



# Antennes radiogoniométriques de faibles dimensions

A. Meritet

► **To cite this version:**

A. Meritet. Antennes radiogoniométriques de faibles dimensions. [Rapport de recherche] RR-0048, INRIA. 1980. inria-00076513

**HAL Id: inria-00076513**

**<https://hal.inria.fr/inria-00076513>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**IRIA**

Rapports de Recherche

N° 48

**ANTENNES  
RADIOGONIOMÉTRIQUES  
DE FAIBLES DIMENSIONS**

**Alain MERITET**

Institut National  
de Recherche  
en Informatique  
et en Automatique

Domaine de Voluceau  
Rocquencourt  
B.P.105 78150 Le Chesnay  
France  
Tél. 954 90 20

**Décembre 1980**

## ANTENNES RADIOGONIOMETRIQUES DE FAIBLES DIMENSIONS

Alain MERITET

-o-

### RESUME

Le champ rayonné à grande distance par une antenne plane, de longueur donnée, constitué par deux brins disposés symétriquement par rapport à un axe et alimentés en opposition de phase est donnée, lorsque la répartition du courant est connue par la méthode exposée dans [10].

A partir de ces résultats on détermine, au moyen de l'analyse de Fourier des antennes de faibles dimensions ne rayonnant pas dans une ou plusieurs directions du plan en négligeant l'influence du sol. Puis par une exploration numérique systématique on choisit explicitement, pour une gamme de fréquence donnée, la forme d'une telle antenne en cherchant à obtenir le meilleur compromis entre le diagramme de rayonnement et son encombrement.

### ABSTRACT

Starting from the radiation formula for the elementary dipole, we built radiogoniometric antennas.

For this the large scaled radiated field of a thin antenna is improved by a Fourier Analysis calculation. This explanation is realised by a numerical improvement.

## 1. POSITION DU PROBLEME.

Les antennes filaires utilisées en radiogoniométrie sont essentiellement les cadres (de formes circulaires ou rectangulaire) couplés ou non avec une antenne réceptrice omnidirectionnelle. Quelques autres dispositifs ayant la même origine sont aussi utilisés (Antennes ad-hoc,...). L'inconvénient de ces antennes est leurs dimensions excessives, leur directivité souvent insuffisante au voisinage du zéro et le fait qu'elles doivent se situer dans un plan perpendiculaire au sol.

Le but de cet article est de déterminer des antennes filaires planes situées dans le plan horizontal et utilisable en radiogoniométrie, ces antennes ayant des dimensions moindres que celles actuellement en service et une meilleure détermination du zéro.

La méthode physique utilisée est la même que celle exposée dans [10], le traitement mathématique étant différent. En vertu du principe de la réciprocité on considérera chaque fois que cela sera utile à la détermination de ses caractéristiques, l'antenne comme étant reliée à un émetteur, bien qu'elle soit essentiellement utilisée en réception.

## 2. RAPPELS ET DEFINITIONS.

Le plan étant rapporté au repère orthonormé OXY,  $s$  désigne l'abscisse curviligne sur l'antenne plane  $\Gamma$  déterminée par son équation paramétrique  $(X,Y) = (X(s),Y(s))$  de classe  $C_1$  au moins (Fig. 1).

On suppose  $-s_0 \leq s \leq s_0$ ,  $X(-s) = X(s)$  et  $Y(-s) = -Y(s)$ . Notons que  $-s_0 \leq X(s_0) = \alpha_0 \leq s_0$  et que  $X'^2 + Y'^2 = \left(\frac{dX}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dY}{ds}\right)^2 = 1$ .

On suppose en outre que  $\Gamma$  est alimentée en 0 par une source de f.e.m. sinusoidale de fréquence  $f$ . Notons

$$(1) \quad k = 2\pi \frac{f}{c} = \frac{\omega}{u}$$

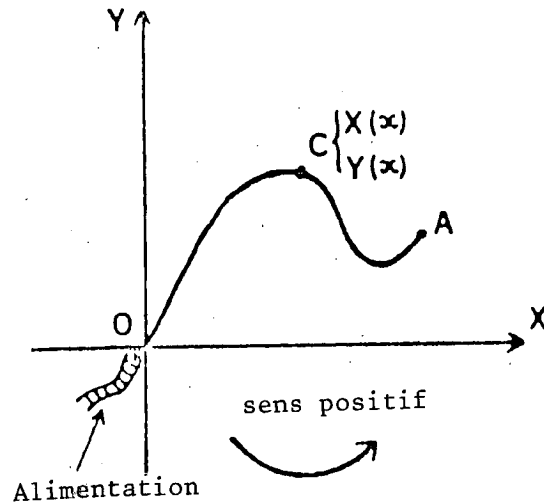
où  $\omega$  est la pulsation,  $c = 3.10^8$  et  $u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ .

Soit  $(\psi)$  la direction du plan OXY déterminée par l'angle  $\psi$  comptée à partir de OX. On désigne par  $E^*(\psi)$  le champ électrique (écrit sous forme complexe) rayonné par  $\Gamma$  à grande distance, porté par la direction perpendiculaire à  $(\psi)$  et l'on définit  $E(\psi)$  par l'égalité

$$(2) \quad E^*(\psi) = -i \frac{60e^{-ikr}}{r} E(\psi)$$

où  $i^2 = -1$  et  $r$  désigne la distance comprise entre 0 et le point où l'on considère le champ électrique. Soit  $|E(\psi)| = |E(-\psi)|$  son module,  $|E_{db}(\psi)|$

FIG.1



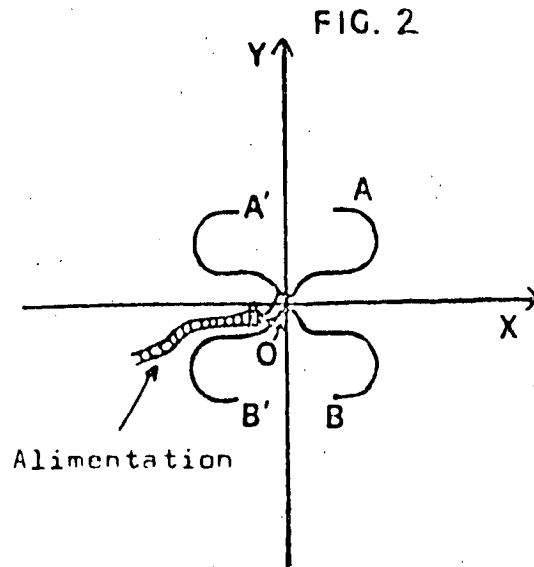
le module du champ rayonné par l'antenne doublet demi-onde dans les mêmes conditions expérimentales et  $g_\psi = 10 \log \frac{|E(\psi)|^2}{|E_{db}(0)|^2}$  le gain en décibels par rapport à l'antenne doublet demi-onde dans la direction  $(\psi)$ . Soit  $J(|s|) = J_R(|s|) + i J_I(|s|)$  le courant (écrit sous forme complexe) circulant sur l'antenne en opposition de phase de part et d'autre de la source 0. On sait que dans ce cas (cf. [10]) le champ rayonné dans la direction  $(\psi)$  est tel que

$$(3) \quad E(\psi) = \frac{k}{2} \int_0^{s_0} J(|s|) [ e^{ik(\cos\psi \cdot X + \sin\psi \cdot Y)} (\sin\psi \cdot X' - \cos\psi \cdot Y') - e^{ik(\cos\psi \cdot X - \sin\psi \cdot Y)} (\sin\psi \cdot X' + \cos\psi \cdot Y') ] ds.$$

Remarque 1 : Si  $\psi = 0$  on a

$$(4) \quad E(0) = -k \int_0^{s_0} J(s) e^{ikX} Y' ds.$$

D'autre part on sait aussi (cf. [10]) que le champ rayonné dans la direction  $(\psi)$  par une antenne formée par la juxtaposition après retournement par rapport à OY de deux antennes du type précédent (Fig. 2) est donnée par la formule



$$(5) \quad E(\psi) = k \int_0^{s_0} J(|s|) [(\sin\psi \cdot X' - \cos\psi \cdot Y') \cos\{k(\cos\psi \cdot X + \sin\psi \cdot Y)\} - (\sin\psi \cdot X' + \cos\psi \cdot Y') \cos\{k(\cos\psi \cdot X - \sin\psi \cdot Y)\}] ds$$

Remarque 2 : Si  $\psi = 0$  on a

$$(6) \quad E(0) = -2k \int_0^{s_0} J(s) \cos(k X) \cdot Y' ds$$

### 3. CHAMP RAYONNE NUL DANS LA DIRECTION $\psi=0$ , CAS OU $J(|s|) = e^{-ik|s|}$

Cette hypothèse correspond de façon approchée à un fonctionnement en ondes progressives (cf. [4]), c'est-à-dire à une antenne se refermant sur une résistance ohmique égale à son impédance caractéristique. La détermination de l'antenne, sous ces hypothèses, peut être faite analytiquement.

#### 3.1. Changement de variable.

Procédons comme dans [10], soit

$$(7) \quad z = z(s) = X-s \quad (-2 \leq z' = X'-1 \leq 0)$$

alors

$$Y'^2 = -2z' - z'^2.$$

Posons d'une part

$$(8) \quad Y' = \varepsilon_1 \sqrt{-2z'-z'^2} \text{ où } \varepsilon_1 \in \{-1, 0, 1\}$$

$$\varepsilon_1 = 0 \iff -2z'-z'^2 = 0$$

et d'autre part

$$(9) \quad -\infty \leq s' = \frac{1}{z'} \leq -\frac{1}{z}$$

Comme  $\varepsilon$  ne varie qu'en un nombre fini de points et que

$$z(0) = 0 \quad z(s_0) = \alpha_0 - s_0$$

on a :

$$E(0) = -k \int_0^{s_0} e^{ikz} \varepsilon_1 \sqrt{-2z'-z'^2} dx$$

$$(10) \quad E(0) = k \int_0^{\alpha_0 - s_0} e^{ikz} \varepsilon_1 \sqrt{-2s'-1} dz$$

### 3.2. Conditions d'existence.

L'égalité  $E(0) = 0$  équivaut d'après (6), à

$$\int_0^{\alpha_0 - s_0} \cos kz \cdot \varepsilon_1 \sqrt{-2s'-1} dz = \int_0^{\alpha_0 - s_0} \sin kz \cdot \varepsilon_2 \sqrt{-2s'-1} dz = 0$$

On en déduit que si,  $\alpha_0 - s_0$  étant donné, il existe une fonction  $\psi$  à valeur réelle telle que

$$(11) \quad \int_0^{\alpha_0 - s_0} e^{ikz} \psi(z) dz = 0$$

on peut construire une antenne telle que  $E(0) = 0$ .

Il suffit pour cela de poser

$$(12) \quad \psi = \varepsilon_1 \sqrt{-2s'-1}$$

et d'utiliser (10).

### 3.3. Détermination des antennes telles que $E(0) = 0$ .

Soit  $\psi$  une fonction à valeur réelle satisfaisant (11), on a en utilisant l'égalité (12)

$$s' = - \frac{\psi^2 + 1}{2}$$

Considérons alors la fonction  $\mathcal{A}\psi$  où

$$(13) \quad \mathcal{A}^2 = -(\alpha_0 + s_0) / \int_0^{\alpha_0 - s_0} \psi^2(z) dz$$

vérifie

$$(14) \quad s_0 = - \int_0^{\alpha_0 - s_0} \frac{(\mathcal{A}\psi)^2(z) + 1}{2} dz$$

c'est-à-dire

$$s(\alpha_0 - s_0) = s_0$$

ceci donne, d'après (7), (9) et (12)

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dz} = - \frac{(\mathcal{A}\psi)^2 - 1}{2} \\ \frac{dY}{dz} = - \mathcal{A}\psi \end{array} \right.$$

ce qui permet de déterminer les antennes par intégration, soit :

$$(16) \quad \left\{ \begin{array}{l} X(z) = \frac{z}{2} - \mathcal{A}^2 \int_0^z \frac{\psi^2(u)}{2} du \\ Y(z) = - \mathcal{A} \int_0^z \psi(u) du \end{array} \right.$$

avec

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 - s_0 \leq z \leq 0 \\ \frac{1}{\mathcal{A}^2} = - \int_0^{\alpha_0 - s_0} \frac{\psi^2(z)}{\alpha_0 + s_0} dz \end{array} \right.$$



3.4. Détermination d'une fonction  $\psi$  avec  $|k(\alpha_0 - s_0)/2\pi|$  entier.

Etude d'un cas particulier.

