



HAL
open science

Etude de sensibilité d'un modèle de polarisation électromagnétique vis-à-vis de ses paramètres

Y. Goldman

► **To cite this version:**

Y. Goldman. Etude de sensibilité d'un modèle de polarisation électromagnétique vis-à-vis de ses paramètres. RR-0465, INRIA. 1985. inria-00076089

HAL Id: inria-00076089

<https://inria.hal.science/inria-00076089>

Submitted on 24 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

IRIA

CENTRE DE ROCQUENCOURT

Rapports de Recherche

N°465

**ÉTUDE DE SENSIBILITÉ
D'UN MODÈLE DE POLARISATION
ÉLECTROMAGNÉTIQUE
VIS-À-VIS DE SES PARAMÈTRES**

Yanay GOLDMAN

Décembre 1985

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
BP 105
78153 Le Chesnay Cedex
France

Tél. (1) 39 63 55 11

ETUDE DE SENSIBILITE D'UN MODELE DE POLARISATION

ELECTROMAGNETIQUE VIS-A-VIS DE SES PARAMETRES

YANAY GOLDMAN.



RESUME

Nous nous intéressons à la sensibilité du champ magnétique mesuré à la surface d'un sous-sol conducteur, au cours d'une expérience de magnétotellurique, vis-à-vis des paramètres d'un modèle de polarisation électrique. Le modèle mathématique monodimensionnel est déduit des équations de Maxwell en fréquence, et la polarisation se traduit par une dépendance de la conductivité (complexe) du matériau par rapport à la fréquence.

ABSTRACT

We study the sensibility of the magnetic field, with respect to electric polarization parameters, in a magnetotelluric experiment.

The monodimensional model is derived from Maxwell's equations in the frequency domain.

Polarization is modeled by a complex impedance depending on frequency, according to Warburg's law.

MOTS-CLE

Electromagnétisme - Etude de sensibilité - Magnétotellurisme - Polarisation - Conductivité complexe.

KEY WORDS

Electromagnetism - Sensibility - Magnetotellurism - Polarization - Complex conductivity.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
1 - MODELE DEUX COUCHES	2
1.1 - Notations et expressions	3
1.2 - Etude de G en fonction de V et α	7
1.3 - Etude de \bar{G} (2ème couche polarisée)	9
1.4 - Etude de l'effet de la polarisation	17
2 - MODELE 5 COUCHES	23
2.1 - Fonction de transfert du modèle 3 couches avec reservoir	24
2.2 - Etude du rapport 5 couches / 3 couches	29
2.3 - Etude du rapport des réponses du modèle 5 couches (polarisé / non polarisé)	36
3 - ASPECT INFORMATIQUE	47
4 - CONCLUSION	48
Liste de figure	49
ANNEXE	53

INTRODUCTION

Ce rapport est le troisième d'une série de travaux sur les équations de Maxwell dans des milieux polarisables.

Le but de ce travail est l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'écorce terrestre. Plus précisément on s'intéresse à la réponse à une excitation électrique en surface.

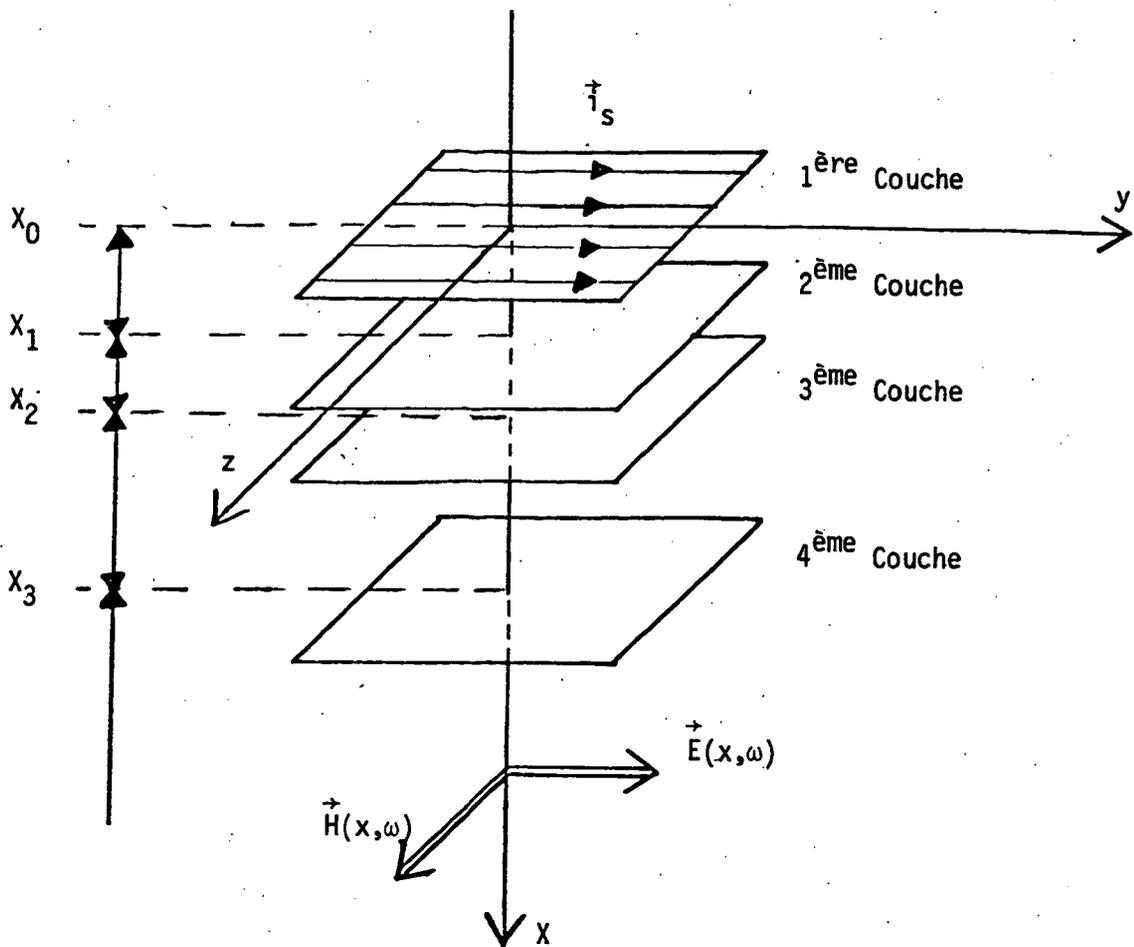
On calculera le champ magnétique en surface, connaissant le champ électrique au même point.

Le modèle choisi est celui fourni par les équations de Maxwell dans un milieu polarisable.

La présentation du modèle, ainsi que la description de la méthode d'obtention de la réponse, méthode dite "en fréquence", peuvent être trouvées dans le premier rapport de cette série, [1]. L'étude théorique du modèle a été faite dans [2] et dans le deuxième rapport [3].

L'approche choisie dans ce travail est l'approche en fréquence et on s'est attaché essentiellement à mesurer la sensibilité de la réponse par rapport aux caractéristiques du sous-sol.

le sous-sol considéré est un milieu stratifié, composé de n couches, et on suppose que la source est une densité de courant surfacique uniforme; on se ramène alors à un problème à une dimension d'espace, la profondeur, qui est le modèle 1D des équations de Maxwell, qu'on résoud dans un demi espace.



$\vec{E}(x, \omega) = E(x, \omega) \vec{j}$ le champ électrique au point x à la fréquence ω .

$\vec{H}(x, \omega) = H(x, \omega) \vec{k}$ le champ magnétique au point x à la fréquence ω .

Le système d'équation vérifié par E et H pour tout ω et x positifs est

$$\frac{dE}{dx}(x, \omega) + i\mu\omega H(x, \omega) = 0$$

$$\frac{dH}{dx}(x, \omega) + \sigma(x, \omega) E(x, \omega) = 0$$

$$E(0, \omega) = E_0(\omega)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x, \omega) = \lim_{x \rightarrow +\infty} H(x, \omega) = 0$$

Avec dans la couche n^0_j $x_{j-1} \leq x \leq x_j$

$$\sigma(x, \omega) = \sigma_j(\omega) = \sigma_j \frac{1 + \lambda_j (i \frac{\omega}{\omega_c})^{1/2}}{1 + (i \frac{\omega}{\omega_c})^{1/2}}$$

$$\lambda_j \geq 1$$

La couche n_j est polarisée si sa conductivité $\sigma_j(\omega)$ dépend effectivement de ω , c'est-à-dire si λ est différent de 1. Dans le cas contraire la conductivité est une constante réelle.

Ce modèle 1D est simple mais, dans certains cas, assez proche de la réalité physique pour pouvoir donner une idée de la sensibilité réelle de la réponse vis-à-vis des paramètres du modèle.

L'avantage de l'approche en fréquence est de permettre le calcul explicite de la solution exacte.

Connaissant le champ électrique en surface $E_0(\omega)$, le modèle permet de calculer le champ magnétique à la surface $H(0,\omega)$. De part la linéarité des équations, la dépendance de $H(0,\omega)$ par rapport à $E_0(\omega)$ est linéaire ; il est donc naturel de calculer la fonction de transfert

$$H(\omega) = \frac{H(0,\omega)}{E_0(\omega)}$$

qui est aussi le champ magnétique correspondant à l'excitation $E_0(\omega) = 1$.

Deux séries d'essais numériques ont été effectuées :

- la première série, sur un modèle deux couches, afin de mettre en évidence des paramètres adimensionnels caractéristiques et leur influence sur la forme de la réponse obtenue.
- la deuxième série, sur un modèle cinq couches, afin de tester la sensibilité du modèle à la polarisation d'une couche profonde.

Dans chaque cas on analyse l'influence de l'introduction d'une couche supplémentaire dans un modèle géologique donné. Dans ce but on calcul le rapport de la réponse au modèle avec la couche supplémentaire à la réponse au modèle initial.

On étudie ensuite comment est modulée cette influence lorsque on fait varier individuellement chacun des paramètres, géométriques ou physiques, liés à la couche introduite.

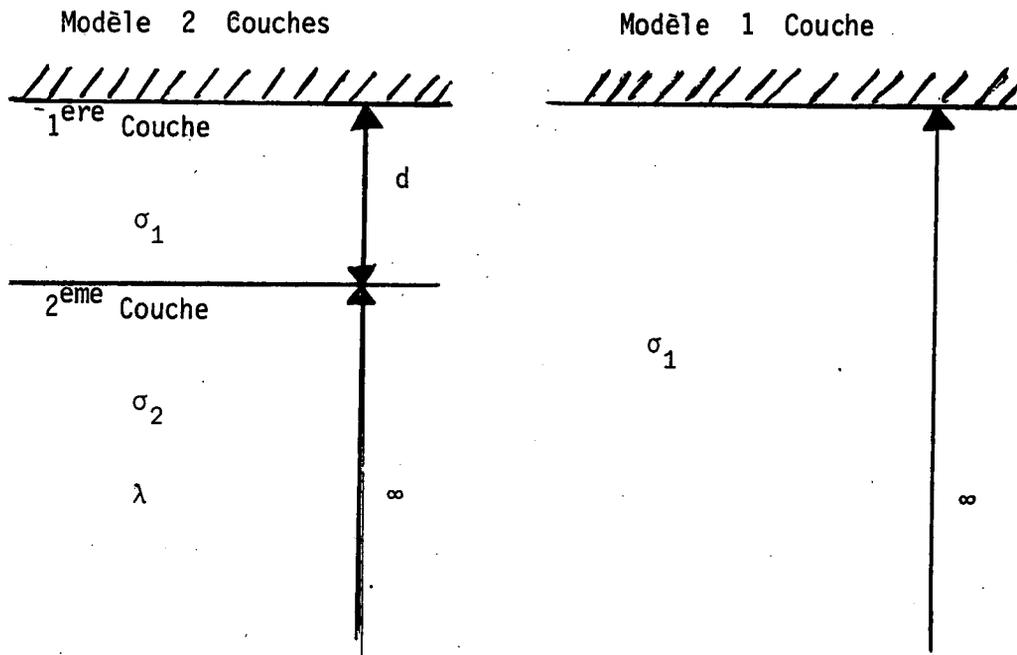
De la même façon pour analyser l'influence de la polarisation de la couche introduite on étudie le rapport entre la réponse au modèle où cette couche est polarisée et la réponse au modèle où elle ne l'est pas.

- les calculs numériques et les représentations graphiques ont été effectués sur l'ordinateur de l'INRIA, où ont été mis au point les algorithmes et programmes correspondants.

1. - MODELE DEUX COUCHES

On désigne par "modèle deux couches" un milieu stratifié, composé de deux couches homogènes ; la première d'épaisseur d , la deuxième de profondeur infinie. Seule la seconde couche est éventuellement polarisée.

Le modèle "une couche" correspond à un milieu homogène s'étendant sur un demi espace.



1.1. - Notations et expressions

σ_k = conductivité de la $k^{\text{ième}}$ couche ($k = 1,2$)

d = épaisseur de la première couche

$i = \sqrt{-1}$

$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$

ω_c = "fréquence caractéristique" de la couche polarisable.

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\left. \begin{aligned} V &= \sqrt{\mu\sigma_1\omega} d \\ W &= \sqrt{\mu\sigma_2\omega_c} d \end{aligned} \right\} \text{paramètres adimensionnels de référence}$$

On notera que la quantité $\sqrt{\frac{2}{\mu\sigma_1\omega}}$ n'est autre que la profondeur de pénétration d'une onde harmonique de fréquence ω .

V (resp. W) représente donc le rapport entre l'épaisseur de la première couche et la profondeur de pénétration de l'onde à la fréquence ω (resp. ω_c) dans cette même couche.

Un tableau de valeurs numériques de V pour différents ω et d est donné en annexe.

$$H_1 = \sqrt{\frac{\sigma_1}{i\mu\omega}} \quad \text{fonction de transfert associé à une couche homogène infinie.}$$

$$H_2 = \sqrt{\frac{\sigma_1}{i\mu\omega}} \cdot \frac{(1+\sqrt{\alpha})e^{\sqrt{i}V} - (1-\sqrt{\alpha})e^{-\sqrt{i}V}}{(1+\sqrt{\alpha})e^{\sqrt{i}V} + (1-\sqrt{\alpha})e^{-\sqrt{i}V}}$$

fonction de transfert associé au modèle deux couches lorsque les deux ne sont pas polarisées

$$G = \frac{H_2}{H_1}$$

$$\bar{H}_2 = \sqrt{\frac{\sigma_1}{i\mu\omega}} \frac{(1+\sqrt{\bar{\alpha}})e^{\sqrt{i}V} - (1-\sqrt{\bar{\alpha}})e^{-\sqrt{i}V}}{(1+\sqrt{\bar{\alpha}})e^{\sqrt{i}V} + (1-\sqrt{\bar{\alpha}})e^{-\sqrt{i}V}}$$

fonction de transfert associé au modèle deux couches lorsque la seconde est polarisée avec

$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_1}$ ou $\bar{\sigma}$ désigne la conductivité complexe de la seconde couche soit :

$$\bar{\sigma} = \sigma_2 \frac{1 + \lambda\sqrt{i\omega/\omega_c}}{1 + \lambda\sqrt{i\omega/\omega_c}} = \sigma_2 \frac{1 + \lambda\frac{V}{W}\sqrt{i}}{1 + \frac{V}{W}\sqrt{i}}$$

ét donc

$$\bar{\alpha} = \alpha \frac{1 + \lambda \frac{V}{W} \sqrt{i}}{1 + \frac{V}{W} \sqrt{i}}$$

et on notera

$$\bar{G} = \frac{H_2}{H_1}$$

D'une manière générale on désigne par \sqrt{Z} ou $Z \in \mathbb{C}$ la racine carrée complexe dont la partie réelle est positive.

1.2. - Etude de G en fonction de V et α (2ème couche non polarisée)

Les figures 1a, 1b représentent le module et l'argument de la fonction G (c'est-à-dire le rapport des modules et la différence des arguments des réponses au modèle deux couches (H_2) et au modèle une couche (H_1) en fonction de V, pour différentes valeurs du rapport α .

- on s'aperçoit que pour V supérieur à 3, G ne s'écarte jamais de 1 de plus de 1%, et on peut alors considérer que la présence de la deuxième couche est indécélable.
- toutes les couches représentent, pour différentes valeurs de α , le module (resp. l'argument) de G se coupent au même point.
- les extrema des modules ont, quel que soit α , la même abscisse, alors que l'abscisse des extrema de l'argument se déplace vers l'origine lorsque $|\alpha-1|$ augmente.
- lorsque $\alpha \geq 1$ la variation de G (en module et en argument) est d'autant plus forte que α est grand. Pour $\alpha < 1$ elle est d'autant plus forte que α est petit.
- le phénomène "symétrique" par rapport à la valeur $\alpha = 1$ s'explique bien si on remarque que l'on a :

$$\forall \alpha \quad G(\alpha) \cdot G\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 1$$

Module

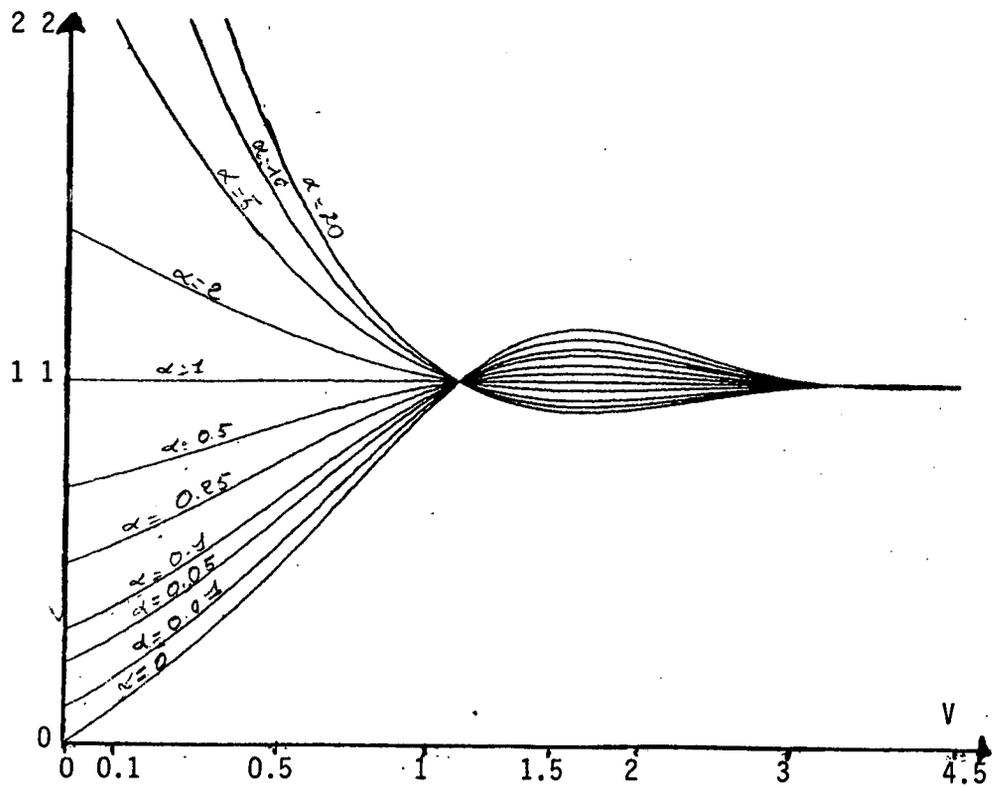


Figure 1a : Module de G en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d$

Argument

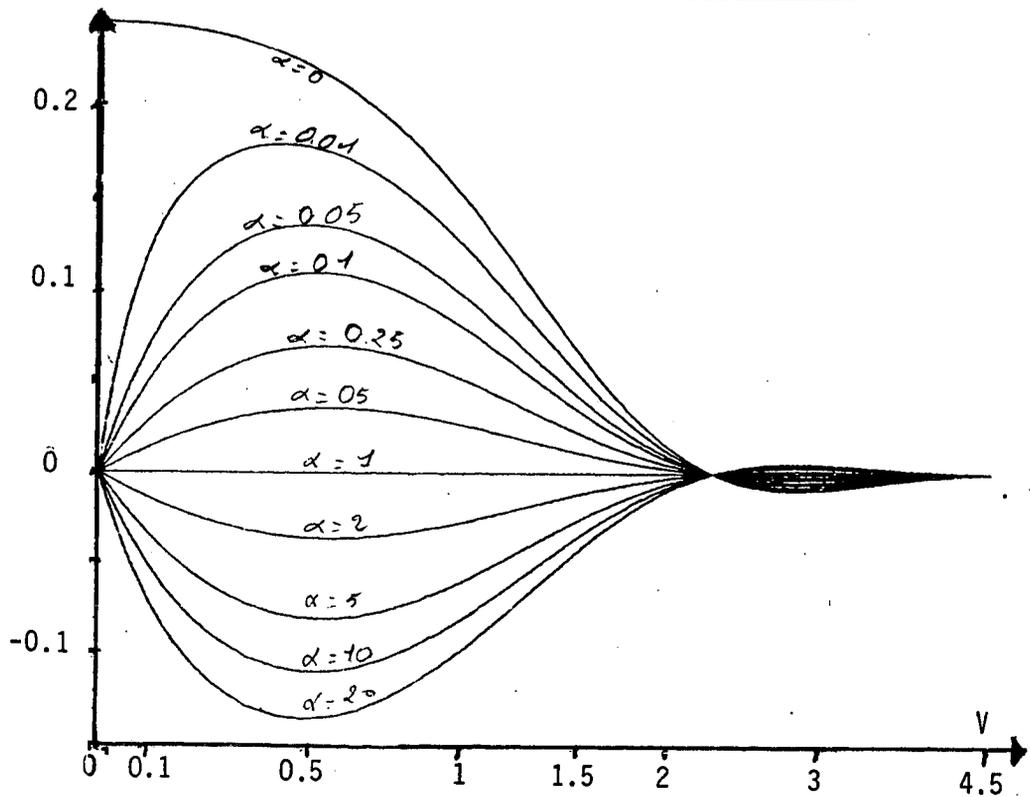


Figure 1b : Argument/ π de G en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d$

1.3. - Etude de \bar{G} (2ème couche polarisée)

Sur les figures 2 à 5, sont représentés le module et l'argument de la fonction \bar{G} en fonction de V , et ce pour différentes valeurs de α , λ et W .

