Etude generale d'un reseau constitue de deux stations hyperexponentielles

Jean-Yves Le Boudec

IRIA

CENTRE DE RENNES
IRISA

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
B.P.105
78153 Le Chesnay Cedex
France
Tél.:(3) 954 90 20

Rapports de Recherche

N° 221

ÉTUDE GÉNÉRALE D'UN RÉSEAU CONSTITUÉ DE DEUX STATIONS HYPEREXPONENTIELLES

Jean-Yves LE BOUDEC

Juillet 1983

ETUDE GENERALE D'UN RESEAU CONSTITUE DE DEUX STATIONS HYPEREXPONENTIELLES

Jean-Yves LE BOUDEC

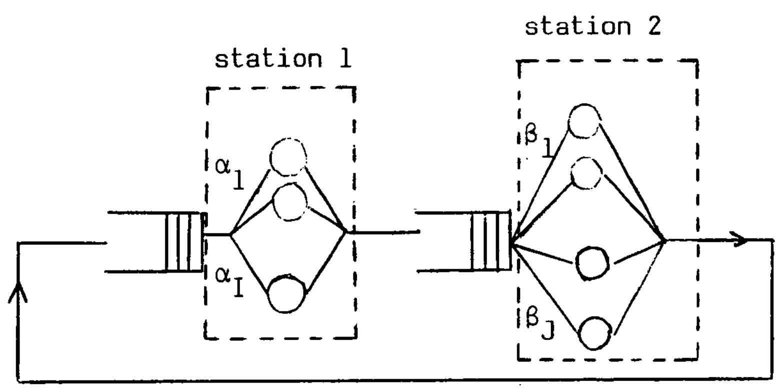
RESUME : On établit un algorithme permettant de calculer les probabilités stationnaires d'un réseau constitué de deux files d'attente avec, chacune, un seul serveur et une loi de service hyperexponentielle. Plus précisément, si I (resp. J) est le nombre d'états "fictifs" associés à une modélisation markovienne de la loi de service de la première (resp. seconde) station, on se ramène à l'inversion de matrices à I (resp. J) lignes et colonnes et à l'étude d'une relation de récurrence d'ordre I+J.

SUMMARY : Let us consider a queueing network with two single server queues ; in each queue, the distribution is hyperexponential. For such a network, it is shown that the equilibrium probabilities can be simply computed.

ETUDE GENERALE D'UN RESEAU CONSTITUE DE DEUX STATIONS HYPEREXPONENTIELLES

PLAN

0. DESCRIPTION DU RESEAU



Dans la première partie, le réseau comprend deux stations hyper-exponentielles, sans limitation de capacité. Il y a une seule classe de clients, un seul serveur, et au plus un client en service dans chaque station. La station 1 est constituée de I sous-stations (I états "fictifs"), la station 2 de J sous-stations (J états "fictifs"). Quand un client quitte la station 1 (resp. 2), la probabilité que le client suivant aille dans l'état "fictif" i vaut α_i (resp. β_i). Evidemment $\sum_i \alpha_i = 1 = \sum_j \beta_j$. De plus, si le client de la station 1 (resp. 2) en cours de service est dans l'état fictif i, le taux de service de ce client vaut λ_i (resp. μ_i). Il y a N clients dans le réseau. Un client qui quitte la station 1 va dans la station 2 et vice versa. Les états sont décrits par (n,i,j) où n est le nombre de clients dans la station 1, i (resp. j) la sous-station du client en service dans 1 (resp. 2). Si $n=0$, $i=0$ et si $n=N$, $j=0$.

Dans la deuxième partie, N est infini, le nombre initial de clients étant infini en station 2, fini en station 1. De plus, dans la partie 2, la station 1 a une capacité limitée à c.