Il suffit, puisque le calcul du champ se fait au moyen d'une intégrale de considérer le cas où  $k(\alpha_0 - s_0) = -2\pi$ .

L'égalité

$$(18) \quad \int_0^{\alpha_0 - s_0} e^{ikz} \psi(z) dz = \int_0^{-2\pi} e^{iu} \frac{1}{k} \psi\left(\frac{u}{k}\right) du$$

avec  $u = kz$ , montre en posant

$$(19) \quad \frac{1}{k} \psi\left(\frac{u}{k}\right) = \xi(u)$$

que (11) est vérifiée si

$$(20) \quad \int_0^{-2\pi} e^{iu} \xi(u) du = 0$$

Annulons donc le premier coefficient du développement de Fourier de  $\xi$ , c'est-à-dire comme  $\xi$  est réelle

$$(21) \quad \xi(u) = c_0^* + \sum_{n \geq 2} (a_n^* \cos nu + b_n^* \sin nu)$$

et par suite

$$(22) \quad \psi(z) = c_0 + \sum_{n \geq 2} (a_n \cos nkz + b_n \sin nkz)$$

où  $c_0, a_n, b_n$  ( $n \geq 2$ ) sont des coefficients réels arbitraires.

Considérons à présent le cas où  $a_n = b_n = 0$  ( $n \geq 3$ ), on obtient

$$(23) \quad \psi(z) = a + b \cos 2kz + c \sin 2kz$$

or

$$s'(z) = - \frac{1 + \psi^2(z)}{2}$$

d'où

$$(24) \quad s'(z) = - \frac{1}{2} [(a^2 + 1) + b^2 \cos^2 2kz + c^2 \sin^2 2kz + 2ab \cos 2kz + 2ac \sin 2kz + 2bc \sin 2kz \cos 2kz]$$

et par conséquent en intégrant

$$(25) \quad s(z) = -\frac{1}{2} \left[ (a^2+1)z + \frac{ab}{k} \sin 2kz - \frac{ac}{k} \sin 2kz \right. \\ \left. + b^2 \left\{ \frac{z}{2} + \frac{\sin 4kz}{8k} \right\} + c^2 \left\{ \frac{z}{2} - \frac{\sin 4kz}{8k} \right\} + bc \frac{1-\cos 4kz}{4k} \right] + K$$

Les conditions aux limites

$$s(0) = 0 \\ s(\alpha_0 - s_0) = s_0 \\ Y(\alpha_0 - s_0) = 0$$

donnent successivement

$$K=0 \\ -2s_0 = (a^2+1)(\alpha_0 - s_0) + b^2 \frac{\alpha_0 - s_0}{2} + c^2 \frac{\alpha_0 - s_0}{2} - \frac{ac}{k} \\ 0 = -\int_0^{\alpha_0 - s_0} (a+b \cos 2kz + c \sin 2kz) dz$$

soit

$$(26) \quad a=0$$

$$(27) \quad b^2 = c^2 = -2 \frac{\alpha_0 + s_0}{\alpha_0 - s_0}$$

d'où l'on déduit l'équation paramétrique de l'antenne

$$(28) \quad X(z) = \frac{2-b^2-c^2}{4} z + \frac{c^2-b^2}{16k} \sin 4kz - \frac{bc}{8k} (1-\cos 4kz) \\ Y(z) = -\frac{b}{2k} \sin 2kz + \frac{c}{2k} (\cos 2kz - 1)$$

3.5. Détermination d'une fonction  $\psi$  lorsque  $|k(\alpha_0 - s_0)/2\pi|$  n'est pas entier.

On a, avec

$$\frac{\alpha_0 - s_0}{2\pi} u = z$$

l'égalité

$$\int_0^{\alpha_0 - s_0} e^{ikz} \psi(z) dz = \int_0^{2\pi} \exp\left(i \frac{k(\alpha_0 - s_0)}{2\pi} u\right) \psi\left(\frac{\alpha_0 - s_0}{2\pi} u\right) \frac{\alpha_0 - s_0}{2\pi} du$$

Posons

$$(29) \quad B = \frac{k(\alpha_0 - s_0)}{2\pi}$$

$$\frac{\alpha_0 - s_0}{2\pi} \psi\left(\frac{\alpha_0 - s_0}{2\pi} u\right) = \xi(u)$$

Alors (7) s'écrit

$$(30) \quad \int_0^2 e^{iBu} \xi(u) du = 0$$

D'autre part sur  $[0, 2\pi]$  on a

$$(31) \quad e^{iBu} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n e^{inu}$$

avec

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(B-n)u} du = \frac{1}{2\pi i(B-n)} [e^{i(B-n)2\pi} - 1]$$

$$= \frac{1}{2\pi(B-n)} \frac{e^{2i\pi B - 1}}{i}$$

Soit

$$(32) \quad a_n = \frac{1}{2\pi(B-n)} \theta \quad \text{où } \theta = \frac{e^{2i\pi B - 1}}{i}$$

et comme

$$\xi(u) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \xi_n e^{inu}, \quad \xi_{-n} = \bar{\xi}_n$$

si l'on suppose  $\xi_n \in \mathbb{R}$ , (7) sera vérifiée lorsque

$$(33) \quad \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n \xi_n = 0.$$

Soit

$$\xi_0 a_0 + \sum_{n>0} \xi_n (a_n + a_{-n}) = 0$$

ou plus simplement en remplaçant  $a_n$  par sa valeur, si

$$(34) \quad \xi_0 + \sum_{n>0} \xi_n \frac{2B}{B^2 - n^2} = 0$$

ce qui permet de proche en proche de déterminer une fonction  $\xi$  puis une fonction  $\psi$ .

#### 4. CHAMP RAYONNE NUL DANS LA DIRECTION $\psi=0$ . CAS OU $J(|s|) = \sin k(s_0 - |s|)$ .

Cette hypothèse correspond de façon approximative à un fonctionnement en ondes stationnaires ([2],[4]) c'est-à-dire à une antenne dont l'extrémité de chacun des brins rayonnants est libre.

##### 4.1. Conditions d'existence.

On se borne au cas où l'antenne admet deux axes de symétries perpendiculaires (Fig. 2).

Posons

$$Y'(s) = \varepsilon_2 \sqrt{1-X'^2(s)} \quad \text{où } \varepsilon_2 = \varepsilon_2(s) \in \{-1, 0, 1\}$$

$$\varepsilon_2 = 0 \iff X'^2 = 1$$

L'égalité  $E(0) = 0$  équivaut donc d'après (5) à

$$\int_0^{s_0} \sin k(s_0 - s) \cos kX(s) \varepsilon_2 \sqrt{1-X'^2(s)} ds = 0$$

On en déduit que si  $s_0$  étant donné, il existe une fonction  $\chi$  à valeur réelle telle que

$$(35) \quad \int_0^{s_0} \sin k(s_0 - s) \chi(s) ds = 0 \quad |\chi| \leq 1$$

on peut construire une antenne telle que  $E(0) = 0$ . Il suffit pour cela de poser

$$(36) \quad \chi(s) = \cos k X(s) \varepsilon_2 \sqrt{1-X'^2(s)}$$

et d'utiliser (5).

#### 4.2. Détermination de l'antenne.

De (36) on déduit

$$(37) \quad \frac{\chi^2(s)}{\cos^2 kX(s)} = 1-X'^2(s)$$

$$X'(s) = \pm \sqrt{1 - \frac{\chi^2(s)}{\cos^2 kX(s)}}$$

cette équation pouvant avoir des solutions si  $|\chi(s)| \leq 1$ .

On détermine ensuite le signe de  $\varepsilon_2$  noté  $\text{sgn } \varepsilon$  à partir de la relation

$$(38) \quad \text{sgn } \varepsilon_2 = \text{sgn}[\chi(s) \cos kX(s)]$$

déduite de (36) et (37), la valeur de  $Y(s)$  étant donnée par

$$(39) \quad Y(s) = Y(0) + \int_0^s \varepsilon_2(u) \sqrt{1-X'^2(u)} \, du.$$

#### 4.3. Détermination d'une fonction $\chi$ lorsque $|ks_0/\pi|$ est entier.

Il suffit, puisque le calcul du champ se fait au moyen d'une intégrale, de se restreindre au cas où  $ks_0 = \pi$ .

Supposons  $X(s_0) = 0$  et posons

$$s_0 - s = h$$

$$\chi(s_0 - h) = \hat{\chi}(h)$$

et définissons  $\hat{\chi}^*$  de la façon suivante

$$\hat{\chi}^*(h) = \hat{\chi}(h)$$

$$\hat{\chi}^*(-h) = -\hat{\chi}^*(h) \quad 0 < h \leq s_0$$

$$\hat{\chi}^*(0) = 0$$

Il vient alors

$$\begin{aligned} \int_0^{s_0} \sin k(s_0-s)\chi(s) ds &= \int_{s_0}^0 \sin kh\chi(-h+s_0) dh \\ &= - \int_0^{s_0} \sin kh\hat{\chi}(h) dh \\ &= - \frac{1}{2i} \int_{-s_0}^{s_0} e^{ikh} \hat{\chi}^*(h) dh \end{aligned}$$

Alors si  $u=kh$  et  $\frac{1}{k} \hat{\chi}^*\left(\frac{u}{k}\right) = \zeta(u)$ , (35) est vérifiée lorsque

$$(40) \quad \int_{-\pi}^{\pi} e^{iku} \zeta(u) du = 0$$

Il suffit donc que le premier coefficient de Fourier du développement de  $\zeta$  soit nul, c'est-à-dire en tenant compte des conditions énoncées sur  $\hat{\chi}$  et  $\hat{\chi}^*$  que

$$\begin{aligned} \zeta(u) &= \sum_{n \geq 2} b_n^* \sin nu \\ \hat{\chi}(h) &= \sum_{n \geq 2} b_n^* \sin nk h \\ (41) \quad \chi(s) &= \sum_{n \geq 2} b_n \sin nk(s_0-s) \quad , \quad \sum_{n \geq 2} |b_n| \leq 1. \end{aligned}$$

#### 4.4. Etude d'un cas particulier..

Prenons  $s_0 = 2\pi/k$  ; la relation (37) s'écrit

$$X'^2 \cos^2 kX = \cos^2 kX - \chi^2$$

$$d'où \quad k^2 X'^2 \cos^2 kX = k^2 - k^2 \sin^2 kX - k^2 \chi^2.$$

Posons

$$(42) \quad \begin{cases} z = \sin kX \\ z' = kX' \cos kX \end{cases}$$

d'où

$$(43) \quad k^2 z'^2 + z'^2 = k^2(1-\chi^2).$$

Soit alors  $y$  un réel,  $m$  et  $\gamma$  deux entiers tels que

$$(44) \quad y > m > 1, \quad \gamma = m^2 - 1, \quad m \text{ pair}$$

Prenons

$$(45) \quad \chi(s) = \frac{1}{y} \sqrt{y^2 - 1 - \gamma \cos^2 mks}$$

On a bien évidemment  $|\chi| \leq 1$ . Posons  $ks = u$

$$\begin{aligned} \int_0^{s_0} \sin k(s_0 - s) \chi(s) ds &= \int_0^{2\pi} \sin(\pi - u) \cdot \frac{1}{yk} \sqrt{y^2 - 1 - \gamma \cos^2 mu} du \\ &= \frac{1}{ky} \int_0^{\pi} \sin u \sqrt{y^2 - 1 - \gamma \cos^2 mu} du + \frac{1}{ky} \int_{\pi}^{2\pi} \sin u \sqrt{y^2 - 1 - \gamma \cos^2 mu} du \end{aligned}$$

et si l'on fait  $v = -\pi + u$  dans la dernière intégrale on constate que

$$\int_0^{s_0} \sin k(s_0 - s) \chi(s) ds = 0.$$

En outre (45) entraîne

$$\begin{aligned} 1 - \chi^2 &= \frac{y^2 - 1 - \gamma \cos^2 mks}{y^2} \\ &= 1 - \frac{1 + \gamma \cos^2 mks}{y^2} \\ &= \frac{1 + \gamma \cos^2 mks}{y^2} \end{aligned}$$

et l'on constate que

$$(46) \quad z = \frac{1}{y} \sin mks$$

est solution de l'équation (43). En effet on déduit de (45) et (46)

$$z' = \frac{mk}{y} \cos mks$$

et

$$\begin{aligned} k^2 z^2 + z'^2 &= k^2 \frac{\sin^2 mks + m^2 \cos^2 mks}{y^2} \\ &= k^2 \frac{1 + (m^2 - 1) \cos^2 mks}{y^2} \\ &= 1 - \chi^2, \end{aligned}$$

ce qui entraîne, compte tenu de (42),

$$(47) \quad X(s) = \frac{1}{k} \text{Arc sin} \left( \frac{1}{y} \sin mks \right),$$

y étant déterminé à partir de (38), (39).