- d'une façon générale, les courbes obtenues ont la même allure que celles obtenues dans le cas où la deuxième couche n'est pas polarisée, du moins pour V supérieur à 0.1.
- une perturbation apparaît pour les petites valeurs de V ($V \leq 0.1$). Elle se manifeste par une brusque augmentation du module et de l'argument. Cette perturbation apparaît à une valeur plus faible de V pour l'argument que pour le module.

1.3.1. - \bar{G} en fonction de V et α

- comme précédemment, on constate que pour $V \geq 3$, G s'écarte de 1, de moins de 1%.
- pour toute les valeurs de α , les courbes s'intersectent aux mêmes points.

1.3.2. - Effet de λ sur \bar{G} (voir fig.3)

- on constate que l'augmentation de λ , augmente le module de \bar{G} et diminue son argument (pour s'en rendre compte, comparer les dessins de la figure 3 et comparer les figures 4 et 5).
- la perturbation de \bar{G} associée aux faibles valeurs de V est d'autant plus forte que λ est grand.
- l'abscisse du maximum de la perturbation croit légèrement avec λ .

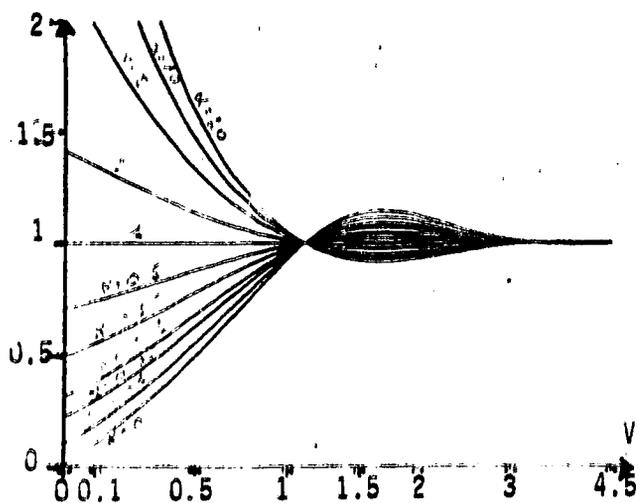


Figure 1a : Module de G

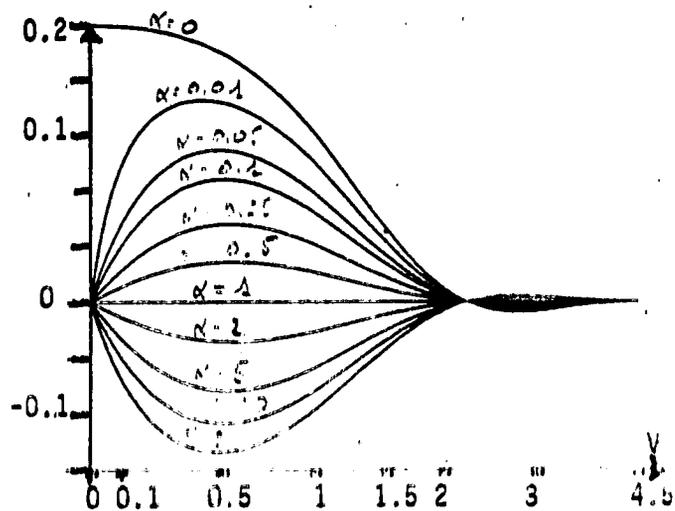


Figure 1b : Argument/ π de G

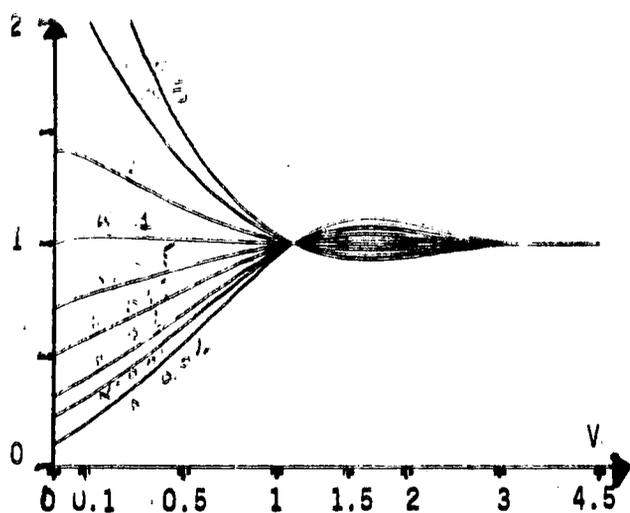


Figure 2a : Module de G

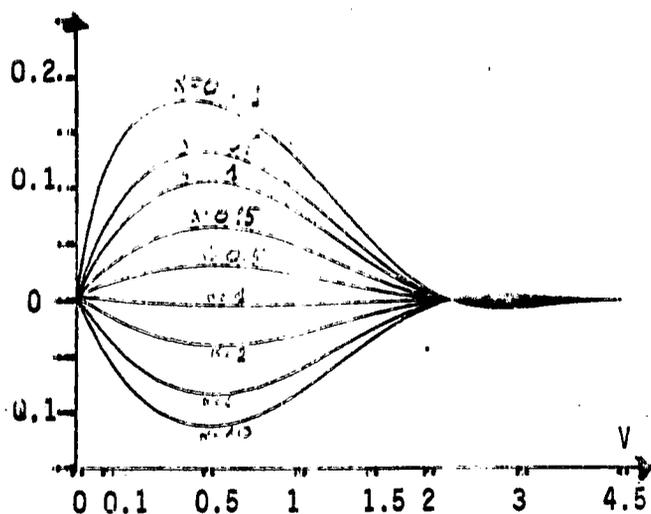
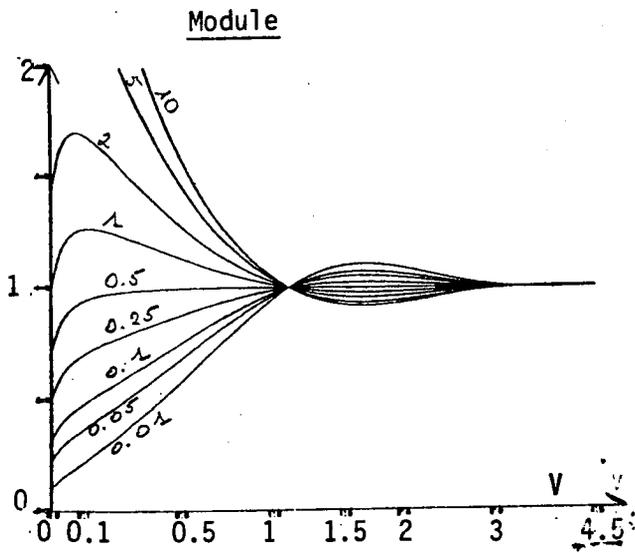
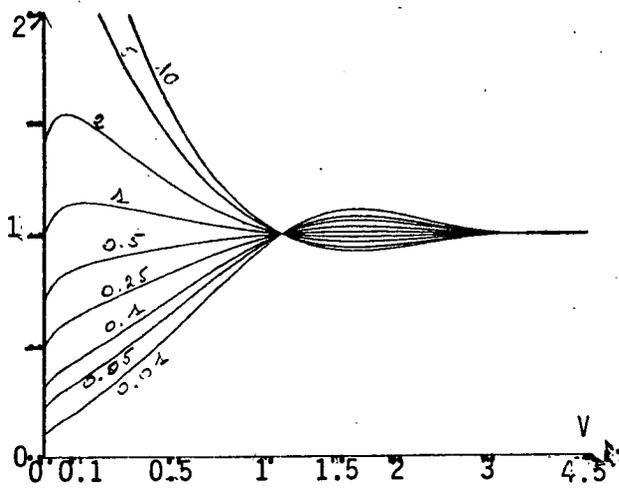
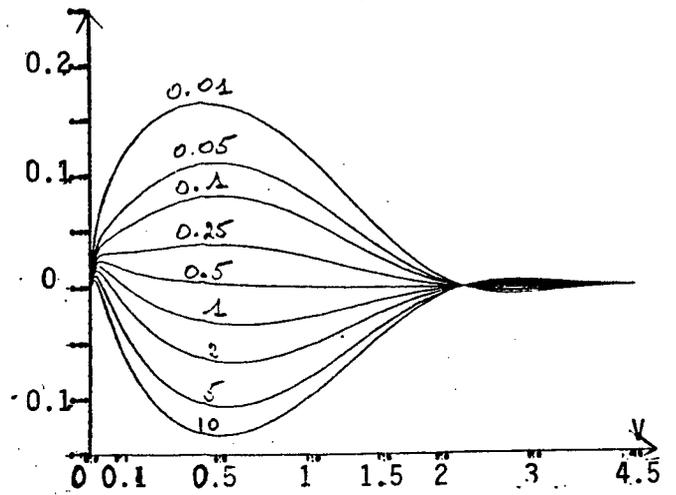


Figure 2b : Argument/ π de G

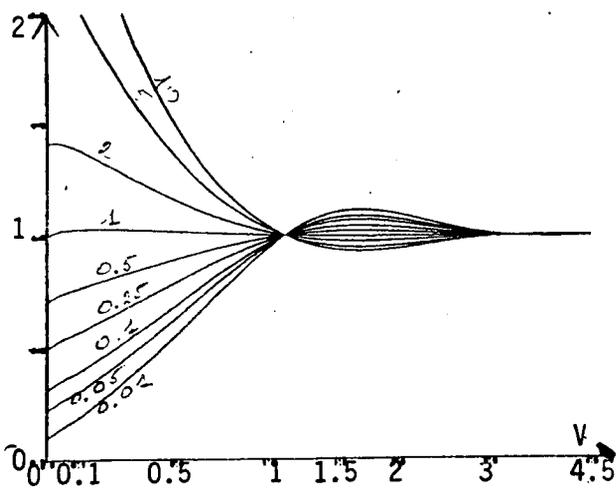
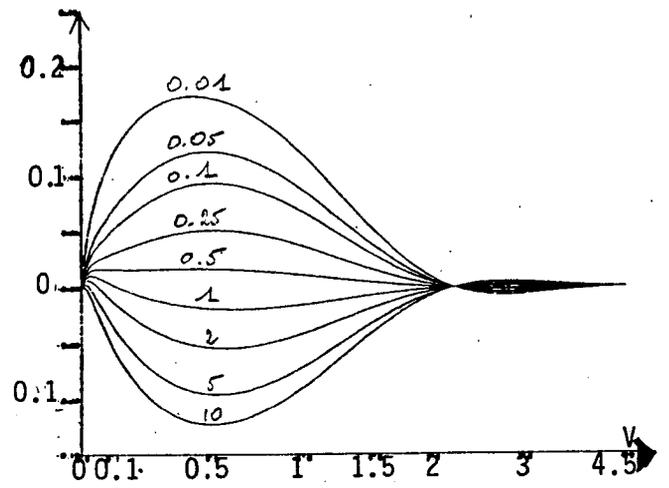
Figure 2 : \bar{G} en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega$ avec la 2ème couche polarisée, $\lambda'' = 1.1$ et $W = 0.05$



$$\lambda = 2$$



$$\lambda = 1.5$$



$$\lambda = 1.1$$

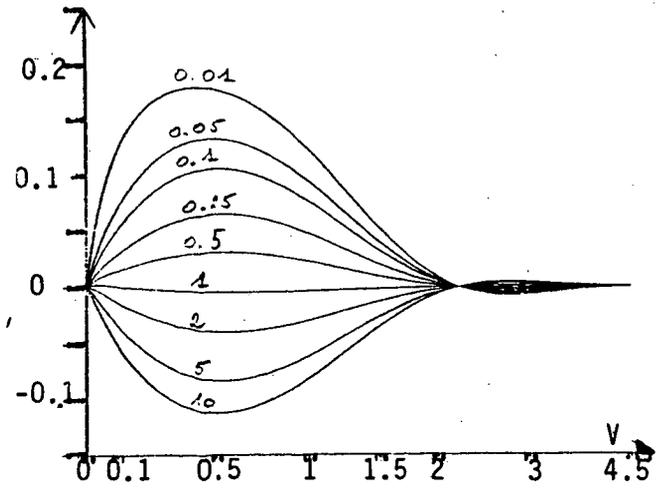


Figure 3 : \bar{G} en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} d$ avec 2ème couche polarisée,

$$\lambda = 1.1, 1.5, 2$$

$$W = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} d = 0.05$$

1.3.3. - Effet de W (fig. 4 et 5)

- la diminution de W amplifie l'influence de λ par une augmentation du module et une diminution de l'argument.
- l'amplitude de la perturbation pour les petites valeurs de V est d'autant plus forte que W est petit.
- l'abscisse du maximum de cette perturbation augmente avec W .

1.3.4. - Equivalence de paramètres (fig. 6 et 7)

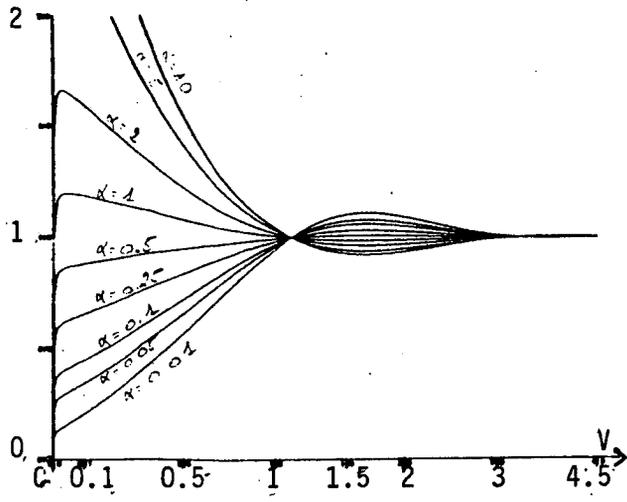
On parlera d'équivalence de paramètres lorsque les effets dûs à la variation conjuguée et simultanée de plusieurs paramètres s'annihilent pour donner des courbes pratiquement identiques.

Ainsi, l'effet de l'augmentation de λ étant comparable à celui de l'augmentation de α (du moins pour W petit) on peut trouver deux couples de paramètres (α, λ) appropriés et différents, donnant des courbes qui coïncident pratiquement.

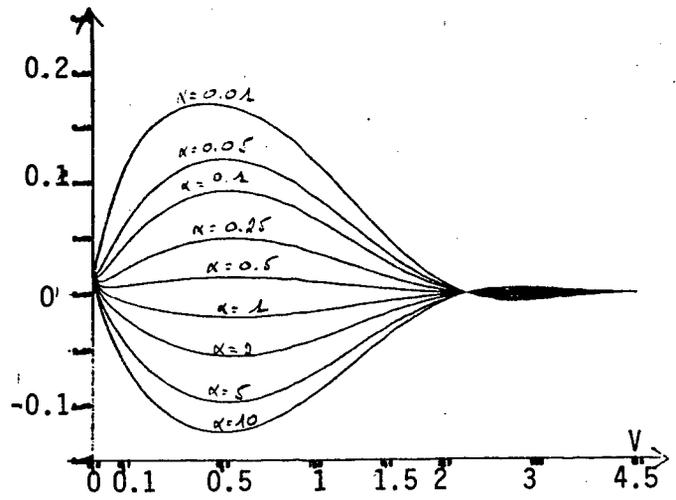
Deux exemples de cette situation sont illustrée sur les figures 6 et 7. On voit que pour $W = 0.005$ les courbes correspondant à $\lambda = 2$ sont presque identiques aux courbes correspondant à un "modèle 2 couches" non polarisé ($\lambda = 1$) pour un paramètre α deux fois plus grand.

De façon générale, comme on pourrait le voir analytiquement, pour W très petit, les couples (α, λ) et $(\lambda.\alpha, 1)$ donnent des résultats équivalents.

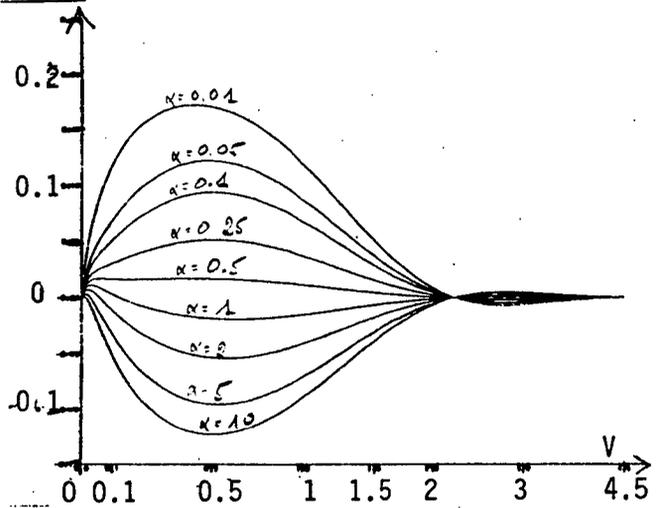
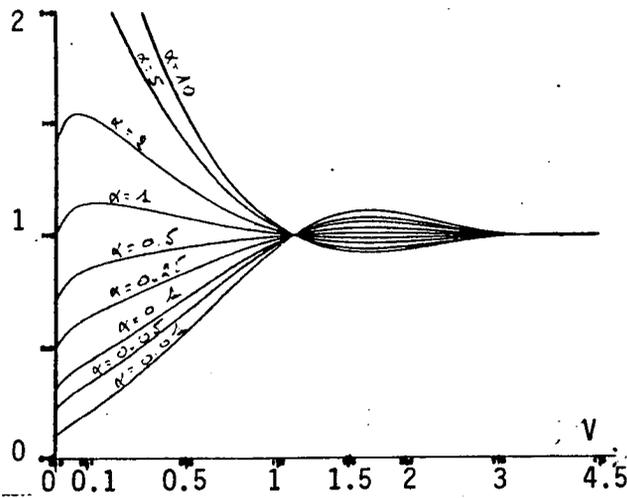
Module



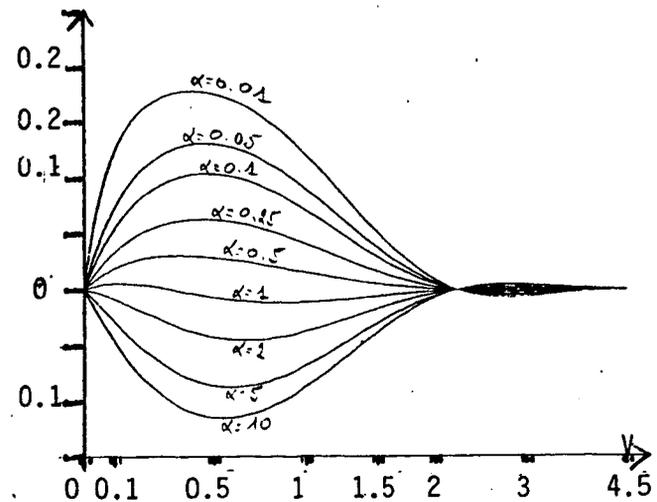
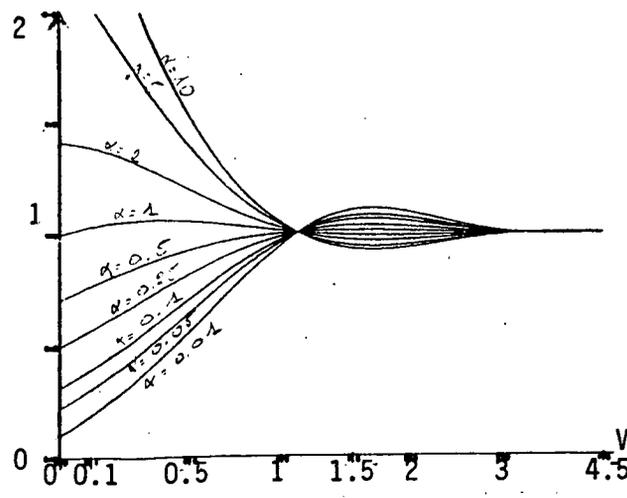
13 Argument/ π



$W = 0.005$



$W = 0.05$



$W = 0.5$

Figure 4 : \bar{G} en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} d$ avec la 2ème couche polarisée,
 $W = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} d = 0.5, 0.05, 0.005$
 $\lambda = 1.5$

