisent l’individu considéré au sein des modèles choisis pour le représenter (pente de la droite, pente de la régression, coefficients de la dynamique linéaire, temps de retards et de réponse, etc.)

Nous distinguons deux phases :

1. Le choix de la “structure de modèle”; c’est la phase de *modélisation*. Elle s’appuie sur *l’expertise* concernant les mesures (pour la modélisation des courbes) ou l’installation (pour les modélisations partielles ou globales faisant intervenir plusieurs mesures); nous ne développons pas ce point, qui est spécifique au domaine d’application;
2. *L’apprentissage ou identification du (ou des) paramètre  $\theta$*  caractérisant l’individu à l’intérieur de la classe de modèles qui lui a été associée. Cet apprentissage se fait en utilisant les signaux ou mesures effectuées sur l’installation.

Pour le point 1, l’expertise de l’installation, jointe à un savoir-faire général pour la modélisation, joue un rôle essentiel. Pour le point 2, par contre, il existe une méthodologie de portée très générale, que nous allons maintenant résumer. La référence de base est ici [13].

L’approche générale est résumée comme suit. On dispose :

- d’une famille de modèles ( $\mathcal{M}_\theta$ ) paramétrée par un vecteur inconnu  $\theta$ ,
- de mesures  $\mathcal{Y}_N$ , un ou plusieurs capteurs, ou même actionneurs, fournissant des données, soit sur une certaine période pour les traitements hors-ligne, soit en continu pour les traitements en-ligne.

On construit alors un critère :

$$J(\theta, \mathcal{Y})$$

qui est une sorte de “distance” entre les mesures  $\mathcal{Y}$  et le modèle  $\mathcal{M}_\theta$  : c’est donc une fonction de  $\theta$  que l’on doit *minimiser*. Il existe un grand savoir-faire pour concevoir  $J$  : méthodes de vraisemblance d’obédience statistique, méthodes d’erreur de prédiction des automaticiens en sont deux exemples typiques. La minimisation de  $J$  peut alors se faire :

- hors-ligne :

$$\min_{\theta} J(\theta, \mathcal{Y}) \longrightarrow \theta_0$$

- en-ligne : si  $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_n = (Y_1, \dots, Y_n)$  est le flot de mesures, on réajuste  $\theta$  selon une loi de la forme :

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \gamma H(\theta_n, Y_{n+1}) \quad (3.10)$$

où  $\gamma$  est un petit gain, et où

$$H(\theta, Y_n) = -\frac{\partial}{\partial \theta} j(\theta, Y_n)$$

dans le cas typique où

$$J(\theta, \mathcal{Y}_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n j(\theta, Y_k)$$

Cette approche est de portée très générale, et recouvre comme cas particuliers les algorithmes ou familles d’algorithmes suivantes :

- méthodes d’identification des automaticiens,
- filtres adaptatifs en traitement du signal,
- classifieurs adaptatifs en reconnaissance des formes,
- certains algorithmes de type réseaux de neurones comme les méthodes de rétro-propagation.

Plus généralement, la recherche de  $\theta_0$  peut se faire par satisfaction d’une contrainte :

$$\mathcal{C}(\theta, \mathcal{Y}) = 0$$

On le fait toujours via (3.10), par exemple dans le cas où :

$$\mathcal{C}(\theta, \mathcal{Y}_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n H(\theta, Y_k)$$

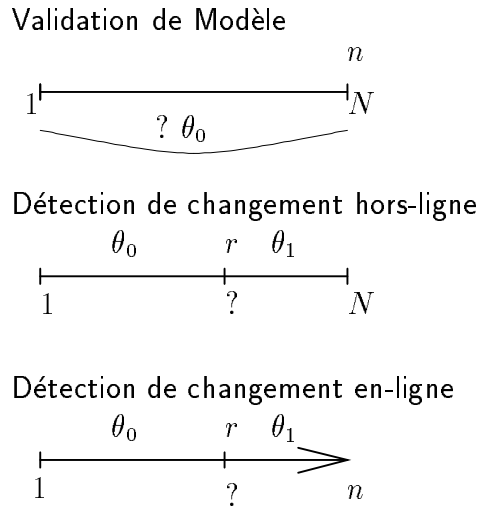


FIG. 3.1 – Trois problèmes de surveillance.

### 3.3 Surveillance/détection : problèmes et outils

Nous considérons maintenant le problème de la détection de changement du paramètre  $\theta$ . Nous commençons par préciser plusieurs types de problèmes de détection qui peuvent se poser en matière de surveillance. Puis nous rappelons un outil général pour la détection, à savoir le rapport de vraisemblance, dans sa version brute et dans sa version locale. Ensuite nous expliquons pourquoi nous introduisons une nouvelle méthode, et nous situons dans ce contexte la méthode locale de détection que nous proposons. Enfin nous présentons quelques remarques qualitatives – et pas forcément conformes à l’intuition – concernant le réglage des paramètres d’un détecteur.

#### 3.3.1 Les différents problèmes de surveillance : validation de modèle et détection de changement

On distingue classiquement trois types de problèmes de surveillance illustrés par la figure 3.1 :

- *Validation de modèle* : On dispose d’une part d’une signature  $\theta_0$  et d’autre part d’un enregistrement de taille  $N$  de nouvelles mesures. On cherche à décider si les nouvelles mesures sont bien décrites par la signature. Ce problème peut être posé hors-ligne ( $N$  fixé) ou bien en-ligne (échantillon de taille  $n$  variable);
- *Détection de changement hors-ligne* : On dispose d’un enregistrement de taille  $N$  de nouvelles mesures. On cherche à décider si, à l’intérieur de cet enregistrement, il y a un changement de paramètre, de la valeur  $\theta_0$  à la valeur  $\theta_1$ , se produisant à l’instant inconnu  $r$ ;
- *Détection de changement en-ligne* : A chaque instant  $n$ , on cherche à décider si, à l’intérieur de l’enregistrement, il y a un changement de paramètre, de la valeur  $\theta_0$  à la valeur  $\theta_1$ , se produisant à l’instant inconnu  $r$ .

Il est clair que le plus difficile des trois problèmes est le troisième – c’est là que l’on a le moins d’informations sur le modèle  $\theta_1$  après changement – et naturellement c’est celui pour lequel la quantité de résultats théoriques disponibles est moindre (mais pas nulle).

Les critères qui sont utilisés pour la conception et l’analyse des performances des algorithmes de détection correspondants sont en général pris parmi les cinq critères intuitifs suivants :

- temps moyen entre fausses alarmes,
- probabilité de fausse détection,
- retard moyen à la détection,

- probabilité de non détection,
- précision des estimateurs de l’instant d’occurrence et de l’amplitude du changement.

Il est à noter que toutes ces quantités sont très fortement influencées par la distance de Kullback (encore appelée information) entre les distributions avant et après changement. Cette distance peut être utilisée comme indice de performance et pour définir la détectabilité d’un changement [6].

En pratique, pour une installation donnée, on peut utiliser l’un ou plusieurs de ces points de vue, selon les ordres de grandeur relatifs des constantes de temps du système, des différents types d’événements à surveiller et de l’échantillonnage des mesures disponibles. Par exemple, pour la surveillance du système de combustion d’une turbine à gaz, nous utilisons essentiellement les premier et troisième points de vue, pour la surveillance de dégradations lentes et la détection de pannes brutales respectivement.

### 3.3.2 Le rapport de vraisemblance et sa version locale

Nous considérons maintenant le problème de détecter un changement, de la valeur connue  $\theta_0$  à la valeur connue  $\theta_1$ , dans le paramètre  $\theta$  de la distribution  $p_\theta$  des mesures  $Y$ . L’outil privilégié et complètement général pour ce faire est le *rapport de vraisemblance* ou, de manière équivalente, son logarithme :

$$s(Y) = \ln \frac{p_{\theta_1}(Y)}{p_{\theta_0}(Y)} \quad (3.11)$$

S’il dépasse un seuil donné, on décide qu’il y a effectivement eu un changement de paramètre. Intuitivement, cela se comprend bien : la quantité  $p_\theta(Y)$  mesure, à partir des observations  $Y$ , la probabilité que le vrai paramètre soit  $\theta$ , et le test  $s(Y) \geq \lambda$  ne fait rien d’autre que de décider que le paramètre  $\theta_1$  est effectivement plus probable, toujours au vu des observations, que le paramètre  $\theta_0$ .

Le point-clé est en fait de remarquer que la quantité  $s$  change de signe (en moyenne) lorsque  $\theta$  change. Plus précisément, en utilisant pour l’espérance la notation :

$$\mathbf{E}_\theta(s(Y)) = \int s(y)p_\theta(y)dy$$

nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\theta_0}(s(Y)) &< 0 \\ \mathbf{E}_{\theta_1}(s(Y)) &> 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Notons au passage que la quantité :

$$\mathbf{K}(\theta_1, \theta_0) = \mathbf{E}_{\theta_1}(s(Y)) \quad (3.13)$$

est appelée *information de Kullback* et peut servir à mesurer la détectabilité d’un changement [6].

Il est de plus important de retenir que la quantité  $s(Y)$  résume, *sans en perdre*, toute l’information relative au paramètre  $\theta$  contenue dans les mesures  $Y$ , sous l’hypothèse que  $\theta = \theta_0$  ou  $\theta = \theta_1$ . On dit que cette fonction des observations est une *statistique exhaustive* (“sufficient statistics” pour les anglo-saxons). La distribution asymptotique de  $s$  est connue (la variable  $-2s$  suit une loi du  $\chi^2$ ), ce qui permet de régler le seuil  $\lambda$  pour une probabilité de fausses alarmes fixée. Enfin, lorsque les valeurs  $\theta_0$  et  $\theta_1$  sont inconnues, on les remplace classiquement par leurs estimateurs du maximum de vraisemblance, et le test résultant est appelé *rapport de vraisemblance généralisé* (ou GLR, pour “generalized likelihood ratio”).

Il peut arriver, en particulier lorsque la distribution  $p_\theta(Y)$  a une forme très complexe, que la statistique  $s(Y)$  soit trop coûteuse à mettre en oeuvre.