4.5. Détermination d'une fonction  $\chi$  lorsque  $|ks_0/\pi|$  n'est pas entier.

Utilisons le changement de variable introduit au numéro 4.3.

On a en posant  $\frac{s_0}{\pi} u = h$

$$\int_{-s_0}^{s_0} e^{ikh} \chi^*(h) dh = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ik \frac{s_0}{\pi} h} \frac{s_0}{\pi} \widehat{\chi}^* \left( \frac{s_0 u}{\pi} \right) du.$$

Définissons alors  $\zeta(u) = \frac{s_0}{\pi} \widehat{\chi}^* \left( \frac{s_0 u}{\pi} \right)$ , la condition (35) est vérifiée si

$$(48) \quad \int_{-\pi}^{\pi} e^{iBu} \zeta(u) du = 0 \quad \text{avec } B = \frac{ks_0}{\pi}.$$

D'autre part on a sur  $[-\pi, \pi]$

$$(49) \quad e^{iBu} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} a_n e^{inu}$$

avec

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(B-n)u} du = \frac{1}{2\pi i(B-n)} [e^{i(B-n)\pi} - e^{-i(B-n)\pi}] \\ &= \frac{1}{2\pi(B-n)} \theta \quad \text{où } \theta = 2(-1)^n \sin B\pi \end{aligned}$$

et

$$(50) \quad \zeta(u) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \zeta_n e^{inu}$$

où  $\zeta_{-n} = \overline{\zeta_n}$  est imaginaire pur.

Alors d'après (49) et (50), (48) est vérifiée si

$$\sum_{n \in \mathbf{Z}} a_n \zeta_n = 0$$

soit si



$$\sum_{n > 0} (i\zeta_n)(-1)^n \frac{n}{B^2 - n^2} = 0$$

ce qui permet de déterminer des fonctions  $\zeta$  puis d'en déduire des fonctions  $\chi$ .

##### 5. - SOLUTION NUMERIQUE.

Comme dans [10], le but de l'étude numérique est d'une part le choix des éléments filaires en fonction de certains critères donnés a priori (précision de la détermination du zéro, encombrement extérieur maximal, simplicité de la forme) et d'autre part une fois ce choix réalisé de donner une représentation graphique des antennes et de leur diagramme de rayonnement. Ce traitement numérique est fait dans les cas 3. et 4. à partir de résultats exprimés analytiquement.

Dans le cas des ondes progressives la détermination des éléments filaires se fait sous les hypothèses du numéro 3.4 à partir des formules (28) discrétisées. Dans le cas des ondes stationnaires la détermination de l'abscisse des éléments filaires se fait sous les hypothèses du numéro 4.4 à partir de la formule (47) discrétisée. L'ordonnée est déterminée au moyen des formules (38) et (39) discrétisée. La méthode d'intégration retenue dans ce cas est par la suite est la méthode des trapèzes.

Dans le cas 3.4 le module du champ rayonné dans la direction ( $\psi$ ) s'obtient en discrétisant la formule (3) avec  $J(|s|) = e^{-ik|s|}$  ce qui donne  $E(\psi)$  puis l'on prend son module. Dans le cas 4.4 on utilise la formule (5) discrétisée avec  $J(|s|) = \sin k(s_0 - |s|)$  ce qui donne  $E(\psi)$  puis on évalue son module.

On prend ici, comme dans [10], un pas de discrétisation de l'ordre de  $10^{-3}$  qui semble donner un compromis satisfaisant entre la précision de la détermination des éléments filaires et la valeur de l'erreur sur le résultat des intégrations.

Puis on se donne des données initiales : fréquence de travail, longueur de l'élément filaire, abscisse de son extrémité (Cas 3.4), valeur du paramètre  $m$ , (cas 4.4) et l'on procède à une étude systématique des caractéristiques de rayonnement des antennes. Pour cela on fait varier le paramètre  $b$  (la valeur de  $c$  étant obtenue à partir de la formule (27)) dans le cas 3.4 et le paramètre  $y$

dans le cas 4.4. Le choix définitif est effectué à partir des résultats ainsi obtenus, la représentation graphique des antennes et des diagrammes de rayonnement est faite au moyen de [7]. La méthode de calcul est exposée au moyen de la Fig. 3.

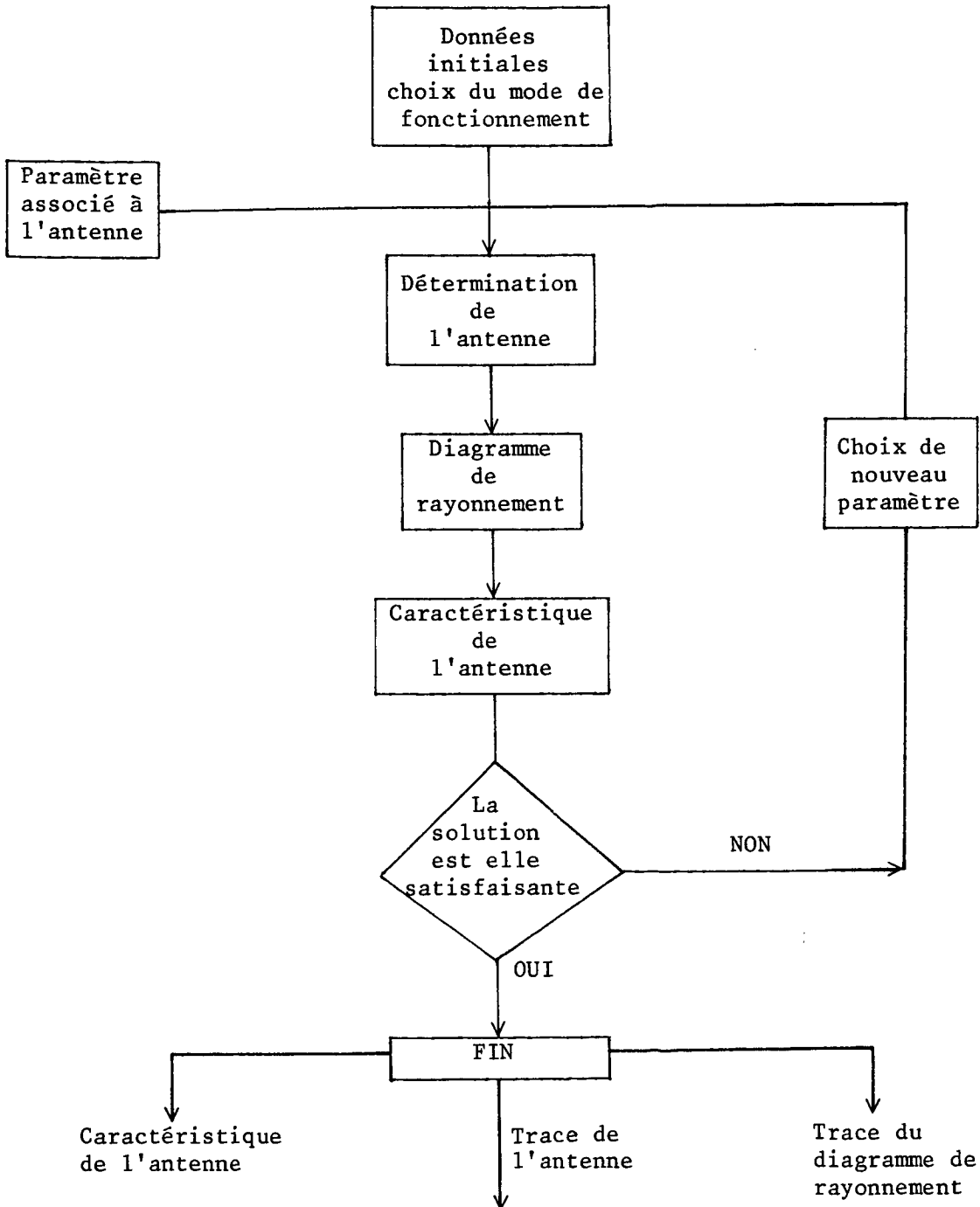


FIG. 3

Schéma du principe de calcul

$k=10$   
 $s_o=0.77931$   
 $\alpha_o=0.15$   
 $b=0.37 \times 10^{-5}$   
 $c=0.17185 \times 10^1$   
 $g_o=-75 \text{ db}$   
 $g_{10}=-30 \text{ db}$