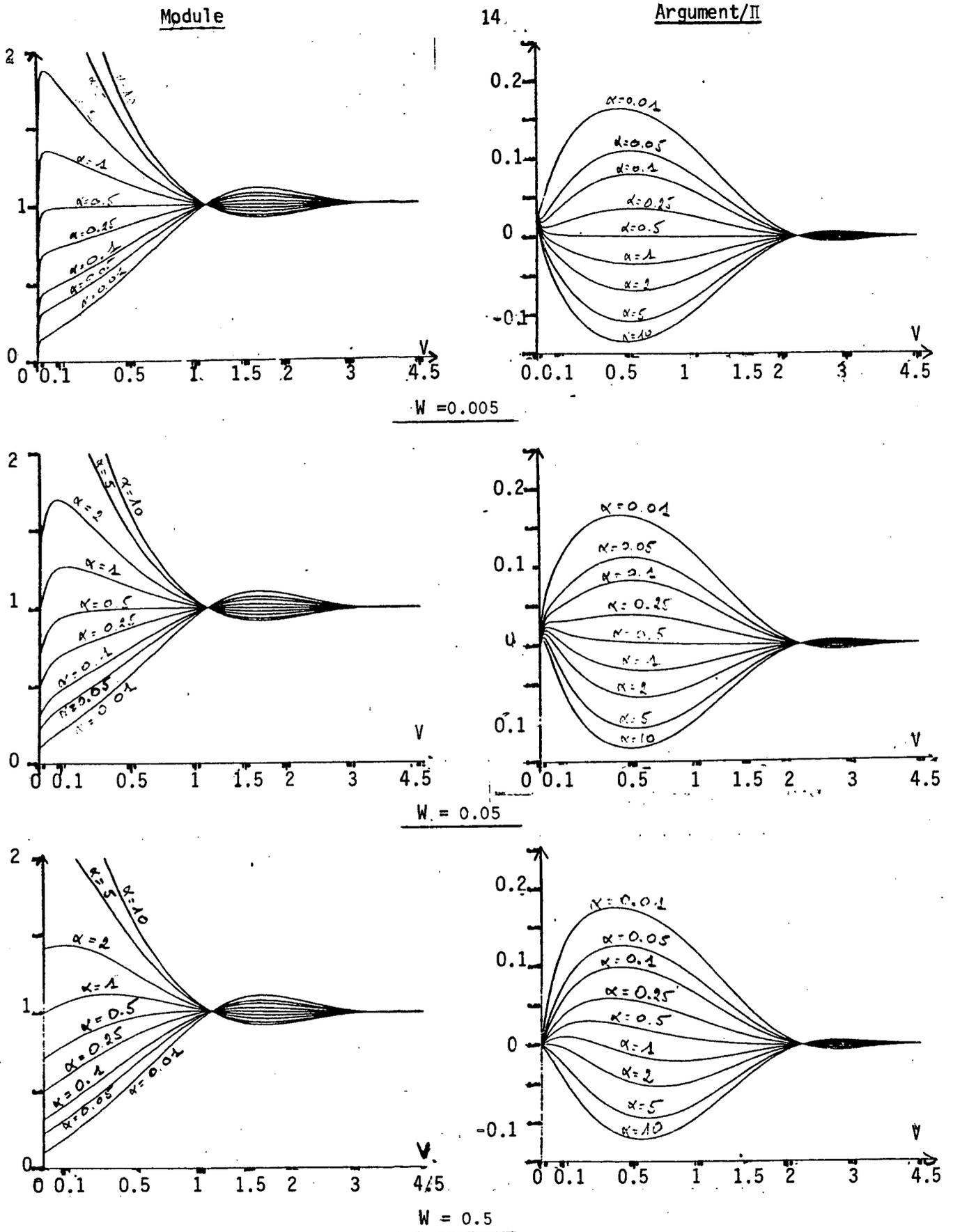
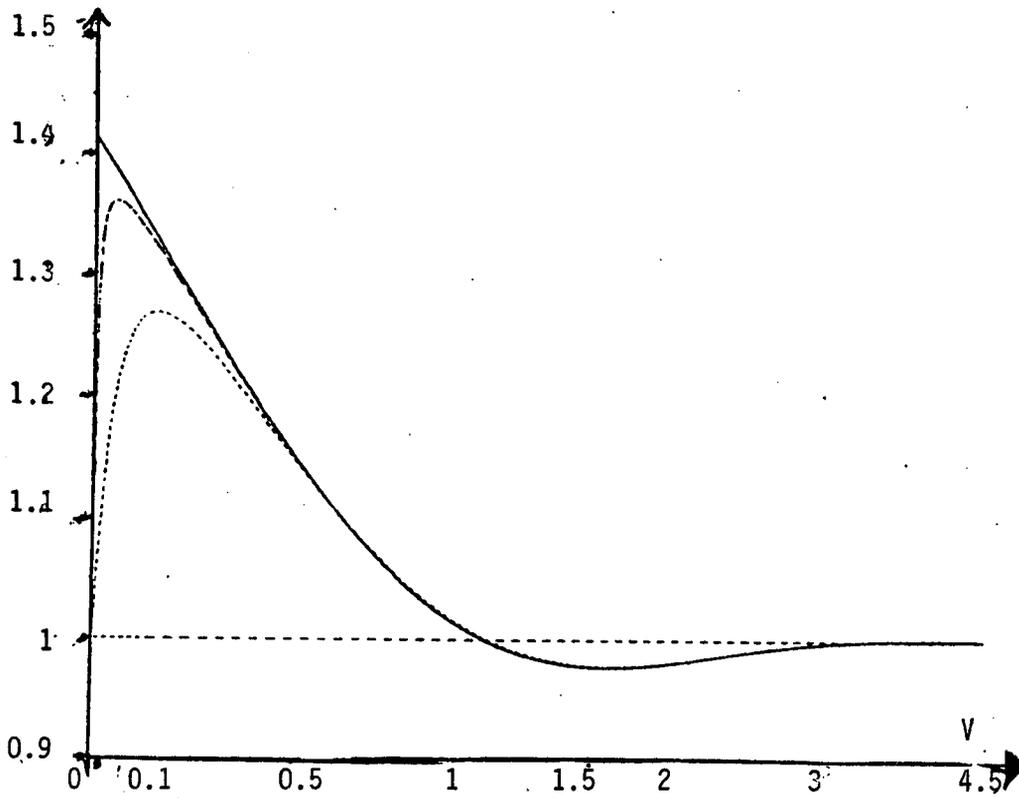
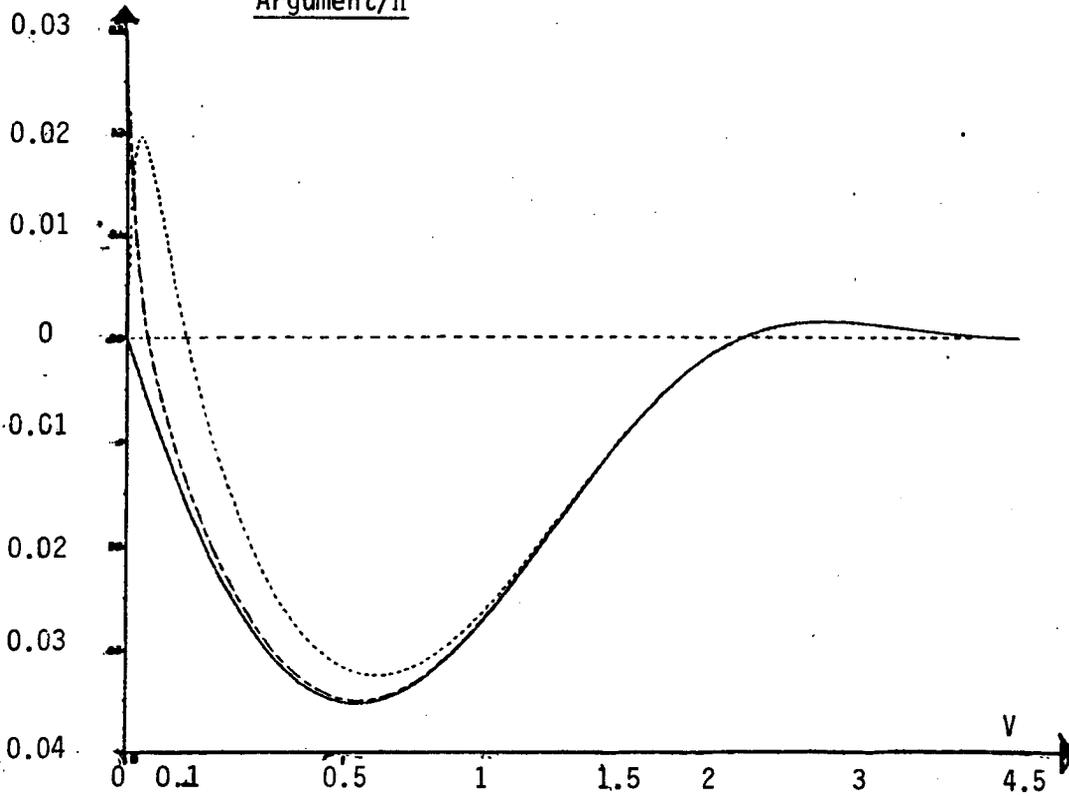


Figure 5 : \bar{G} en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d$ avec la 2ème couche polarisée,
 $W = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d = 0.5, 0.05, 0.005$
 $\lambda = 2$

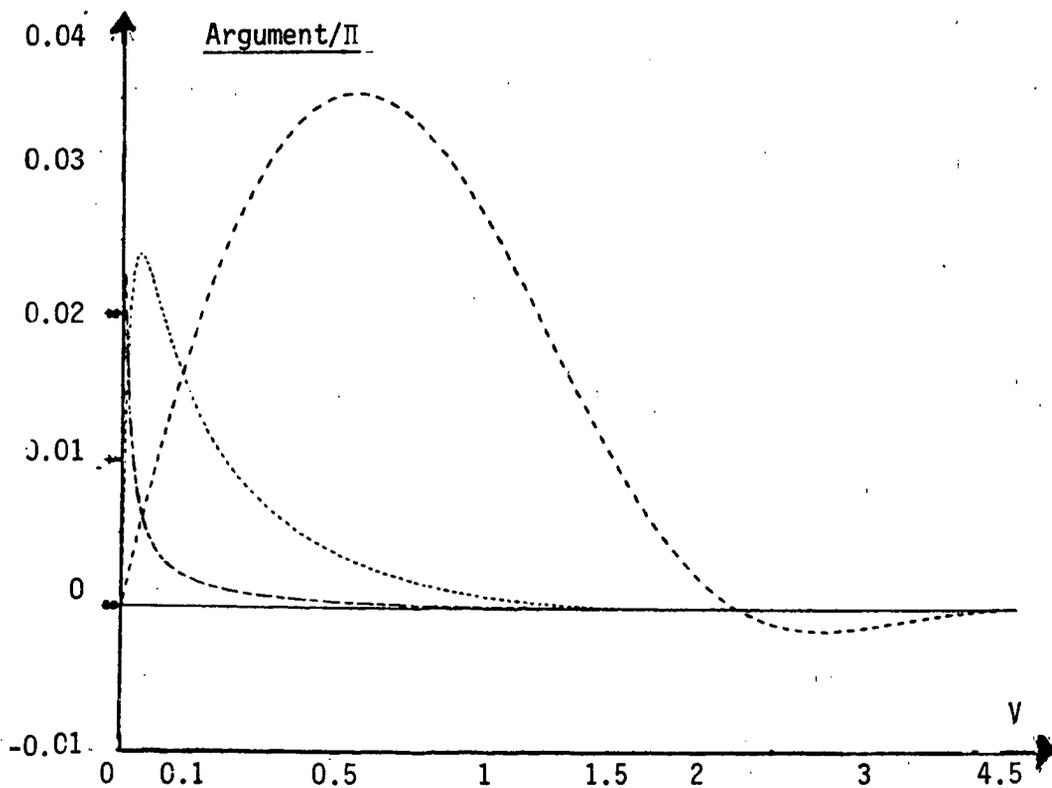
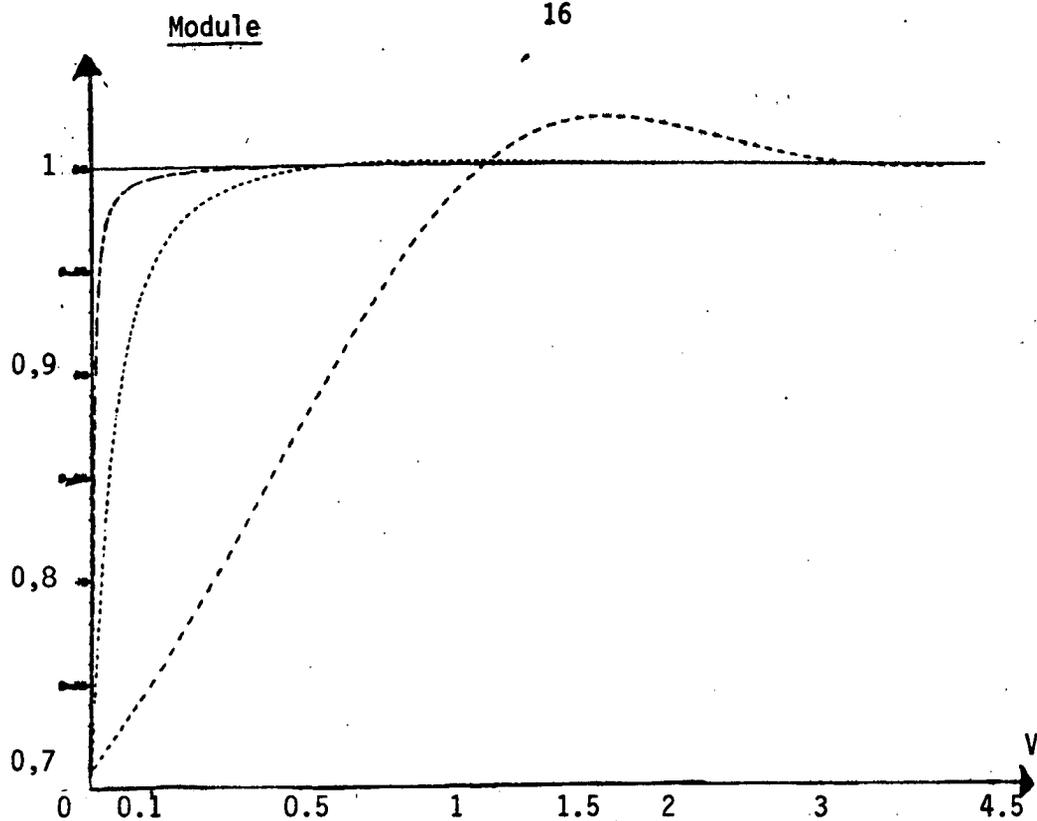


Argument/ π



- LAMDA= 1. ALFA= 2.
- LAMDA= 2. ALFA= 1. W= 0.05
- - - - LAMDA= 2. ALFA= 1. W= 0.005
- . - . LAMDA= 1. ALFA= 1.

Figure 6 : \bar{G} en fonction de $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d$, la polarisation de la 2ème couche peut être "presque obtenu en choisissant un α convenable

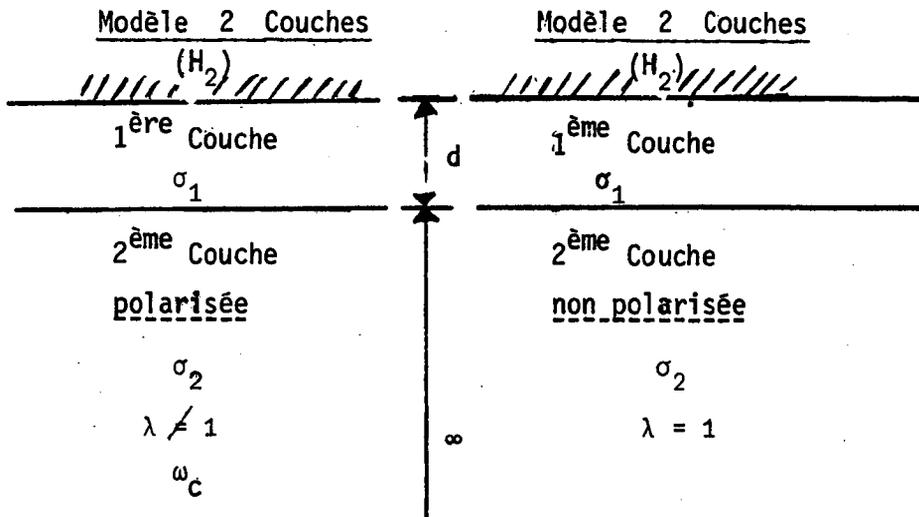


- | | | |
|-------------|-----------|--------------------|
| ————— | LAMDA= 1. | ALFA= 1. |
| | LAMDA= 2. | ALFA= 0.5 W= 0.05 |
| - . - . - . | LAMDA= 2. | ALFA= 0.5 W= 0.005 |
| ----- | LAMDA= 1. | ALFA= 0.5 |

Figure 7 : G en fonction de $V = \sqrt{\mu_0 \omega} d$, la polarisation de la 2ème couche peut être "presque" obtenu en choisissant un α convenable.

1.4. - Etude de l'effet de la polarisation

Pour étudier la sensibilité du modèle à la seule polarisation de la deuxième couche, on a tracé le rapport des réponses associées au modèle "deux couches" non polarisé et au modèle "deux couches" polarisé, soit $\frac{H_2}{H_2}$



Ce rapport est représenté sur les figures 8 à 10 pour différents jeux de paramètres. Sur une même figure α est gardé constant et sur chaque dessin une courbe est mise en évidence afin de pouvoir mesurer, en comparant des figures différentes, l'effet de α , à λ et W fixés.

1.4.1. - Etude de l'effet de λ

- la perturbation due à la polarisation s'accroît avec l'accroissement de λ .
- l'amplitude de cette perturbation est, en première approximation, proportionnelle à $\lambda - 1$
- en pourcentage, la perturbation affecte d'avance le module du rapport que son argument.

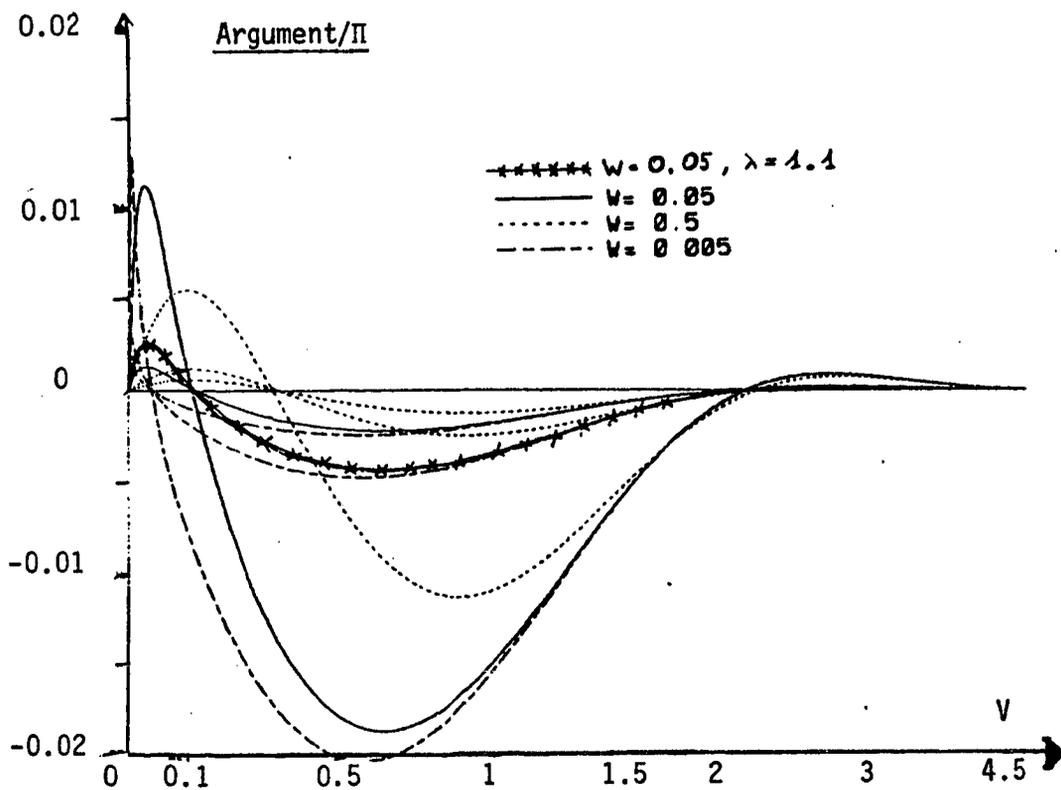
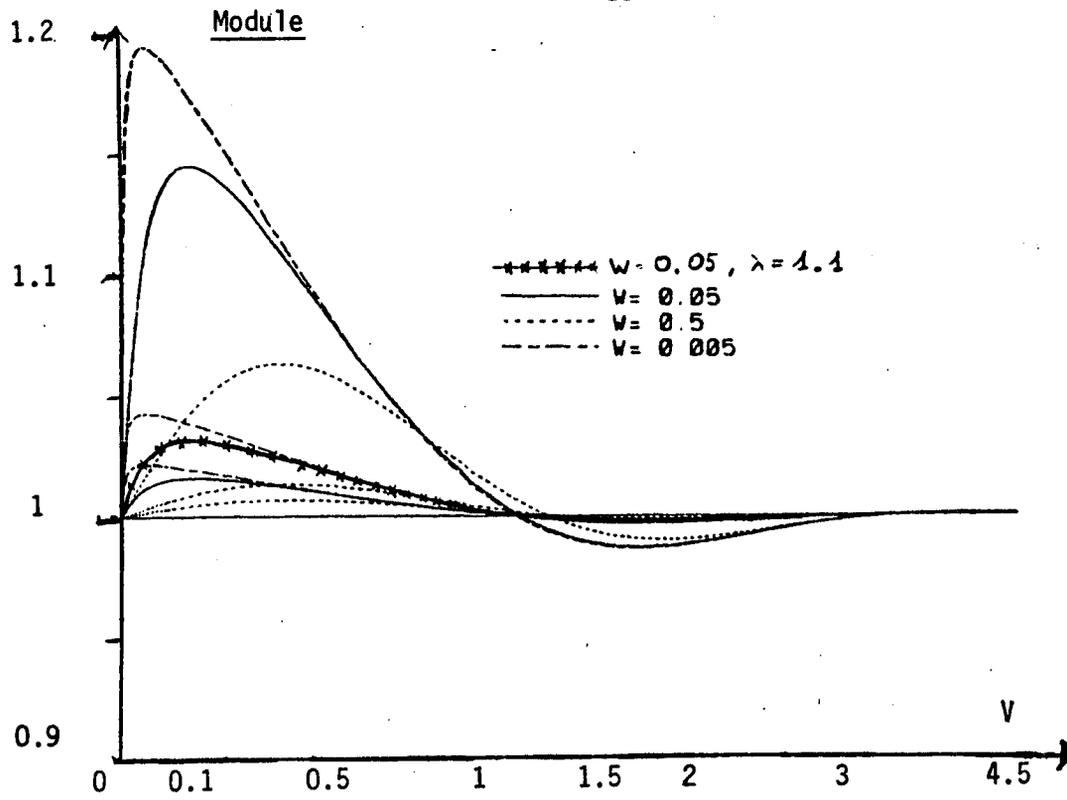


Figure 8 : Dépendance de $\frac{H_2}{H_2}$ par rapport à $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega d$
 pour $\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$
 $W = 0.5, 0.05, 0.005$
 $\alpha = 1$