Une solution alternative consiste alors à utiliser une *version locale* du logarithme du rapport de vraisemblance, c’est-à-dire à considérer le *score efficace* (“efficient score”) :

$$z^* = \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \ln p_\theta(Y) \right|_{\theta=\theta^*} \quad (3.14)$$

Supposons un instant que  $\theta$  soit un paramètre scalaire (de sorte que  $z^*$  l’est aussi). Pour  $\theta_0 = \theta^* - \frac{\delta\theta}{2}$  et  $\theta_1 = \theta^* + \frac{\delta\theta}{2}$ , où  $\delta\theta$  est positif, on a alors, au premier ordre pour  $\delta\theta$  petit, l’approximation :

$$s(Y) \approx \delta\theta z^* \quad (3.15)$$



De cette relation et des inégalités (3.12), on déduit que l'effet du changement du paramètre  $\theta$  sur  $z^*$  est qualitativement le même que sur  $s$ , à savoir un changement de signe de sa moyenne :

$$\mathbf{E}_{\theta_0}(z^*) < 0 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{E}_{\theta_1}(z^*) > 0 \quad (3.17)$$

Ce raisonnement s'étend aisément au cas d'un paramètre vectoriel, en considérant cette fois le produit scalaire  $\delta\theta^T z^*$ .

De plus, il est utile de noter que :

$$\text{var}(z^*) = \mathbf{I}(\theta^*) \quad (3.18)$$

c'est-à-dire que le score efficace  $z^*$ , par définition, n'est rien d'autre que le vecteur dont la matrice de covariance est la matrice d'information de Fisher [6]. Enfin, on sait que  $z^*$  est asymptotiquement une statistique exhaustive et que sa distribution asymptotique est Gaussienne, ce qui justifie et quantifie son utilisation pour la détection. De manière plus précise, la somme cumulée :

$$S_N^* = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N z_i^*, \quad (3.19)$$

$$z_i^* = \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \ln p_\theta(Y_i) \right|_{\theta=\theta^*} \quad (3.20)$$

admet, en l'absence de changement et sous l'hypothèse d'un changement petit, les distributions :

$$\begin{aligned} \text{sous } p_{\theta^*} : \quad S_N^* &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}(\theta^*)) \\ \text{sous } p_{\theta^* + \frac{\delta\theta}{\sqrt{N}}} : \quad S_N^* &\sim \mathcal{N}(\mathbf{I}(\theta^*) \delta\theta, \mathbf{I}(\theta^*)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

L'expression de la valeur moyenne de  $S_N^*$  en cas de changement peut être devinée grossièrement à l'aide d'un développement de Taylor du rapport de vraisemblance. Pour davantage de détails, on renvoie à [6].

Le point-clé est ici que l'hypothèse de changement petit – par rapport à la taille de l'enregistrement  $N$  – permet d'avoir la même matrice de covariance de  $S$  sous les deux hypothèses, et donc *le problème de changement du paramètre  $\theta$  est ramené à celui du changement dans la moyenne d'un processus Gaussien dont on connaît la matrice de covariance et dont on peut faire comme s'il était une suite de variables indépendantes.*

### 3.3.3 La méthode locale proposée

Il se trouve que dans certains cas, même ce score efficace  $z^*$  est trop complexe. Pire : il peut aussi arriver que ni  $s(Y)$  ni  $z^*$  ne soient une statistique adéquate, soit à cause de problèmes d'identifiabilité (c'est le cas pour le système de combustion des turbines à gaz), soit à cause de la présence de paramètres – dits de nuisance – qui gênent la prise de décision sur les paramètres intéressants (c'est le cas en surveillance des vibrations). D'où l'intérêt de la méthode locale que nous proposons, qui permet de construire une statistique de test alternative basée sur une autre fonction des mesures que le rapport de vraisemblance (dans sa version brute ou locale).

#### Alternative à la fonction de vraisemblance

Cette méthode s'applique pour une large classe de modèles, celle des modèles non linéaires à état partiellement observé, de la forme :

$$\begin{cases} \mathbf{P}(X_k \in B | X_{k-1}, X_{k-2}, \dots) = \int_B \pi_{\theta^*}(X_{k-1}, dx) \\ Y_k = f(X_k) \end{cases} \quad (3.22)$$

où  $\pi_\theta(X, dx)$  est la probabilité de transition de la chaîne de Markov  $(X_k)_k$  où  $X_k$  est l'état,  $f$  est une fonction (éventuellement non linéaire) et  $\theta^*$  est la vraie valeur du paramètre. On note  $p_\theta$  la loi pour laquelle  $(X_k)_k$  est une chaîne de Markov stationnaire de probabilité de transition  $\pi_\theta$ .

Supposons que l'on sache identifier le paramètre  $\theta$  à l'aide d'un algorithme de la forme (3.10) :

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \gamma H(\theta_{k-1}, Y_k) \quad (3.23)$$

Nous proposons alors de baser la détection sur la fonction :

$$Z_k^* = H(\theta^*, Y_k) \quad (3.24)$$

pour laquelle nous avons montré un résultat de normalité asymptotique analogue à celui (3.21) pour le score efficace. Soit en effet :

$$\Delta_N^* = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N Z_i^* \quad (3.25)$$

Alors :

$$\begin{aligned} \text{sous } p_{\theta^*} : \quad \Delta_N^* &\sim \mathcal{N}(0, R_N(\theta^*)) \\ \text{sous } p_{\theta^* + \frac{\delta\theta}{\sqrt{N}}} : \quad \Delta_N^* &\sim \mathcal{N}(-h'_{\theta^*} \delta\theta, R_N(\theta^*)) \end{aligned} \quad (3.26)$$

où :

$$R_N(\theta^*) = \sum_{i=1}^N \text{cov}_{\theta^*}(Z_i^*, Z_1^*) \quad (3.27)$$

$$h'_{\theta^*} = \left. \frac{\partial}{\partial \theta} h(\theta) \right|_{\theta=\theta^*} \quad (3.28)$$

$$h(\theta^*) = \mathbf{E}(Z_k^*) \quad (3.29)$$

Le point-clé est que, ici encore, *le problème de changement du paramètre  $\theta$  est ramené à celui du changement dans la moyenne d'un processus Gaussien dont on connaît la matrice de covariance et dont on peut faire comme s'il était indépendant.*

### Extension au cas d'une signature biaisée

Il est des situations – c'est le cas pour le système de combustion des turbines à gaz – où il est impossible d'obtenir une signature non biaisée ; ce phénomène est connu pour les modèles, même linéaires, à entrées et sorties bruitées. Dans ce cas, la démarche indiquée ci-dessus ne peut s'appliquer directement. En particulier, à cause du biais sur la signature  $\theta_0$ , la propriété n'est plus vérifiée, et la moyenne de l'instrument de surveillance n'est *pas* nulle en l'absence de changement. Nous avons donc mis au point une modification de cette méthode de surveillance, qui est exposée en détail dans [25], et qui résout les problèmes posés non seulement par une signature biaisée, mais aussi par un modèle approché. Nous nous contentons ici d'indiquer qu'en fait, en cas de signature biaisée, il suffit de retrancher de l'instrument de surveillance sa moyenne empirique en l'absence de changement, calculée sur les données de l'installation en état (sain) de référence à l'aide de la formule :

$$\hat{h}_o \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n H(\theta_0, Y_k^0) \quad (3.30)$$

Alors, l'instrument compensé :

$$H(\theta_0, Y_k) - \hat{h}_o$$

satisfait la condition (2.7), et peut donc être utilisé, par surveillance de sa moyenne, pour la détection de changement. Ceci est précisément la fonction des mesures qui permet de répondre à la question (2.11). La dérive et la covariance (3.27) intervenant dans la normalité asymptotique (3.26) sont calculées à l'aide des formules :

$$\begin{aligned} R(\theta_0) &\approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( H(\theta_0, Y_k^0) - \hat{h}_o \right) \left( H(\theta_0, Y_k^0) - \hat{h}_o \right)^T \\ &+ \sum_{i=1}^I \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \left[ \left( H(\theta_0, Y_k^0) - \hat{h}_o \right) \left( H(\theta_0, Y_{k+i}^0) - \hat{h}_o \right)^T \right. \\ &\quad \left. + \left( H(\theta_0, Y_{k+i}^0) - \hat{h}_o \right) \left( H(\theta_0, Y_k^0) - \hat{h}_o \right)^T \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$h'_{\theta_0} \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left. \frac{\partial H(\theta, Y_k^0)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} \quad (3.32)$$



FIG. 3.2 – Différentes informations a priori pour un paramètre scalaire.

Dans le calcul de  $R(\theta_0)$ ,  $n_i = n - i$ , et le choix de  $I$  est discuté en [16]: l'objectif en est l'obtention d'un comportement stable du test global, indépendamment du conditionnement de  $R(\theta_0)$ .

Le point crucial à retenir est que l'on peut procéder comme si les variables  $(H(\theta_0, Y_k) - \hat{h}_o)_k$  constituaient une suite de variables aléatoires *indépendantes*, centrées, Gaussiennes et de matrice de covariance  $R(\theta_0)$  (3.31). Cette méthode permet donc de ramener un problème de détection de changement très général à un problème de détection de changement de moyenne dans une *suite de variables Gaussiennes indépendantes, de covariance connue*, ce qui est un problème relativement classique et simple.

### 3.3.4 Réglage des paramètres d'un détecteur et informations a priori

On discute maintenant une notion empirique de la robustesse d'un algorithme de détection, que l'on définit comme la relative insensibilité de la sortie du détecteur vis-à-vis du réglage de ses paramètres.

Contrairement à ce que l'intuition pourrait conduire à penser, il peut être plus facile en pratique de régler, dans un détecteur, plusieurs paramètres qu'un seul. Cependant il faut bien prendre garde au fait qu'une telle "robustesse" peut être obtenue, non pas en remplaçant un seuil par plusieurs seuils consécutifs qui permettraient de détecter des événements d'amplitude croissante, mais en remplaçant un seuil par une paire – ou un triplet – (amplitude(s) minimum de changement, seuil). De plus, il est important de retenir que la façon rationnelle d'introduire ces paramètres de réglage est dans la définition des hypothèses entre lesquelles on veut tester, et qui concernent, ainsi qu'on vient de l'expliquer, la moyenne d'une variable Gaussienne. La définition de ces hypothèses dépend en fait de la quantité d'informations a priori dont on dispose.

