

Notice d'utilisation du programme d'analyse factorielle en référence à un modèle

Brigitte Escofier

► **To cite this version:**

Brigitte Escofier. Notice d'utilisation du programme d'analyse factorielle en référence à un modèle. [Rapport de recherche] RR-0616, INRIA. 1987. <inria-00075938>

HAL Id: inria-00075938

<https://hal.inria.fr/inria-00075938>

Submitted on 24 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INRIA

**UNITÉ DE RECHERCHE
INRIA-RENNES**

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
BP 105
78153 Le Chesnay Cedex
France

Tél. (1) 39 63 55 11

Rapports de Recherche

N° 616

**NOTICE D'UTILISATION
DU PROGRAMME D'ANALYSE
FACTORIELLE EN RÉFÉRENCE
A UN MODÈLE**

Brigitte ESCOFIER

Février 1987

Campus Universitaire de Beaulieu
Avenue du Général Leclerc
35042 - RENNES CÉDEX
FRANCE
Tél. : (99) 36.20.00
Télex : UNIRISA 95 0473 F

**NOTICE D'UTILISATION DU PROGRAMME D'ANALYSE
FACTORIELLE EN REFERENCE A UN MODELE**

USING GIVE FOR THE COMPUTER PROGRAM OF CORRESPONDENCE ANALYSIS RELATED TO A MODEL

Brigitte ESCOFIER

IRISA

Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX

Publication Interne n° 325 - Décembre 86

16 pages

Résumé : L'analyse factorielle des correspondances a été généralisée à l'analyse de la différence entre un tableau de données et un modèle. Dans le cas de l'analyse des correspondances, le modèle est celui de l'indépendance. Ce rapport contient une présentation brève de la méthode et la mise en oeuvre du programme correspondant.

Abstract :

Correspondence analysis has been generalized to the analysis of the distance between a given table of data to any model (For C.A., the model is defined by the hypothesis of independence). This report contains a short presentation of the method and a note of the correspondent program.

NOTICE D'UTILISATION DU PROGRAMME D'ANALYSE FACTORIELLE EN RÉFÉRENCE À UN MODÈLE

1. BUT DU PROGRAMME

Le but de ce programme est l'analyse factorielle d'un tableau K_{IJ} en référence à un tableau modèle de même dimension M_{IJ} .

Une présentation plus complète des aspects théoriques de cette méthode est donnée dans [1] et [2]. Nous nous contentons de rappeler les notions utiles à l'application du programme.

Les principes et les résultats sont tout à fait analogues à ceux de l'analyse des correspondances, dont cette méthode est une généralisation. Deux nuages de points $N(I)$ et $N(J)$ représentent les écarts respectifs des lignes et des colonnes du tableau à celle du modèle. Ces nuages sont projetés sur leurs axes d'inertie. Les moments d'inertie des deux nuages sont égaux et des formules de transition lient les facteurs de même rang. Dans la définition des nuages de points interviennent deux vecteurs P_I et Q_J de dimension respective I et J . Pour chacun de ces vecteurs, il y a 4 options dans le programme. P_I est : soit la marge sur I de K_{IJ} , soit celle de M_{IJ} , soit leur $1/2$ somme, soit encore une donnée extérieure.

Les résultats donnés par le programme sont :

- les valeurs propres ou inertie de chaque facteur ainsi que les pourcentages d'inertie extraits,
- les coordonnées des projections des points de $N(I)$ et de $N(J)$ sur leurs axes d'inertie ; les coordonnées des projections des centres de gravité de ces nuages (qui ne sont pas toujours centrés),
- les qualités de représentation et les contributions à l'inertie de chaque point et du centre de gravité des deux nuages,
- les représentations graphiques des facteurs.

Il y a la possibilité de mettre en éléments supplémentaires certaines lignes ou certaines colonnes.

2. NOTATIONS ET FORMULES

Soient K_{IJ} et M_{IJ} deux tableaux de nombres positifs ou nuls de I lignes et J colonnes. Soient P_I et Q_J deux tableaux de nombres positifs de dimension respective I et J.

$$\begin{aligned} K_{IJ} &= \{K_{ij} ; i \in I, j \in J\} & M_{IJ} &= \{M_{ij} ; i \in I, j \in J\} \\ P_I &= \{P_i ; i \in I\} & Q_J &= \{Q_j ; j \in J\} \end{aligned}$$

Notons avec les minuscules correspondantes k_{IJ} , m_{IJ} , p_i et q_j les tableaux obtenus en divisant les éléments des 4 tableaux précédents par leur somme. (calculée sur les lignes et les colonnes actives seulement).