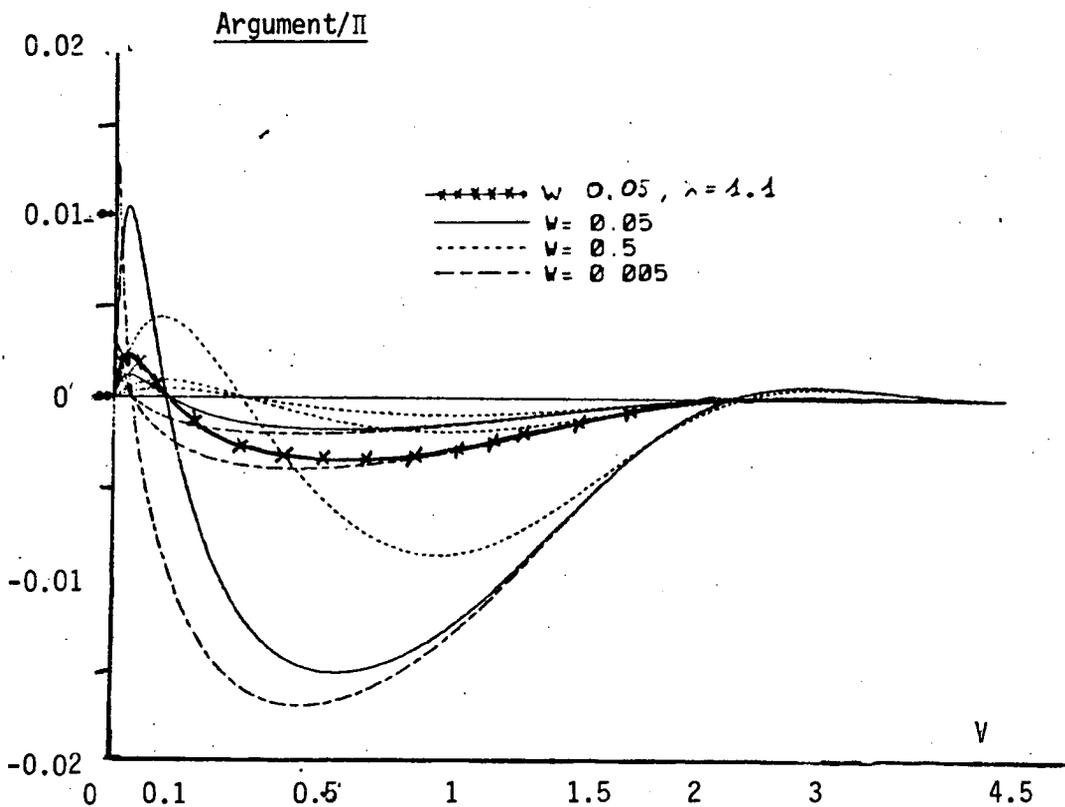
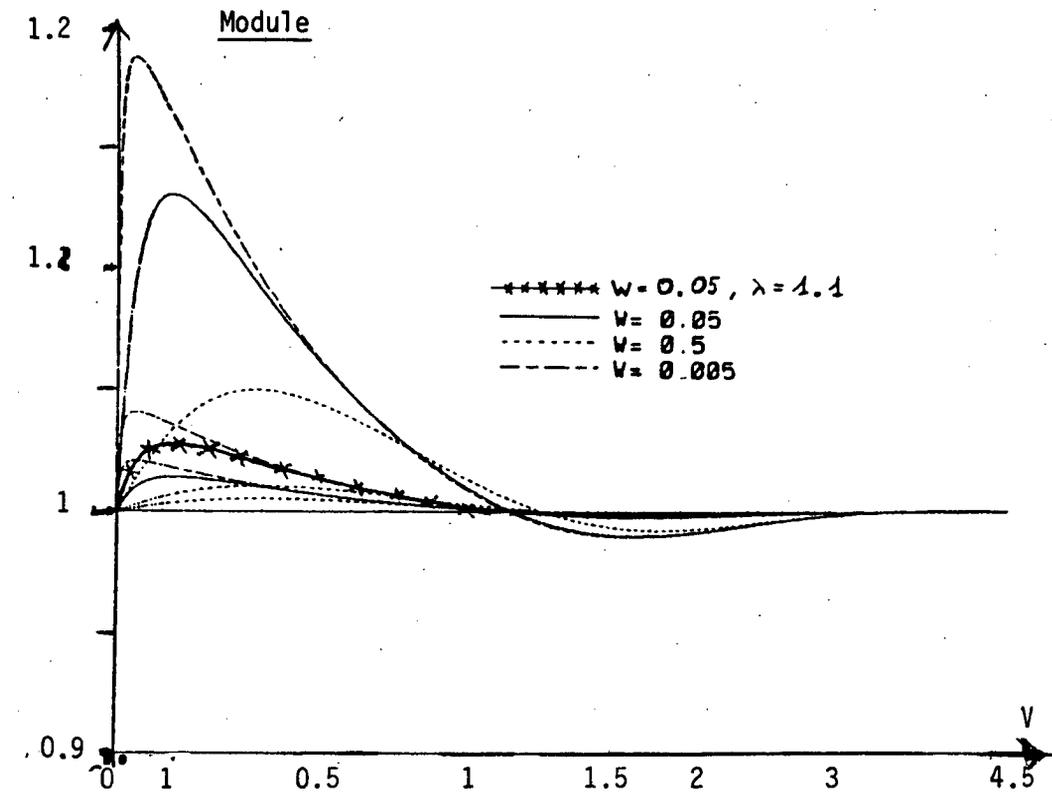


Figure 9 : Dépendance de $\frac{H_2}{H_2}$ par rapport à $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega$ d pour

$\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$

$W = 0.5, 0.05, 0.005$

$\alpha = 0.1$

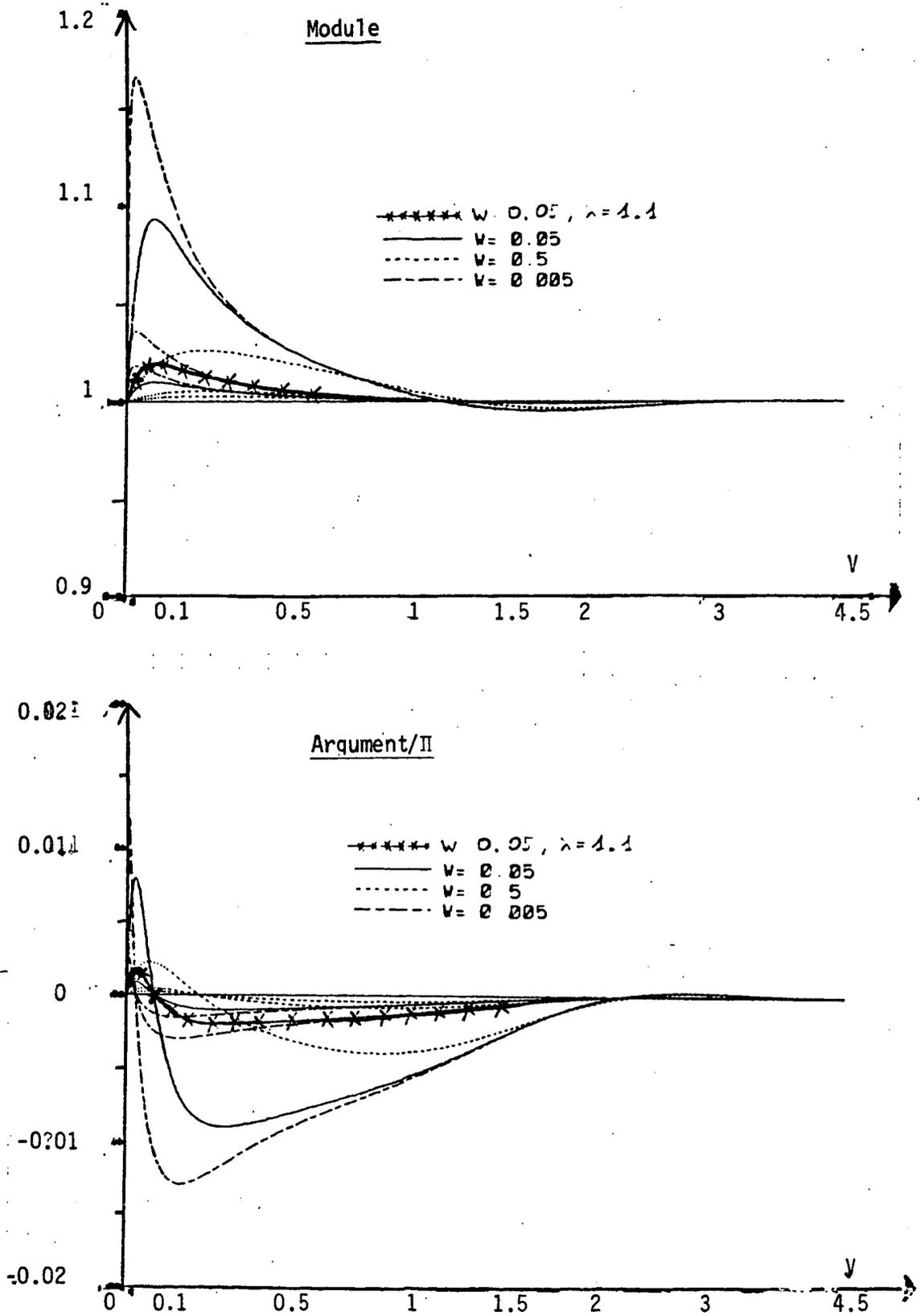


Figure 10 : Dépendance de $\frac{H_2}{H_2}$ par rapport à $V = \sqrt{\mu\sigma_1\omega}$ d pour

$$\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$$

$$W = 0.5, 0.05, 0.005$$

$$\alpha = 0.01$$

1.4.2. - Effet de W

- l'augmentation de W diminue l'amplitude de la perturbation qui, pour le module, passe par exemple de 18% pour $\lambda = 1.5$ et $\alpha = 0.1$ (fig. 9) à 13%, puis 5% lorsque on attribue successivement à W les valeurs 0.005, 0.05, 0.5.
- tout en diminuant fortement l'amplitude, l'augmentation de W élargit légèrement la plage des fréquences sur laquelle la perturbation est sensible.
- enfin on remarque que l'abscisse du maximum de la perturbation croît avec W.

1.4.3. - Effet de α

- l'effet de la polarisation est d'autant plus sensible que α est proche de 1 ; du reste pour $\alpha = 1$ seule la présence de polarisation dans la seconde couche différencie les deux milieux.

1.4.4. - Conclusion

Il apparaît que la variation de la réponse en module et en argument, dues à la polarisation reste très faibles.

Si on attribue, par exemple, aux paramètres les valeurs moyennes fournies, soit :

$$\sigma_1 = 0.1, d = 10000 \text{ m}, \omega_c = 0.1$$

(et donc $W = 0.11$)

Il faut aller jusqu'à $\lambda = 1.5$ pour constater une modification de la réponse supérieure à 5% en module et à 4% en argument.

Par contre, pour la valeur $\lambda = 1.1$ (valeur moyenne pour λ) les variations en module restent inférieures à 4% même si on fait descendre W jusqu'à 0.005.

$W = 0.005$ correspond avec $\sigma_1 = 0.1$ à une ω_c très faible ou à une profondeur très faible de la première couche.

Exemple

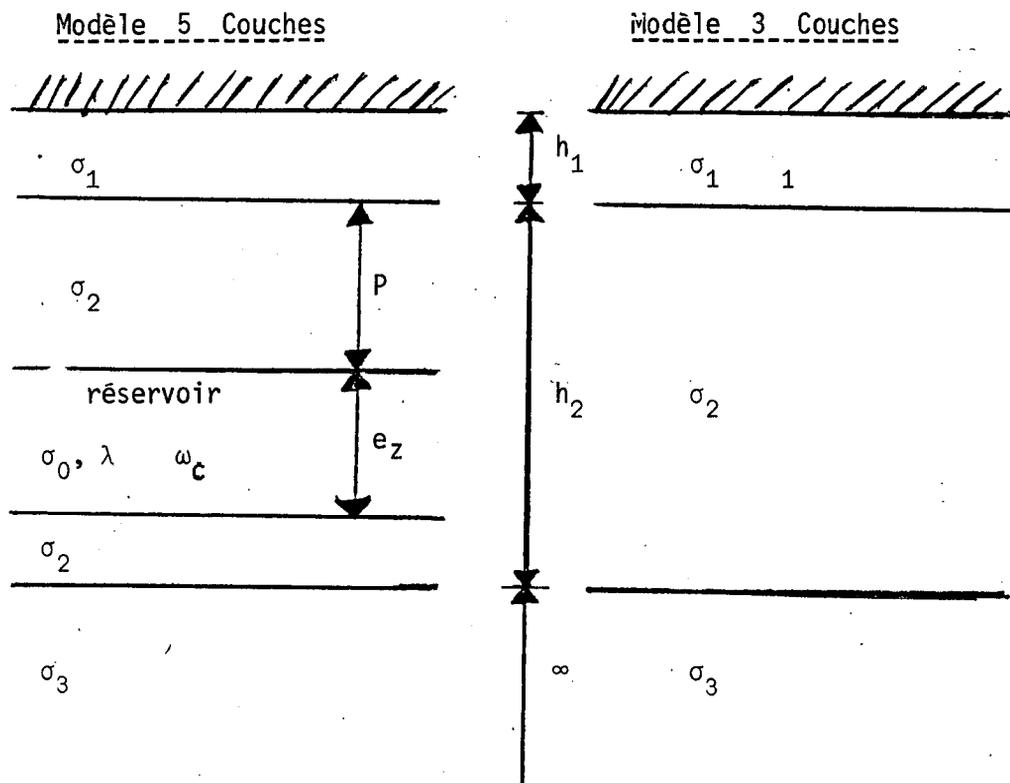
$$\omega_c = 0.01 \text{ et } d = 140 \text{ m}$$

$$d = 1000 \text{ m et } \omega_c = 2 \cdot 10^{-4}$$

2. - MODELE 5 COUCHES

On considère dans cette série d'essais un milieu stratifié avec 3 couches. L'épaisseur des deux premières couches est constante et la troisième est infinie. Le modèle 5 couches est obtenu par l'introduction d'une couche, appelée réservoir au milieu de la seconde.

La couche réservoir est éventuellement polarisée



- Notations (et expressions)

σ_k - conductivité de la $k^{\text{ième}}$ couche ($k = 1, 2, 3$)

h_k - épaisseur de la $k^{\text{ième}}$ couche

p - profondeur du réservoir dans la seconde couche

e_z - épaisseur de la couche réservoir.

La couche réservoir est éventuellement polarisée auquel cas sa conductivité $\bar{\sigma}$ est complexe et s'écrit sous la forme :

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \frac{1 + \lambda \sqrt{i\omega/\omega_c}}{1 + \sqrt{\omega/\omega_c}}$$

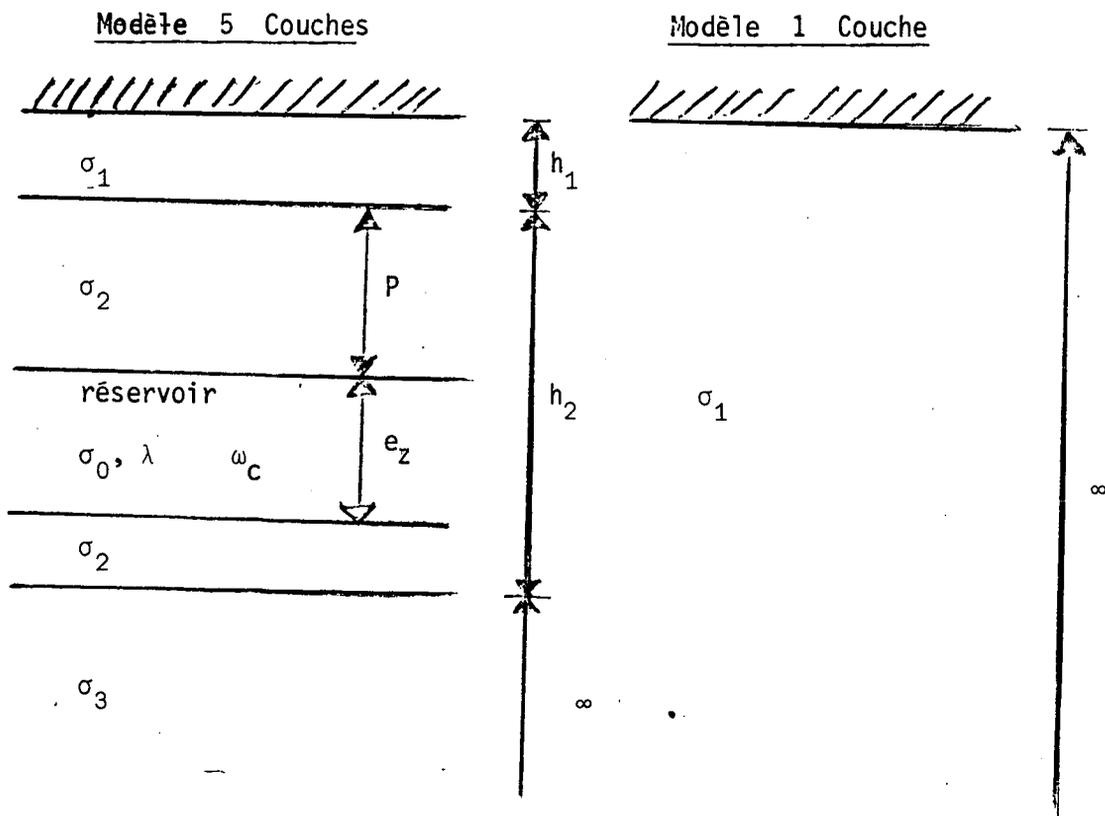
dans le cas contraire sa conductivité est égale à σ_0 .

Les autres couches sont considérées comme non polarisées. Dans les essais numériques $h_1, h_2, \sigma_1, \sigma_3$ sont constants.

2.1. - Fonction de transfert du modèle 3 couches avec réservoir

Afin de faire le lien avec le paragraphe précédent, on a tracé le rapport H_5/H_1 entre la réponse au modèle 5 couches et la réponse à la seule première couche supposée infinie.

On peut alors comparer l'allure des courbes obtenues à celles des courbes obtenues dans le §.1.



Les figures 11 et 12 sont les représentations graphiques de variations du module et de l'argument de \overline{H}_5/H_1 par rapport à la variable $V = \sqrt{\mu\sigma_1}\omega h_1$, qui est liée à la profondeur de pénétration de l'onde harmonique de fréquence ω dans la première couche, et à la profondeur de celle-ci.

Les courbes obtenues ont la même allure, du moins pour V supérieur à 0.1, que celle obtenues dans le milieu deux couches avec :

$$\alpha = \sigma_2/\sigma_1 = 0.1/0.02 = 5 \quad (\text{cf. 1})$$

($V = 0.1$ correspond dans ce cas à une fréquence $\omega = 160 \text{ radian.sec}^{-1}$)

On observe donc que la réponse au milieu 5 couches est quasiment identique à la réponse au milieu 2 couches, qui ne serait constituée que de deux première couches (la deuxième serait alors infinie) sauf pour les faibles fréquences.