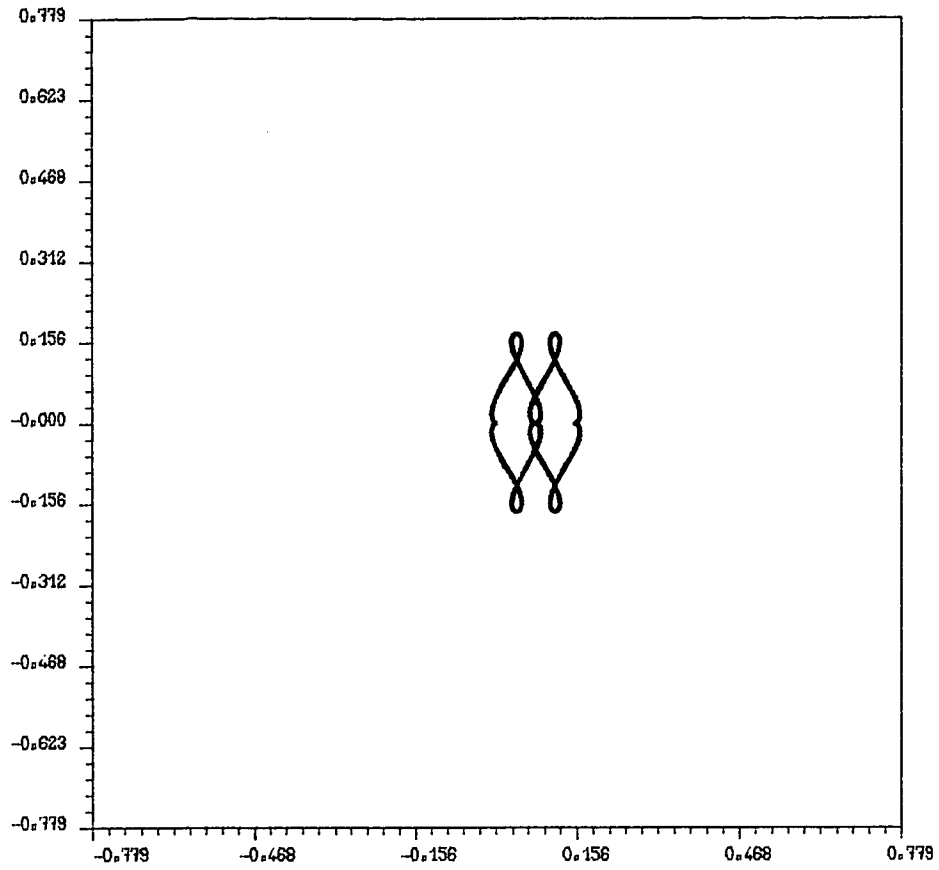


Figure 4.2A

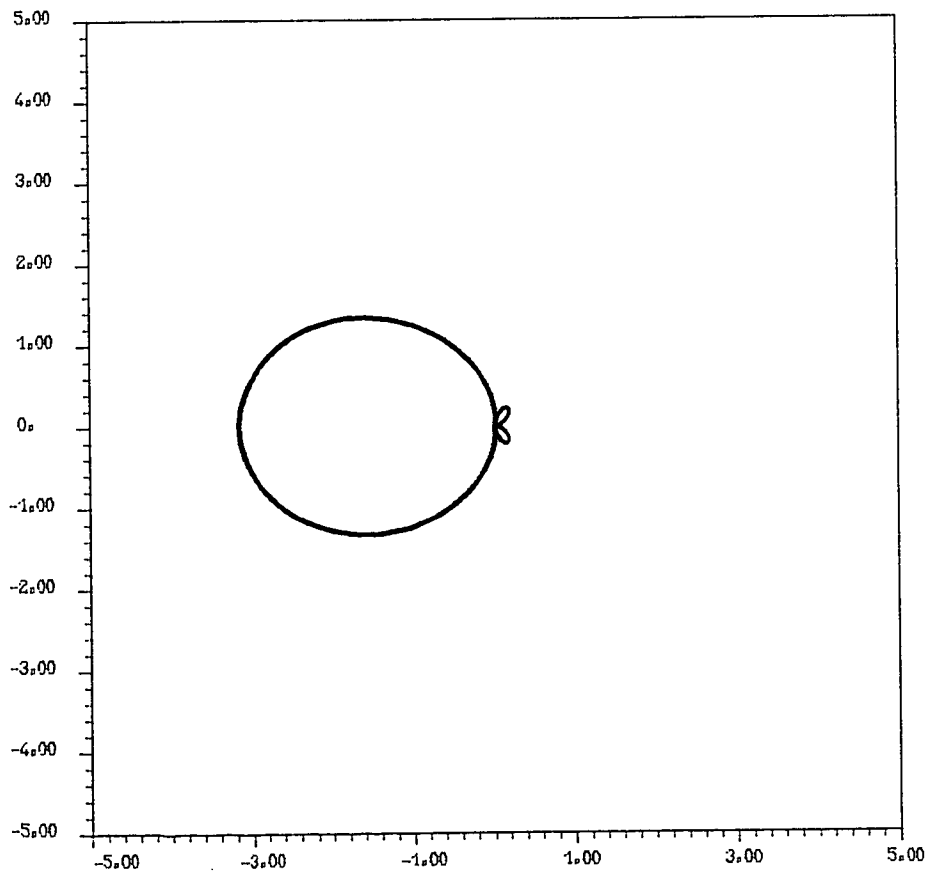


Figure 4.2B

$k=10$

$s_o=0.92931$

$\alpha_o=+0.3$

$b=-0.92529 \times 10^{-5}$

$c=-0.19765 \times 10^1$

$g_o = -74 \text{ db}$

$g_{10} = -23 \text{ db}$

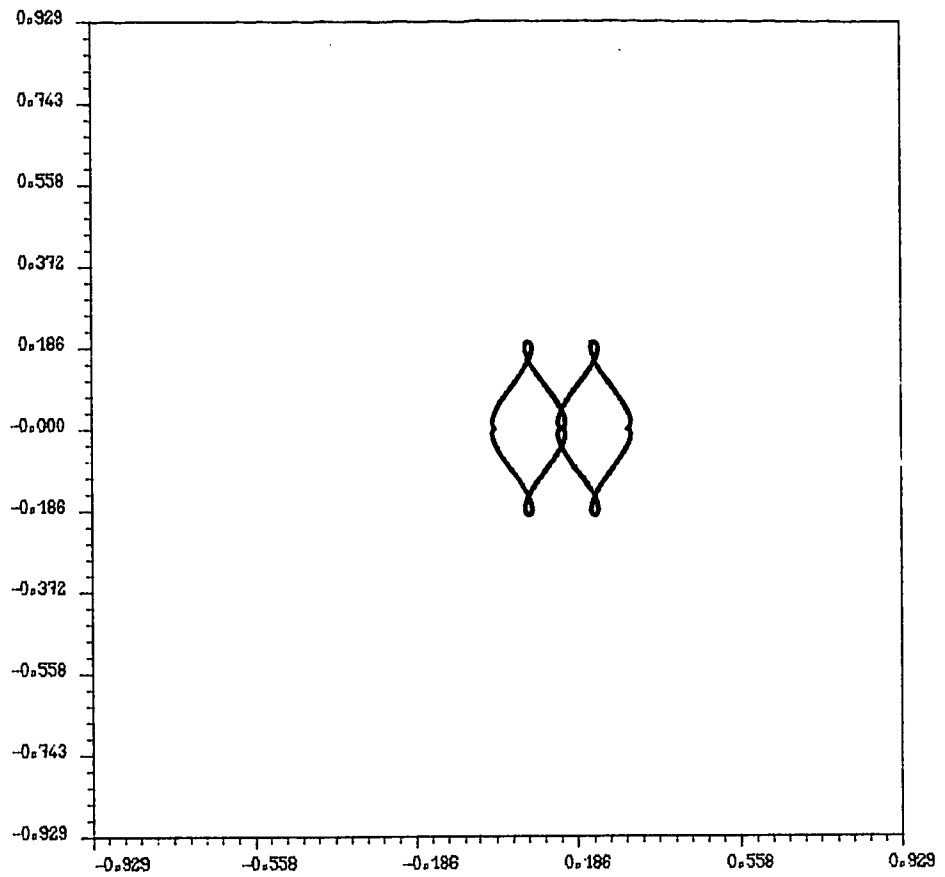


Figure 4.3A

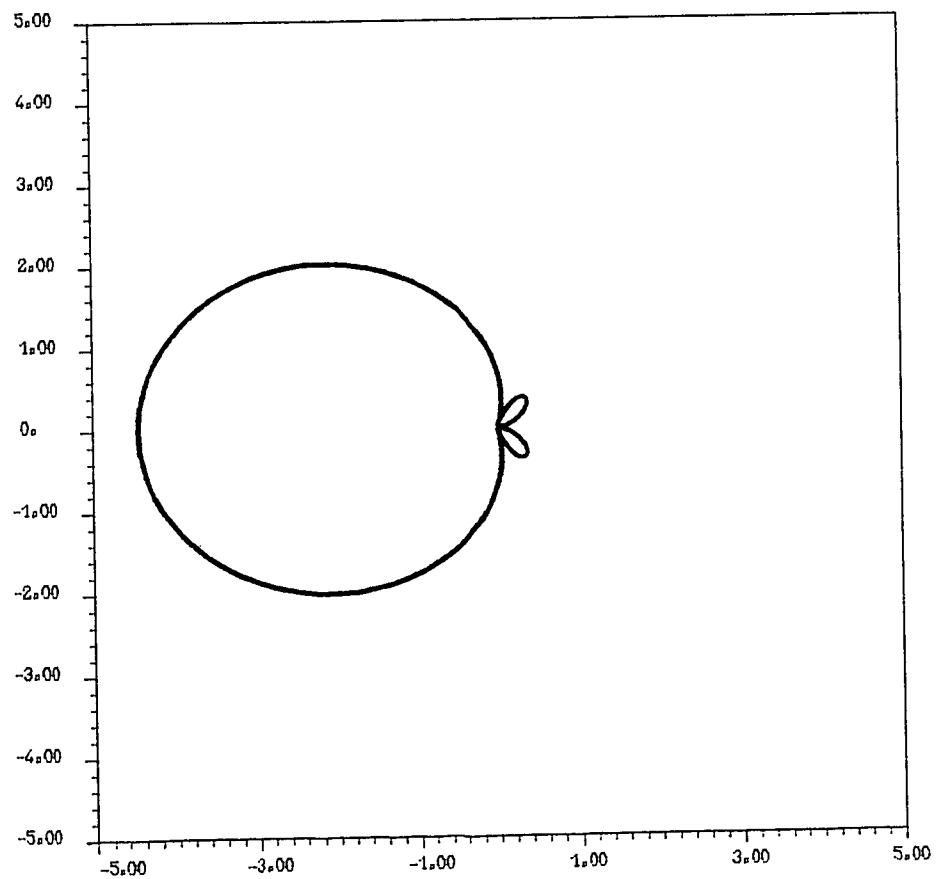


Figure 4.3B

$k=10$

$s_o = 0.97931$

$\alpha_o = 0.35$

$b = -0.96219 \times 10^{-5}$

$c = -0.20553 \times 10^1$

$g_o = -74 \text{ db}$

$g_{10} = -22 \text{ db}$

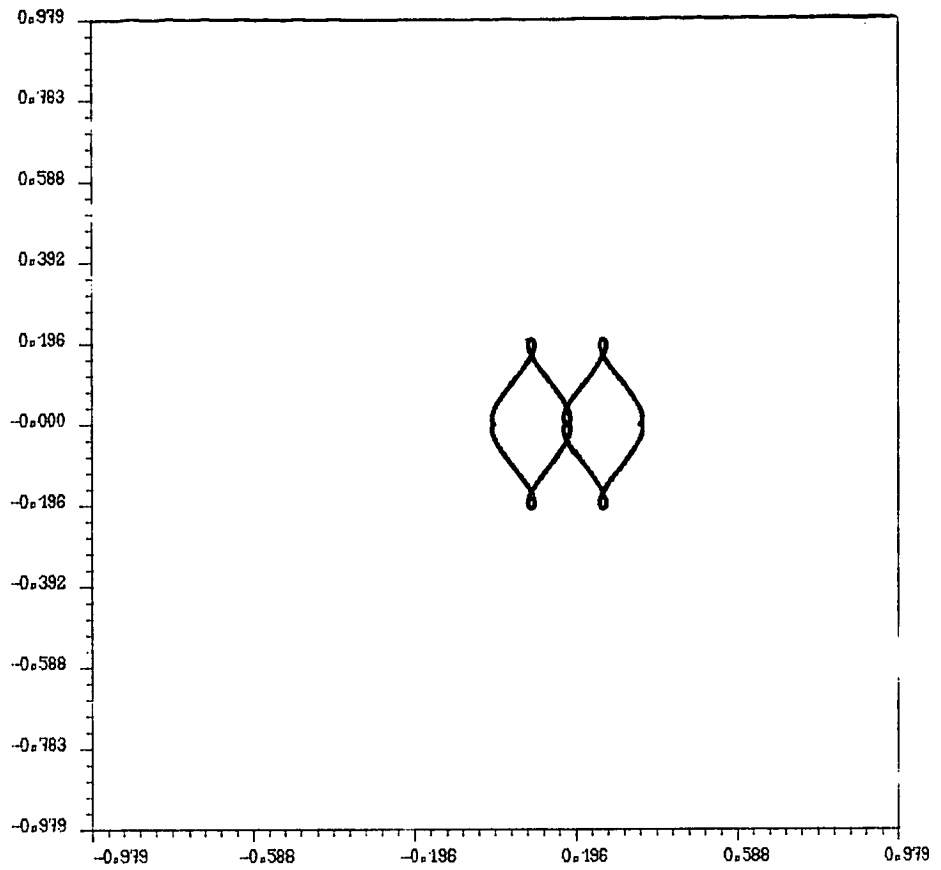


Figure 4.4A

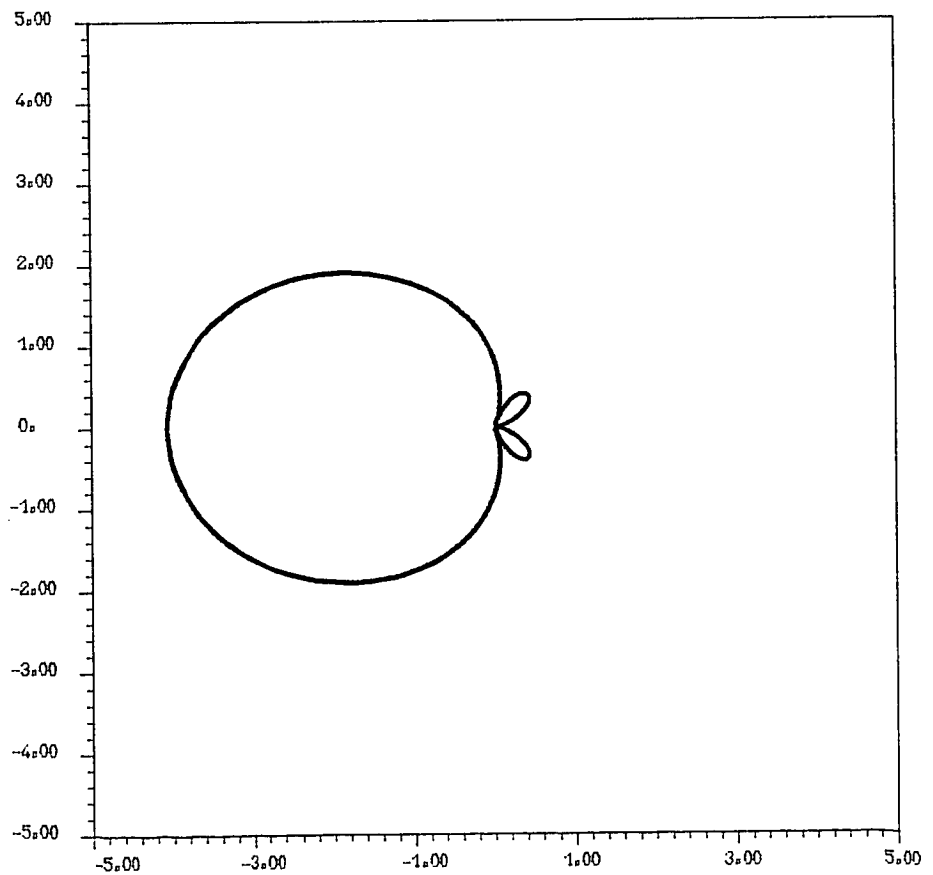


Figure 4.4B

$k=10$   
 $s_o=1.02931$   
 $\alpha_o = 0.40$   
 $b=0.65859$   
 $c=-0.202698 \times 10^1$   
 $g_o = -43 \text{ db}$   
 $g_{10} = -21 \text{ db}$