Dans le nuage des lignes, situé dans l'espace R_J , la ligne i est représentée par un point de poids p_i et de coordonnées :

$$\left\{ \frac{k_{ij}}{p_i} - \frac{m_{ij}}{p_i} ; j \in J \right\}$$

Un point i est éloigné de l'origine si la ligne i du tableau k_{IJ} s'écarte beaucoup de celle du modèle m_{IJ} . L'espace R_J est muni de la distance du χ^2 de centre Q_J . La distance entre deux points i et i' est :

$$D^2(i, i') = \sum_j \left\{ \left(\frac{k_{ij}}{p_i} - \frac{m_{ij}}{p_i} \right) - \left(\frac{k_{i'j}}{p_{i'}} - \frac{m_{i'j}}{p_{i'}} \right) \right\}^2 \frac{1}{q_j}$$

Deux points i et i' sont proches si les écarts entre les lignes correspondantes de k_{IJ} et m_{IJ} se ressemblent pour tout j.

Le nuage $N(J)$ est défini symétriquement en inversant I et J.

Les facteurs sont les projections de ces nuages sur leurs axes d'inertie à l'origine, dans l'ordre décroissant de leur moment d'inertie. Les moments d'inertie des deux nuages sont égaux deux à deux. Notons F_s et G_s les facteurs d'ordre s sur I et J et λ_s le moment d'inertie associé. Entre F_s et G_s , on a les relations :

$$F_s(i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \sum_{j \in J} \left(\frac{k_{ij} - m_{ij}}{p_i} \right) G_s(j)$$

$$G_s(j) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \sum_{i \in I} \left(\frac{k_{ij} - m_{ij}}{q_j} \right) F_s(i)$$

Dans la représentation simultanée des nuages $N(I)$ et $N(J)$, les relations entre les positions des éléments des deux nuages peuvent se traduire ainsi : un point i est situé du côté des points j auxquels il s'associe plus dans le tableau que dans le modèle ($k_{ij} > m_{ij}$) et à l'opposé de ceux auxquels il s'associe moins dans le tableau que dans le modèle ($k_{ij} < m_{ij}$). Et réciproquement (pour j relativement aux éléments i).

Le centre de gravité du nuage $N(I)$ a pour coordonnées $k_{.j} - m_{.j}$ où $k_{.j}$ et $m_{.j}$ désignent les marges sur J des tableaux k_{ij} et m_{ij} . Si ces marges ne sont pas égales, le nuage n'est pas centré. De même pour le nuage $N(J)$. La projection des centres de gravité des 2 nuages sur chaque facteur est calculée. On calcule aussi la contribution du centre de gravité à l'inertie des facteurs, qui montre l'influence du décentrage du nuage sur la détermination du facteur. Ce pourcentage doit être assez faible.

Les contributions à l'inertie et les qualités de représentation des éléments des deux nuages se définissent comme en analyse des correspondances.

Connaissant les facteurs F_s et G_s , les inerties λ_s ainsi que les vecteurs p_i et q_j la différence entre le tableau k_{IJ} et le modèle m_{IJ} peut être reconstitué exactement par la formule :

$$k_{ij} - m_{ij} = p_i q_j \sum_s \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} F_s(i) G_s(j)$$

Les résultats coïncident avec ceux de l'analyse des correspondances du tableau k_{IJ} si l'on pose :

$$m_{ij} = k_i k_j$$

$$p_i = k_i$$

$$q_j = k_j$$

3. APPLICATIONS

3.1. Tableaux d'échanges ou de trafic

Ce sont des tableaux carrés dont le traitement par l'Analyse des Correspondances pose des problèmes à cause de leur diagonale.

On pose :

$$K_{ii} = 0$$

$$M_{ij} = K_i K_j \quad \text{si } i \neq j$$

$$M_{ii} = 0$$

$$P_i = K_i$$

$$Q_j = K_j$$

3.2. Analyse d'un sous tableau et analyse à marge modifiée

Soit K_{IJ} un sous tableau contenu dans $K_{I',J}$ avec $I \in I'$. Pour faire l'analyse du sous tableau en gardant la métrique définie sur R_J par le tableau entier ainsi que les poids des éléments j , on pose :

$$M_{ij} = K_i K'_j \quad \text{où } K'_j \text{ est la marge du tableau entier}$$

$$P_i = K_i$$

$$Q_j = K'_j$$

Dans les formules ci-dessus, on peut prendre pour K'_j des valeurs quelconques, ce qui permet de faire une analyse des correspondances de K_{IJ} en remplaçant la marge K_J par des valeurs données.

3.3. Analyse des résidus d'un modèle

M_{IJ} peut être un modèle construit à partir de variables extérieures ou de certaines hypothèses.

4. LE PROGRAMME

Il a été écrit à partir du programme d'analyse des correspondances figurant dans la bibliothèque d'analyse des données de l'ADDAD. Une analyse du programme figure dans [3].