1. CALCUL DES PROBABILITES STATIONNAIRES

1.1 Notations

Le calcul de $p(n,i,j)$ s'effectuera par l'intermédiaire des variables définies ci-dessous :

$1 \leq n \leq N-1$

$$U_n(i) = \sum_{1\leq j\leq J} p(n,i,j) \qquad V_n(j) = \sum_{1\leq i\leq I} p(n,i,j)$$

$$X_n(i) = \sum_{1\leq j\leq J} p(n,i,j)\ \mu_j \qquad Y_n(j) = \sum_{1\leq i\leq I} p(n,i,j)\ \lambda_i$$

$$x_n = \sum_{1\leq i\leq I} X_n(i) \qquad y_n = \sum_{1\leq j\leq J} Y_n(j)$$

$n=0$

$$U_0 = \sum_{1\leq j\leq J} p(0,0,j) = p(0) \qquad \begin{cases} X_0(i) = \alpha_i\ x_0 \\ x_0 = \sum_{1\leq i\leq J} p(0,0,j)\ \mu_j \end{cases}$$

$$X_0(i) = \alpha_i \sum_{1\leq j\leq J} p(0,0,j)\ \mu_j$$

$n=N$

$$V_N = \sum_{1\leq i\leq I} p(N,i,o) = p(N) \qquad \begin{cases} Y_N(j) = \beta_j\ y_N \\ y_N = \sum_{1\leq j\leq J} p(N,i,o)\ \lambda \end{cases}$$

$$Y_N(j) = \beta_j \sum_{1\leq j\leq J} p(N,i,o)\ \lambda_i$$

1.2 Equations

Equations résultant des définitions :

(1) $$\sum_{1\leq i\leq I} U_n(i) = \sum_{i\leq j\leq J} V_n(j) = p(n) \qquad 1 \leq n \leq N-1$$

$$(2) \qquad \sum_{1\leqslant i\leqslant I} \lambda_i \, X_n(i) = \sum_{1\leqslant j\leqslant J} \mu_j \, Y_n(j) \qquad 1 \leqslant n \leqslant N-1$$

Equation de Chapmann-Kolmogoroff :

$$(3) \qquad p(n,i,j)\,(\lambda_i+\mu_j) = \beta_j \, X_{n-i}(i) + \alpha_i \, y_{n+1}(j) \qquad 1 \leqslant n \leqslant N-1$$

n=0

$$p(0,0,j)\,\mu_j = Y_1(j)$$

n=N

$$p(N,i,o)\,\lambda_i = X_{N-1}(i)$$

Relation de Marie

$$(4) \qquad x_n = y_{n+1} \qquad 0 \leqslant n \leqslant N-1$$

Par sommation des relations 3 sur j, puis sur i, il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} &\lambda_i \, U_n(i) + X_n(i) = X_{n-1}(i) + \alpha_i \, y_{n+1} \\ &Y_n(j) + \mu_j \, V_n(j) = \beta_j \, x_{n-1} + Y_{n+1}(j) \end{aligned} \right\} \quad 1 \leqslant n \leqslant N-1$$

Par comparaison avec (4), on obtient :

$$\left. \begin{aligned} &(5) \qquad \lambda_i \, U_n(i) + X_n(i) = X_{n-1}(i) + \alpha_i \, x_n \\ &(6) \qquad Y_n(j) + \mu_j \, V_n(j) = \beta_j \, y_n + Y_{n+1}(j) \end{aligned} \right\} \quad 1 \leqslant n \leqslant N-1$$

Ce système fournira une relation de récurrence, quand nous aurons éliminé U_n et V_n .

1.3 Relation d'inversion

On peut retrouver p(n,i,j) à l'aide des variables introduites en 1.2, c'est à dire inverser ces relations.

En effet, (3), (5) et (6) entrainent :

$$p(n,i,j)(\lambda_i+\mu_j) = \beta_j \left[\lambda_i \, U_n(i) + X_n(i) - \alpha_i \, x_n\right] + \alpha_i \left[Y_n(j) + \mu_j \, V_n(j) - \beta_j \, y_n\right]$$

soit :

$$(7)\quad p(n,i,j)(\lambda_i+\mu_j) = \lambda_i\beta_j\, U_n(i)+\mu_j\alpha_i\, V_n(j)+\beta_j\, X_n(i)+\alpha_i Y_n(j)-\alpha_i\beta_j(x_n+y_n)$$

pour $1 \leqslant n \leqslant N-1$.