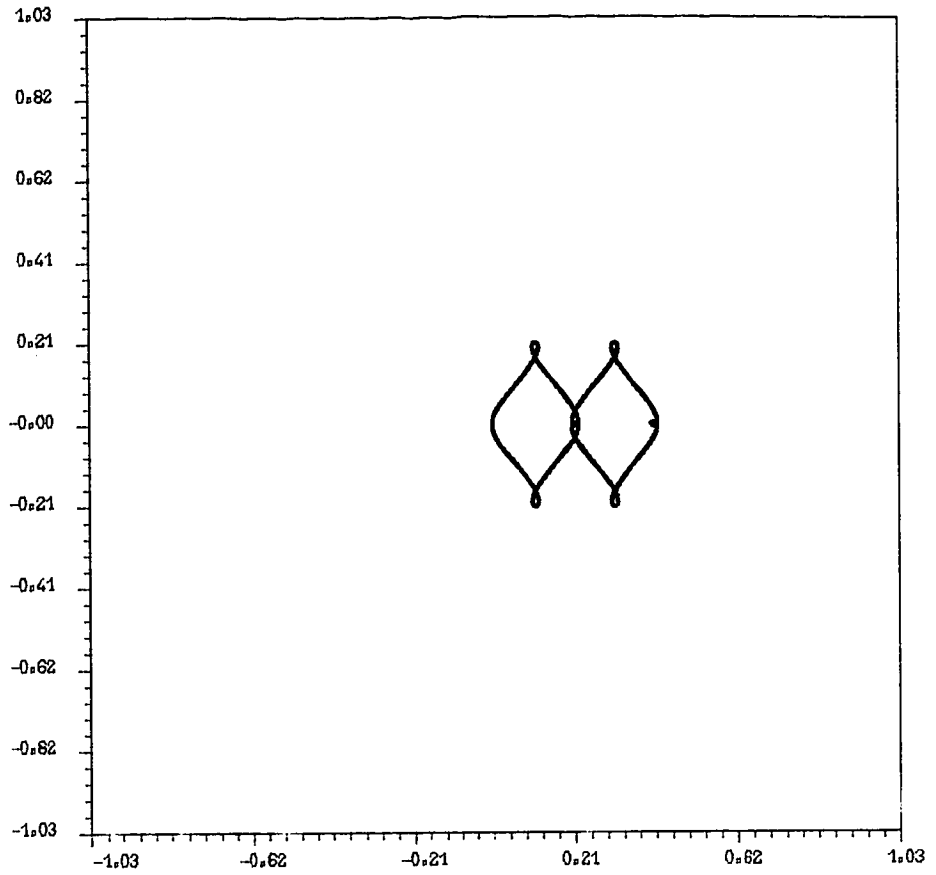


Figure 4.5A

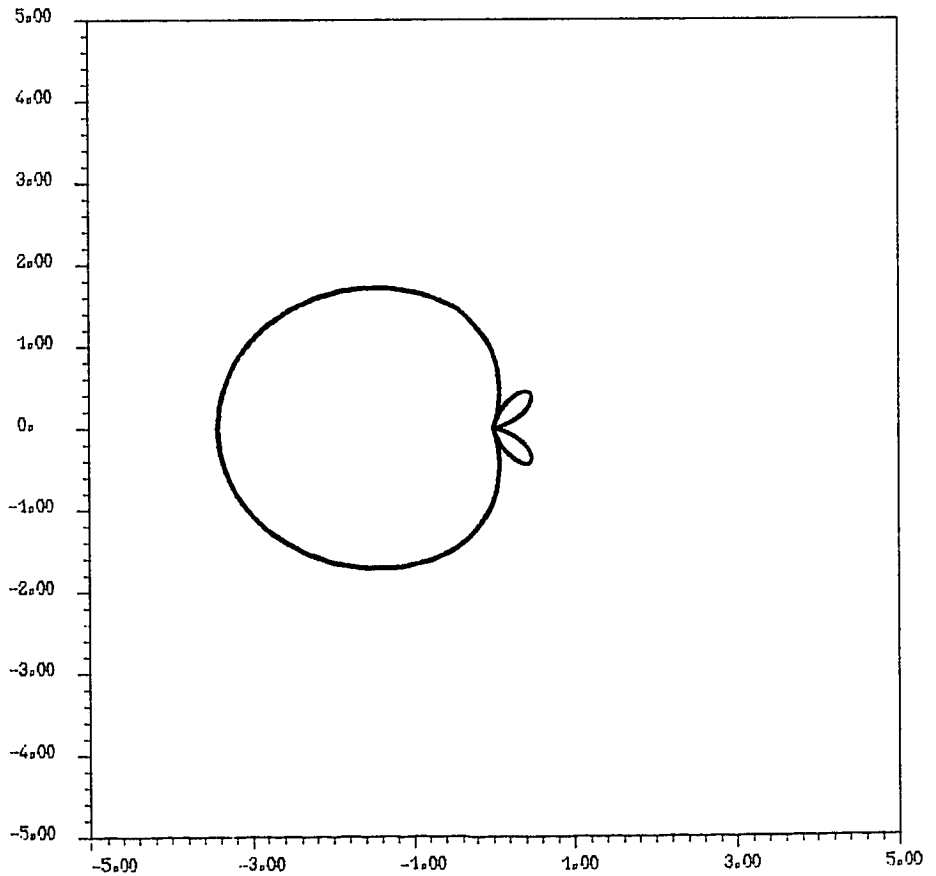


Figure 4.5B

$k=10$

$s_o = 1.07931$

$\alpha_o = 0.45$

$b = -0.10320 \times 10^{-4}$

$c = -0.220459 \times 10^1$

$g_o = -73 \text{ db}$

$g_{10} = -19 \text{ db}$

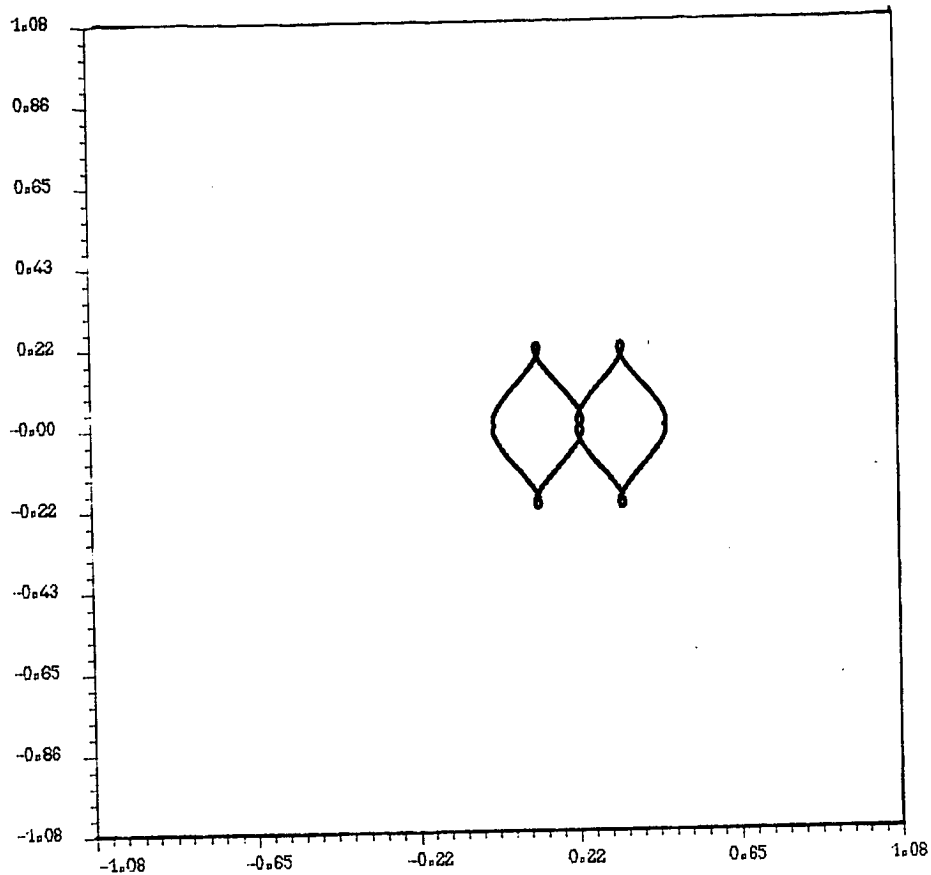


Figure 4.6A

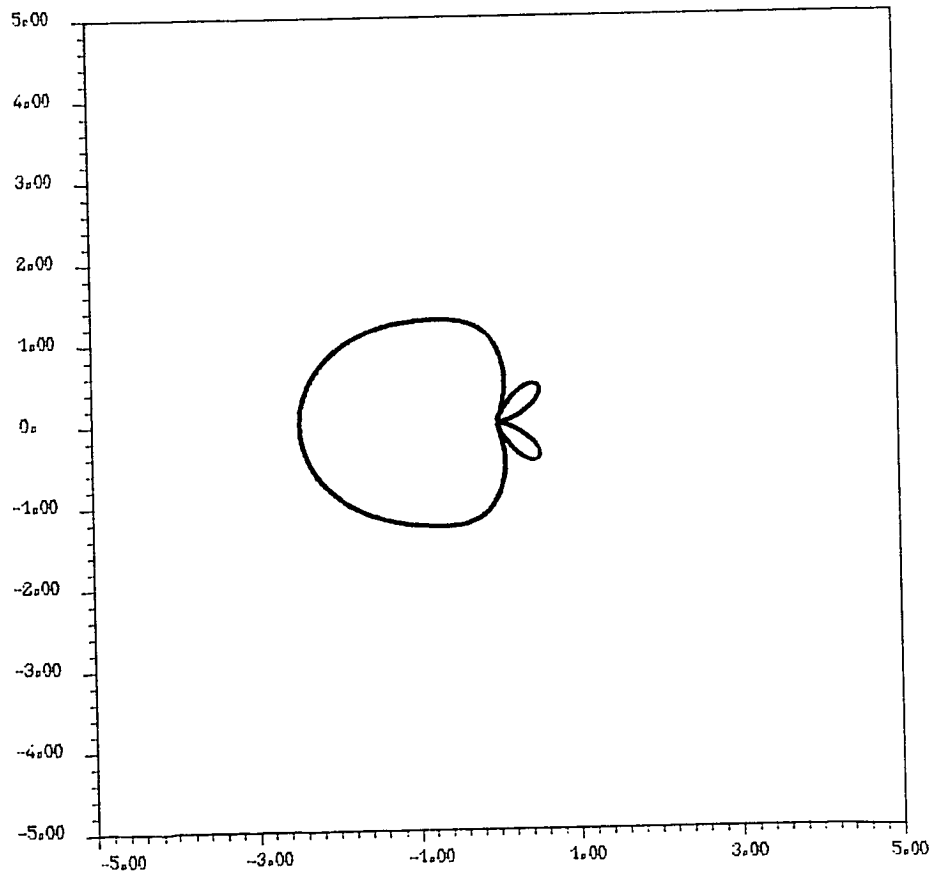


Figure 4.6B

$k=10$   
 $s_o=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.001$   
 $g_o=-129$  db  
 $g_{10}=-12$  db