Considérons maintenant le cas du changement de moyenne  $\theta$  d'une variable Gaussienne :

$$X \sim \mathcal{N}(\theta, \Sigma)$$

Supposons d'abord que  $\theta$  est scalaire. On peut alors supposer connaître (voir la figure 3.2) :

- les valeurs  $\theta_0$  et  $\theta_1$ , situation idéale mais peu réaliste;
- le point milieu  $\theta^*$ , hypothèse classique en contrôle de qualité;
- la valeur de  $\theta_0$  et un intervalle  $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  pour  $\theta_1$ .

Plus généralement, et par extension de ce cas simple, lorsque  $\theta$  est vectoriel, on peut être amené à distinguer différents types d'hypothèses a priori, dans lesquelles l'amplitude et la direction du vecteur de changement jouent des rôles différents, ceci ayant une incidence non négligeable sur la conception des détecteurs (linéaires, quadratiques, ...) et sur leurs propriétés [6].

1.  $\theta_0$  et  $\theta_1$  sont connus; voir la figure 3.3;
2.  $\Theta_0$  et  $\Theta_1$  sont séparés par un hyperplan connu, comme montré sur la figure 3.4;
3.  $\theta_0$  est connu et l'amplitude du changement aussi, mais pas sa direction; voir la figure 3.5;
4.  $\theta_0$  est connu, ainsi que la direction du changement, mais pas son amplitude; ce changement est représenté sur la figure 3.6;
5.  $\theta_0$  est connu, ainsi qu'une borne inférieure pour l'amplitude du changement, mais pas la direction; voir figure 3.7;
6.  $\theta_0$  est inconnu, mais on lui connaît un intervalle de confiance; l'amplitude du changement a une borne inférieure connue, mais la direction du changement est inconnue. Voir la figure 3.8;

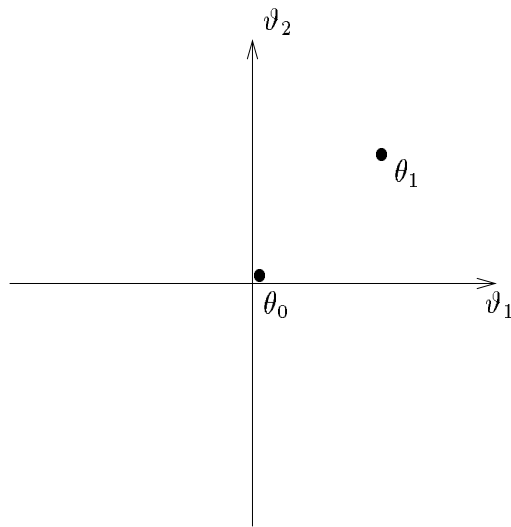


FIG. 3.3 – Paramètres connus avant et après le changement.

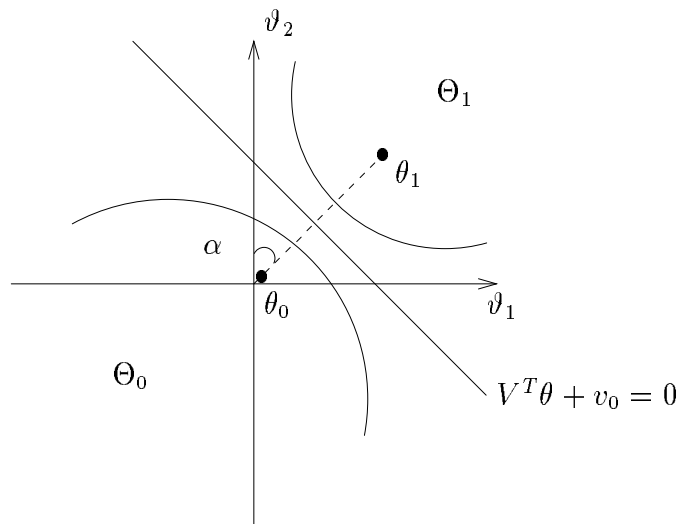


FIG. 3.4 – Hyperplan séparateur.

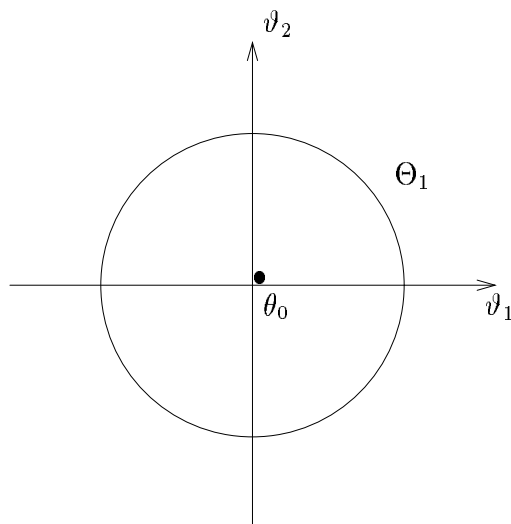


FIG. 3.5 – Changement d'amplitude connue mais de direction inconnue.

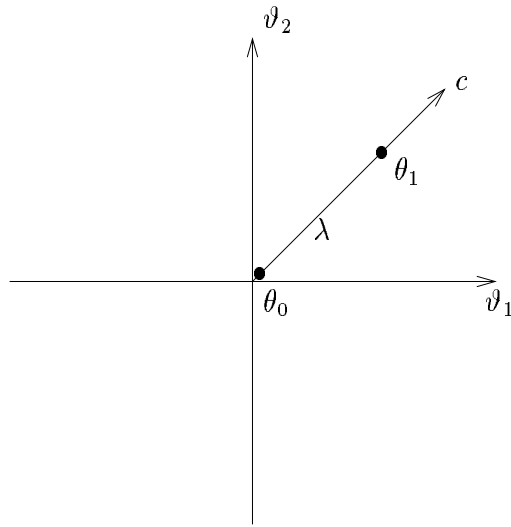


FIG. 3.6 – *Changement de direction connue mais d'amplitude inconnue.*

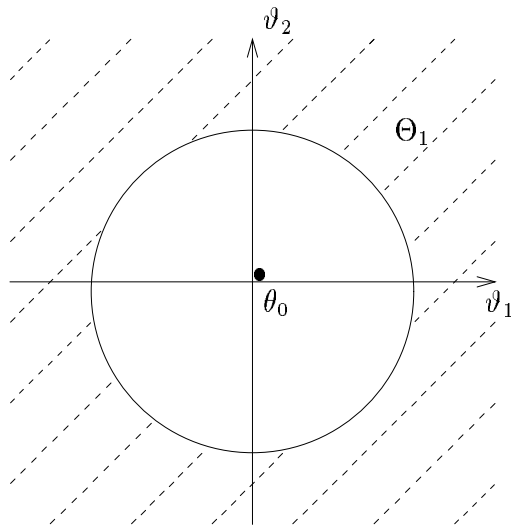


FIG. 3.7 – *Amplitude minimum de changement connue.*

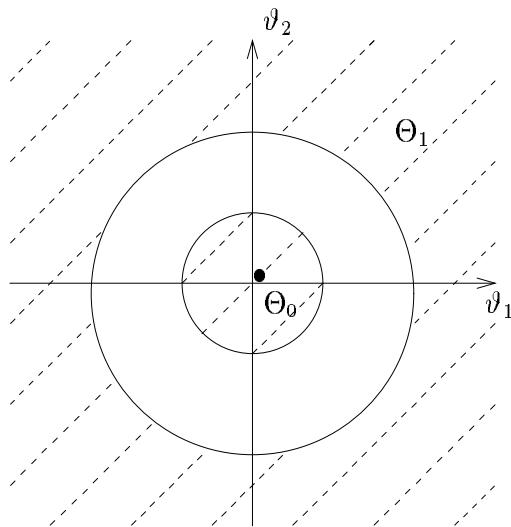


FIG. 3.8 – *Intervalle de confiance connu pour la signature, et amplitude minimum de changement connue.*

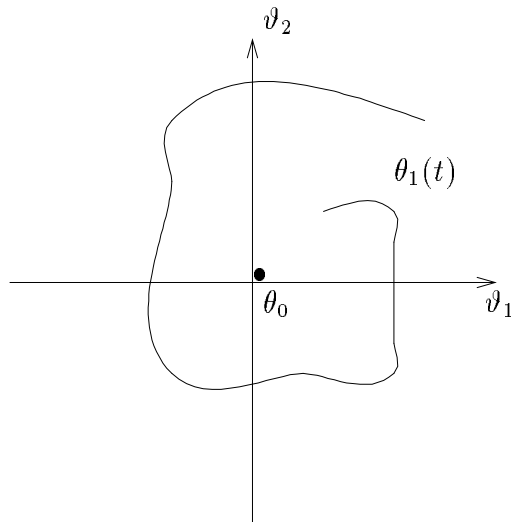


FIG. 3.9 – Profil dynamique du changement connu.

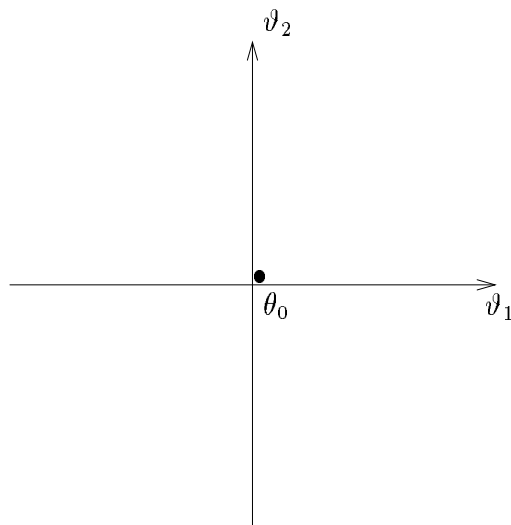


FIG. 3.10 – Rien n'est connu sur le changement.