1.4 Elimination de U_n et V_n

En multipliant (7) par $\frac{\mu_j}{\lambda_i+\mu_j}$, puis par sommation sur j, on obtient :

$$(8)\quad X_n(i) = \lambda_i\Big[\sum_j \frac{\beta_j\mu_j}{\lambda_i+\mu_j}\Big]U_n(i) + \alpha_i\Big[\sum_j \frac{\mu_j^2}{\lambda_i+\mu_j}\, V_n(j)\Big] + \Big[\sum_j \frac{\beta_j\mu_j}{\lambda_i+\mu_j}\Big]X_n(i) + \alpha_i\Big[\sum_j \frac{\mu_j\, Y_n(j)}{\lambda_i+\mu_j}\Big] - \alpha_i(x_n+y_n)\Big[\sum_j \frac{\beta_j\mu_j}{\lambda_i+\mu_j}\Big]$$

De façon analogue, il vient :

$$(9)\quad Y_n(j) = \beta_j\Big[\sum_i \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i+\mu_j}\, U_n(i)\Big] + \mu_j\Big[\sum_i \frac{\alpha_i\lambda_i}{\lambda_i+\mu_j}\Big] V_n(j) + \beta_j\Big[\sum_i \frac{\lambda_i X_n(i)}{\lambda_i+\mu_j}\Big] + \Big[\sum_i \frac{\alpha_i\lambda_i}{\lambda_i+\mu_j}\Big]Y_n(j) - \beta_j(x_n+y_n)\Big[\sum_i \frac{\alpha_i\lambda_i}{\lambda_i+\mu_j}\Big]$$

-Proposition-

Le système (E) formé des équations (8) et (9), où les inconnues sont $(U_n(i))_i$ et $(V_n(j))_j$, est de rang (I+J-1). On peut, pour le résoudre, supprimer une quelconque des (I+J) équations.

-Démonstration-

Considérons le système homogène associé ; il s'écrit :

$$\begin{cases} \lambda_i\Big[\sum_j \frac{\beta_j\mu_j}{\lambda_i+\mu_j}\Big]U_n(i) + \alpha_i \sum_j \frac{\mu_j^2}{\lambda_i+\mu_j}\, V_n(j) = 0 & 1 \leqslant i \leqslant I \\ \beta_j \sum_i \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i+\mu_j}\, U_n(i) + \mu_j\Big[\sum_i \frac{\alpha_i\lambda_i}{\lambda_i+\mu_j}\Big]V_n(j) = 0 & 1 \leqslant j \leqslant J \end{cases}$$

Pour le résoudre, effectuons le changement d'inconnues :

$$A(i) = \frac{\lambda_i \, U_n(i)}{\alpha_i} \qquad\qquad B(j) = \frac{\mu_j \, V_n(j)}{\beta_j}$$

et posons :

$$\gamma_{i,j} = \left[\sum_{j'} \frac{\beta_{j'}\mu_{j'}}{\lambda_i+\mu_{j'}} \right]^{-1} \frac{\beta_j\mu_j}{\lambda_i+\mu_j} \quad \text{et} \quad \delta_{j,k} = \left[\sum_{k'} \frac{\alpha_{k'}\lambda_{k'}}{\lambda_{k'}+\mu_j} \right]^{-1} \frac{\alpha_k\lambda_k}{\lambda_k+\mu_k}$$

On a alors à résoudre :

$$\begin{cases} A = -\Gamma B \\ B = -\Delta A \end{cases} \qquad \text{où} \quad \Gamma = (\gamma_{i,j})_{i,j} \qquad \text{et} \qquad \Delta = (\delta_{j,k})_{j,k}$$

Γ et Δ sont des matrices positives et : $\sum_k \delta_{j,k} = 1 \qquad \delta_{j,k} > 0$

$\sum_j \gamma_{i,j} = 1$ et $\gamma_{i,j} > 0$; donc $\Gamma\Delta$ est stochastique irréductible.

Ce système équivaut à : $\begin{cases} A = \Gamma \Delta A \\ B = -\Delta A \end{cases}$

La première équation entraine $A = K \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$, où K est un réel quelconque, puis on obtient $B = -\Delta A = -K \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$.

Les solutions du système homogène sont donc finalement :

$$U_n(i) = K \frac{\alpha_i}{\lambda_i} \quad , \quad V_n(j) = K \frac{\beta_j}{\mu_j}$$

D'où le rang du système.

Pour poursuivre la démonstration, il faut maintenant étudier les combinaisons linéaires reliant les équations (8) et (9) :

Ecrivons le système de ces équations sous la forme

$$\begin{cases} l_i(A,B) = \phi_i & (8) \\ m_j(A,B) = \psi_i & (9) \end{cases}$$

où (l_i) et (m_j) sont des formes linéaires.