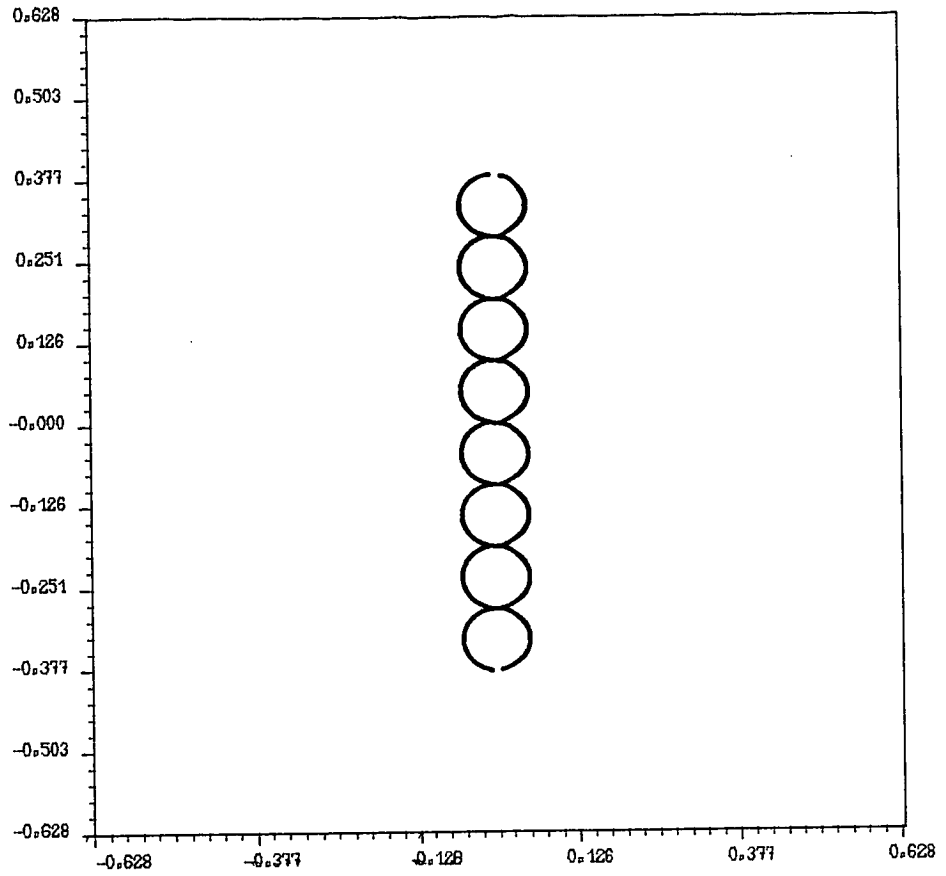


Figure 5.1A

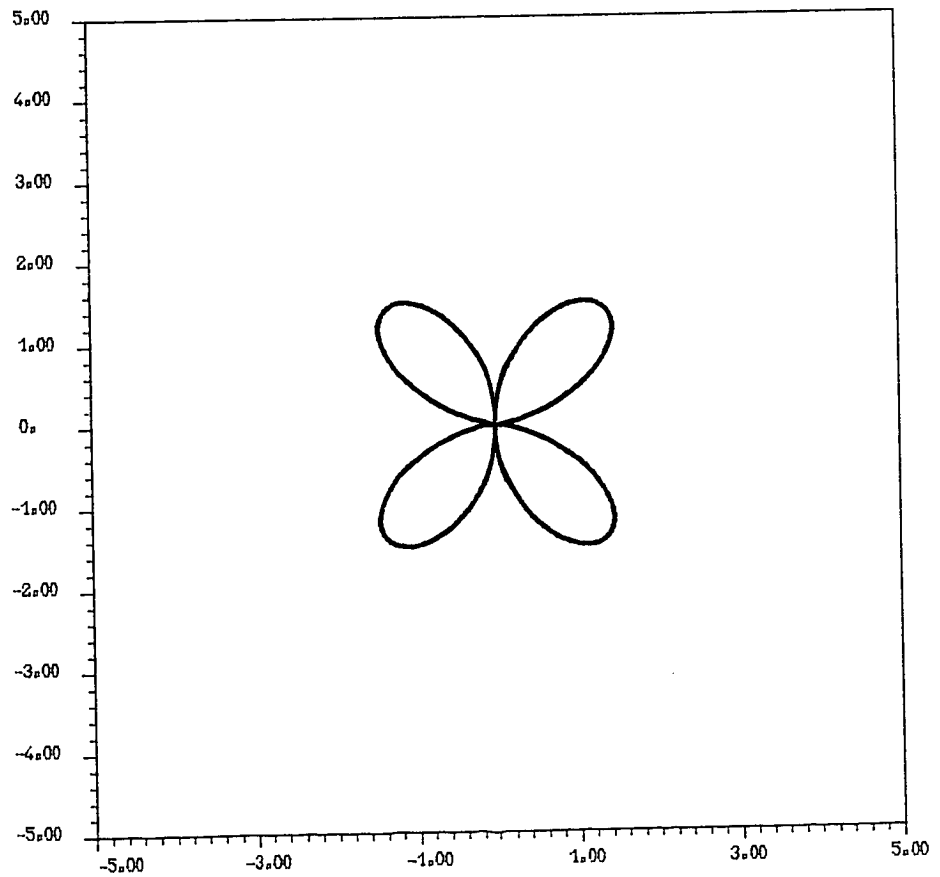


Figure 5.1B



$k=10$   
 $s_o=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.101$   
 $g_o=-110$  db  
 $g_{10}=-9$  db

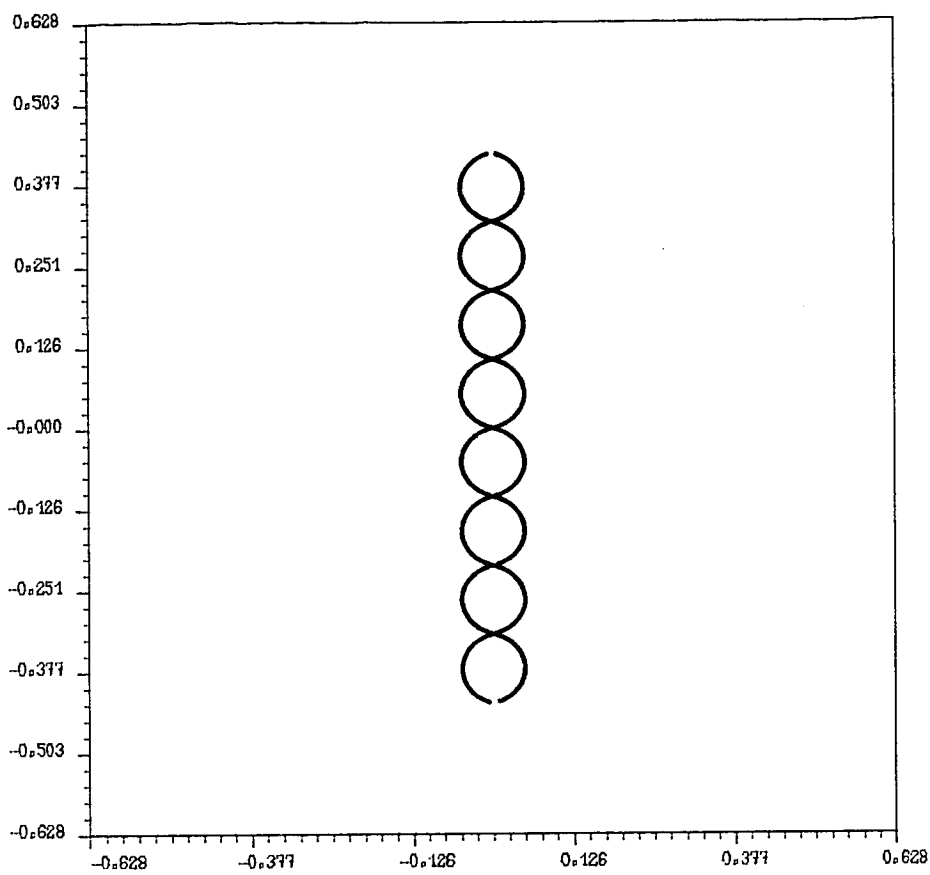


Figure 5.2A

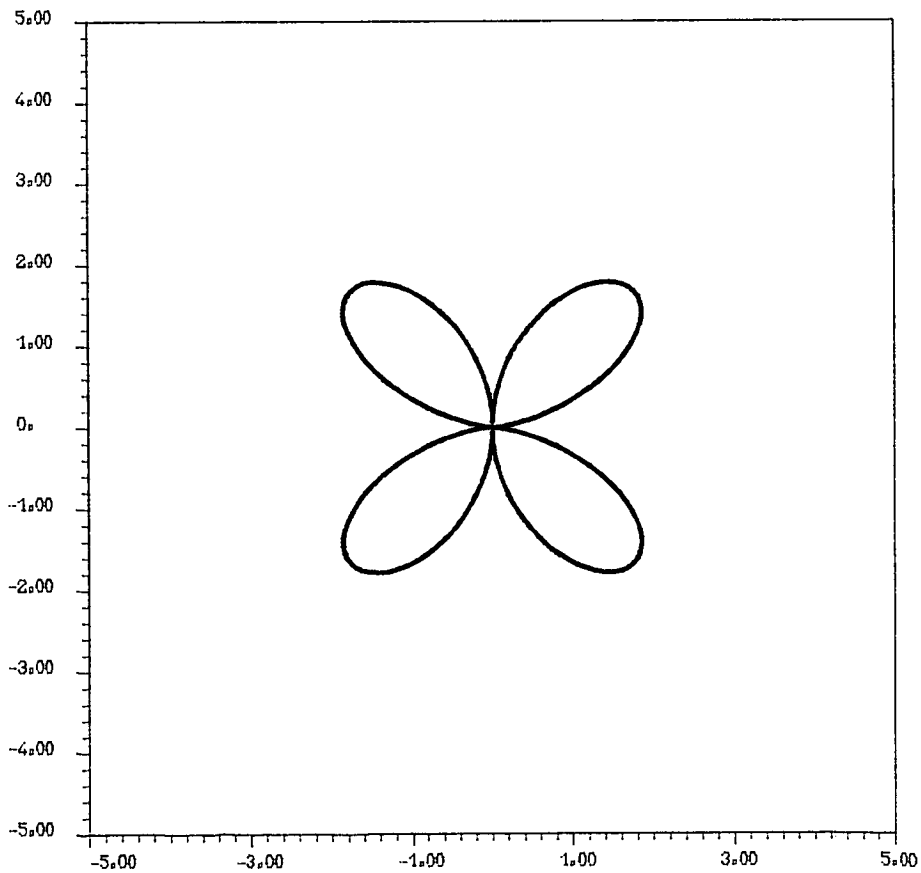


Figure 5.2B

$k=10$   
 $s_o=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.201$   
 $g_o=-107$  db  
 $g_{10}=-7$  db