7.  $\theta_0$  est connu, ainsi qu'un profil dynamique du changement, mais pas l'amplitude du changement, comme sur la figure 3.9.
8.  $\theta_0$  est connu et on ne sait rien sur  $\theta_1$ ; le changement correspondant est montré sur la figure 3.10.

L'introduction de ce genre d'informations *a priori* permet par exemple de concevoir un détecteur qui soit robuste à des changements de mode de fonctionnement de l'installation surveillée (introduction explicite d'un intervalle de confiance sur la signature  $\theta_0$ ). C'est ce que nous avons proposé pour le système de combustion [19].

### 3.4 Détection et diagnostic: interprétation des outils proposés

Nous venons de voir que l'instrument (3.25) sert de base à la détection, via la normalité asymptotique :

$$\Delta_N \sim \mathcal{N}(\delta\mu, \Sigma) \quad (3.33)$$

où  $\delta\mu = 0$  en l'absence de changement,  $\delta\mu = -h'_{\theta_0} \delta\theta$  en présence d'un changement et  $\Sigma = R(\theta_0)$ . A l'aide du test du  $\chi^2$  détaillé plus loin en (3.48), pour chaque déviation supposée  $\delta\theta$  par rapport à la signature de référence  $\theta_0$ , on construit ainsi une *statistique* :

$$\hat{\chi}(\theta_0, \delta\theta, \mathcal{Y}) \quad (3.34)$$

i.e. une quantité mesurant la vraisemblance de l'adéquation entre le nouvel enregistrement  $\mathcal{Y}$  et une signature égale à  $\theta_0 + \delta\theta$ .

Pour une signature donnée  $\theta_0$ , une liste pertinente de modes de pannes ou de dégradations peut être caractérisée par une liste de domaines pour l'écart  $\delta\theta$ . Comme nous nous intéressons essentiellement aux changements *petits* (par exemple, moins de 1% pour les fréquences en vibration), il suffit – ainsi qu'on le montre en [12, 25] – de ne considérer que des *sous-espaces vectoriels* comme domaines de déviation. Notons de manière générique  $\Omega$  ces sous-espaces. Alors la statistique :

$$\chi(\theta_0, \Omega, \mathcal{Y}) = \sup_{\delta\theta \in \Omega} \hat{\chi}(\theta_0, \delta\theta, \mathcal{Y}) \quad (3.35)$$

mesure la vraisemblance de l'adéquation entre le nouvel enregistrement  $\mathcal{Y}$  et le mode de panne ou de dégradation caractérisé par  $\Omega$ .

Cette méthode générale peut être utilisée pour l'alarme globale et le diagnostic de la manière suivante.

#### 3.4.1 Alarme globale

Il suffit de prendre dans la statistique ci-dessus  $\Omega = \text{l'espace entier}$ . Alors la statistique  $\chi$  mesure la vraisemblance du changement le plus probable dans la structure. Une telle alarme peut être calculée en-ligne en permanence. Elle ne délivre aucun diagnostic, mais est cependant une alarme intelligente puisqu'elle tient compte de la combinaison de tous les changements individuels des éléments de la signature, et les compare automatiquement à leur intervalle de confiance, pour évaluer si les changements sont dus à des incertitudes, ou plus vraisemblablement à des changements dans le système surveillé.

Si cet indicateur franchit un seuil (à choisir), c'est-à-dire en cas de détection de changement, il s'agit de localiser le changement détecté et d'identifier son amplitude et sa ou ses causes les plus probables, autrement dit d'effectuer un diagnostic.

#### 3.4.2 Diagnostic

L'algorithme que nous proposons fournit un ou plusieurs indicateurs, qui "surveillent" le procédé dans des "sous-espaces" de l'espace de ses caractéristiques. Ces indicateurs peuvent être relatifs au modèle "boîte-noire" qui constitue la signature, ou au modèle physique du procédé (en général de dimension beaucoup plus grande, voire non identifiable). Par exemple, en surveillance des vibrations, le premier diagnostic est en termes modaux – fréquences et modes de vibration, et le diagnostic physique est en termes mécaniques – masses et raideurs, les amortissements n'étant pas surveillés. Des tests focalisant la surveillance dans des "sous-espaces" sont construits par le biais de Jacobiens convenables (technique

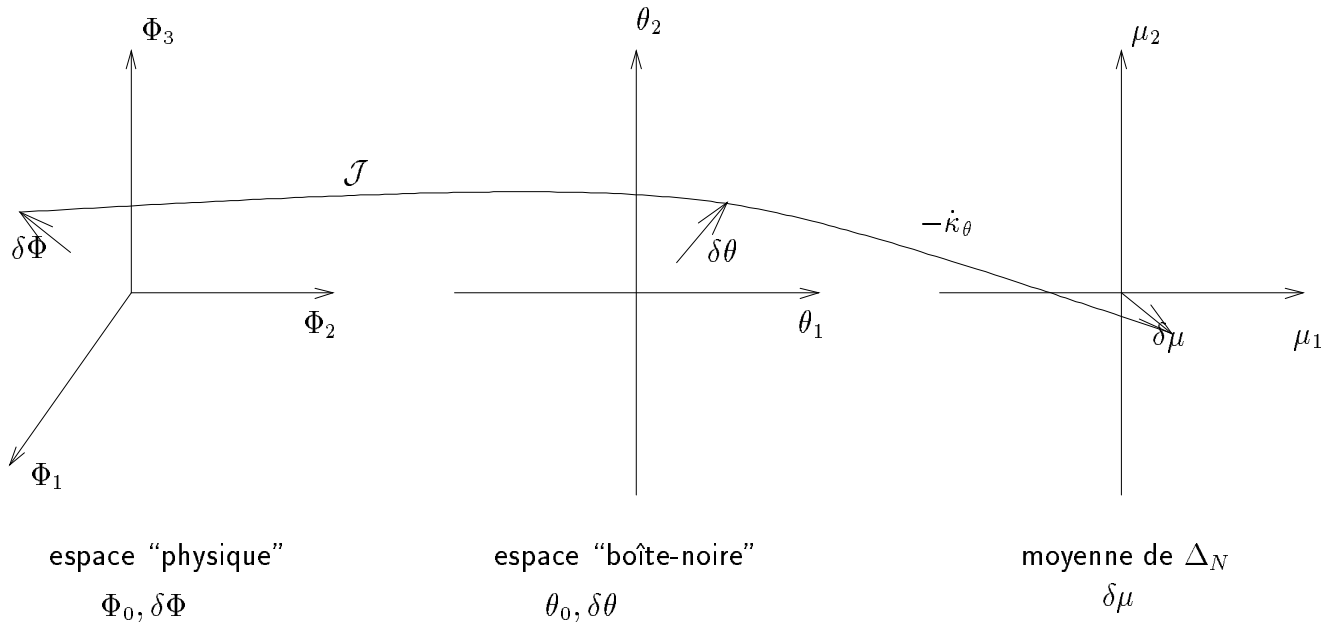


FIG. 3.11 – Diagnostic en termes de la signature boîte-noire ou du modèle physique avec réduction de modèle. Les déviations dans les différents espaces sont notées à l'aide du symbole  $\delta$ . Le vecteur  $\Delta_N$  est le vecteur Gaussien, indicateur de panne, résultant de la transformation des données initiales et de moyenne  $\mu$ .

dite de sensibilité). Pour le diagnostic physique, la procédure consiste en une partie "design" – réalisée en même temps que l'acquisition de signature – qui fabrique des "Jacobiens" synthétiques, et une partie test en-ligne qui confronte les mesures à ces directions synthétiques. Ces tests focalisateurs peuvent être utilisés dans le même cadre général que le test de détection.

Précisons maintenant les deux types de diagnostic. La discussion qui suit s'appuie sur la figure 3.11 qui résume les relations entre les différents espaces paramétriques en jeu. L'instrument :

$$\Delta_N \sim \mathcal{N}(\delta\mu, \Sigma) \tag{3.36}$$

sert encore de base au diagnostic, via la statistique  $\chi$  de (3.35) et la relation :

$$\delta\mu = -h'_{\theta_0} \delta\theta \tag{3.37}$$

$$\delta\theta = \mathcal{J} \delta\Phi \tag{3.38}$$

qui est valide pour des changements petits.

Par exemple, en surveillance des vibrations, le paramètre du modèle boîte-noire est la collection des coefficients autorégressifs matriciels :

$$\theta = ( A_1 \quad \dots \quad A_p ) \tag{3.39}$$

tandis que la paramétrisation  $\phi$  désigne la paramétrisation modale (fréquences de vibration et partie observée des vecteurs propres correspondants), et  $\Phi$  représente une paramétrisation mécanique (masses et raideurs, ou masses volumiques et modules d'Young).

Pour la surveillance des chambres de combustion, les trois paramétrisations sont confondues, et correspondent à une modélisation physique simplifiée des phénomènes de combustion.

Donc, en cas d'alarme globale, une des deux procédures suivantes peut être activée.

**Diagnostic en termes du modèle boîte-noire** Discutons le cas de deux pannes. Le diagnostic boîte-noire peut être fait :

- Soit par une méthode de sensibilité, ce qui consiste à construire le  $\Omega$  de (3.35) en remplaçant  $\mathcal{J}$  par  $\mathcal{J} \cdot \text{proj}_{\delta\phi_1}$ . (Ici  $\phi$  est une paramétrisation de même dimension que  $\theta$ ). Ceci permet de surveiller la panne  $\delta\phi_1$ , mais malheureusement ceci ne permet pas de découpler complètement les pannes, de sorte que cet indicateur peut ne pas être insensible à une panne  $\delta\phi_2$ ;



- Soit par une méthode dite min-max qui procède par réjection, et consiste à construire le  $\Omega$  de (3.35) en remplaçant  $\mathcal{J}$  par  $\mathcal{J} \cdot \text{proj}_{\delta\phi_2}^\perp$  (projection sur l’orthogonal de  $\delta\phi_2$ ). Ceci a l’avantage de garantir le découplage (on “tue” complètement la panne  $\delta\phi_2$ ), mais peut présenter l’inconvénient de diminuer la détectabilité de  $\delta\phi_1$ .

Ces deux méthodes se généralisent évidemment au cas de plusieurs pannes.