Il existe une relation : $\sum_i x_i l_i + \sum_j y_j m_j = 0$. On a alors

$$\begin{cases} x = -y\,\Gamma \\ y = -x\,\Delta \end{cases} \iff \begin{cases} x = x\,\Delta\Gamma \\ y = -x\,\Delta \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} x = (x_1,\ldots,x_I) \\ y = (y_1,\ldots,y_J) \end{cases}$$

comme $\Delta\Gamma$ est une matrice stochastique irréductible , les coefficients x_i sont tous soit positifs, soit négatifs. Cela entraîne la même propriété pour les coefficients y_j .

Ainsi, aucun des coefficients n'est nul, donc n'importe quelle équation est combinaison linéaire des autres, et on peut donc la supprimer.

-Remarque-

Le système des équations (8) et (9) peut se ramener à un système de (I-1) équations.

Soit le changement de variables $(U_n,V_n) \longmapsto (A,B)$ défini plus haut ; le système s'écrit :

$$\begin{cases} A = -\Gamma B + 1_1(X_n,Y_n) \\ B = -\Delta A + 1_2(X_n,Y_n) \end{cases} \quad \text{qui équivaut à} \quad \begin{cases} A = \Gamma\Delta A + (1_1-\Gamma 1_2)(X_n,Y_n) \\ B = -\Delta A + 1_2(X_n,Y_n) \end{cases}$$

Il suffit alors de résoudre le premier système $A = \Gamma\Delta A + (1_1-\Gamma 1_2)(X_n,Y_n)$ qui est de rang I-1.

(Si I > J, on a intérêt à résoudre d'abord en B).

-Conclusion-

Les relations (8), (9) et (1) permettent d'exprimer U_n et V_n en fonction de (X_n,Y_n) ; il faut pour cela :

- inverser le système (E) ; il suffit d'inverser une matrice (I-1)×(I-1), et on obtient :

$$\begin{cases} U_n(i) = \Phi_i(X_n,Y_n) + K\,\dfrac{\alpha_i}{\lambda_i} \\ V_n(j) = \Psi_j(X_n,Y_n) - K\,\dfrac{\beta_j}{\mu_j} \end{cases}$$

- K est alors déterminé par l'équation (1) : $\sum_i U_n(i) = \sum_j V_n(j)$

En effet, le coefficient de K dans cette dernière équation est

$$\sum_i \frac{\alpha_i}{\lambda_i} + \sum_j \frac{\beta_j}{\mu_j} \neq 0$$

1.5 Relation de récurrence

Nous pouvons maintenant calculer par récurrence X_n et Y_n.

□ Calcul de Y_n :

L'équation (6) fournit Y_{n+1} en fonction de Y_n et V_n ; donc finalement à l'aide de 1-4, en fonction de (X_n,Y_n).

□ Calcul de X_n :

Soit F le système formé par les équations (5) appliquées à (n+1) ; il peut s'écrire, en posant : $U_n(i) = L_i(X_n,Y_n)$:

$$(F) : \lambda_i L_i(X_{n+1},Y_{n+1}) + X_{n+1}(i) - X_n(i) - \alpha_i \sum_{i'} X_{n+1}(i') = 0 \quad , \quad 1 \leqslant i \leqslant I$$

Dans ce système, les inconnues sont $X_{n+1}(i)$, car Y_{n+1} est donné plus haut.

-Proposition-

Le système des équations (F) est inversible.

-Démonstration-

Considérons le système homogène associé, il s'écrit :

$$(F_o) \quad \lambda_i L_i(X_{n+1},0) + X_{n+1}(i) - \alpha_i \sum_{i} X_{n+1}(i') = 0 \quad .$$

Posons $L_i(X_{n+1},0) = U'(i)$ et $M_j(X_{n+1},0) = V'(j)$ (M_j défini par : $M_j(X_n,Y_n) = V_n$).

U' et V' sont solutions de :

$$\begin{cases} \lambda_i \dfrac{U'_i}{\alpha_i} + \sum_j \gamma_{i,j} \dfrac{\mu_j V'(j)}{\beta_j} + \dfrac{X_n(i)}{\alpha_i} - x_n = \dfrac{X_n(i)}{\alpha_i} \left[\sum_j \dfrac{\beta_j \mu_j}{\lambda_i + \mu_j} \right]^{-1} \\ \sum_k \delta_{j,k} \dfrac{\lambda_j U'(k)}{\alpha_k} + \mu_j \dfrac{V'_j}{\beta_j} + \sum_k \delta_{j,k} \dfrac{X_n(k)}{\alpha_k} - x_n = 0 \end{cases}$$

(δ et γ définis en 1-4).