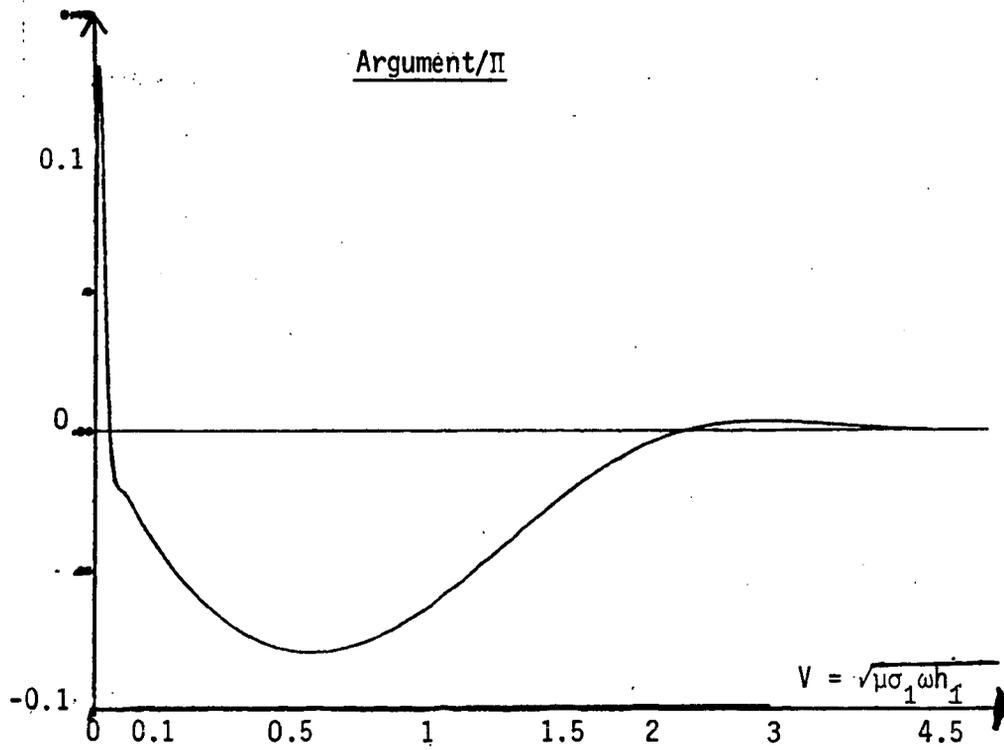
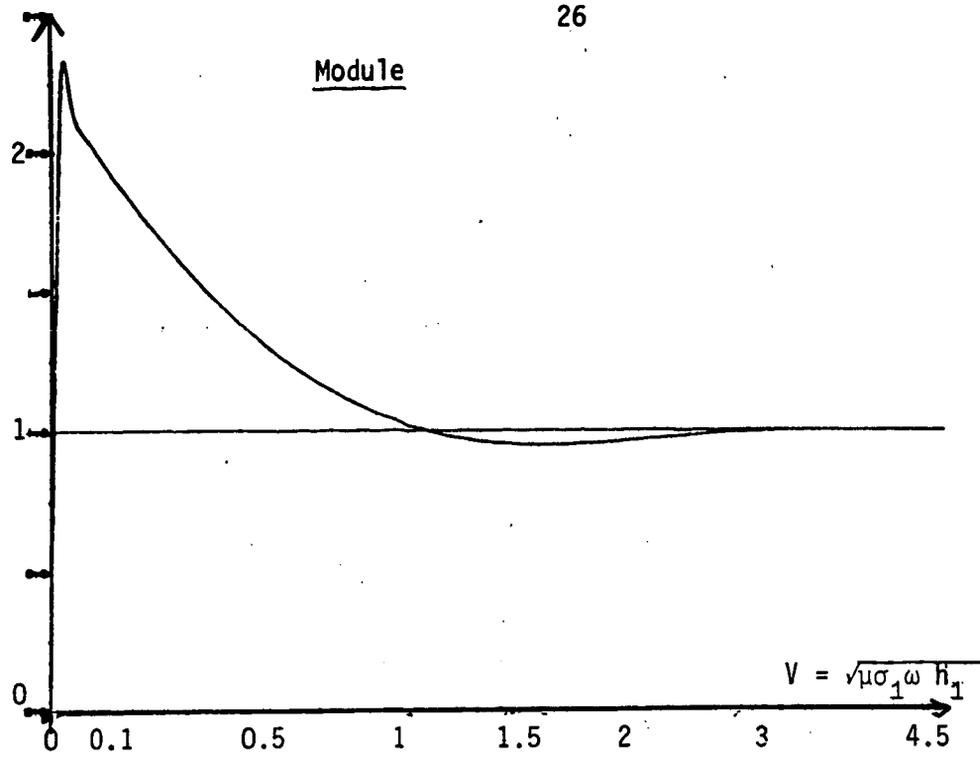
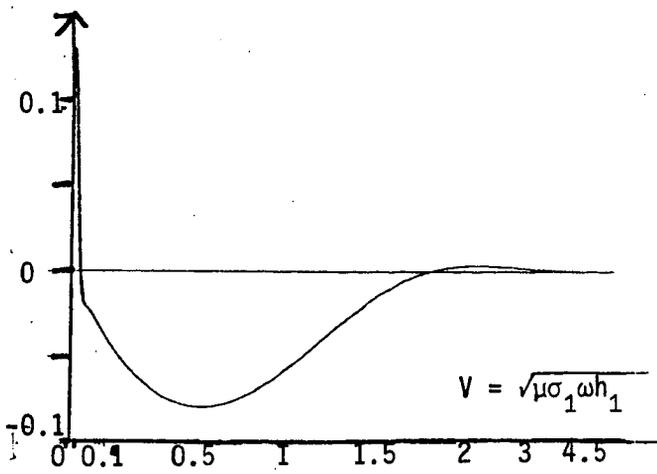
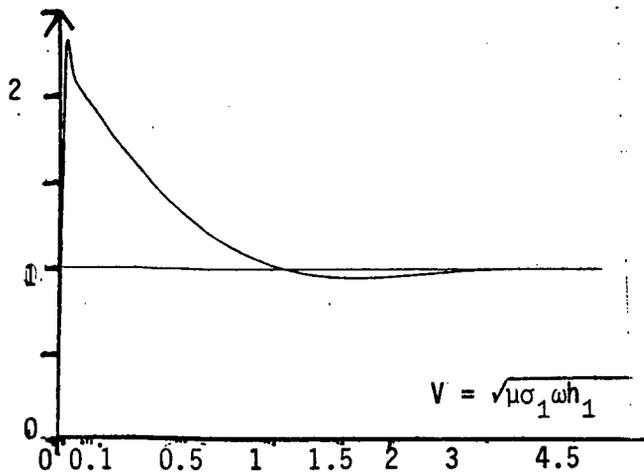
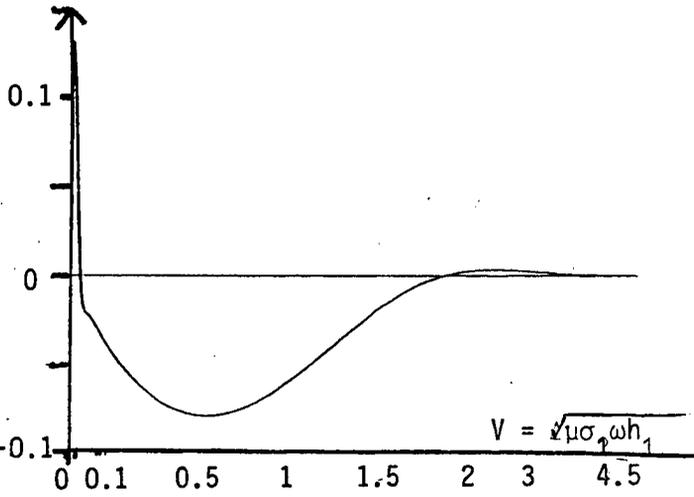
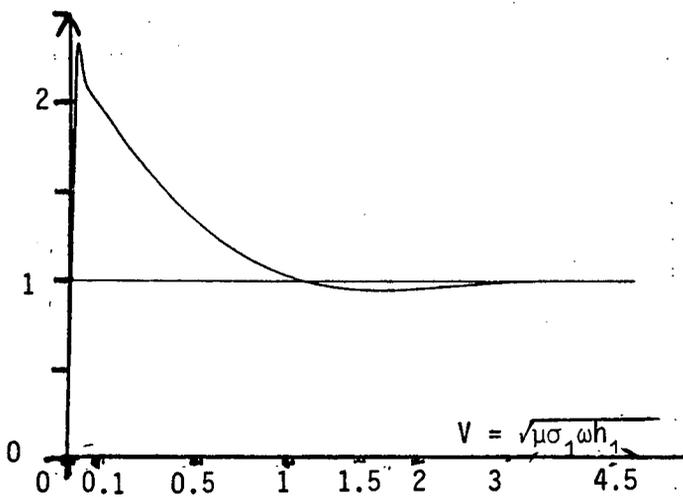


Figure 11 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_1}$ par rapport à $V = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} h_1$ avec

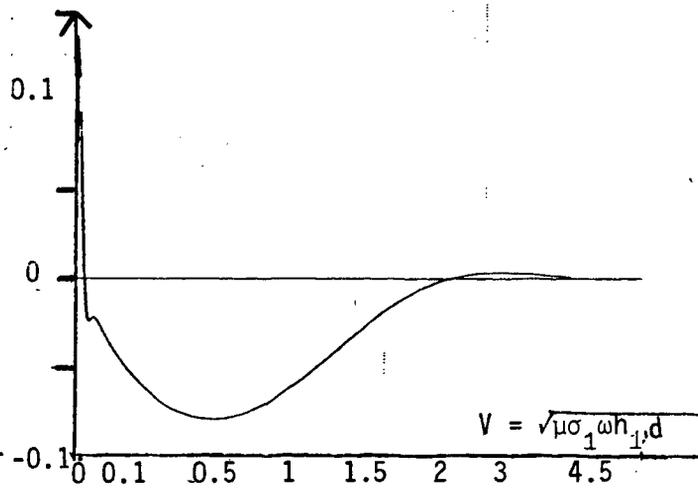
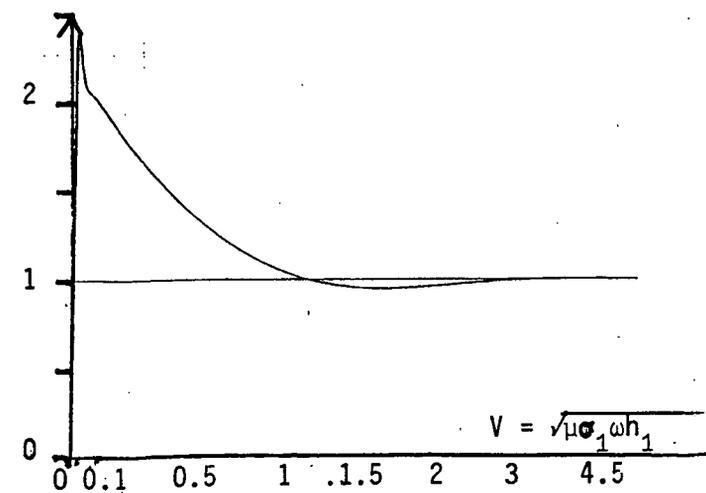
$$\begin{aligned} \lambda &= 1 \\ \sigma_1 &= 0.02, \sigma_2 = 0.1, \sigma_0 = 0.02, \sigma_3 = 0.005 \\ h_1 &= 50, h_2 = 1500, P = 1000, e_2 = 100 \\ \omega_c &= 0.1 \end{aligned}$$



$\lambda = 1$



$\lambda = 1.5$



$\lambda = 20$

Figure 12 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_1}$ par rapport à $V = \sqrt{\mu\sigma_1\omega} h_1$ avec

$\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.1, \sigma_0 = 0.02, \sigma_3 = 0.005$

$h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 1000, e_z = 100$

$\omega_c = 0.1$

Maintenant, nous allons nous intéresser à des rapports permettant d'analyser uniquement l'influence de l'introduction de la couche réservoir et de sa polarisation dans un milieu 3 couches.

Deux rapports sont étudiés :

1/ le rapport 5 couches/3 couches (ou $\frac{H_5}{H_3}$). Où H_5 est la réponse du modèle en présence du réservoir et H_3 est la réponse du modèle sans réservoir. Ceci pour tester l'influence de l'introduction du réservoir.

2/ Le rapport 5 couches polarisée/non polarisée (ou $\frac{H_5}{H_5}$) où

\bar{H}_5 - réponse du modèle avec réservoir polarisé

H_5 - réponse du modèle avec réservoir non polarisé.

Ceci pour tester l'influence de la polarisation du réservoir.

Dans chacun des cas, la réponse \bar{H}_5 sera considérée comme une perturbation des réponses H_3 ou H_5 .

On va s'intéresser dans ce qui suit à :

- l'amplitude de la perturbation (ie $\frac{H_5}{H_3} - 1$)
- la plage des fréquences perturbées (ie $\{\omega / |\frac{H_5}{H_3} - 1| \geq \epsilon\}$)
- la fréquence correspondant au maximum de la perturbation.

2.2 - Etude du rapport 5 couches/3couches

2.2.1. - Présentation des dessins

Sur chaque dessin représentés, pour un rapport σ_0/σ_1 constant, 12 courbes, qui apparaissent groupées par 4. Chaque faisceau de 4 courbes correspond à une valeur de e_z indiquée sur le dessin.

Dans le cas $\sigma_0/\sigma_2 = 1$, les 3 faisceaux de courbes s'enchevêtrent et sont difficiles à distinguer. Aussi a t'on choisi de les représenter par des traits différents, correspondant à chaque valeur de e_z , comme indiqué au bas des figures.

2.2.2. - Description générale

La perturbation dûe à l'introduction de la couche réservoir est oscillante. Les oscillations sont très amorties quand la fréquence augmente. On ne peut distinguer plus de 2 à 3 oscillations.

- pour le modèle la première oscillation est la plus forte.
- pour l'argument, la première oscillation est plus faible que la seconde, et s'étend sur une plage de fréquences beaucoup plus réduite.

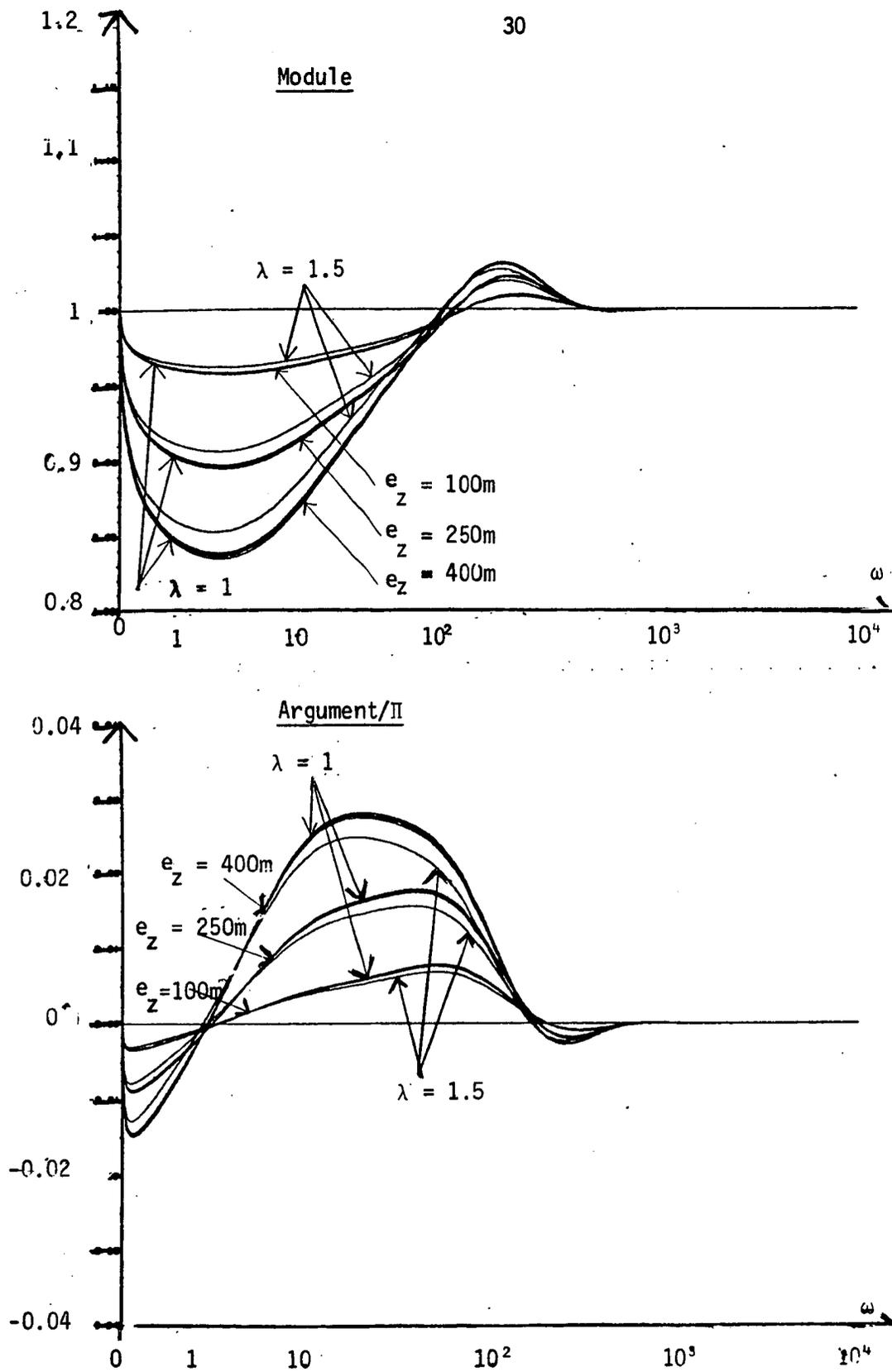


Figure 13 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω

$\frac{\sigma_0}{\sigma_1} = 0.2, \omega_c = 0.1$

5 couches	3 couches
$s1 = 0.02$	$s1 = 0.02$
$s2 = 0.1$	$s2 = 0.1$
$s0 = 0.02$	
$s3 = 0.005$	$s3 = 0.005$
$h1 = 50 \text{ m.}$	$h1 = 50 \text{ m.}$
$p = 500 \text{ m.}$	
$Ez = \text{ m.}$	
$h2 = 1500 \text{ m.}$	$h2 = 1500 \text{ m.}$

2.2.3. - Influence de la variation de σ_0/σ_1

Sont considérés trois couples de σ_1 et σ_0

- 1) $\sigma_2 = 0.1$, $\sigma_0 = 0.02$
- 2) $\sigma_2 = 0.075$, $\sigma_0 = 0.035$
- 3) $\sigma_2 = 0.05$, $\sigma_0 = 0.05$

ce qui donne les trois rapports σ_0/σ_1 égaux à : 0.2, 0.466..., et 1 respectivement. Lorsque σ_0/σ_1 croît vers 1 on constate que :

1. la plage de fréquences perturbées s'élargit
2. dans la plage des fréquences les plus perturbées, (première oscillation du module est seconde pour l'argument) le module augmente et l'argument diminue.
3. la fréquence où la perturbation est maximale augmente.

2.2.4. - Variation de e_z

1. e_z n'a pratiquement pas d'influence sur la plage des fréquences perturbées.
2. l'augmentation de e_z accroît la perturbation
3. la variation de e_z ne change presque pas l'abscisse de maximum de la perturbation lorsque σ_0/σ_2 est très petit. Lorsque $\sigma_0/\sigma_2 = 1$ l'augmentation de e_z diminue la fréquence la plus perturbée.

2.2.5. - Variation de p

La diminution de p :

1. étend fortement la plage des fréquences perturbées
2. accroît légèrement l'amplitude de la perturbation
3. déplace vers la droite l'abscisse de maximum de la perturbation.

2.2.6. - Variation de λ

1. l'augmentation de λ a un effet semblable à l'augmentation de σ_0/σ_2
2. Cet effet est d'autant plus sensible que σ_1/σ_2 est proche de 1 et que e_z est grand
3. la variation de p a peu d'incidence sur l'influence de λ .

2.2.7. - Equivalence de paramètres

On considérera comme indistinguables deux courbes de réponses ne différant pas plus que de 3%.

Ainsi peut-on constater que :

- les différentes courbes correspondants à des valeurs de λ comprises (les autres paramètres étant gardés constants) entre 1 et 1.1 ne peuvent être distinguées.
- les réponses correspondants à ($\lambda = \lambda_0$, $\sigma_0/\sigma_2 = \alpha_0$) avec λ_0 élevé, tend à se confondre avec la réponse associée aux paramètres ($\lambda = 1$, $\sigma_0/\sigma_2 = \lambda_0 \alpha_0$)
- en outre on remarque que pour $\sigma_0 = 0.035$, $\sigma_2 = 0.075$ la réponse correspondant à $\lambda = 1.5$ et $e_z = 400$ m. est pratiquement identique aux réponses obtenues pour une épaisseur de réservoir $e_z = 250$ m. avec des valeurs de λ comprises entre 1 et 1.1 (ces réponses étant elles-mêmes indistinguables).

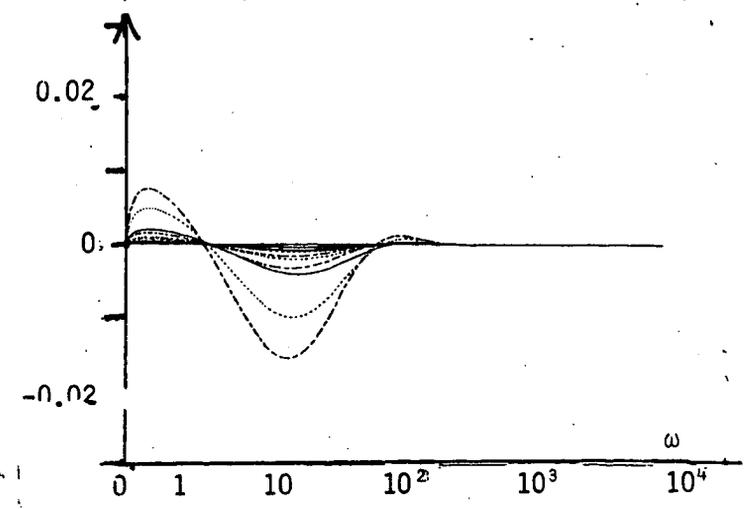
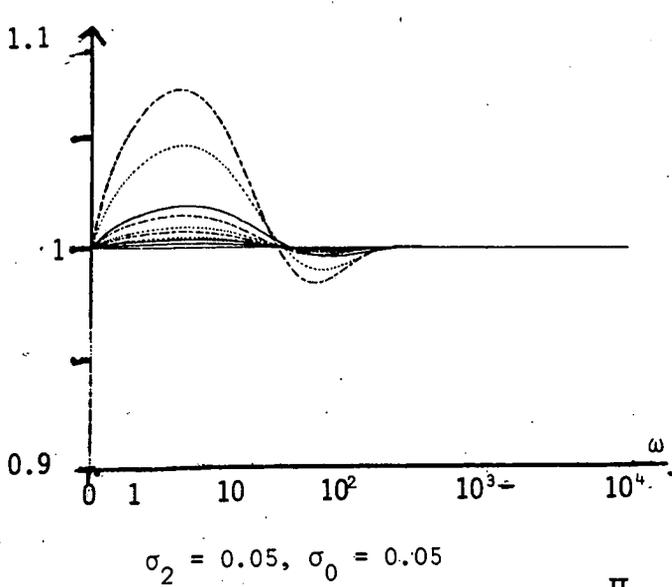
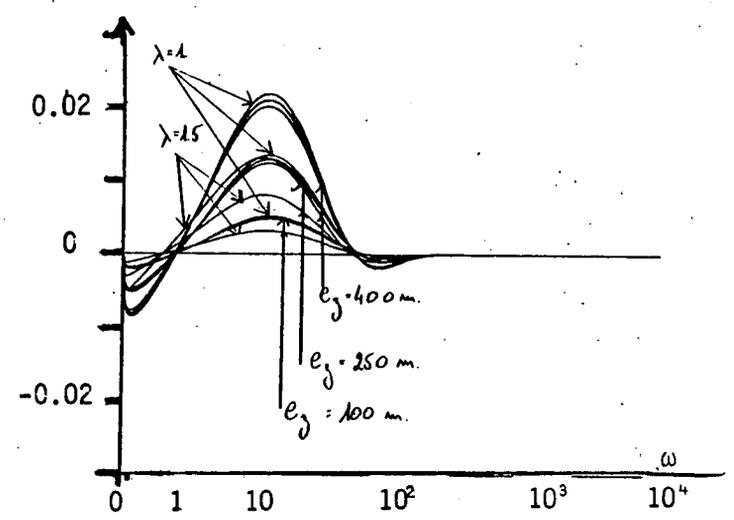
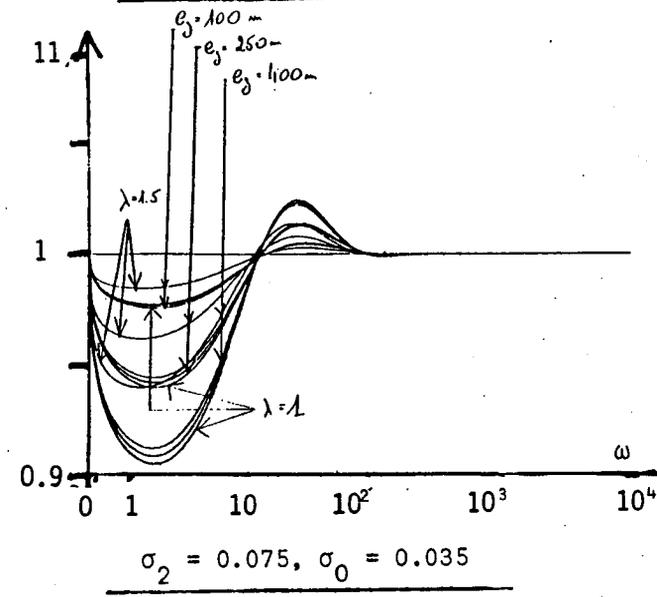
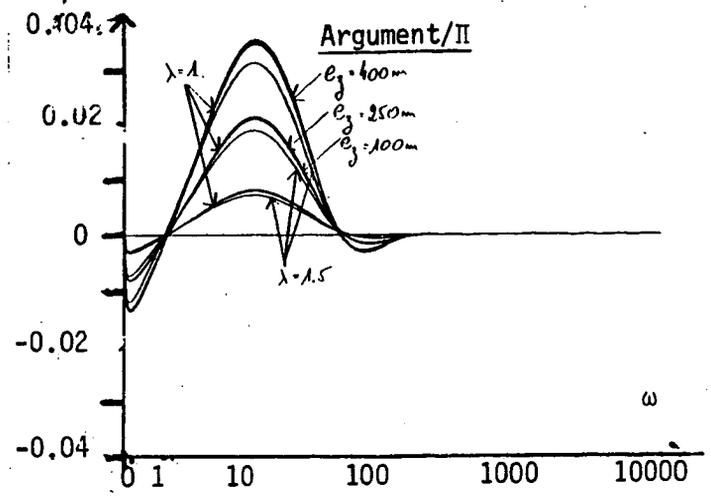
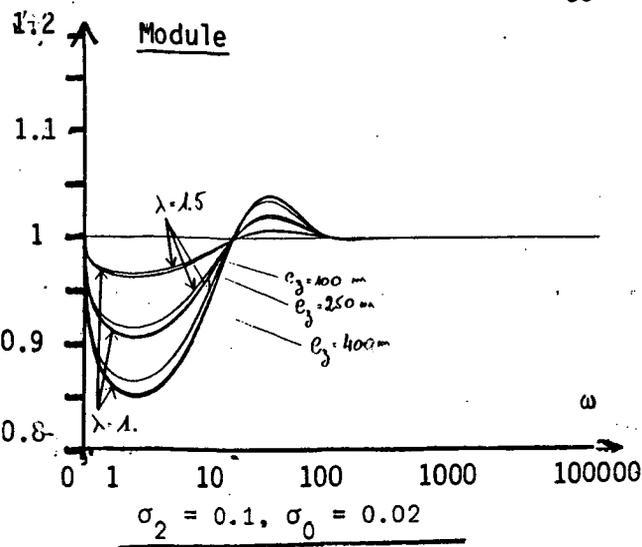