4.1. Les données

Elles sont lues sur le fichier de numéro 01. Pour chaque ligne i , on lit successivement le nom de cette ligne, les valeurs des éléments de K_{IJ} suivies des valeurs des éléments de M_{IJ} . S'il y a des lignes supplémentaires, elles doivent figurer en fin de fichier.

4.2. Les paramètres sont lus sur le fichier de numéro 05.

Carte 1 : Titre de l'analyse Format 20 A4

Carte 2 : Paramètres généraux Format V

NI	Nombre de lignes (ensemble I)
NJ	Nombre de colonnes (ensemble J)
NF	Nombre de facteurs calculés
NI2	Nombre de lignes supplémentaires (en fin de tableau)
NJ2	Nombre de colonnes supplémentaires
IOUT=1	Sortie des tableaux (données et modèle)
IF=1	Sortie des facteurs sur I
JF=1	Sortie des facteurs sur J
IGR=1	Des graphiques sont demandés (carte 6 nécessaire)
ISTOCK=1	Stockage des facteurs sur I sur file 25
=2	Stockage des facteurs sur les lignes supplémentaires sur file 07
JSTOCK=1	Stockage des facteurs sur J sur file 24
=2	Stockage des facteurs sur les colonnes supplémentaires sur file 07
JOPT=1	Lecture des $Q(j)$
=2	$Q(j) = k_j$
=3	$Q(j) = (k_j + m_j)/2$
=4	$Q(j) = m_j$
IOPT=1	Lecture des $P(i)$
=2	$P(i) = k_i$
=3	$P(i) = (k_i + m_i)/2$
=4	$P(i) = m_i$

- Carte 3 Noms des variables (Format 20 A4)
- Carte 4 Position des colonnes supplémentaires (Format 80I1)
(si NJ2≠0)
- Carte 5 Format de lecture des données (Format 20 A4)
- Carte 6 Demande de graphiques (si IGR≠0)(Format 80I1)
Pour chaque graphique (8 au maximum) une zone de 10 colonnes
- Carte 7 Format de lecture des Q(j) (si JOPT=1)
- Carte 8 Lecture des Q(j) (si JOPT=1)
- Carte 9 Format de lecture des P(i) (si IOPT=1)
- Carte 10 Lecture des P(i) (si IOPT=1)

5. EXEMPLE D'UTILISATION

Le tableau K_{IJ} est une matrice d'échange traitée suivant le procédé indiqué en 3.1.

5.1. Fichier de paramètres

```
essai
  15  15   7   0   0   1   1   1   1   0   0   2   2
  +1  +2  +3  +4  +5  +6  +7  +8  +9 +10 +11 +12 +13 +14 +15
(a2,1x,15f6.0,15f6.0)
2133 4221 1333 4221
```

5.2. Fichier de données

1	0.	259.	45.	14.	204.	1824.	57.	250.	70.	76.	16.	36.	0.	403.	189.	0.	149.	285.	139.	429.	419.	266.
301.	171.	297.	113.	166.	191.	273.	155.															
2	270.	0.	1113.	257.	2483.	1450.	530.	708.	166.	878.	166.	205.	281.	457.	174.	259.	0.	754.	367.	1136.	1109.	704.
797.	454.	787.	390.	440.	505.	723.	410.															
3	34.	525.	0.	1001.	1493.	32.	143.	62.	133.	207.	327.	549.	226.	133.	0.	139.	212.	0.	198.	612.	598.	379.
430.	244.	424.	162.	237.	272.	390.	221.															
4	0.	116.	1389.	0.	425.	100.	99.	220.	27.	111.	215.	1037.	26.	152.	117.	114.	173.	332.	0.	500.	488.	310.
351.	200.	347.	132.	194.	223.	318.	181.															
5	186.	667.	394.	291.	0.	1009.	1577.	148.	123.	1021.	154.	265.	860.	314.	90.	215.	327.	626.	305.	0.	921.	584.
642.	377.	654.	249.	365.	420.	601.	341.															
6	713.	253.	134.	75.	632.	0.	595.	1675.	563.	250.	29.	0.	118.	507.	297.	166.	252.	482.	235.	727.	0.	450.
510.	290.	504.	192.	282.	323.	463.	262.															
7	0.	181.	78.	41.	763.	148.	0.	24.	396.	964.	104.	38.	745.	25.	87.	102.	155.	296.	144.	447.	436.	0.
313.	178.	310.	118.	173.	199.	284.	161.															
8	51.	31.	68.	0.	133.	1094.	109.	0.	107.	92.	0.	28.	39.	1831.	491.	117.	177.	340.	166.	513.	501.	318.
0.	205.	355.	135.	199.	228.	326.	185.															
9	31.	34.	34.	28.	34.	316.	271.	148.	0.	628.	0.	0.	59.	83.	228.	54.	82.	156.	76.	235.	230.	146.
165.	0.	163.	62.	91.	105.	150.	85.															
10	14.	103.	492.	177.	353.	104.	528.	209.	568.	0.	315.	408.	551.	191.	130.	117.	179.	342.	167.	516.	503.	319.
362.	206.	0.	136.	200.	229.	328.	186.															
11	0.	21.	160.	83.	81.	33.	23.	20.	64.	248.	0.	110.	106.	21.	0.	27.	42.	80.	39.	121.	118.	75.
95.	48.	84.	0.	47.	54.	77.	44.															
12	0.	53.	310.	260.	156.	0.	0.	0.	0.	82.	481.	0.	131.	0.	0.	42.	63.	122.	59.	183.	179.	113.
123.	73.	127.	48.	0.	81.	117.	66.															
13	0.	66.	21.	0.	151.	40.	421.	24.	43.	248.	26.	0.	0.	25.	0.	30.	46.	88.	43.	132.	129.	82.
93.	53.	92.	35.	51.	0.	34.	48.															
14	327.	43.	0.	63.	206.	301.	42.	1362.	0.	40.	54.	90.	35.	0.	774.	109.	165.	317.	154.	477.	466.	295.
335.	190.	330.	126.	135.	212.	0.	172.															
15	0.	0.	0.	26.	26.	20.	28.	159.	591.	102.	0.	0.	0.	403.	0.	38.	58.	112.	54.	168.	164.	104.
118.	67.	117.	45.	65.	75.	107.	0.															