Continuons la discussion de l’exemple de la surveillance des vibrations. Supposons que l’on souhaite focaliser la surveillance sur un élément particulier de la signature, par exemple un mode de vibration. Alors les changements dans la paire correspondante (fréquence, déformée modale) permettent par cette méthode d’engendrer un espace  $\Omega$  que l’on incorpore dans la statistique  $\chi$ . La statistique  $\chi$  qui en résulte mesure la vraisemblance d’un changement dans ce mode particulier. Des sous-ensembles de plusieurs modes peuvent être surveillés de la même manière.

Cette technique permet en particulier sur des signaux scalaires de détecter et diagnostiquer correctement des changements de fréquence de 1% – sur des pôles peu amortis, et en multi-capteur de détecter des changements se traduisant par uniquement un changement de géométrie des vecteurs propres et pas de changement de fréquence, information que l’on ne peut en aucun cas atteindre par les techniques mono-capteur usuelles du type analyse de Fourier.

**Diagnostic physique** Dans ce cas, la technique dite min-max précédente ne peut pas s’appliquer lorsque le nombre de mono-pannes (ou pannes élémentaires) est supérieur à la dimension de l’instrument de surveillance, ce qui est très largement le cas en surveillance des vibrations. Alors, le diagnostic physique est opéré par une méthode de sensibilité, mais cette fois avec réduction de modèle (effective dans le calcul du Jacobien  $\mathcal{J}$ ), car la dimension du paramètre physique  $\Phi$  est très supérieure à celle de la signature  $\theta$ . Les sous-espaces  $\Omega$  sont construits de telle sorte qu’ils correspondent à des *changements physiques* non pas supposés connus à l’avance, mais appris une fois pour toutes au vu de la signature et de l’outil de surveillance que l’on s’est donné avec la statistique  $\chi$ . Le “design” de ces sous-espaces est une procédure relativement complexe [12, 16, 10], qui procède par agrégation de tous les changements possibles, pour ne conserver que ceux que l’on sera capable de discriminer. Cette procédure requiert la connaissance d’un modèle physique (mécanique, chimique, électrique, thermodynamique, ...) du système surveillé, modèle éventuellement approché.

Un des avantages de cette méthode est qu’elle permet de ne prendre en compte que les changements effectivement discriminables par les capteurs utilisés. Ceci est possible parce que l’on tient compte de l’incertitude sur toutes les quantités calculées pendant toute la procédure.

### 3.5 Surveillance/détection : l’alarme globale

Disposant d’une “signature” ou “carte d’identité” du procédé – acquise par des techniques de la section 2 – et de nouvelles mesures faites sur le procédé, il s’agit de décider si les nouvelles mesures correspondent toujours bien à la signature ou s’il y a eu changement de caractéristiques du procédé; le test répond en tout-ou-rien. La procédure générale que nous proposons est valable pour une grande variété de modèles paramétriques [10, 12, 25]. Comme on l’a déjà indiqué, il s’agit de tester que l’instrument de la surveillance  $Z_N$  (3.24) est significativement différent de zéro. Le résultat de type théorème central limite (i.e.  $\Delta_N$  (3.25) est asymptotiquement Gaussien) résumé en (3.33) nous permet de donner un sens mathématique précis à cette assertion, et de transformer un problème de détection de changement de paramètre dans un modèle éventuellement complexe par un problème unique de détection de changement de la moyenne d’une variable Gaussienne de matrice de covariance connue. En fait, on a :

$$\begin{aligned} \text{pour } \theta = \theta^* & : & \Delta_N & \sim \mathcal{N}(0, R_N(\theta^*)) \\ \text{pour } \theta = \theta^* + \frac{\delta\theta}{\sqrt{N}} & : & \Delta_N & \sim \mathcal{N}(-h'_{\theta^*} \delta\theta, R_N(\theta^*)) \end{aligned} \quad (3.40)$$

où la matrice de covariance  $R_N(\theta^*)$  et la matrice de sensibilité  $h'_{\theta^*}$  sont connues (3.27), et la détection est donc basée sur un test du  $\chi^2$  en  $\Delta_N$ , comme on le montre maintenant.

## Deux tests possibles pour l'alarme globale

On est donc – voir le résultat asymptotique (3.40) – dans la situation d'avoir à détecter un changement de moyenne d'une variable Gaussienne  $X$  :

$$\mathcal{H}_0 : X \sim \mathcal{N}(0, \Sigma) \quad (3.41)$$

$$\mathcal{H}_1 : X \sim \mathcal{N}(M\eta, \Sigma) \quad (3.42)$$

où  $\eta$  est inconnue,  $M$  et  $\Sigma$  sont connues, et  $M$  est de rang colonne plein.

**Aucune hypothèse sur l'amplitude du changement** L'algorithme GLR du *rapport de vraisemblance généralisé* s'obtient, comme on l'a déjà indiqué, en calculant le logarithme du rapport de vraisemblance :

$$2s(X) = X^T \Sigma^{-1} X - (X - M\eta)^T \Sigma^{-1} (X - M\eta) \quad (3.43)$$

$$= 2\eta^T M^T \Sigma^{-1} X - \eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \quad (3.44)$$

et en remplaçant la quantité inconnue  $\eta$  par son estimateur du maximum de vraisemblance<sup>1</sup> :

$$\hat{\eta} = \arg \max_{\eta} s(X) \quad (3.45)$$

Or la dérivée :

$$\frac{\partial s}{\partial \eta} = M^T \Sigma^{-1} X - M^T \Sigma^{-1} M \eta \quad (3.46)$$

est nulle pour :

$$\eta = \hat{\eta} = (M^T \Sigma^{-1} M)^{-1} M^T \Sigma^{-1} X \quad (3.47)$$

et donc l'algorithme GLR s'écrit :

$$2 \hat{s}(X) = X^T \Sigma^{-1} M (M^T \Sigma^{-1} M)^{-1} M^T \Sigma^{-1} X \quad (3.48)$$

Cette variable aléatoire a pour distribution celle d'un  $\chi^2$  à  $\dim(\eta)$  degrés de liberté, de moyenne  $\dim(\eta)$  sous  $\mathcal{H}_0$ , et de paramètre de non-centralité (c'est-à-dire sa valeur moyenne sous  $\mathcal{H}_1$ ) :

$$\gamma = \eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \quad (3.49)$$

Dans le cas particulier – qui est celui de la chambre de combustion – où  $M$  est inversible, le test GLR se réduit à :

$$2 \hat{s}(X) = X^T \Sigma^{-1} X \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda \quad (3.50)$$

**Raffinement : introduction de bornes pour l'amplitude du changement** On est toujours dans la situation où :

$$X \sim \mathcal{N}(M\eta, \Sigma) \quad (3.51)$$

où  $\eta$  est inconnue,  $M$  et  $\Sigma$  sont connues, et  $M$  est de rang colonne plein, et on considère maintenant, pour l'amplitude de changement, les hypothèses :

$$\mathcal{H}_0 : \eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \leq \rho_0^2 \quad (3.52)$$

$$\mathcal{H}_1 : \eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \geq \rho_1^2 \quad (3.53)$$

où  $\rho_1 > \rho_0 \geq 0$ . La solution à ce problème de test est encore fournie par l'algorithme GLR :

$$\begin{aligned} 2 \hat{s}(X) &= \max_{\eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \geq \rho_1^2} [-(X - M\eta)^T \Sigma^{-1} (X - M\eta)] \\ &- \max_{\eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \leq \rho_0^2} [-(X - M\eta)^T \Sigma^{-1} (X - M\eta)] \end{aligned} \quad (3.54)$$

1. Noter que cet estimateur maximise aussi le rapport de vraisemblance, ce qui explique la formule donnée.

Cette fois la maximisation en  $\eta$  est sous contraintes. Elle est réalisée à l'aide de la technique du multiplicateur de Lagrange, ce qui donne :

$$\max_{\eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \geq \rho_1^2} [-(X - M\eta)^T \Sigma^{-1} (X - M\eta)] = \begin{cases} 0 & \text{si } \chi > \rho_1 \\ -(\chi - \rho_1)^2 & \text{si } \chi \leq \rho_1 \end{cases} \quad (3.55)$$

avec :

$$\chi = [X^T \Sigma^{-1} X]^{\frac{1}{2}} \quad (3.56)$$

On en déduit :

$$2 \hat{s}(X) = \begin{cases} -(\chi - \rho_1)^2 & \text{si } \chi \leq \rho_0 \\ -(\chi - \rho_1)^2 + (\chi - \rho_0)^2 & \text{si } \rho_0 \leq \chi \leq \rho_1 \\ +(\chi - \rho_0)^2 & \text{si } \chi \geq \rho_1 \end{cases} \quad (3.57)$$

## Méthode de calcul

Il est important de préciser que, dans tous les algorithmes de surveillance considérés ici, la matrice de covariance  $\Sigma$  apparaît toujours la sous forme  $X^T \Sigma^{-1} X$ , où  $X$  est un vecteur colonne. Puisque la matrice  $\Sigma$  est estimée et peut être mal conditionnée, il convient de prendre la précaution de toujours calculer  $X^T \Sigma^{-1} X$  comme un carré, c'est-à-dire

$$X^T \Sigma^{-1} X = \left( \Sigma^{-\frac{1}{2}} X \right)^T \left( \Sigma^{-\frac{1}{2}} X \right)$$

où  $\Sigma^{-\frac{1}{2}}$  est calculée à l'aide de la décomposition en valeurs singulières (SVD: Singular Values Decomposition)

$$\Sigma = U S U^T$$

où  $U$  est une matrice carrée et unitaire, c'est-à-dire telle que  $U^T = U^{-1}$ ;  $S$  est une matrice diagonale composée des  $m$  valeurs singulières de la matrice  $\Sigma$ :

$$S = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_m), \quad \mu_1 \geq \dots \geq \mu_m$$

$\Sigma^{-\frac{1}{2}}$  est alors calculée par

$$\nu_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mu_i}} & \text{si } \mu_i/\mu_1 \geq \lambda_{\text{svd}} \\ 0 & \text{si } \mu_i/\mu_1 < \lambda_{\text{svd}} \end{cases} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}} = U \text{diag}(\nu_1, \dots, \nu_m) U^T$$

Le seuil choisi en [19] est  $\lambda_{\text{svd}} = 10^{-14}$ .