Figure 14 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω pour :

$(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035), (0.05, 0.05)$
 $e_z = 100, 250, 400$
 $P = 1000 \text{ m} \quad \omega_c = 0.1$

— $Ez = 100 \text{ m}$
 - - - $Ez = 250 \text{ m}$
 - - - $Ez = 400 \text{ m}$

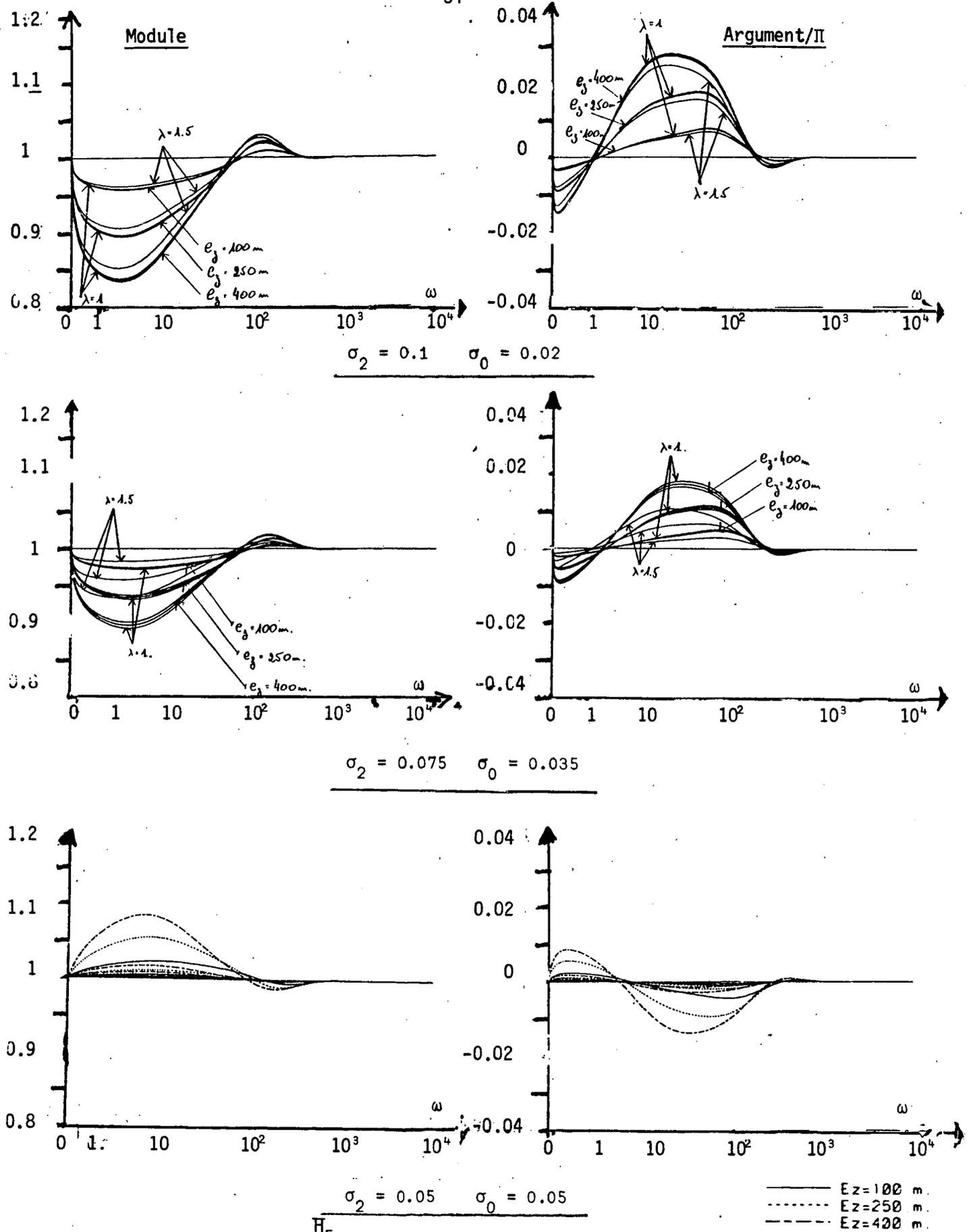


Figure 15 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω pour

$(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035), (0.05, 0.05)$

$e_z = 100, 250, 400$

$P = 500 \text{ m} \quad \omega_c = 0.1$

2.2.8. - Conclusion

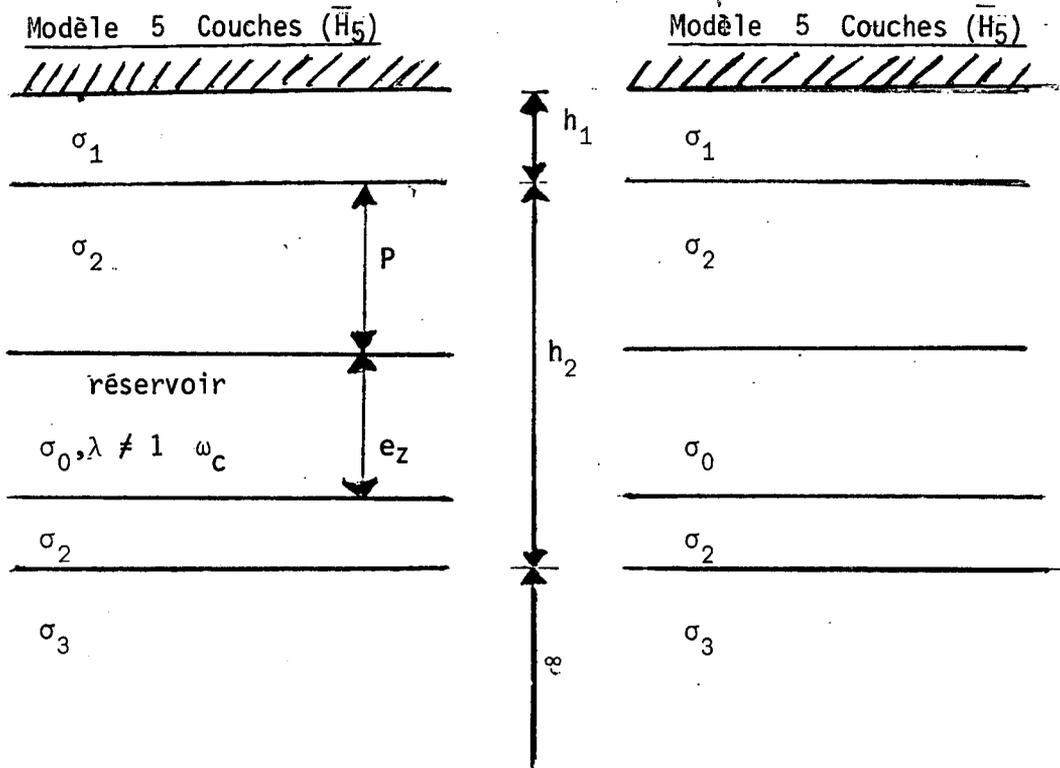
L'introduction d'une couche réservoir dans un milieu 3 couches induit une perturbation de la réponse qui est sensible surtout (pour les valeurs numériques considérées de paramètres) aux variations de l'épaisseur de la couche réservoir et de sa profondeur ainsi que celle de rapport des constantes de conductivité (σ_0/σ_2)

La sensibilité de cette perturbation est relativement faible aux variations de λ , sauf dans le cas où l'épaisseur du réservoir est grande et σ_0/σ_2 proche de 1.

La profondeur du réservoir influe surtout sur la plage des fréquences perturbées, tandis que son épaisseur et le rapport σ_0/σ_2 agissent essentiellement sur l'amplitude de la perturbation.

La diminution de l'épaisseur ainsi que l'augmentation de σ_0/σ_2 (en supposant $\sigma_0 \leq \sigma_1$) ont le même effet sur la perturbation à savoir la diminution de son amplitude.

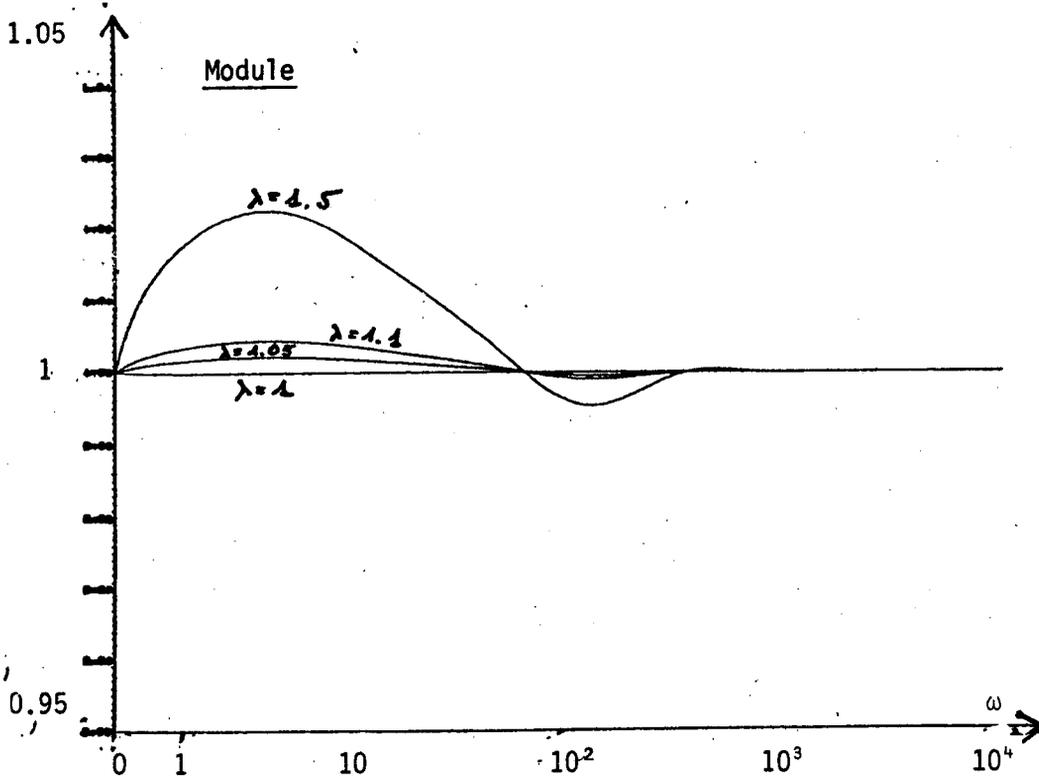
2.3. - Etude du rapport des réponses de modèle 5 couches polarisé/non polarisé
 (\bar{H}_5/H_5)



2.3.1. - Description générale

La perturbation due à la polarisation du réservoir est de même nature et s'étend sur la même plage de fréquences que celle due à l'introduction du réservoir (cf 2.2 étude du rapport \bar{H}_5/H_3)

Par contre, alors que l'introduction du réservoir avec $\sigma_0 \ll \sigma_2$ induit une diminution du module et une augmentation d'argument dans l'oscillation la plus forte, la polarisation du réservoir induit dans cette même oscillation une perturbation de sens contraire à savoir, augmentation du module et diminution de l'argument.



5 couches

 $s_1 = 0.02$
 $s_2 = 0.1$
 $s_0 = 0.02$
 $s_3 = 0.005$

 $h_1 = 50$ m.
 $p = 500$ m.
 $E_z = 400$ m.
 $h_2 = 1500$ m.

rapport
entre:

lamda
variable
ei
lamda
 $cs_1 = 1$

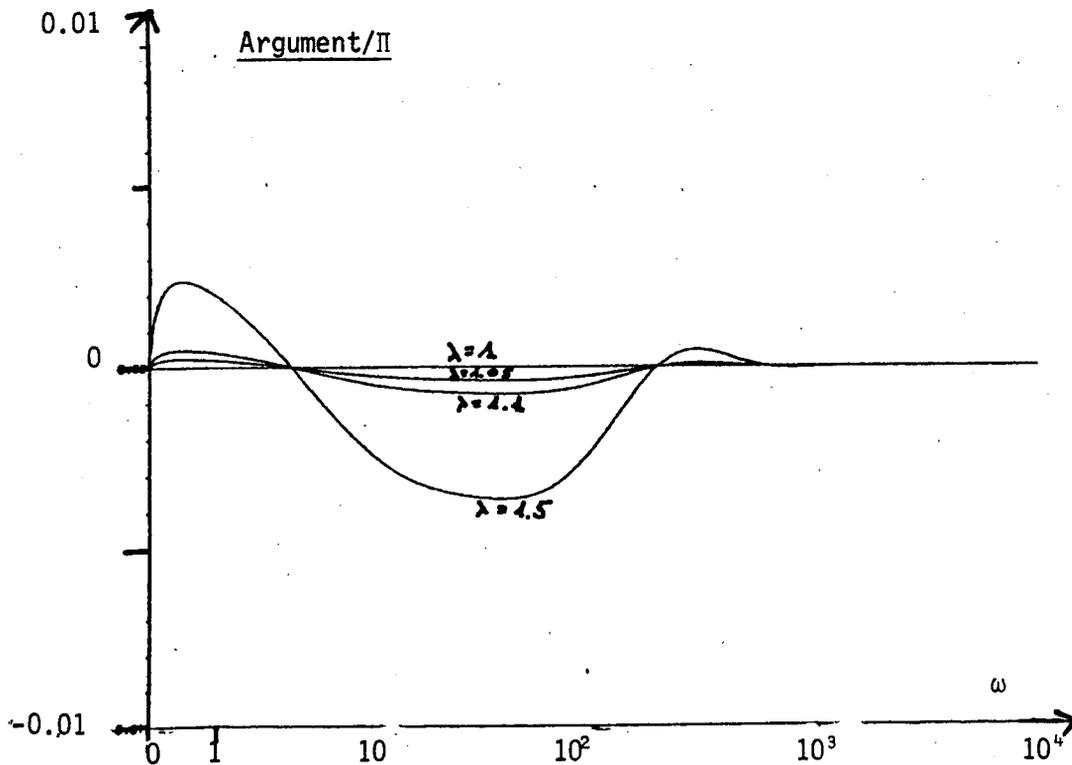


Figure 16 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour

$$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$$

$$\omega_c = 0.1$$

$$\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.02$$

$$h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 500, e_z = 400$$

2.3.2. - Influence de λ

- en première approximation l'amplitude de la perturbation due à la polarisation est proportionnelle à λ^{-1} .

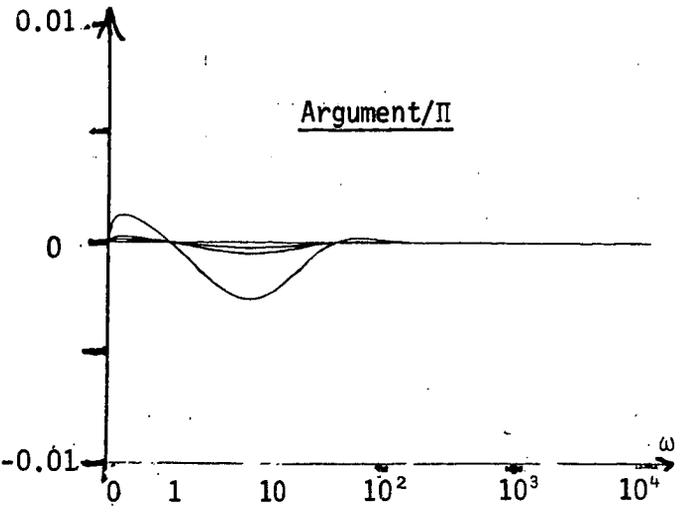
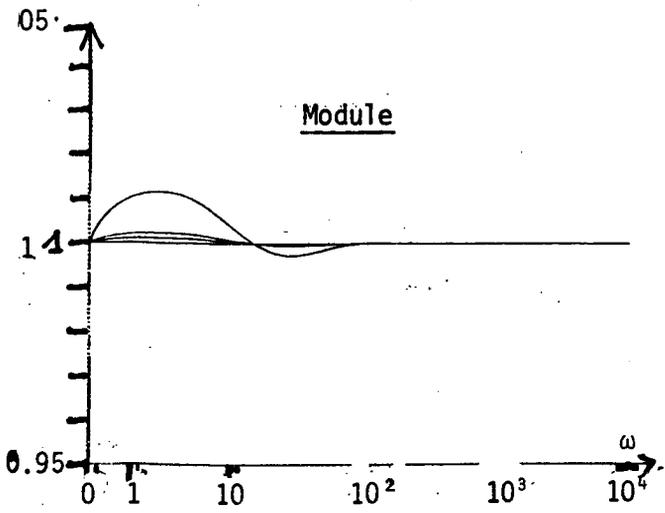
Ainsi en augmentant λ :

- l'amplitude de la perturbation croît
- la plage de fréquences perturbées ne varie pas
- les oscillations de la perturbation ont la même plage de fréquence
- la perturbation atteint son maximum à la même fréquence.