5.3. Résultats

COMPARAISON DE 2 TABLEAUX DE FREQUENCE
essai

NI	NJ	NF	NI2	NJ2	IOU2	IF	JF	IGR	ISTOCK	JSTOCK	JOPT	IOPT
15	15	7	0	0	1	1	1	1	0	0	2	2
+1(1)			+2(2)			+3(3)			+4(4)	+5(5)		+6(6)
+11(11)			+12(12)			+13(13)			+14(14)	+15(15)		+7(7)
												+8(8)
												+9(9)
												+10(10)

(a2,1x,15f6.0,15f6.0)

tableau
des
données

NOMJ(J) :	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15		
PJ(J) :	1626.	2472.	4738.	2306.	7140.	6971.	4423.	5009.	2851.	4947.	1887.	2766.	3177.	4545.	2577.	57435.	
1	!	0.	269.	45.	14.	204.	1824.	57.	250.	70.	76.	16.	36.	0.	403.	189.	3453.
2	!	270.	0.	1113.	257.	2483.	1450.	530.	708.	166.	878.	166.	205.	281.	457.	174.	9138.
3	!	34.	585.	0.	1001.	1493.	32.	143.	62.	133.	207.	327.	549.	226.	133.	0.	4925.
4	!	0.	106.	1337.	0.	425.	100.	99.	220.	27.	111.	215.	1037.	26.	152.	117.	4024.
5	!	186.	667.	894.	281.	0.	1009.	1577.	148.	123.	1021.	154.	265.	860.	314.	90.	7589.
6	!	713.	258.	134.	75.	632.	0.	595.	1675.	563.	250.	29.	0.	118.	507.	297.	5846.
7	!	0.	181.	78.	41.	763.	148.	0.	24.	396.	964.	104.	38.	745.	25.	87.	3594.
8	!	51.	81.	68.	0.	133.	1094.	109.	0.	107.	92.	0.	28.	39.	1831.	491.	4124.
9	!	31.	34.	34.	28.	34.	316.	271.	148.	0.	628.	0.	0.	59.	83.	228.	1894.
10	!	14.	103.	472.	177.	353.	104.	528.	209.	568.	0.	315.	408.	551.	191.	130.	4148.
11	!	0.	21.	160.	83.	81.	33.	23.	20.	64.	248.	0.	110.	106.	21.	0.	970.
12	!	7.	53.	317.	260.	156.	0.	0.	0.	82.	481.	0.	131.	0.	0.	0.	1473.
13	!	0.	66.	21.	0.	151.	40.	421.	24.	43.	248.	26.	0.	25.	0.	0.	1065.
14	!	327.	43.	0.	63.	206.	301.	42.	1362.	0.	40.	54.	90.	35.	0.	774.	3837.
15	!	0.	0.	0.	26.	26.	20.	28.	159.	591.	102.	0.	0.	0.	403.	0.	1355.