Posons $A'(i) = \dfrac{\lambda_i U'(i)}{\alpha_i}$ et $B'(j) = \dfrac{\mu_j V'(j)}{\beta_j}$

et $G(i,j) = \left[\sum_{j'} \dfrac{\beta_j \mu_{j'}}{\lambda_i + \mu_{j'}} \right] \gamma_{i,j}$ et $X'_n(i) = \dfrac{X_n(i)}{\alpha_i}$; on a alors :

$$\begin{cases} A' + X' = x_n \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} & (F_o) \\ A' + \Gamma B' + X' - x_n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = \left(X'(i) (\sum_i \frac{\beta_j \mu_j}{\lambda_i \mu_j})^{-1} \right)_i \\ \Delta(A' + X') + B' - x_n \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \end{cases}$$

En reportant la première équation dans la deuxième et la troisième, il vient :

$$\begin{cases} GB' = X' \\ \Delta x_n \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + B' - x_n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \end{cases} \qquad \text{or} \quad \Delta \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

d'où $B' = 0$, $X' = 0$ et finalement $X_n = 0$.

-Conclusion-

> On obtient, grâce à l'élimination de (U_n,V_n), Y_{n+1} en fonction de (X_n,Y_n) dans (6) ; puis, après inversion d'un système de I équations, l'expression de X_{n+1} en fonction de X_n et Y_{n+1} grâce aux équations (5), donc de (X_n,Y_n). Plus précisément, on aboutit à :
>
> $$\begin{cases} X_{n+1} = H'(X_n,Y_{n+1}) = H(X_n,Y_n) & \text{pour} \quad 1 \leqslant n \leqslant N-2 \\ Y_{n+1} = K(X_n,Y_n) & \text{pour} \quad 1 \leqslant n \leqslant N-1 \end{cases}$$
>
> H, H' et K étant des applications linéaires.

1.6 Calcul de p(n)

□ On obtient, à l'aide de 1.5 : $X_1 = H'(X_o,Y_1)$, or $X_o(i) = x_o\alpha_i$ (rappelons que Y_o, comme X_N, n'est pas défini).

On calcule donc, par récurrence, (X_n,Y_n) en fonction de x_o et Y_1. Puis, $Y_N(j) = K_j(X_{N-1},Y_{N-1}) = \beta_j \, x_{N-1}$ fournit un système de J équations en les J inconnues $(Y_1(1) \ldots Y_1(J))$.

On calcule enfin U_n et V_n à l'aide de 1.4, puis p(n,i,j) à l'aide de la relation d'inversion 1.3 ; p(0,0,j) et p(N,i,0) sont donnés par les équations de Chapmann-Kolmogorov (§ 1.2).

□ Si N est grand, on peut obtenir l'expression de p(n) pour tout $n \leq N-1$ de façon plus rapide.

En effet, on obtient de façon générale $\begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix} = \left[\frac{H}{K} \right] \begin{pmatrix} X_{n-1} \\ Y_{n-1} \end{pmatrix}$

Mais la relation $\sum_i \lambda_i X_n(i) = \sum_j \mu_j Y_n(j)$ permet d'éliminer une variable et d'écrire :

$$\begin{pmatrix} X_n \\ \tilde{Y}_n \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X_{n-1} \\ \tilde{Y}_{n-1} \end{pmatrix} \qquad \text{où} \quad \tilde{Y}_n = \begin{pmatrix} Y_n(1) \\ Y_n(J-1) \end{pmatrix}$$

Or p(n) est fonction linéaire de $(X_n, \tilde{Y}_n)$; d'où

- Si les valeurs propres $u_1, \ldots, u_{I+J-1}$ de la matrice P sont distinctes, alors il existe $c_1, \ldots, c_{I+J-1}$ tels que : $\forall n \in [1, N-1]$, $p(n) = \sum_{i=1}^{I+J-1} c_i u_i^n$
- En général, p(n) vérifie une relation de récurrence linéaire d'ordre I+J-1, définie par le polynôme caractéristique de P.