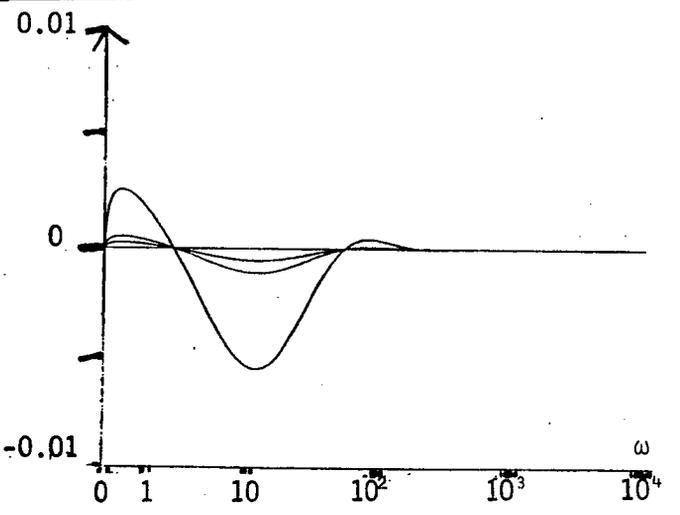
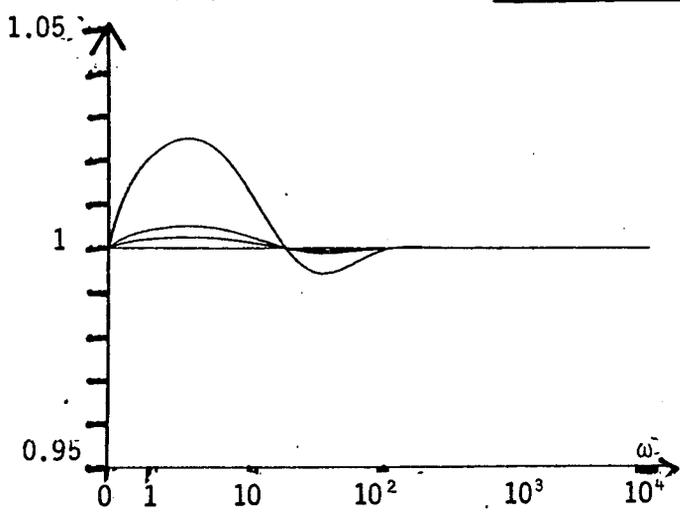
2.3.3. - Influence de σ_0/σ_2 (fig. 17)

Lorsque σ_0/σ_2 croît vers 1, on constate que :

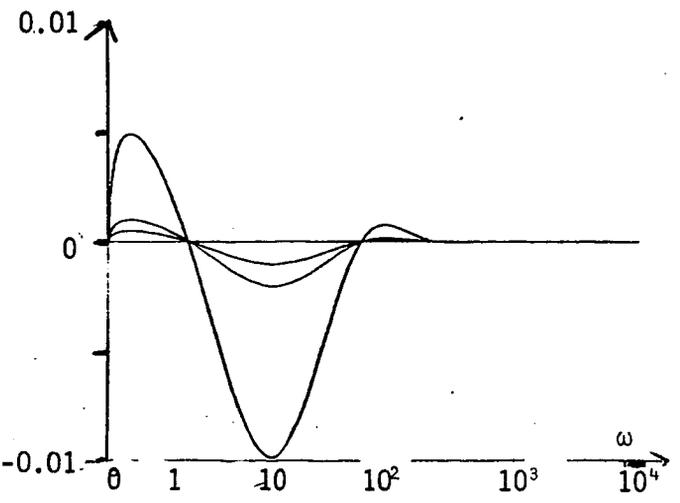
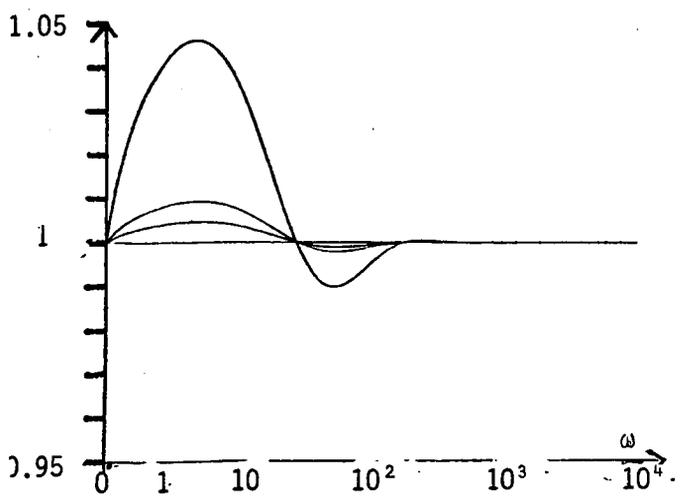
- la perturbation augmente en amplitude
- la plage des fréquences sensibles à la perturbation s'élargit
- les abscisses des extrema augmentent.



$$\sigma_2 = 0.1 \quad \sigma_0 = 0.02$$



$$\sigma_2 = 0.075 \quad \sigma_0 = 0.035$$



$$\sigma_2 = 0.05 \quad \sigma_0 = 0.05$$

Figure 17 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035), (0.05, 0.05)$
 $h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 1000, e_z = 250, \omega_c = 0.1$

2.3.4. - Influence de e_z (fig. 18)

- l'augmentation de e_z induit un accroissement de la perturbation dûe à la polarisation
- elle laisse invariante la plage des fréquences perturbées, ainsi que l'abscisse des extrema de la perturbation.

Ainsi, l'augmentation de e_z a le même effet qu'une forte augmentation de λ .

2.3.5. - Influence de la profondeur du réservoir (P) (fig. 19 et 20)

La diminution de P provoque :

- une légère augmentation de l'amplitude de la perturbation
- un élargissement sensible de la plage de fréquences perturbées
- une augmentation des abscisses des extrema de la perturbation.

2.3.6. - Influence de ω_c (fig. 21 et 22)

La diminution de ω_c induit :

- une augmentation de l'amplitude de la perturbation
- l'abaissement des abscisses de ses extrema
- en revanche, la variation de ω_c n'a pas d'influence sur les plages de fréquences perturbées
- l'influence d'une variation de ω_c est proche de 1 que lorsque ω_c est petit, comme on le constate sur la figure 22.

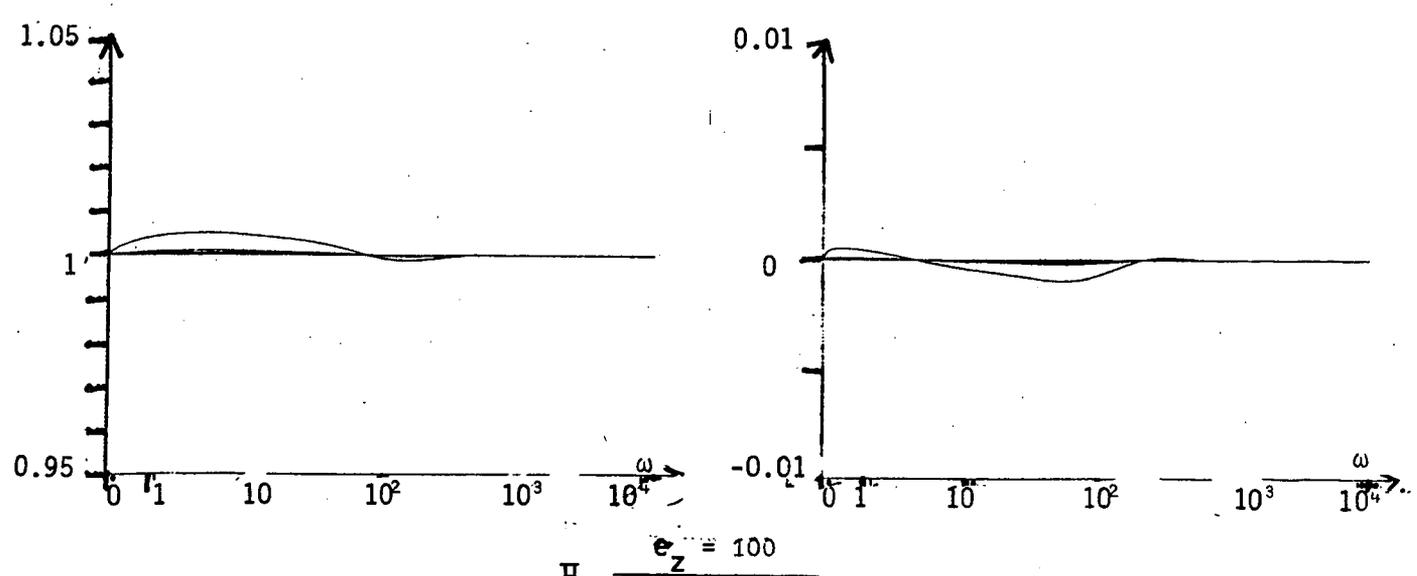
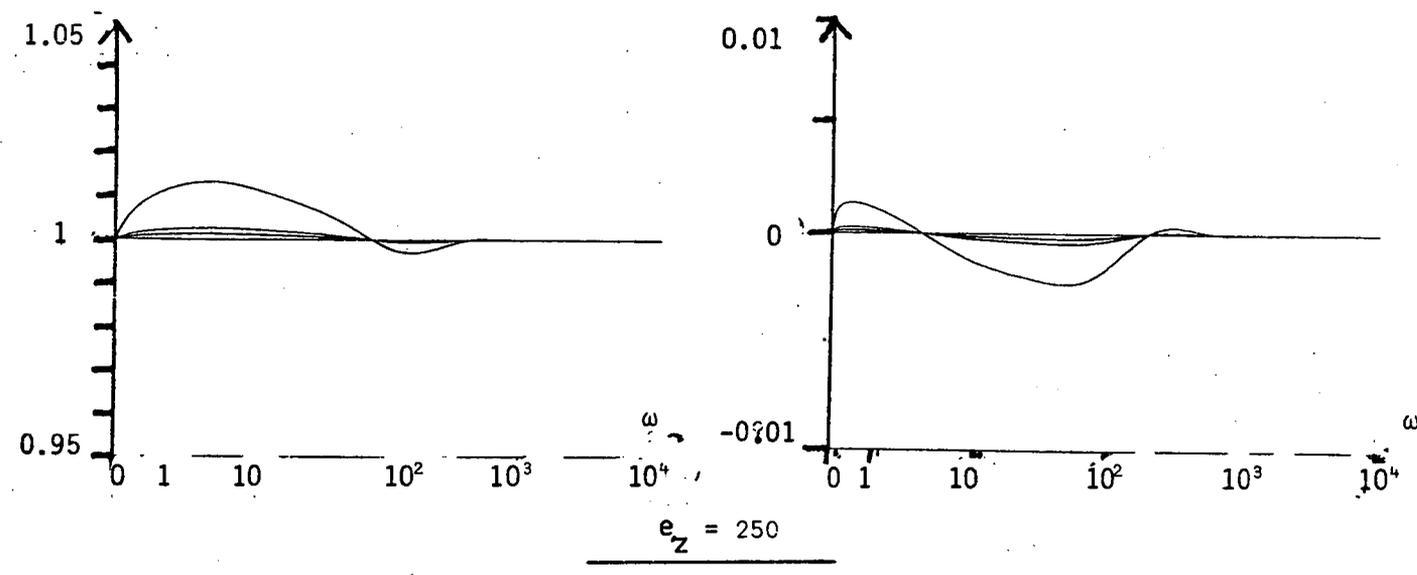
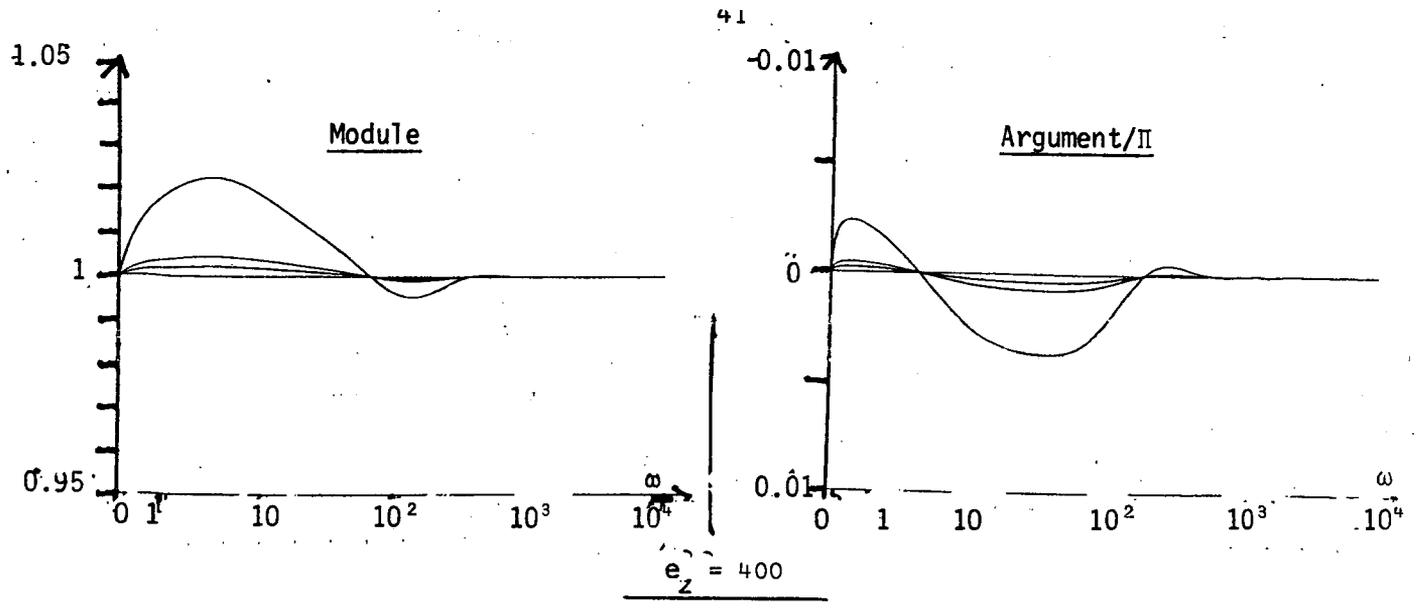


Figure 18 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $e_z = 100, 250, 400$
 $\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.02$
 $h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 500, \omega_c = 0.1$

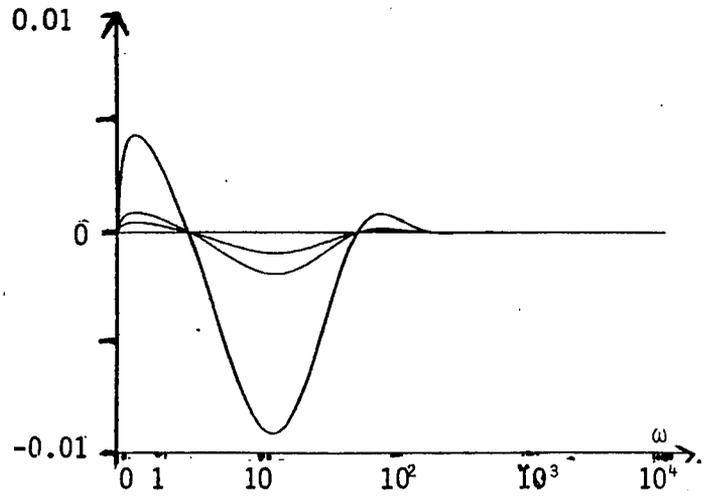
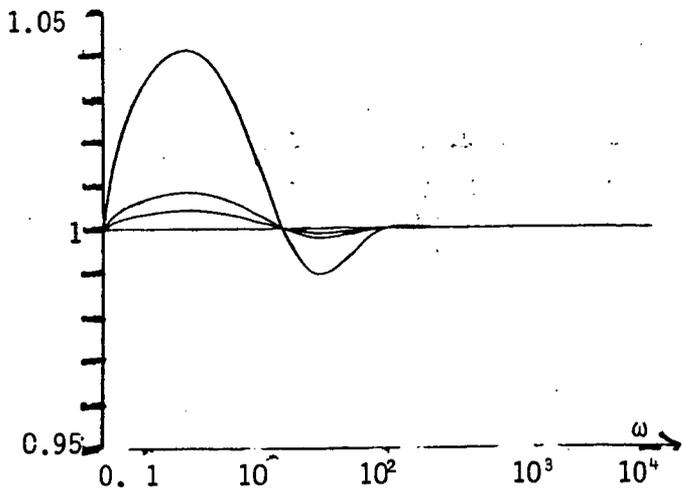
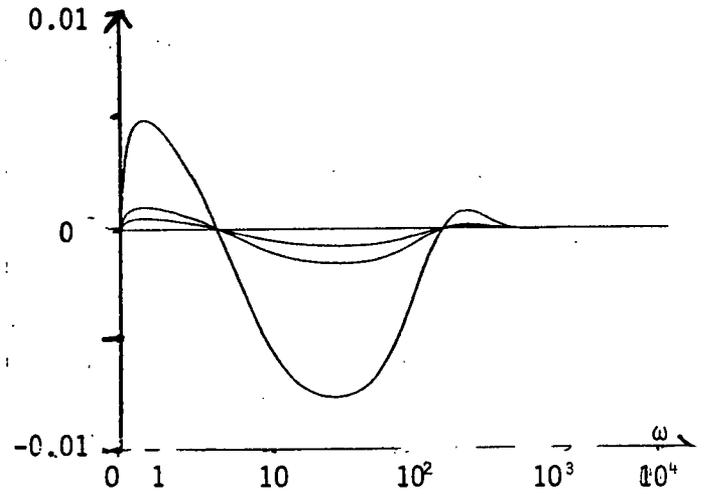
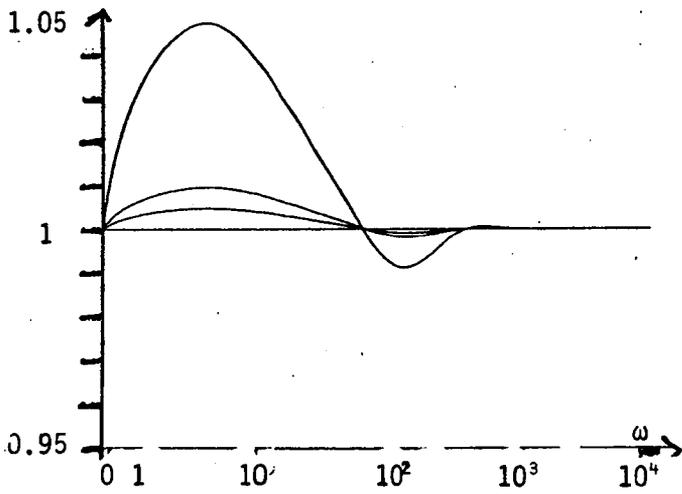
ModuleArgument/ π P = 1000P = 500

Figure 19 = Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$$

$$P = 1000, 500$$

$$\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.075, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.035$$

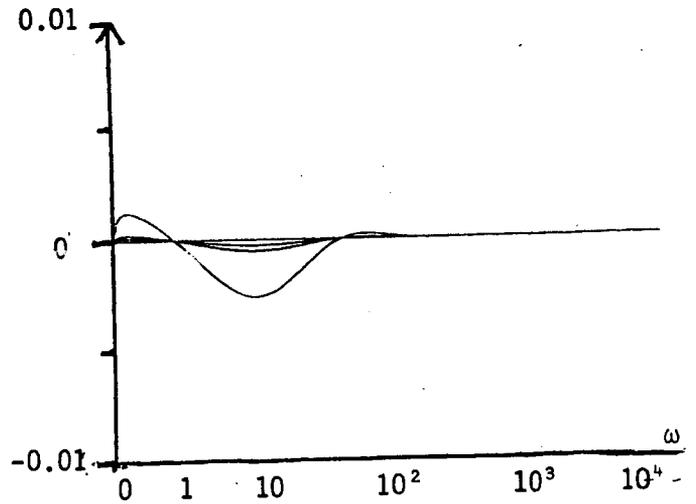
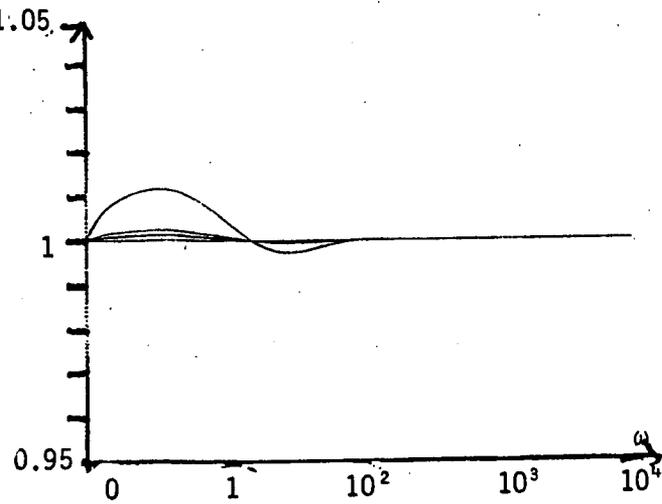
$$h_1 = 50, h_2 = 1500, e_z = 400$$

$$\omega_c = 0.1$$

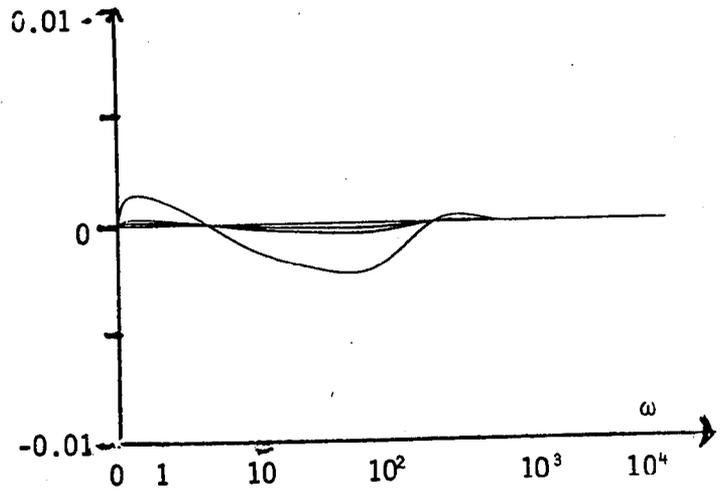
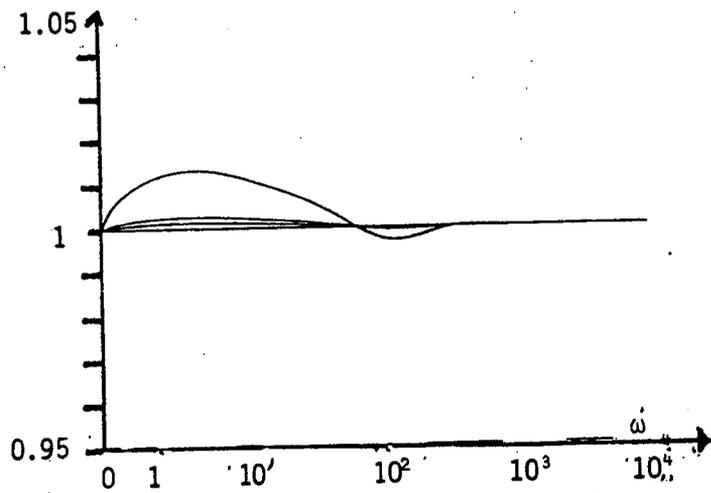
Module