modèle

NOMJ(J) :	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15		
PJ(J) :	1529.	2080.	4332.	2146.	6196.	6261.	4145.	4650.	2756.	4591.	1853.	2695.	3117.	4241.	2517.	53109.	
1	!	0.	149.	285.	139.	429.	419.	266.	301.	171.	297.	113.	166.	191.	273.	155.	3354.
2	!	259.	0.	754.	367.	1136.	1109.	704.	797.	454.	787.	300.	440.	505.	723.	410.	8745.
3	!	139.	212.	0.	198.	612.	598.	379.	430.	244.	424.	162.	237.	272.	390.	221.	4518.
4	!	114.	173.	332.	0.	500.	488.	310.	351.	200.	347.	132.	194.	223.	318.	181.	3863.
5	!	215.	327.	626.	305.	0.	921.	584.	662.	377.	654.	249.	365.	420.	601.	341.	6647.
6	!	166.	252.	482.	235.	727.	0.	450.	510.	290.	504.	192.	282.	323.	463.	262.	5138.
7	!	102.	155.	296.	144.	447.	436.	0.	313.	178.	310.	118.	173.	199.	284.	161.	3316.
8	!	117.	177.	340.	166.	513.	501.	318.	0.	295.	355.	135.	199.	228.	326.	185.	3765.
9	!	54.	92.	156.	76.	235.	230.	146.	165.	0.	163.	62.	91.	105.	150.	85.	1800.
10	!	117.	179.	342.	167.	516.	503.	319.	362.	206.	0.	136.	200.	229.	328.	186.	3790.
11	!	27.	42.	80.	39.	121.	118.	75.	85.	48.	84.	0.	47.	54.	77.	44.	941.
12	!	42.	63.	122.	59.	133.	179.	113.	123.	73.	127.	48.	0.	81.	117.	66.	1401.
13	!	30.	46.	88.	43.	132.	129.	82.	93.	53.	92.	35.	51.	0.	84.	48.	1006.
14	!	109.	165.	317.	154.	477.	466.	295.	335.	190.	330.	126.	185.	212.	0.	172.	3533.
15	!	38.	58.	112.	54.	168.	164.	104.	113.	67.	117.	45.	65.	75.	107.	0.	1292.

DIFFERENCE ENTRE TABLEAU ET MODELE (en millième)

NOMJ (J) :	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15	G(I)	
G(J) :	23	43	82	40	124	121	77	87	49	86	32	48	55	79	44		
1	1	0	1	-4	-2	-4	23	-4	-1	-2	-4	-1	-2	-3	1	0	60
2	1	0	0	5	-2	21	4	-4	-2	-5	0	-2	-4	-4	-5	-4	159
3	1	-2	6	0	13	14	-10	-4	-7	-2	-4	2	5	-1	-5	-4	85
4	1	-2	-1	17	0	-2	-7	-4	-2	-3	-4	1	14	-3	-3	-1	70
5	1	0	5	3	0	0	0	16	-9	-4	5	-2	-2	7	-5	-4	132
6	1	9	0	-6	-3	-2	0	1	19	4	-5	-3	-5	-4	0	0	101
7	1	-1	0	-4	-1	4	-5	0	-5	3	10	0	-2	9	-4	-1	62
8	1	-1	-1	-5	-3	-7	7	-4	0	-1	-5	-2	-3	-3	25	5	71
9	1	0	0	-2	0	-3	1	1	0	0	7	-1	-1	0	-1	2	32
10	1	-1	-1	2	0	-3	-7	3	-3	6	0	2	3	5	-2	-1	72
11	1	0	0	1	0	0	-1	-1	-1	0	2	0	1	0	-1	0	16
12	1	0	0	3	3	0	-3	-2	-2	-1	0	7	0	0	-2	-1	25
13	1	0	0	-1	0	0	-1	5	-1	0	2	0	0	0	-1	0	18
14	1	3	-2	-5	-1	-5	5	-4	17	-3	-5	-1	-1	-3	0	10	66
15	1	0	-1	-2	0	-2	-2	-1	0	9	0	0	-1	-1	5	0	23

LES VALEURS PROPRES VAL(1)=0.44907634

INUM	ITER	VAL PROPRE	POURCENTI	CUMUL	I*	HISTOGRAMME DES VALEURS PROPRES DE LA MATRICE
1	1	0.44907634	34.731	34.731	*	***** ***** ***** *****
2	1	0.21633573	16.731	51.462	*	***** *****
3	1	0.15075323	11.659	63.121	*	***** *****
4	2	0.14372012	11.115	74.236	*	***** *****
5	1	0.10144633	7.846	82.082	*	***** *****
6	2	0.07021035	5.430	87.512	*	***** *****
7	2	0.05323372	3.885	91.397	*	***** *****
8	2	0.04603493	3.560	94.957	*	***** *****
9	2	0.03061644	2.368	97.325	*	***** *****
10	2	0.02988659	1.615	98.940	*	***** *****
11	2	0.00952456	0.737	99.677	*	***** *****
12	1	0.00281027	0.217	99.894	*	***** *****
13	5	0.00096073	0.074	99.969	*	***** *****
14	4	0.00040007	0.031	100.000	*	***** *****
15	1	0.00000597	0.000	100.000	*	***** *****