Il suffit alors de calculer $p(1), \ldots, p(I+J-1)$ par itération pour obtenir les constantes $c_1, \ldots, c_{I+J-1}$ après résolution d'un système de Vandermonde.

-Conclusion-

Le calcul de p(n) demande, principalement, les opérations suivantes :
- inversion de deux matrices carrées à I lignes (élimination de U_n, calcul de X_{n+1}) ;
- puis étude d'une relation de récurrence d'ordre I+J-1, linéaire.

Les matrices qui interviennent sont donc toutes de taille inférieure à I+J.

2. FILE H/H/1/c

2.1 Description

Il s'agit de la file à un serveur, une seule classe de client, à capacité limitée à c. Les interarrivées (resp. Les interservices) suivent une loi hyperexponentielle de paramètres $\mu_1,\dots,\mu_J$, $[\text{resp. } \lambda_1,\dots,\lambda_I]$, de répartitions $\beta_1,\dots,\beta_J$ $[\text{resp. } \alpha_1,\dots,\alpha_I]$.

Pour étudier cette file, nous utilisons le modèle du §1, avec $N = +\infty$, et un nombre infini de clients dans la station 2, qui modélise les interarrivées.

2.2 Equations

On utilise, comme en §1, les variables X_o, Y_o, U_o, V_o, X_n, Y_n, U_n, V_n, etc, définies de la même façon. En particulier la formule générale s'applique pour n = c.

Les équations (1) à (6) restent alors valable pour $n \leqslant c-1$. Pour n = c on a : (1), (2) et (4) restent valables, mais :

$$(3)_c \quad p(c,i,j)(\lambda_i+\mu_j) = \beta_j X_{c-1}(i) + X_c(i)$$

$$(5)_c \quad \lambda_i U_c(i) + X_c(i) = X_{c-1}(i) + JX_c(i)$$

$$(6)_c \quad Y_c(j) + \mu_j V_c(j) = \beta_j y_c + x_c$$

L'équation (8) devient :

$$(8)_c \quad U_c(i) \left[\sum_j \frac{\beta_j \mu_j}{\lambda_i+\mu_j} \right] = X_c(i)$$

L'équation (9) donne :

$$(9)_c \quad Y_c(j) + \mu_j V_c(j) = \beta_j y_c + x_c$$

2.3 Résolution

La méthode précédente s'applique pour exprimer (X_n,Y_n) , $n \leqslant c-1$ ainsi que Y_c en fonction de x_o et Y_1.

Pour éliminer U_c et V_c , on doit utiliser $(8)_c$ et $(9)_c$ qui donnent un résultat direct.

On calcule alors X_c grâce à $(5)_c$.

Enfin, l'équation $(6)_c$ permet de calculer Y_1 , après résolution d'un système linéaire à J inconnues.

REFERENCES

BREMAUD, "Point processes and queues" - Springer-Verlag, 1980.

GELENBE et PUJOLLE, "Introduction aux réseaux de files d'attente" - Eyrolles, 1982.

MARIE et PELLAUMAIL, "Steady-state probabilities for a queue with a general service distribution and state-dependent arrivals" - IEEE-TSE, vol. SE-9, n° 1, pp. 109-113, jan. 1983.

MARIE et PELLAUMAIL, "Régime stationnaire pour une file M/H/1 avec impatience" Rapport IRISA, publication interne n° 194, mars 1983.

Liste des Publications Internes IRISA

PI 168 **Impact de l'intégration sur le traitement automatique de la parole**
P. Quinton . 14 pages : Mai 1982

PI 169 **A systolic algorithm for connected word recognition**
J.P. Banâtre. P. Frison. P. Quinton . 13 pages : Mai 1982

PI 170 **A network for the detection of words in continuous speech**
J.P. Banâtre. P. Frison. P. Quinton . 24 pages : Mai 1982

PI 171 **Le langage ADA : Etude bibliographique**
J. André. Y. Jégou. M. Raynal . 12 pages : Juin 1982

PI 172 **Comparaison de groupes de variables : 2ème partie : un exemple d'application**
B. Escofier. J. Pajès . 37 pages : Juillet 1982

PI 173 **Unfold-fold program transformations**
L. Kott . 29pages : Juillet 1982

PI 174 **Remarques sur les langages de parenthèses**
J.M. Autebert. J. Beauquier. L. Boasson. G. Senizergues . 20 pages : Juillet 1982

