About the rational map

Bernard Mourrain

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET AUTOMATIQUE

About the rational map associated to a parallel robot

Bernard Mourrain

N° 2141

Novembre 93

PROGRAMME 2

Calcul symbolique,

programmation

et génie logiciel

Rapport de recherche

1994

ISSN 0249-6399

About the rational map associated to a parallel robot

Bernard Mourrain

Programme 2 — Calcul symbolique, programmation et génie logiciel
Projet SAFIR*

Rapport de recherche n ° 2141 — Novembre 93 — 41 pages

Abstract: In this paper, we consider the direct kinematic problem of a parallel robot (called the Stewart platform or left hand) from a mathematical point of view. We do not try to give real time and numerical solutions to this problem but describe tools of effective algebra, which can help us to know a little more about the geometric aspects of the question. A simple proof that the number of solutions we are expecting is actually 40 is then given. We use explicit eliminations techniques, in order to get rid of the solution at infinity and we use Bezout's theorem on surfaces with circularity to conclude. One main obstacle in the natural approach, via symbolic computations, is the great size of the polynomials appearing during the computations. We also try to show how the use of invariant theory and intrinsic approach may "factorize" the results in a more understandable way. In this text, the reader will also find some examples of successful and helpful use of a symbolic system (ie MAPLE).

Key-words: Parallel robot, rationnal map, Gröbner basis, resultant, component at infinity, circularity, symbolic computations

(Résumé : tsvp)

Work partially supported by PoSSo, EEC ESPRIT BRA contract 6846.

*SAFIR is a common project to INRIA (Sophia-Antipolis), Univ. De Nice-Sophia-Antipolis, CNRS

Unité de recherche INRIA Sophia-Antipolis
2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA-ANTIPOLIS Cedex (France)
Téléphone : (33) 93 65 77 77 – Télécopie : (33) 93 65 77 65

A propos de l'application rationnelle associée à un robot parallèle

Résumé : Nous considérons le problème direct d'un manipulateur parallèle (appelé plate-forme de Stewart ou main gauche) d'un point de vue algébrique. Nous n'essayons pas ici de fournir une solution en "temps réel" à ce problème, mais plutôt de décrire des outils d'algèbre effective permettant de mieux comprendre la géométrie du problème.

Nous montrons en utilisant des propriétés géométriques simples que le degré de l'application rationnelle associée à ce robot est 40 par un calcul explicite d'un résultant de 4 formes quadratiques en 4 variables et par une analyse de la "ciclicité" des surfaces ainsi obtenues.

Le principal obstacle de cette approche par le calcul formel de problèmes de mécanique est la très grande taille des polynômes manipulés. Nous essayons de convaincre le lecteur qu'une approche utilisant la théorie des invariants permet de "factoriser" les expressions tout en facilitant le suivi des calculs, notamment pour la détermination du lieu critique de l'application. Dans ce rapport sont également inclus quelques exemples d'utilisations pratiques du calcul formel, montrant comment il peut aider à mieux appréhender ces problèmes.

Mots-clé : Robot parallèle, application rationnelle, base de Gröbner, résultant, composante à l'infini, ciclicité, calcul formel

Contents