I	J1	Q	L	T	P	O	I	D	I	N	R	I	1#F	C	O	R	C	T	R	2#F	C	O	R	C	T	R	3#F	C	O	R	C	T	R	4#F	C	O	R	C	T	R	5#F	C	O	R	C	T	R	6#F	C	O	R	C	T	R	7#F	C	O	R	C	T	R
11	1	1	832	60	821	-819	381	901	185	19	91	-354	72	501	-712	288	2121	-101	6	61	-30	1	11	451	115	2431																																			
21	2	1	686	159	361	99	33	31	29	3	11	-290	290	891	-142	70	231	-94	31	141	250	214	1421	115	45	421																																			
31	3	1	940	86	991	844	477	1361	399	107	631	-74	4	31	-7	0	01	-677	308	3891	221	33	601	-127	11	281																																			
41	4	1	999	70	1121	753	274	881	937	424	2851	193	18	171	37	1	11	729	257	3671	211	22	451	76	3	81																																			
51	5	1	927	132	501	319	210	301	-383	303	901	-226	106	451	-250	130	581	166	57	361	9	0	01	-242	121	1551																																			
61	6	1	929	102	771	-651	432	961	-63	5	21	-224	52	341	617	387	2691	-71	5	51	175	31	451	-130	17	351																																			
71	7	1	372	63	611	447	159	281	-880	617	2241	100	8	41	10	0	01	-98	8	61	-83	6	61	305	74	1161																																			
81	8	1	973	72	1301	-1133	547	2061	296	37	291	608	157	1761	-655	183	2151	-78	3	41	-65	2	41	-320	44	1471																																			
91	9	1	626	33	301	-254	55	51	-661	371	671	-82	6	21	-65	4	11	311	82	321	-316	85	471	165	23	181																																			
101	10	1	369	72	311	443	348	321	-186	62	121	407	295	801	224	89	251	155	43	171	-129	30	171	32	2	21																																			
111	11	1	715	17	121	660	482	161	-130	19	11	230	58	61	11	0	01	214	51	81	-78	7	21	298	98	301																																			
121	12	1	917	26	761	1185	368	801	672	118	541	193	10	61	120	4	31	-536	76	731	-1139	341	4751	8	0	01																																			
131	13	1	352	19	281	337	59	51	-1015	535	891	-207	23	51	-122	8	21	286	42	151	-3	0	01	-597	185	1321																																			
141	14	1	941	67	1901	-1041	561	1611	412	88	521	-405	85	731	559	162	1451	55	2	21	-289	43	801	29	0	11																																			
151	15	1	958	24	761	-666	107	231	-450	49	221	1616	630	4091	527	67	461	-333	27	261	478	55	771	307	23	441																																			

Centre de gravité

I	J1	Q	L	T	P	O	I	D	I	N	R	I	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001
1	6	1	8071000	1	0	0	0	2	2	0	-20	261	3	-15	147	2	-12	103	2	22	293	7	2	1	0