## 3.6 Diagnostic: les algorithmes

Nous décrivons maintenant en détail les techniques que nous avons qualifiées de sensibilité et de réjection dans la discussion d'interprétation de la section 3.4. Nous décrivons, ensuite, deux méthodes de diagnostic dans le cas où le nombre de composantes modifiées est connu. L'une est basée sur les tests de sensibilité et l'autre sur les tests min-max. Nous examinons par ailleurs les relations qu'elles entretiennent entre elles. Enfin, nous proposons une méthode incrémentale pour déterminer le nombre de composantes modifiées.

Là encore, nous considérons une variable aléatoire  $X$  de loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$  et les hypothèses :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mu &= 0 \\ \mathcal{H}_1 : \mu &= M\eta \neq 0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

où  $M$  est une matrice de rang colonne plein et  $\Sigma$  est régulière.

Comme on l'a déjà expliqué pour l'alarme globale, la méthode de maximisation du logarithme du rapport de vraisemblance concernant  $\eta$  fournit la statistique :

$$t_0 = X^T \Sigma^{-1} M (M^T \Sigma^{-1} M)^{-1} M^T \Sigma^{-1} X \quad (3.59)$$

qui est une variable aléatoire suivant une loi de  $\chi^2$  dont le nombre de degrés de liberté est égal à la dimension de  $\eta$ , centrée sous  $\mathcal{H}_0$ , et, sous  $\mathcal{H}_1$ , de paramètre de non-centralité l'information de Kullback :

$$\gamma = \eta^T M^T \Sigma^{-1} M \eta \tag{3.60}$$

Il est important de souligner que la difficulté du problème de diagnostic, définie en terme du couplage entre les différentes composantes entre lesquelles on veut diagnostiquer, est complètement reflétée dans la structure de la matrice d'information de Fisher du modèle [6] : plus cette matrice est proche d'une matrice diagonale, et plus le problème de diagnostic est facile à résoudre. Dans le cas présent d'une variable Gaussienne  $\mathcal{N}(M\eta, \Sigma)$ , la matrice d'information de Fisher – concernant le paramètre  $\eta$  et contenue dans la variable  $X$  – vaut :

$$\mathbf{I}(\eta) = M^T \Sigma^{-1} M$$

Pour le diagnostic, nous considérons les partitionnements suivants :

$$\begin{aligned} \eta &= \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix} \\ M &= [M_\varphi, M_\psi] \end{aligned} \tag{3.61}$$

où  $\varphi$  contient les composantes que l'on veut surveiller et  $\psi$  contient celles dont on veut ignorer les variations.

Nous décrivons d'abord les techniques de sensibilité et de réjection en supposant connue et fixée la partition  $\eta^T = [\varphi^T, \psi^T]$ . Puis nous expliquons comment rechercher la partition la plus probable correspondant aux composantes modifiées.

L'application à la surveillance des chambres de combustion est décrite en [19]. Dans ce cas,  $M = -h'_{\theta_0}$  est carrée et inversible. Il en résulte des simplifications dans les formules des tests du  $\chi^2$  (parce que (3.50) remplace (3.59)).

### 3.6.1 Méthode de sensibilité

Une première façon de surveiller un ensemble de paramètres est de restreindre la surveillance à certains paramètres, en considérant les autres comme fixes. On fait simplement comme si le modèle se réduisait aux paramètres que l'on veut surveiller. Ceci revient à projeter les variations possibles du paramètre  $\eta$  sur l'espace engendré par les composantes surveillées. Donc on restreint  $\eta$  à être de la forme :

$$\eta = \begin{bmatrix} \varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

soit :

$$\mu = MA\varphi \tag{3.62}$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.63}$$

soit encore :

$$\mu = M_\varphi \varphi \tag{3.64}$$

La matrice  $A$  sélectionne les composantes surveillées. Elle a donc le nombre total de paramètres comme nombre de lignes, et le nombre de composantes surveillées comme nombre de colonnes. Compte tenu de la relation (3.64), le test du  $\chi^2$  (3.59) devient dans ce cas :

$$t_\varphi = X^T \Sigma^{-1} M_\varphi (M_\varphi^T \Sigma^{-1} M_\varphi)^{-1} M_\varphi^T \Sigma^{-1} X \tag{3.65}$$

Ce test en fait décide entre les hypothèses :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mu &= 0 \\ \mathcal{H}'_1 : \mu &= M_\varphi \varphi \end{aligned} \tag{3.66}$$

On peut construire ainsi, par un choix convenable de  $A$ , autant de tests focalisateurs (indicateurs) que de composantes – ou de groupes disjoints de composantes – que l'on veut surveiller. Cependant

les grandeurs en jeu sont couplées –  $M^T \Sigma^{-1} M$  n'est pas diagonale en général – et la variation d'un paramètre peut influencer la surveillance d'un autre paramètre. En d'autres termes, même si une seule composante a changé, plusieurs indicateurs "individuels" peuvent avoir une valeur significativement plus forte qu'en l'absence de changement.

Cependant, rappelons que, malgré cet effet de couplage, *cette méthode de sensibilité est malgré tout la seule méthode possible quand la dimension de l'instrument de surveillance est inférieure au nombre de mono-pannes* à diagnostiquer, autrement dit lorsque  $M$  a moins de lignes que de colonnes, comme c'est le cas pour le diagnostic physique en surveillance des vibrations.

Dans le cas du système de combustion des turbines à gaz, où  $M$  est carrée et de rang plein, on peut utiliser une autre méthode, qui a l'avantage de découpler les différentes pannes, mais peut présenter l'inconvénient de diminuer leur détectabilité. Cette méthode, dite min-max robuste [6], permet de surveiller un ensemble de paramètres en réduisant l'influence des variations de l'ensemble complémentaire.

### 3.6.2 Méthode min-max

**Principe** Nous cherchons à construire une statistique qui détecte un changement dans une partie  $\varphi$  de  $\eta$  (3.61) et qui soit robuste à un changement dans la partie  $\psi$  complémentaire qui est dite alors de nuisance. On suppose toujours, pour le moment, que le partitionnement :

$$\eta = \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix}$$

est connu. La méthode min-max, classique en Statistique, consiste à construire le test le meilleur pour le paramètre de nuisance le pire – dit aussi le plus défavorable, ceci du point de vue de la puissance du test; ce qui justifie l'appellation min-max. On peut montrer d'ailleurs [6] que cette approche fournit le même test qu'une approche GLR qui consiste à maximiser le rapport de vraisemblance par rapport aux paramètres inconnus.

On considère donc la statistique (3.59) qui teste entre les hypothèses (3.58). Soit  $\lambda$  le seuil de niveau  $\alpha$  de ce test,  $P_{\mathcal{H}_0}(t_0 \geq \lambda) = \alpha$ . La puissance du test  $P_{\mathcal{H}_1}(t_0 \geq \lambda)$  étant une fonction croissante du paramètre de non-centralité  $\gamma$  (3.60) pour tout  $\lambda$ , la méthode min-max consiste à minimiser  $\gamma$  par rapport aux paramètres de nuisance, afin d'obtenir, parmi les tests de niveau fixé  $\alpha$ , celui sur lequel l'influence des paramètres de nuisance sur la décision en faveur de  $\mathcal{H}_1$  est la plus faible.

Nous utilisons les notations suivantes :

$$\begin{aligned} M^T \Sigma^{-1} M &= \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi \varphi} & \mathcal{I}_{\varphi \psi} \\ \mathcal{I}_{\psi \varphi} & \mathcal{I}_{\psi \psi} \end{bmatrix} \\ \gamma &= \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi \varphi} & \mathcal{I}_{\varphi \psi} \\ \mathcal{I}_{\psi \varphi} & \mathcal{I}_{\psi \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Le minimum de  $\gamma$  en  $\psi$ , obtenu en :

$$\psi^* = -\mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi \varphi} \varphi$$

est :

$$\begin{aligned} \gamma^* = \min_{\psi} \gamma &= \varphi^T (\mathcal{I}_{\varphi \varphi} - \mathcal{I}_{\varphi \psi} \mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi \varphi}) \varphi \\ &= \begin{bmatrix} \varphi \\ -\mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi \varphi} \varphi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi \varphi} & \mathcal{I}_{\varphi \psi} \\ \mathcal{I}_{\psi \varphi} & \mathcal{I}_{\psi \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ -\mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi \varphi} \varphi \end{bmatrix} \\ &= \varphi^T \left\{ [I, -\mathcal{I}_{\varphi \psi} \mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1}] M^T \Sigma^{-1} \right\} \Sigma \left\{ \Sigma^{-1} M [I, -\mathcal{I}_{\varphi \psi} \mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1}]^T \right\} \varphi \end{aligned}$$

On considère alors la transformation linéaire des observations :

$$X_{\varphi}^* = [I, -\mathcal{I}_{\varphi \psi} \mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1}] M^T \Sigma^{-1} X \quad (3.68)$$

Cette variable transformée  $X_{\varphi}^*$  suit alors une loi normale  $\mathcal{N}(\mu_{\varphi}^*, \mathcal{I}_{\varphi}^*)$  de moyenne :

$$\mu_{\varphi}^* = \mathcal{I}_{\varphi}^* \varphi$$

et de covariance :

$$\mathcal{I}_{\varphi}^* = \mathcal{I}_{\varphi \varphi} - \mathcal{I}_{\varphi \psi} \mathcal{I}_{\psi \psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi \varphi} \quad (3.69)$$

Les hypothèses initiales (3.58) se reformulent ainsi :

$$\mathcal{H}_0^* : \mu^* = 0 \quad (3.70)$$

$$\mathcal{H}_1^* : \mu^* = \mathcal{I}_\varphi^* \varphi \quad (3.71)$$

Le test optimal qui surveille les changements de  $\varphi$  tout en étant insensible aux changements de  $\psi$  est alors :

$$t_\varphi^* = X_\varphi^{*T} \mathcal{I}_\varphi^{*-1} X_\varphi^* \quad (3.72)$$

### 3.6.3 Algorithmes de diagnostic

On peut maintenant présenter deux méthodes de diagnostic qui sont basées l'une sur les tests de sensibilité et l'autre sur les tests min-max. Afin de surveiller n'importe quel ensemble de composantes, nous opérons maintenant une permutation sur le vecteur  $\eta$  de manière à placer les composantes surveillées en premier. Soit  $\sigma$  une matrice de permutation. Nous définissons le vecteur :

$$\eta_\sigma = \sigma \eta$$

par  $\eta_\sigma(i) = \eta(\sigma(i))$ .