43

Argument/ π



P = 1000



P = 500

Figure 20 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$

$P = 1000, 500$

$\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.02$

$h_1 = 50, h_2 = 1500, e_z = 250$

$\omega_c = 0.1$

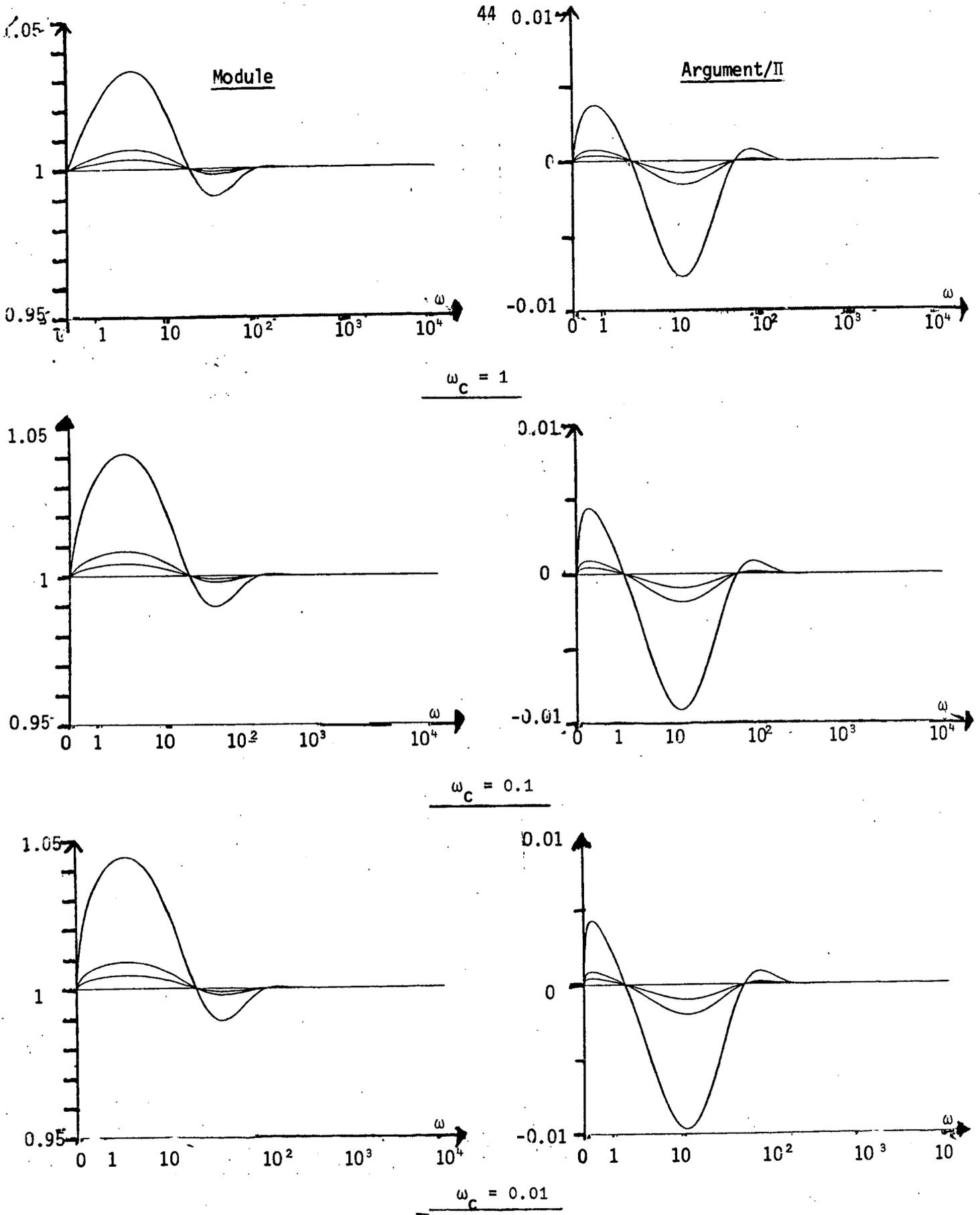
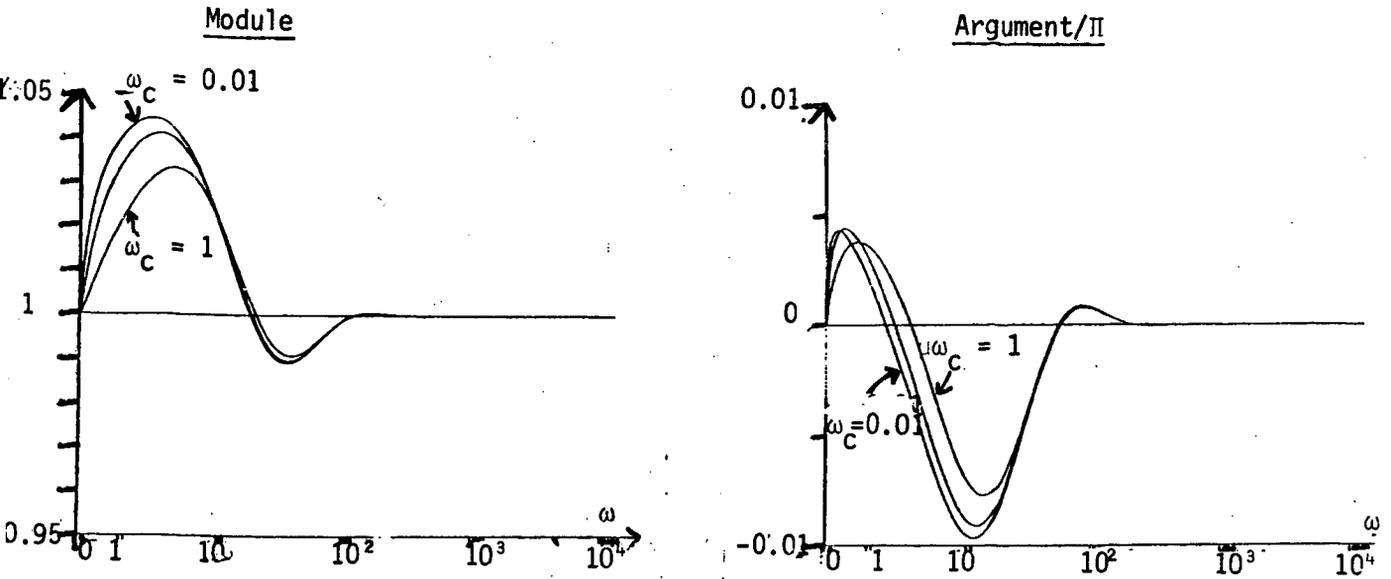


Figure 21 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $\omega_c = 1, 0.1, 0.01$
 $\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.075, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.035$
 $h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 1000, e_z = 400$



Comparaison pour $\lambda = 1.5$ de réponses à $\omega_c = 1, 0.1, 0.01$

Figure 22 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :

$$\omega_c = 1, 0.1, 0.01$$

$$\lambda = 1.5$$

$$\sigma_1 = 0.02, \sigma_2 = 0.075, \sigma_3 = 0.005, \sigma_0 = 0.035$$

$$h_1 = 50, h_2 = 1500, P = 1000, e_2 = 400$$

2.3.7. - Conclusion

La sensibilité de la réponse à la polarisation d'une couche dans un milieu 5 couches est significative lorsque la couche polarisée est épaisse et les constantes de conductivité de cette couche et de celles dans laquelle elle est plongée sont proches.

L'influence de la profondeur de la couche polarisée s'exerce essentiellement sur la plage de fréquences perturbées et pratiquement pas sur la nature et l'amplitude de la perturbation.

La perturbation due à la polarisation est sensiblement proportionnelle à λ^{-1} et très peu sensible au deuxième paramètre de polarisation ω_c .

L'étude montre en outre qu'il est dangereux de tirer une conclusion définitive sur la polarisation de la couche réservoir à la simple lecture de la réponse. Par exemple un milieu avec un réservoir peu polarisé, peut donner la même réponse qu'un milieu avec réservoir très polarisé si l'épaisseur du réservoir est plus grande et/ou si le rapport des constantes de conductivité σ_0/σ_2 est plus faible.

3. - ASPECT INFORMATIQUE

Deux programmes ont été écrits. L'un calcule la fonction de transfert pour un milieu deux couches avec la formule explicite de la réponse. L'autre plus général, calcule la fonction de transfert pour un milieu n couches, par une récurrence utilisant les conditions de continuité des champs aux interfaces.

Les programmes ont été testés séparément et l'un par rapport à l'autre sur des cas simples.

Le programme général permet d'étudier tout type de milieu stratifié et de tester n'importe quelle loi de polarisation.

Pour les sorties graphiques un programme de tracé sur Tectronix a été mis au point.

Tous les programmes sont écrits en FORTRAN pour le système Multics et sont exploitables en mode conversationnel.

L'ensemble de programme sera communiqué ultérieurement avec notice d'utilisation en annexe.

4. CONCLUSION

De manière générale on voit que la forme de la réponse est surtout sensible à la géométrie du sous-sol (épaisseur et profondeur des couches) et aux contrastes de leurs constantes de conductivité.

Par contre le modèle a une très faible sensibilité par rapport aux deux paramètres caractérisant la polarisation (λ, ω_c), sauf dans le cas où l'épaisseur de la couche polarisée est très grande et le rapport entre sa constante de conductivité σ_0 , et la constante de conductivité σ_2 du milieu dans lequel elle est plongée est très proche de 1.

De plus les effets des variations de différentes grandeurs physiques étant parfois contradictoires il en résultera une difficulté pour le problème d'identification.

Ne connaissant pas la précision des mesures nous l'avons supposé de l'ordre de 3%. Une précision plus grande permettra peut-être une analyse plus fine des résultats.

Ces conclusions doivent toutefois être modulées par le fait que l'étude porte sur un modèle très simplifié à une dimension d'espace, et porte sur les réponses en fréquence. Il est possible que l'étude des réponses en temps révélera des types de sensibilité différents.

Nous entreprenons maintenant le calcul des réponses en temps à partir de celle en fréquence à l'aide d'un algorithme d'une transformée de Fourier rapide, ce qui permettra en outre de comparer les résultats obtenus à ceux provenant de l'étude directe de problèmes en temps (cf. Cockburn).

LISTE DES FIGURES

	Pages
<u>Figure 1</u> : G en fonction de V pour divers α	8
<u>Figure 2</u> : \bar{G} en fonction de V pour divers α , $\lambda = 1.1$, $W = 0.05$	10 (en bas)
<u>Figure 3</u> : \bar{G} en fonction de V pour divers α comparaison des cas $\lambda = 1.1, 1.5$ et 2 $W = 0.05$	11
<u>Figure 4</u> : \bar{G} en fonction de V pour divers α comparaison des cas $W = 0.5, 0.05, 0.005$ $\lambda = 1.5$	13
<u>Figure 5</u> : \bar{G} en fonction des V pour divers α comparaison des cas $W = 0.5, 0.05, 0.005$ $\lambda = 2$	14
<u>Figure 6</u> : \bar{G} en fonction de V . Illustration d'un cas d'équivalence des paramètres	15
<u>Figure 7</u> : \bar{G} en fonction de V . Illustration d'un cas d'équivalence des paramètres	16
<u>Figure 8</u> : $\frac{H_2}{H_2}$ en fonction de V $\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$ $W = 0.5, 0.05, 0.005$ $\alpha = 1$	18
<u>Figure 9</u> : $\frac{H_2}{H_2}$ en fonction de V $\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$ $W = 0.5, 0.05, 0.005$ $\alpha = 0.1$	19

Figure 10 : $\frac{\bar{H}_2}{H_2}$ en fonction de V
 $\lambda = 1.05, 1.1, 1.5$
 $W = 0.5, 0.05, 0.005$
 $\alpha = 0.01$ 20

Figure 11 : Dépendance de $\frac{\bar{H}_5}{H_1}$ par rapport à V pour les valeurs moyennes des paramètres $\lambda = 1$ 26

Figure 12 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_1}$ par rapport à V pour les valeurs moyennes des paramètres. Comparaison des cas $\lambda = 1, 1.5, 20$ 27

Figure 13 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω pour les valeurs suivantes des paramètres λ, e_z, P :
 $\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $e_z = 100, 250, 400$ m
 $P = 500$ m
les autres paramètres étant fixés à leurs valeurs moyennes 30

Figure 14 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω pour :
 $\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $e_z = 100, 250, 400$ m
Comparaison entre $(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035),$
 $(0.05, 0.05)$
 $P = 1000$ m 33

Figure 15 : Le rapport $\frac{H_5}{H_3}$ en fonction de ω pour :
 $\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $e_z = 100, 250, 400$
Comparaison entre $(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035),$
 $(0.05, 0.05)$
 $P = 500$ m 34

- Figure 16 : Dépendance de $\frac{H_5}{H_5}$ par rapport à ω pour :
 $\lambda = 1, 1.05, 1.1, 1.5$
 $P = 500 \text{ m}$
 $e_z = 400 \text{ m}$
Valeurs moyennes pour les autres paramètres 37
- Figure 17 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de ω
Comparaison des cas :
 $(\sigma_2, \sigma_0) = (0.1, 0.02), (0.075, 0.035), (0.05, 0.05)$ 39
- Figure 18 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de ω
Comparaison des cas :
 $e_z = 100, 250, 400 \text{ m}$ 41
- Figure 19 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de ω
Comparaison des cas :
 $P = 500, 1000 \text{ m pour :}$
 $\sigma_2 = 0.075, \sigma_0 = 0.035$
 $e_z = 400 \text{ m}$ 42
- Figure 20 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de ω
Comparaison des cas :
 $P = 500, 1000 \text{ m pour :}$
 $\sigma_2 = 0.1, \sigma_0 = 0.02$
 $e_z = 250$ 43
- Figure 21 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de ω
Comparaison des cas :
 $\omega_c = 1, 0.1, 0.01$ 44
- Figure 22 : $\frac{H_5}{H_5}$ en fonction de
Comparaison des cas :
 $\omega_c = 1, 0.1, 0.01$
pour $\lambda = 1.5$ 45

ANNEXE

Tableau des valeurs numériques de V en fonction de ω et d pour $\sigma = 0.1$

$$V = \sqrt{\mu\sigma\omega} d$$

$$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\sqrt{\mu\sigma} = 3.54 \cdot 10^{-4}$$

$\omega \backslash d$	10	50	100	500	1000	1500	2000	2500
0.01	$3.54 \cdot 10^{-4}$	$1.77 \cdot 10^{-3}$	$3.54 \cdot 10^{-2}$	$1.77 \cdot 10^{-2}$	$3.54 \cdot 10^{-2}$	$5.3 \cdot 10^{-2}$	$7.08 \cdot 10^{-2}$	$8.86 \cdot 10^{-2}$
0.1	$1.12 \cdot 10^{-3}$	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$5.6 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$1.7 \cdot 10^{-1}$	$2.24 \cdot 10^{-1}$	$2.8 \cdot 10^{-1}$
1	$3.54 \cdot 10^{-3}$	$1.77 \cdot 10^{-2}$	$3.54 \cdot 10^{-1}$	$1.77 \cdot 10^{-1}$	$3.54 \cdot 10^{-1}$	$5.3 \cdot 10^{-1}$	$7.08 \cdot 10^{-1}$	$8.86 \cdot 10^{-1}$
10	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$5.6 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$5.6 \cdot 10^{-1}$	1.12	1.7	2.24	2.8
30	$1.94 \cdot 10^{-2}$	$9.7 \cdot 10^{-1}$	$1.94 \cdot 10^{-1}$	$9.7 \cdot 10^{-1}$	1.94	2.91	3.88	4.85
50	$2.51 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$	1.25	2.51	3.76	5.02	6.24
100	$3.54 \cdot 10^{-2}$	$1.77 \cdot 10^{-1}$	$3.54 \cdot 10^{-1}$	1.77	3.54	5.3	7.08	8.86
250	$5.6 \cdot 10^{-2}$	$2.8 \cdot 10^{-1}$	$5.6 \cdot 10^{-1}$	2.8	5.6	8.41	11.2	14.01
500	$7.9 \cdot 10^{-2}$	$4.0 \cdot 10^{-1}$	$7.9 \cdot 10^{-1}$	4	7.9	11.9	15.8	19.8

$$W = \sqrt{\mu\sigma\omega_c} d$$

$$W_{\min} = 1.12 \cdot 10^{-4} \quad \text{correspondant } \tilde{a} : \sigma = 0.01, \omega_c = 0.01, d = 10$$

$$W_{\text{moyen}} = 1.12 \cdot 10^{-1} \quad \text{correspondant } \tilde{a} : \sigma = 0.1, \omega_c = 0.1, d = 1000$$

$$W_{\max} = 1.25 \quad \text{correspondant } \tilde{a} : \sigma = 0.2, \omega_c = 1, d = 2500$$

Données numériques pour modèles 3D EM transitoire

variable	val. inf.	val. moy.	val. sup.	unité
σ_0	0.01	0.02	0.05	siemens.m ⁻¹
σ_1	0.01	0.02	0.10	"
σ_2	0.05	0.10	0.20	"
σ_3	0.002	0.005	0.001	"
h_1	10	50	100	mètre
h_2	500	1500	3000	"
h_3	00	00	00	"
p	500	1000	2500	"
e_x	1000	1500	2000	"
e_y	1000	2000	3000	"
e_z	50	100	500	"
AB	500	1500	3000	"
MN	100	250	500	"
CD	10	50	100	"
α	0	0	$\Pi/2$	radian
λ	1.05	1.10	1.50	sans dim.
ω_c	0.01	0.10	1.0	radian.s ⁻¹
t_e, t_r	1	4	20	seconde

1) σ_0 et σ_1 peuvent varier en fonction de ω selon la loi :

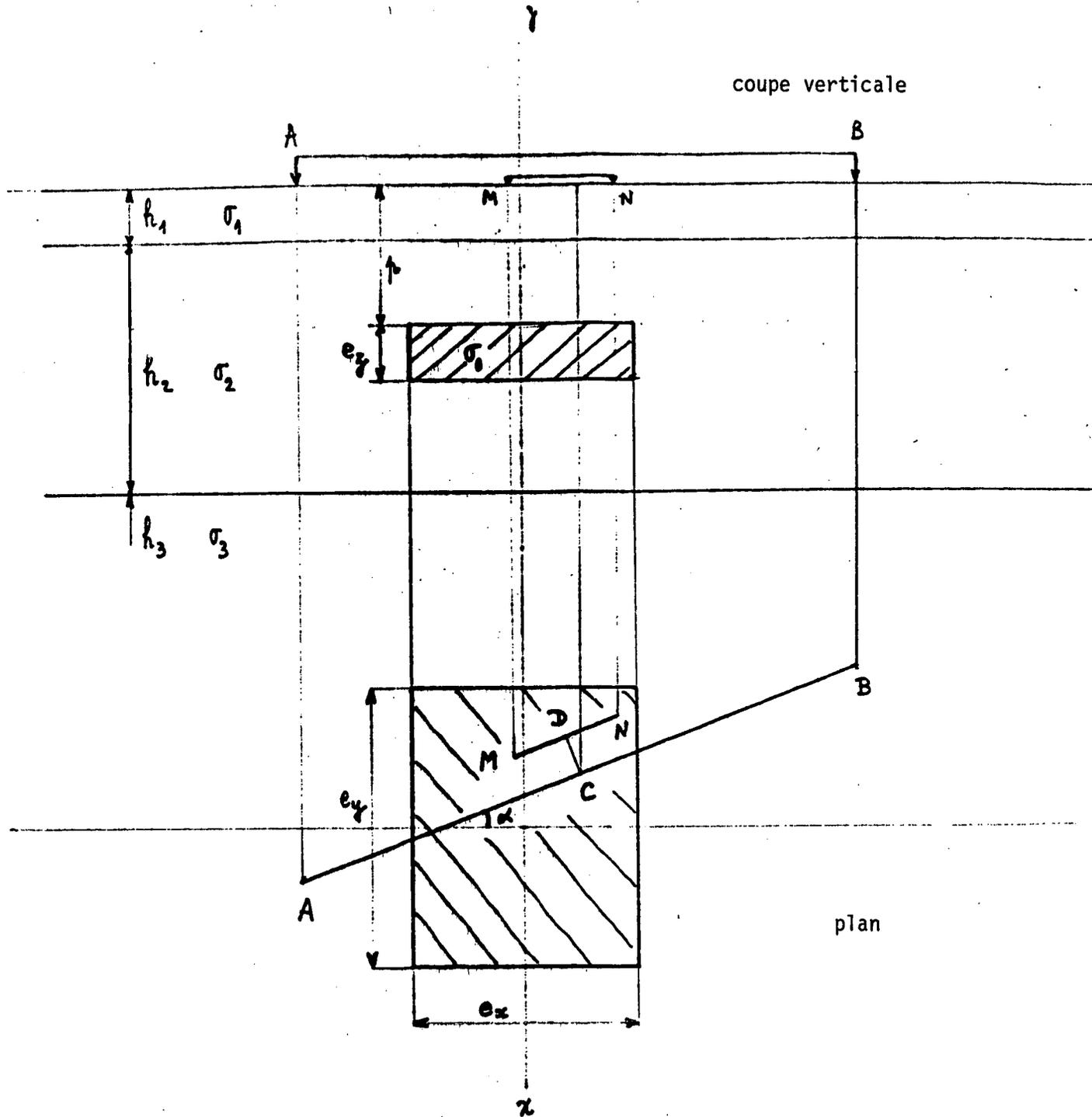
$$\bar{\sigma} = \sigma \frac{1 + \lambda\sqrt{i\omega/\omega_c}}{1 + \lambda\sqrt{i\omega/\omega_c}}$$

$\bar{\sigma}$ est la conductivité complexe, σ la valeur donnée dans le tableau ci-dessus.

2) CD est sur la médiatrice commune de AB et MN

3) émission de I par créneaux t_e = temps d'envoi, t_r = temps de repos (t_e n'est pas obligatoirement égal à t_r)

MODELE FOURNI



Modèle à 3 dimensions pour EM transitoire

- [1] **B. COCKBURN., Y. GOLDMAN., P. JOLY**
"Comparaison de deux méthodes d'intégration numérique des équations de Maxwell en milieu polarisable".
Rapport de contrat.
- [2] **B. COCKBURN.**
"Etude mathématique et numérique des équations de Maxwell dans des milieux polarisables".
Thèse de 3ème cycle - Université Paris IX (1983).
- [3] **B. COCKBURN., P. JOLY.**
"Justification théorique d'une méthode de résolution des équations de Maxwell en milieu 1D polarisable".
Rapport INRIA n° 299 (1984).