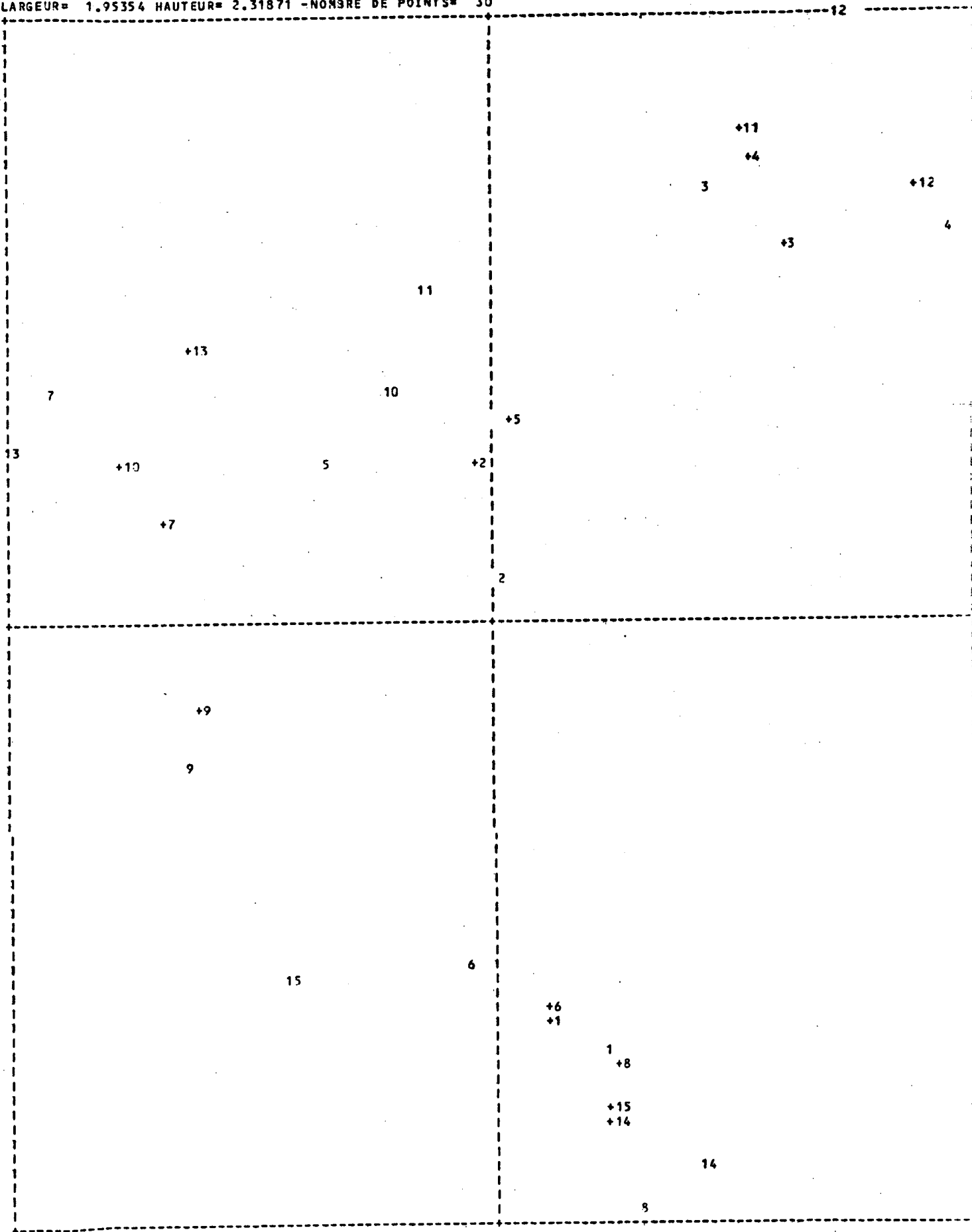
I	J1	Q	L	T	P	O	I	D	I	N	R	I	1#F	C	O	R	C	T	R	2#F	C	O	R	C	T	R	3#F	C	O	R	C	T	R	4#F	C	O	R	C	T	R	5#F	C	O	R	C	T	R	6#F	C	O	R	C	T	R	7#F	C	O	R	C	T	R
11	+11	902	28	381	-766	340	371	58	2	01	-604	212	691	742	318	1081	-59	2	11	117	8	61	-185	20	201																																				
21	+21	731	43	181	315	180	101	-66	8	11	-315	180	281	-240	105	171	-330	198	461	186	62	211	-161	48	231																																				
31	+31	944	82	731	735	469	991	526	240	1051	59	3	21	-57	3	21	503	219	2061	107	10	131	16	0	01																																				
41	+41	399	40	621	907	410	731	509	129	481	12	0	01	99	5	31	-814	331	2631	-100	5	61	-195	19	311																																				
51	+51	359	124	531	411	308	471	-14	0	01	-274	138	631	-41	3	21	-340	212	1421	329	197	1911	20	1	11																																				
61	+61	943	121	1011	-737	506	1471	84	7	41	-329	101	881	-538	270	2451	4	0	01	-60	3	61	257	61	1591																																				
71	+71	913	77	591	198	39	71	-687	473	1681	-137	35	181	-27	1	01	317	101	761	6	0	01	-512	264	4041																																				
81	+81	997	87	761	-345	502	1391	229	37	211	-276	54	441	755	400	3461	49	2	21	-13	0	01	-58	2	61																																				
91	+91	942	50	831	-152	11	31	-606	170	841	1012	473	3371	604	169	1261	-189	17	181	313	45	691	351	57	1221																																				
101	+101	332	36	511	307	103	181	-764	641	2331	-13	0	01	-75	6	31	173	33	251	-146	24	261	151	25	391																																				
111	+111	913	33	671	951	345	661	501	96	381	240	22	131	192	14	81	-387	58	491	-994	378	4631	-3	0	01																																				
121	+121	926	48	731	339	359	761	831	351	1541	260	34	221	89	4	31	555	157	1461	200	20	271	51	1	21																																				
131	+131	756	55	471	547	271	371	-665	402	1131	78	6	21	1	0	01	17	0	01	-291	77	671	19	0	01																																				
141	+141	932	79	1191	-945	461	1581	224	26	181	774	309	3141	-468	113	1211	-123	8	121	57	2	41	-349	63	1931																																				
151	+151	795	45	491	-916	595	841	227	36	111	9	0	01	215	33	141	175	22	131	-392	109	591	5	0	01																																				

Centre de gravité

I	J1	Q	L	T	P	O	I	D	I	N	R	I	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001			
1	6	1	6381000	1	-2	9	0	-10	92	1	-2	7	0	9	74	1	-1	3	0	0	0	0	0	0	-22	453	11