Nous pouvons écrire que  $X$  suit une loi  $\mathcal{N}(M_\sigma \eta_\sigma, \Sigma)$  où :

$$M_\sigma = M \sigma^T$$

Partitionnons maintenant  $\eta_\sigma$  en :

$$\eta_\sigma = \begin{pmatrix} \varphi_\sigma \\ \psi_\sigma \end{pmatrix}$$

Alors, par définition de  $M_\sigma$ , nous avons le partitionnement :

$$M_\sigma^T \Sigma^{-1} M_\sigma = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi_\sigma \varphi_\sigma} & \mathcal{I}_{\varphi_\sigma \psi_\sigma} \\ \mathcal{I}_{\psi_\sigma \varphi_\sigma} & \mathcal{I}_{\psi_\sigma \psi_\sigma} \end{bmatrix} = \sigma \begin{bmatrix} \mathcal{I}_\varphi \varphi & \mathcal{I}_\varphi \psi \\ \mathcal{I}_\psi \varphi & \mathcal{I}_\psi \psi \end{bmatrix} \sigma^T \quad (3.73)$$

La statistique associée au test min-max devient :

$$\begin{aligned} t_\sigma^* &= X_\sigma^{*T} \mathcal{I}_\sigma^{*-1} X_\sigma^* \\ X_\sigma^{*T} &= [I, -\mathcal{I}_{\varphi_\sigma \psi_\sigma} \mathcal{I}_{\psi_\sigma \psi_\sigma}^{-1}] \sigma M^T \Sigma^{-1} X \\ \mathcal{I}_\sigma^* &= \mathcal{I}_{\varphi_\sigma \varphi_\sigma} - \mathcal{I}_{\varphi_\sigma \psi_\sigma} \mathcal{I}_{\psi_\sigma \psi_\sigma}^{-1} \mathcal{I}_{\psi_\sigma \varphi_\sigma} \end{aligned}$$

La statistique  $t_\sigma^*$  a les mêmes caractéristiques que la statistique décrite précédemment, puisqu'on a simplement permuté les variables. De même pour le test de sensibilité on obtient d'après (3.65)

$$\begin{aligned} t_\sigma &= X^T \Sigma^{-1} M_{\varphi_\sigma} (M_{\varphi_\sigma}^T \Sigma^{-1} M_{\varphi_\sigma})^{-1} M_{\varphi_\sigma}^T \Sigma^{-1} X \\ M_{\varphi_\sigma} &= M \sigma^T A \end{aligned}$$

On suppose pour l'instant que l'on connaît le nombre  $i$  de composantes modifiées. Soit  $G_i$  le sous-ensemble des permutations  $\sigma$  qui placent  $i$  composantes en premier. On peut construire, à l'aide des tests de sensibilité et des tests min-max, les deux méthodes de diagnostic suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_i &= \arg \max_{\sigma \in G_i} t_\sigma \\ \hat{\sigma}_i^* &= \arg \max_{\sigma \in G_i} t_\sigma^* \end{aligned}$$

et nous supposons que l'argument du maximum est unique. Les coordonnées où il y a eu des modifications de moyenne sont alors déterminées par les  $i$  premières composantes du vecteur  $\kappa$  défini par :

$$\begin{aligned} \iota &= [1, 2, \dots, p]^T \\ \kappa &= \hat{\sigma}_i \iota \quad \text{pour la méthode de sensibilité} \\ \kappa &= \hat{\sigma}_i^* \iota \quad \text{pour la méthode min-max} \end{aligned}$$

**Variante de la méthode min-max : min-max inverse** Un inconvénient connu de la méthode min-max réside dans le fait qu'elle est souvent trop conservatrice, au sens où minimiser l'influence des paramètres de nuisance peut aussi amoindrir la détectabilité des paramètres que l'on veut surveiller. Tous les tests, autres que celui qui se focalise sur les composantes à surveiller, ont une valeur proche de leur valeur théorique en l'absence de changement. Le test "focalisateur", qui a une valeur plus grande, n'est cependant pas toujours très contrasté par rapport à ceux-là.

Il est apparu expérimentalement sur les données de turbine que cet inconvénient est nettement réduit si on applique la méthode min-max "à l'envers", c'est-à-dire en plaçant en nuisance le paramètre à surveiller. Pour surveiller la composante  $\varphi$  de  $\eta^T = [\varphi^T, \psi^T]$ , la méthode consiste alors à calculer :

$$\arg \min_{\psi} t_{\psi}^*$$

où :

$$t_{\psi}^* = X_{\psi}^{*T} \mathcal{I}_{\psi}^{*-1} X_{\psi}^* \quad (3.74)$$

avec des notations évidentes. Dans ce cas, seul le test correspondant aux composantes  $\varphi$  qui ont effectivement bougé a une valeur proche de sa valeur théorique en l'absence de changement, et les autres sont tous très grands.

Nous allons voir que cette méthode coïncide avec la méthode de sensibilité.

**Lien entre la méthode de sensibilité et la méthode min-max** On rappelle d'abord la relation qui donne l'inverse d'une matrice partitionnée. Soit une matrice  $\mathcal{I}$  carrée régulière partitionnée en :

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi\varphi} & \mathcal{I}_{\varphi\psi} \\ \mathcal{I}_{\psi\varphi} & \mathcal{I}_{\psi\psi} \end{bmatrix}$$

alors

$$\mathcal{I}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} & -\mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} \mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \\ -\mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi\varphi} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} & \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi\varphi} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} \mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} + \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

où  $\mathcal{I}_{\varphi}^*$  est définie en (3.69).

Le test min-max (3.72) surveillant la partie  $\varphi$  vaut :

$$\begin{aligned} t_{\varphi}^* &= X^T \Sigma^{-1} M [I, -\mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1}]^T \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} [I, -\mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1}] M^T \Sigma^{-1} X \\ &= X^T \Sigma^{-1} M \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} & -\mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} \mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \\ -\mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi\varphi} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} & \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \mathcal{I}_{\psi\varphi} \mathcal{I}_{\varphi}^{*-1} \mathcal{I}_{\varphi\psi} \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \end{bmatrix} M^T \Sigma^{-1} X \end{aligned}$$

Le test de sensibilité (3.65) surveillant la partie  $\psi$  vaut :

$$\begin{aligned} t_{\psi} &= X^T \Sigma^{-1} M_{\psi} (M_{\psi}^T \Sigma^{-1} M_{\psi})^{-1} M_{\psi}^T \Sigma^{-1} X \\ &= X^T \Sigma^{-1} M \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_{\psi\psi}^{-1} \end{bmatrix} M^T \Sigma^{-1} X \end{aligned}$$

En utilisant (3.75) on obtient :

$$\begin{aligned} t_{\psi} + t_{\varphi}^* &= X^T \Sigma^{-1} M (M^T \Sigma^{-1} M)^{-1} M^T \Sigma^{-1} X \\ t_0 &= t_{\psi} + t_{\varphi}^* \end{aligned} \quad (3.76)$$

On voit donc que le test global est égal à la somme du test min-max et du test de sensibilité surveillant la partie complémentaire de  $\varphi$ . Dès lors, la méthode qui consiste à prendre le minimum des tests min-max inverses fournit le même résultat que la méthode qui sélectionne le maximum des tests de sensibilité. C'est d'ailleurs une méthode optimale lorsqu'on connaît le nombre de composantes modifiées mais sans savoir lesquelles [15, 6].

**Détermination du nombre de composantes modifiées** La difficulté du problème tient alors à ce que, même si seulement  $i$  composantes sont modifiées, on peut avoir un test de sensibilité surveillant  $(i + 1)$  composantes qui est plus grand. Ceci tient à la forme compliquée de la densité d'un  $\chi^2$  non centré, et à la façon dont elle varie en fonction d'une part, du nombre de degrés de liberté, et d'autre part du paramètre de non-centralité. Pour s'affranchir de ce problème de couplage, l'idée est d'utiliser le test min-max – qui, lui, est découpé – surveillant la partie complémentaire de l'ensemble retenu. Or nous venons de voir que le test global se décompose “à la Pythagore” en :

$$t_0 = t_\varphi + t_\psi^* \quad (3.77)$$

c'est-à-dire en la somme du test de sensibilité et du test min-max surveillant la partie complémentaire. Nous pouvons donc dire, en d'autres termes, que par cette procédure, nous vérifions si la majeure partie de l'“inertie” du test global est, oui ou non, expliquée par l'“inertie” du test de sensibilité.

Pour déterminer le nombre de composantes modifiées, nous utilisons une méthode incrémentale.

1. Soit  $i$  le nombre de composantes supposées non nulles. On commence par supposer qu'il n'y a qu'une composante non nulle :  $i = 1$ .
2. A chaque ensemble de  $i$  composantes, on associe son test de sensibilité. On sélectionne l'ensemble dont le test est le plus grand.
3. On considère ensuite le test min-max surveillant la partie complémentaire de l'ensemble sélectionné. On utilise (3.76) qui évite un calcul de test supplémentaire. Si celui-ci est plus grand qu'un seuil, alors on décide qu'il y a au moins une composante non nulle supplémentaire, et on pose  $i = i + 1$ , puis on revient en 2. Sinon, on arrête l'algorithme, et les composantes non nulles sont celles du dernier ensemble sélectionné.