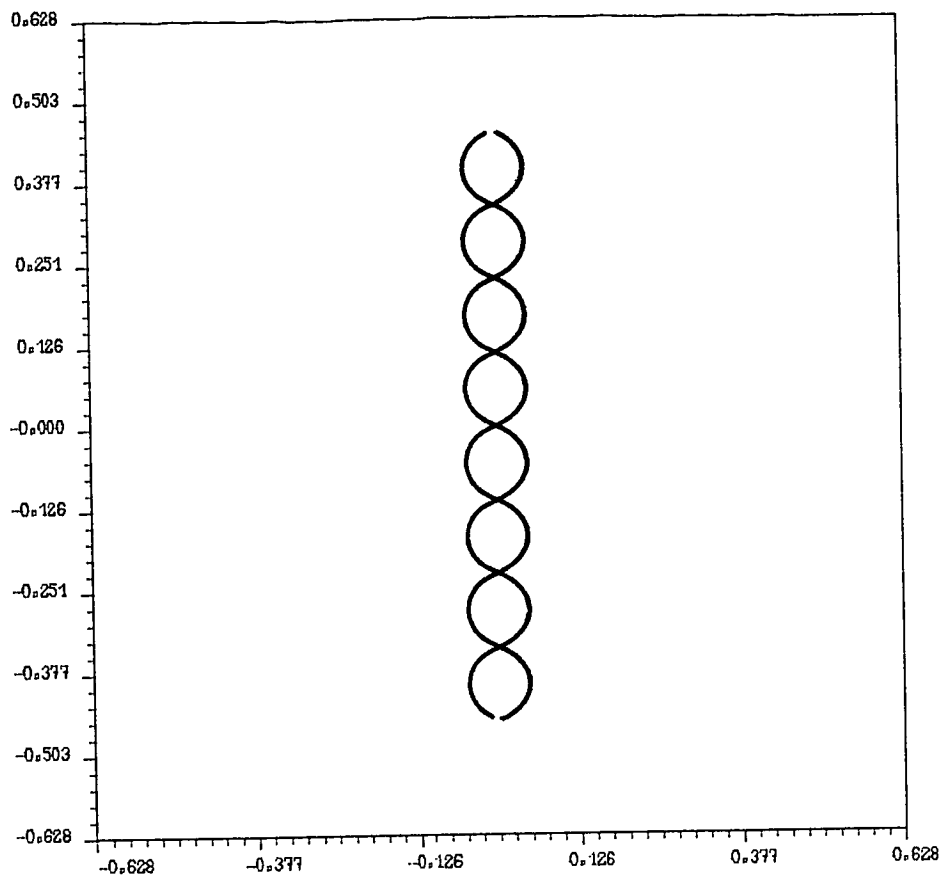


Figure 5.3A

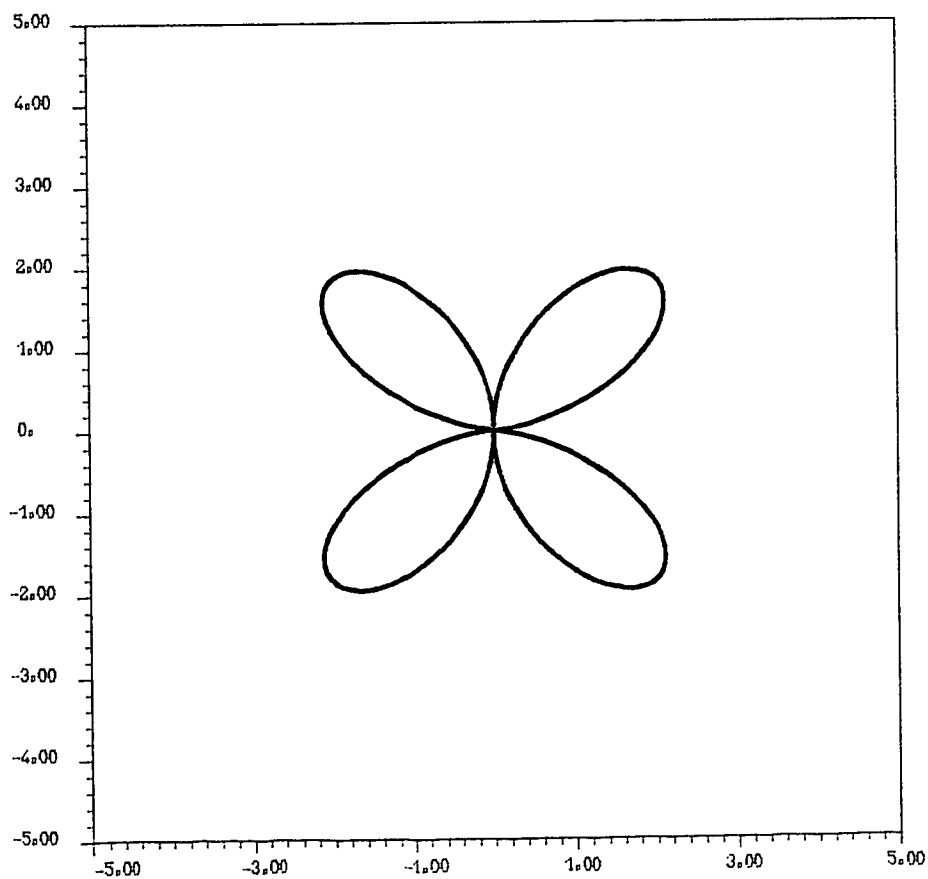


Figure 5.3B

$k=10$   
 $s_o=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.301$   
 $g_o=-105$  db  
 $g_{10}=-6$  db

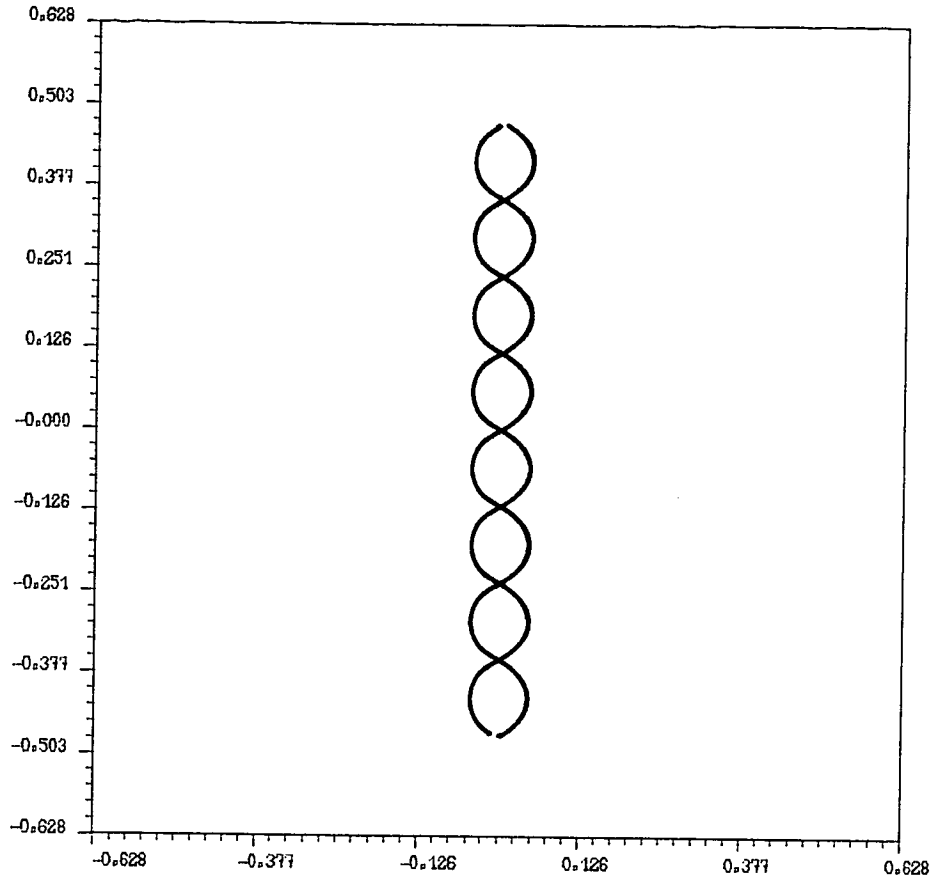


Figure 5.4A

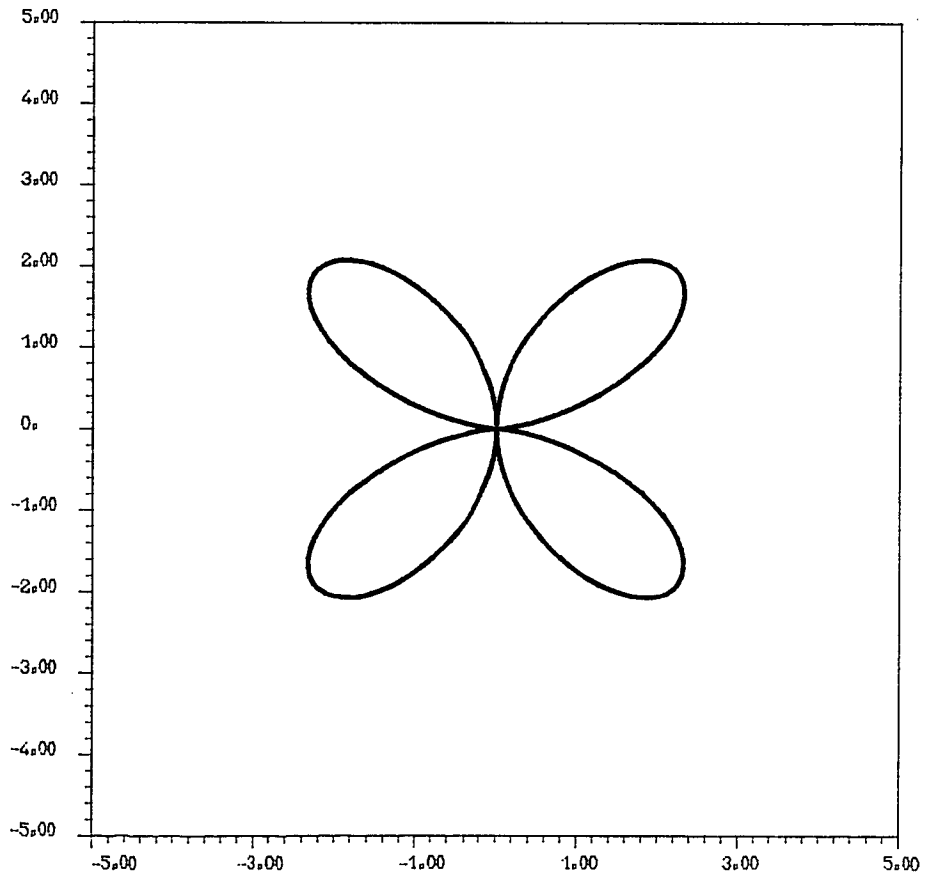


Figure 5.4B

$k=10$   
 $s_0=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.401$   
 $g_0=-104$  db  
 $g_{10}=-5$  db