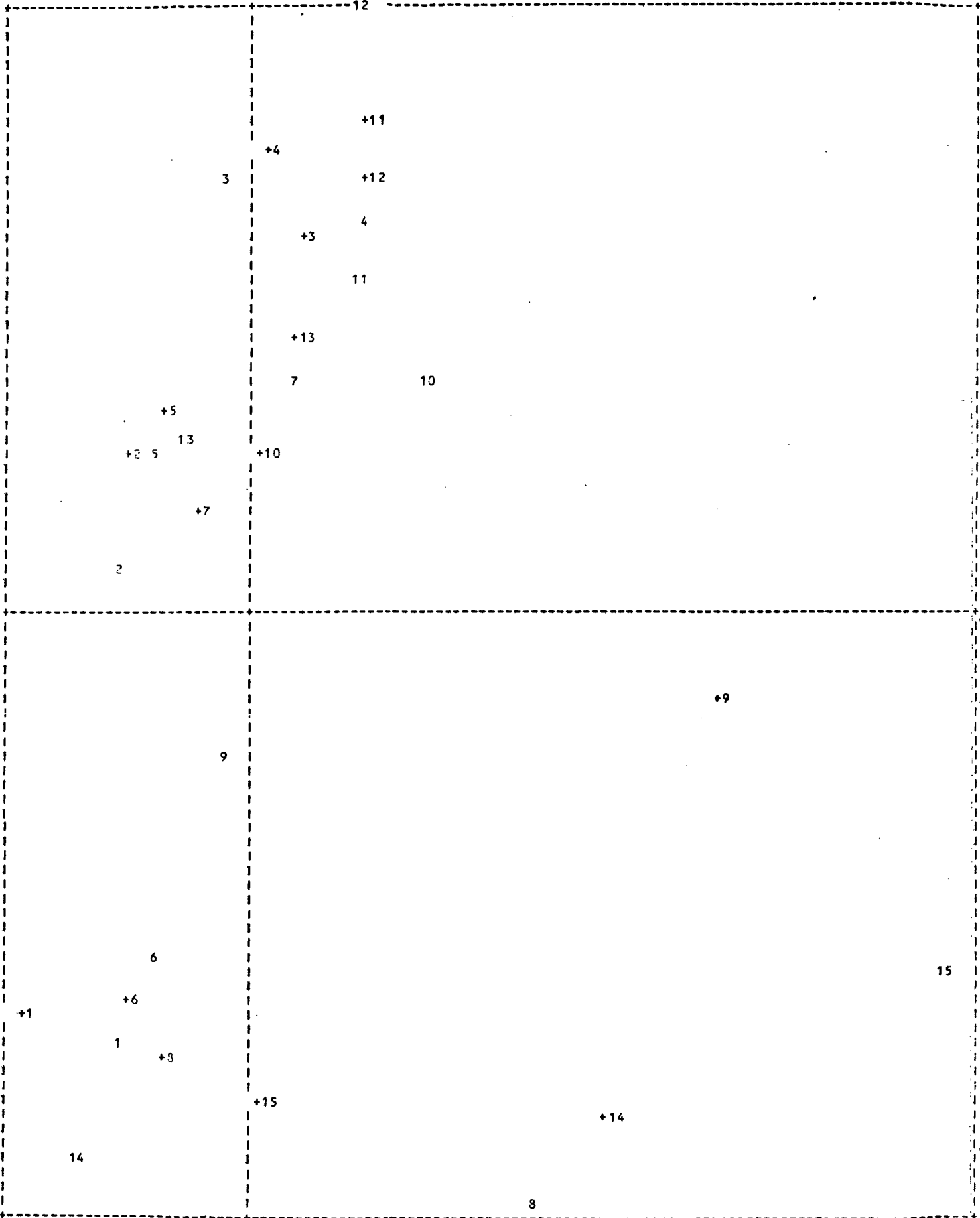
AXE HORIZONTAL(2)--AXE VERTICAL(1)--TITRE:essai

LARGEUR= 1.95354 HAUTEUR= 2.31871 -NOMBRE DE POINTS= 30



AXE HORIZONTAL(3)--AXE VERTICAL(1)--TITRE:essai

LARGEUR= 2.22157 HAUTEUR= 2.31871 -NOMBRE DE POINTS= 30



BIBLIOGRAPHIE

- B. ESCOFIER [1] Analyse Factorielle en référence à un modèle
Application à l'analyse de tableaux d'échange.
Rapport IRISA n° 229 - Juillet 1984.
Revue de Statistique Appliquée 1985.
- B. ESCOFIER [2] Analyse de la différence entre deux mesures sur
le produit de deux mêmes ensembles.
Cahiers de l'Analyse des Données - 1983 - n°3.
- P. PUERTOLAS [3] Mise au point d'un programme analysant les écarts
d'un tableau à un modèle.
Rapport de stage IRISA.