En pratique, on peut utiliser le test min-max avec des paramètres de robustesse  $\rho_0$  et  $\rho_1$  comme pour le test global, ce qui donne :

$$\frac{1}{n} S = \begin{cases} -(\tilde{\chi} - \rho_1)^2 & \text{pour } \tilde{\chi} \leq \rho_0 \\ -(\tilde{\chi} - \rho_1)^2 + (\tilde{\chi} - \rho_0)^2 & \text{pour } \rho_0 \leq \tilde{\chi} \leq \rho_1 \\ +(\tilde{\chi} - \rho_0)^2 & \text{pour } \tilde{\chi} \geq \rho_1 \end{cases} \quad (3.78)$$

où :

$$\tilde{\chi} = \frac{1}{\sqrt{n}}(t_0 - t_{\delta_i})^{\frac{1}{2}}$$

et  $t_{\delta_i}$  est le test de sensibilité le plus fort surveillant  $i$  composantes et  $n$  est le nombre d'observations utilisées.

### 3.7 Positionnement des capteurs

La question du choix du nombre et de l'emplacement des capteurs pour une surveillance efficace se pose dès la conception du système de surveillance. Elle peut être résolue à l'aide du critère statistique d'efficacité (puissance) des tests précédents. Pour calculer ce critère, il faut là aussi connaître un modèle physique du système à surveiller. Les exemples donnés en [9, 16, 10] montrent que l'on n'a pas nécessairement intérêt à augmenter trop le nombre de capteurs.

Ce critère quantitatif permet de qualifier un positionnement de capteurs pour la surveillance et le diagnostic, et peut être utilisé de deux façons : pour un positionnement de capteurs donné (on n'a pas toujours le choix!), déterminer les défauts détectables et diagnosticables; pour un ou des défauts donnés, déterminer les positionnements de capteurs qui permettront de les surveiller. Cette détermination est éventuellement une simple sélection des mesures disponibles. Il peut arriver qu'un défaut donné soit plus facilement diagnosticable avec un sous-ensemble des mesures qu'avec toutes les mesures traitées de manière conjointe, car rajouter des capteurs permet d'accroître l'information mais aussi le bruit! Toujours en surveillance des vibrations, on n'a pas intérêt par exemple à traiter de manière conjointe les mesures des capteurs verticaux et horizontaux placés sur les paliers d'un groupe turbo-alternateur.



# Bibliographie

- [1] M. BASSEVILLE: "Detecting changes in signals and systems – A survey". *Automatica*, vol.24, no 3, May 1988, pp.309-326.
- [2] M. BASSEVILLE: "Distance measures for signal processing and pattern recognition". *Signal Processing*, vol.18, no 4, Dec.1989, pp.349-369.
- [3] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, EDs: "*Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Vol.77, Springer-Verlag, 1986. Traduit en russe et publié par les éditions Mir en 1989.
- [4] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE: "Structures mécaniques: surveiller les vibrations". *Courrier du CNRS – Dossier Scientifique "Signaux et Images"*, no 77, Juin 1991.
- [5] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE: "Surveillance et diagnostic à l'aide de modèles: études en mécanique des vibrations". *Traitement du Signal*, vol.8, no 5, Numéro Spécial "Traitement du Signal et Mécanique", Décembre 1991, pp.291-300.
- [6] M. BASSEVILLE, I. NIKIFOROV: "*Detection of Abrupt Changes – Theory and Applications*". Prentice Hall Information and System Sciences Serie, April 1993.
- [7] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES: "Detection and diagnosis of abrupt changes in modal characteristics of nonstationary digital signals". *IEEE Trans. on Information Theory*, vol.IT-32, no 3, May 1986, pp.412-417.
- [8] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES, A. ROUGÉE: "Detection and diagnosis of changes in the eigenstructure of nonstationary multivariable systems". *Automatica*, vol.23, no 4, July 1987, pp.479-489.
- [9] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES, A. ROUGÉE: "Optimal sensor location for detecting changes in dynamical behavior". *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.AC 32, no 12, Dec.1987, pp.1067-1075.
- [10] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, B. GACH-DEVAUCHELLE, M. GOURSAT, D. BONNECASE, P. DOREY, M. PREVOSTO, M. OLAGNON: "Damage monitoring in vibration mechanics: issues in diagnostics and predictive maintenance". *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol.7, no 5, Sept. 1993, pp.401-423.
- [11] A. BENVENISTE: "Constructive probability and the SIGNALEA language: building and handling random processes via programming". *Rapport de Recherche INRIA* no 1532, 1991.
- [12] A. BENVENISTE, M. BASSEVILLE, G. MOUSTAKIDES: "The asymptotic local approach to change detection and model validation". *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.AC-32, no 7, July 1987, pp.583-592.
- [13] A. BENVENISTE, M. MÉTIVIER and P. PRIOURET: *Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations*. Series on Applications of Mathematics, (A.V. Balakrishnan, I. Karatzas, M. Yor, Eds.). Springer, New York, 1990.
- [14] A. BENVENISTE, B.C. LEVY, E. FABRE, P. LE GUERNIC: "A calculus of stochastic systems for the specification, simulation, and hidden state estimation of hybrid stochastic/non-stochastic systems". *Lecture Notes in Computer Sciences* no 999, Springer-Verlag, 1995, pp.21-44.

- [15] A.A. BOROVKOV: *Statistique Mathématique - Estimation et Tests d'Hypothèses*, Mir, Paris, 1987.
- [16] B. DEVAUCHELLE-GACH: *Diagnostic Mécanique des Fatigues sur les Structures Soumises à des Vibrations en Ambiance de Travail*. Thèse de l'Université de Paris IX Dauphine, Décembre 1991.
- [17] A. JUDITSKY, Q. ZHANG, B. DELYON, P.Y. GLORENNEC, A. BENVENISTE: « Wavelets in identification ». Tutorial at *SYSID'94, 10th IFAC Symposium on System Identification*, Copenhagen, July 1994. *Rapport de Recherche IRISA* no 849, Sept. 1994.
- [18] A. JUDITSKY, H. HJALMÄRSSON, A. BENVENISTE, B. DELYON, L. LJUNG, J. SJÖBERG, Q. ZHANG: « Nonlinear black-box modelling in system identification: mathematical foundations ». *Automatica*, Special Issue on Trends in System Identification, vol.31, no 12, Dec.1995, pp.1725-1750.
- [19] G. MATHIS: *Outils de détection de ruptures et de diagnostic - Application à la surveillance de turbines à gaz*. Thèse de l'Université de Rennes I, Sept. 1994.
- [20] M. PREVOSTO, M. OLAGNON, A. BENVENISTE, M. BASSEVILLE, G. LEVEY: "State-space formulation, a solution to modal parameter estimation". *Journal of Sound and Vibration*, vol.148, no 2, July 1991, pp.329-342.
- [21] A. ROUGÉE, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES: "Optimum robust detection of changes in the AR part of a multivariable ARMA process". *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.AC-32, no 12, Dec. 1987, pp.1116-1120.
- [22] J. SJÖBERG, Q. ZHANG, L. LJUNG, A. BENVENISTE, B. DELYON, P.-Y. GLORENNEC, H. HJALMARSSON, A. JUDITSKY: « Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview ». *Automatica*, Special Issue on Trends in System Identification, vol.31, no 12, Dec.1995, pp.1691-1724.
- [23] Q. ZHANG: *Contribution à la Surveillance de Procédés Industriels*. Thèse de l'Université de Rennes I, Décembre 1991.
- [24] Q. ZHANG and A. BENVENISTE: "Wavelet networks". *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol.NN-3, no 6, Nov. 1992, pp.889-898.
- [25] Q. ZHANG, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE: "Early warning of slight changes in systems and plants with application to condition based maintenance". *Automatica*, Special Issue on Statistical Methods in Signal Processing and Control, vol.30, no 1, Jan. 1994, pp.95-114.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Démarche générale de surveillance d'installations industrielles</b>	<b>1</b>
1.1	Surveillance/diagnostic pour la maintenance conditionnelle	1
1.1.1	Le contexte	1
1.1.2	La démarche proposée	2
1.1.3	Acquisition de signature	2
1.1.4	Surveillance	4
1.1.5	Diagnostic	5
1.1.6	Positionnement des capteurs	5
1.2	Deux exemples	5
1.3	Extensions	7
1.3.1	Réseaux de neurones ou d'ondelettes	7
1.3.2	Modèles dynamiques hybrides numérique/symbolique	7
1.4	Logiciels	7
1.5	Commentaires sur les références	9
<b>2</b>	<b>Principes généraux de la surveillance</b>	<b>10</b>
2.1	Une démarche typique	10
2.1.1	L'installation et son modèle	10
2.1.2	Adéquation mesures/modèle	10
2.1.3	Acquisition de la signature	11
2.1.4	Surveillance	12
2.1.5	Diagnostic	12
2.2	Variations et généralisations	12
<b>3</b>	<b>Conception de l'algorithmique - Fondements théoriques</b>	<b>15</b>
3.1	Les ingrédients	15
3.2	Identification	16
3.3	Surveillance/détection : problèmes et outils	18
3.3.1	Les différents problèmes de surveillance : validation de modèle et détection de changement	18
3.3.2	Le rapport de vraisemblance et sa version locale	19
3.3.3	La méthode locale proposée	20
3.3.4	Réglage des paramètres d'un détecteur et informations <i>a priori</i>	22
3.4	Détection et diagnostic: interprétation des outils proposés	26
3.4.1	Alarme globale	26
3.4.2	Diagnostic	26
3.5	Surveillance/détection : l'alarme globale	28
3.6	Diagnostic: les algorithmes	30
3.6.1	Méthode de sensibilité	31
3.6.2	Méthode min-max	32
3.6.3	Algorithmes de diagnostic	33
3.7	Positionnement des capteurs	35
	<b>Références</b>	<b>36</b>



---

Unit ´e de recherche INRIA Lorraine, Technopôle de Nancy-Brabois, Campus scientifique,  
615 rue du Jardin Botanique, BP 101, 54600 VILLERS LÈS NANCY  
Unit ´e de recherche INRIA Rennes, Irista, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex  
Unit ´e de recherche INRIA Rhône-Alpes, 655 avenue de l'Europe, 38330 MONTBONNOT ST MARTIN  
Unit ´e de recherche INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex  
Unit ´e de recherche INRIA Sophia-Antipolis, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA-ANTIPOLIS Cedex

---

diteur  
INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex (France)  
ISSN 0249-6399