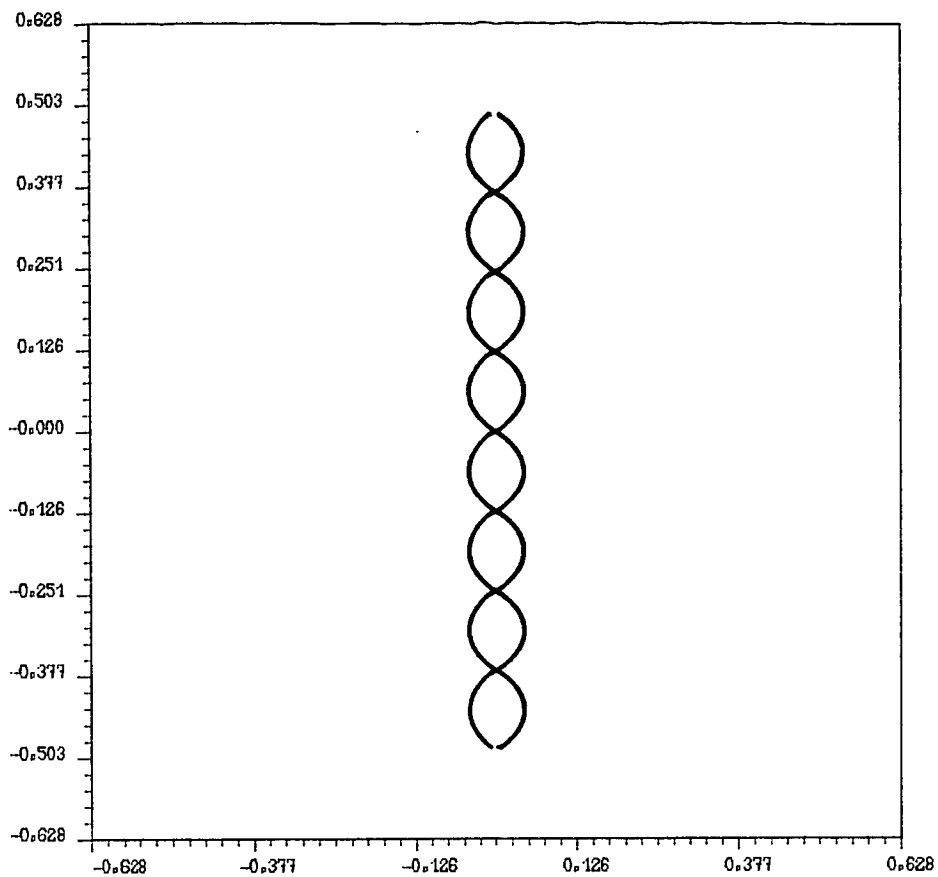


Figure 5.5A

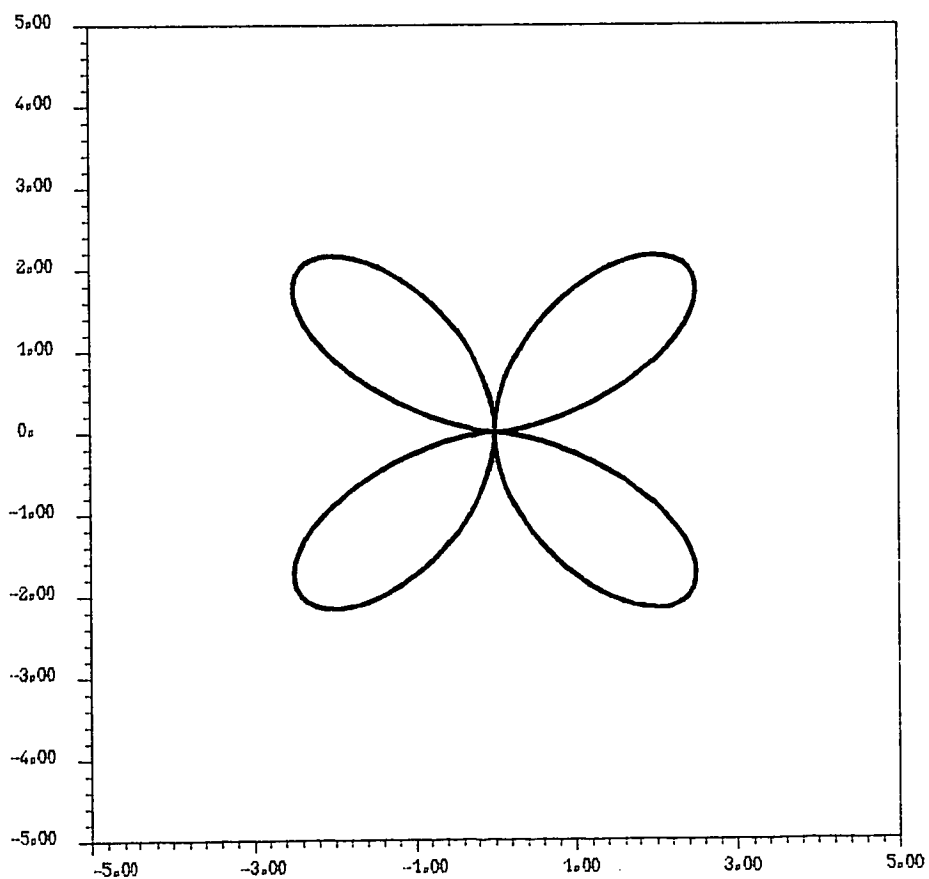


Figure 5.5B

$k=10$   
 $s_0=0.6283$   
 $m=2$   
 $y=2.501$   
 $g_0 = -103 \text{ db}$   
 $g_{10} = -3 \text{ db}$

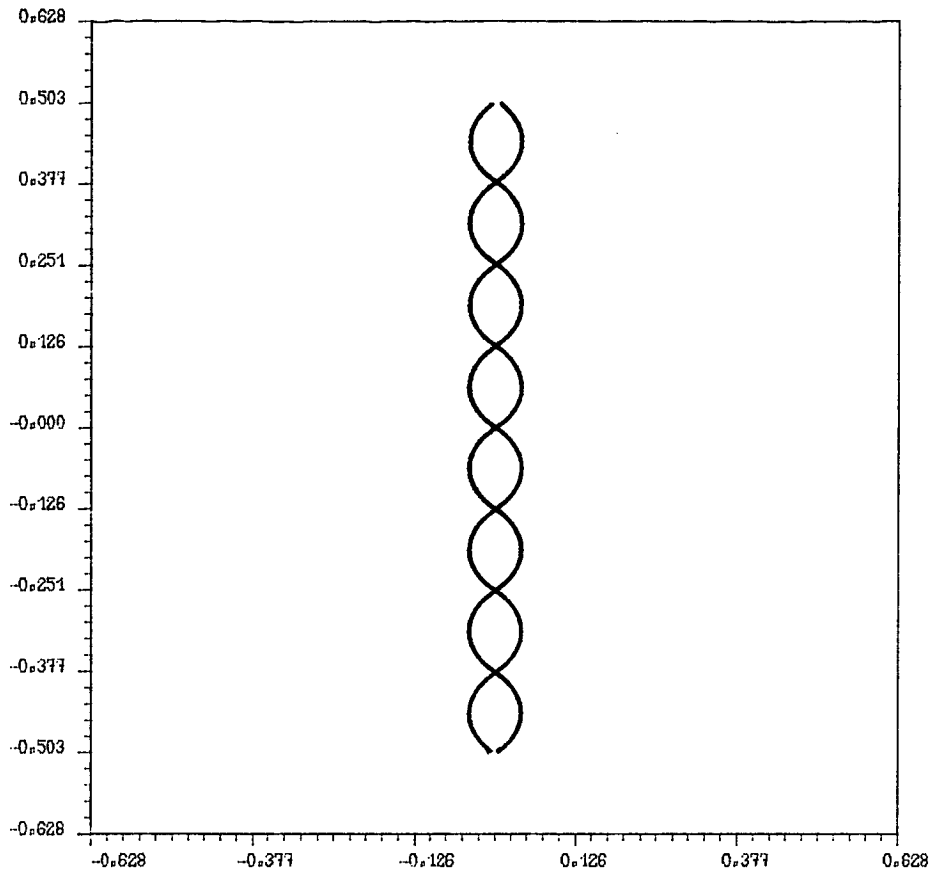


Figure 5.6A

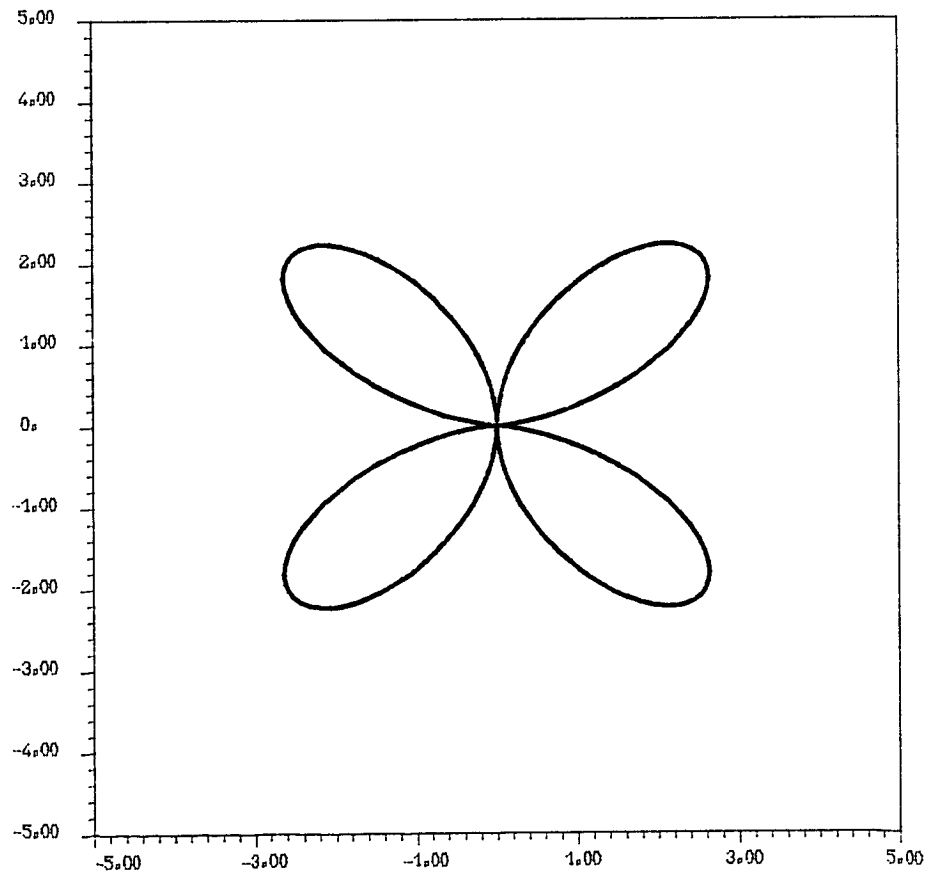


Figure 5.6B

cependant concevoir des antennes fonctionnant en ondes stationnaires n'admettant qu'un axe de symétrie et dont le diagramme de rayonnement ne possède qu'un seul zéro. Il est nécessaire pour cela de déterminer plus précisément la valeur du courant en un point de l'antenne, cela peut se faire mathématiquement au moyen d'une équation intégrale (cf. [8]).

## 7. - CONCLUSION.

Comme dans [10] cette partie est constituée par une discussion des méthodes employées. Le traitement numérique utilisé a pour avantage une mise en oeuvre rapide et une grande simplicité d'utilisation ce qui donne un accès aisé aux non informaticiens, l'inconvénient majeur étant la restriction à une classe de solutions déterminées analytiquement et à une répartition de courant donnée explicitement.

Les hypothèses physiques faites sur la répartition du courant le long des éléments filaires correspondent au cas idéal d'un conducteur de rayon infiniment petit sans résistivité. Elles supposent en outre qu'il n'y a pas de réflexion des ondes à l'extrémité des antennes fonctionnant en ondes progressives tandis que le courant est nul à l'extrémité de l'antenne dans le cas du fonctionnement en ondes stationnaires. Lors des expérimentations ces hypothèses ne sont pas exactement vérifiées mais elles n'en constituent pas moins une bonne approximation pour des antennes de longueur moyenne et ayant un conducteur de faible diamètre.

Une approche numérique plus précise est néanmoins possible. Elle devra prendre en compte la répartition exacte du courant sur les conducteurs. Cela est possible à partir des équations intégrales données dans [8], par exemple, pour le cas des ondes stationnaires, le courant étant déterminé sous la forme d'une fonction en escalier par des méthodes semblables à celles exposées dans [1], les antennes annulant le champ dans une direction donnée étant déterminées en résolvant, selon les méthodes exposées dans [6], par exemple, une équation intégrale.

BIBLIOGRAPHIE

- [ 1 ] ALBERT et SYNGE, The general problem of antenna radiation and the fundamental integral equation with application to an antenna of revolution, Quart. Appl. Math. Vol. VI, p. 117, 1948.
- [ 2 ] R.E. COLLIN, F.Z. ZUCKER, Antenna theory, Part 1, Mac Graw Hill, New-York, 1969.
- [ 3 ] R. COURANT, D. HILBERT, Methods of Mathematical physics, 1, Interscience Publishers, New-York, 1966.
- [ 4 ] L. EYRAUD, G. GRANGE, H. OHANESSIAN, Théorie et technique des antennes, Vuibert, Paris, 1973.
- [ 5 ] B.J. FRASER, D.J. WEBSTER, ULF Goniometer techniques for locating Pc 1 geomagnetic pulsation sources, Ann. Telecommnic. 34, N° 3.4, 1979.
- [ 6 ] R. GLOWINSKI, Etude et approximation de quelques problèmes intégraux et intégral-différentiels, IRIA-LABORIA, 1970.
- [ 7 ] A. MARROCCO, Bibliothèque de tracé, IRIA-LABORIA, 1979.
- [ 8 ] K.K. MEI, On the integral equation of thin wire antennas, IEEE trans. on antennas and propagations, May 1965, p. 374-378/
- [ 9 ] A. MERITET, Optimisation des antennes filaires, A paraître.
- [ 10 ] A. MERITET, Méthode d'optimisation visant à déterminer la forme d'antennes filaires ayant un gain maximal, CRAS, 29 Oct. 1979.