PI 175 **Langages de parenthèses, langages N.T.S. et homomorphismes inverses**
J.M. Autebert. L. Boasson. G. Senizergues . 26 pages : Juillet 1982

PI 176 **Tris pour machines synchrones ou Baudet Stevenson revisited**
R. Rannou . 26 pages : Juillet 1982

PI 177 **Un nouvel algorithme de classification hiérarchique des éléments constitutifs de tableau de contingence basé sur la corrélation**
B. Tallur . Juillet 1982 :

PI 178 **Programmes d'analyse des re'sultats d'une classification automatique**
I.C. Lerman et collaborateurs . 79 pages : Septembre 1982

PI 179 **Attitude à l'égard des mathématiques des élèves de sixième**
J.Degouys. R. Gras. M. Postic . 29 pages : Septembre 1982

PI 180 **Traitements de textes et manipulations de documents : bibliographie analytique**
J. André . 20 pages : Septembre 1982

PI 181 **Algorithme assurant l'insertion dynamique d'un processeur autour d'un réseau à diffusion et garantissant la cohérence d'un système de numérotation des paquets global et réparti**
Annick Le Coz. Hervé Le Goff. Michel Ollivier . 31 pages : Octobre 1982

PI 182 **Interprétation non linéaire d'un coefficient d'association entre modalités d'une juxtaposition de tables de contingence**
Israel César Lerman . 34 pages : Novembre 1982

PI 183 **L'IRISA vu à travers les stages effectués par ses étudiants de DEA (1è année de thèse)**
Daniel Herman . 41 pages : Novembre 1982

PI 184 **Commande non linéaire robuste des robots manipulateurs**
Claude Samson . 52 pages : Janvier 1983

PI 185 **Dialogue et représentation des informations dans un système de messagerie intelligent**
Philippe Besnard. René Quiniou. Patrice Quinton. Patrick Saint-Dizier. Jacques Siroux. Laurent Trilling . 45 pages : Janvier 1983

PI 186 **Analyse classificatoire d'une correspondance multiple ; typologie et régression**
I.C. Lerman . 54 pages : Janvier 1983

PI 187 **Estimation de mouvement dans une sequence d'images de télévision en vue d'un codage avec compensation de mouvement**
Claude Labit . 132 pages : Janvier 1983

PI 188 **Conception et réalisation d'un logiciel de saisie et restitution de cartes élémentaires**
Eric Sécher . 45 pages : Janvier 1983

PI 189 **Etude comparative d'algorithmes pour l'amélioration de dessins au trait sur surfaces point par point**
M.A. ROY . 96 pages : Janvier 1983

PI 190 **Généralisation de l'analyse des correspondances à la comparaison de tableaux de fréquence**
Brigitte Escofier . 35 pages : Mars 1983

PI 191 **Association entre variables qualitatives ordinales «nettes» ou «floues»**
Israel-César Lerman . 42 pages : Mars 1983

PI 192 **Un processeur intégré pour la reconnaissance de la parole**
Patrice Frison . 80 pages : Mars 1983

PI 193 **The Systematic Design of Systolic Arrays**
Patrice Quinton . 39 pages : Avril 1983

PI 194 **Régime stationnaire pour une file M/H/1 avec impatience**
Raymond Marie et Jean Pellaumail . 8 pages · Mars 1983

PI 195 **SIGNAL : un langage pour le traitement du signal**
Paul Le Guernic. Albert Benveniste. Thierry Gautier . 49 pages : Mars 1983

PI 196 **Algorithmes systoliques : de la théorie à la pratique**
Françoise André. Patrice Frison. Patrice Quinton . 19 pages : Mars 1983

PI 197 **HAVANE : un système de mise en relation automatique de petites annonces**
Patrick Bosc. Michele Courant. Sophie Robin. Laurent Trilling . 79 pages : Mai 1983

PI 198 **Une procédure de décision en logique non-monotone**
Philippe Besnard . 59 pages : Mai 1983

PI 199 **A formal proof system for infinitary rational expressions**
Philippe Darondeau. Laurent Kott . 28 pages : Mai 1983

PI 200 **Etude générale d'un réseau constitué de deux stations hyperexponentielles**
Jean-Yves Le Boudec . 12 pages : Mai 1983

PI 201 **Langage de Dyck et groupe symétrique**
Yves Cochet . 13 pages : Juin 1983