



# Estimation des durées minimales de basculement pour un satellite d'observation agile autonome

Grégory Beaumet, Gérard Verfaillie, Marie-Claire Charneau

## ► To cite this version:

Grégory Beaumet, Gérard Verfaillie, Marie-Claire Charneau. Estimation des durées minimales de basculement pour un satellite d'observation agile autonome. Troisièmes Journées Francophones de Programmation par Contraintes (JFPC07), Jun 2007, Rocquencourt / France, 2007, JFPC07. <inria-00151239>

**HAL Id: inria-00151239**

**<https://hal.inria.fr/inria-00151239>**

Submitted on 1 Jun 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Estimation des durées minimales de basculement pour un satellite d'observation agile autonome

Grégory Beaumet\*†    Gérard Verfaillie\*    Marie-Claire Charmeau†

\* ONERA  
2 avenue Édouard Belin  
31055 Toulouse cedex 4

† CNES  
18 avenue Édouard Belin  
31401 Toulouse cedex 9

{Gregory.Beaumet, Gerard.Verfaillie}@onera.fr  
Marie-Claire.Charmeau@cnes.fr

## Résumé

Au cours des 30 dernières années, les satellites d'observation de la Terre ont démontré leur intérêt dans des domaines aussi variés que la défense, la cartographie ou l'étude de l'environnement. Après le succès de son programme SPOT, le CNES prévoit de placer en orbite d'ici à 2009 une nouvelle génération de satellites d'observation (Pleiades), capables de manœuvrer librement en attitude. Dans le cadre d'un programme commun au CNES et à l'ONERA portant sur l'autonomie des engins spatiaux, nous envisageons de déplacer les mécanismes de planification d'un tel satellite agile, du sol vers le bord, augmentant ainsi sa réactivité. Cependant les méthodes de calcul de trajectoires utilisées au sol ne sont pas raisonnablement utilisables à bord, en terme de temps de calcul. En particulier, le calcul de la durée minimale d'un rendez-vous en attitude s'appuie sur un algorithme itératif dont la durée d'exécution est difficilement contrôlable. C'est pourquoi nous présentons ici une modélisation du problème d'estimation des durées minimales de rendez-vous en attitude sous la forme d'un problème de satisfaction de contraintes avec des variables à domaines continus, et montrons qu'il peut être résolu efficacement en utilisant le solveur de contraintes continues RealPaver.

## Abstract

During the 30 last years, Earth-observing satellites proved their interest in various fields as defense, cartography or environment survey. After the success of its SPOT spatial program, the CNES plans to put into orbit before 2009 a new generation of Earth-observing satellites (Pleiades), able to operate freely in attitude. Taking part of an ONERA-CNES project about spacecraft autonomy, we envisage to put the planning mechanisms

of such an agile satellite from the ground to the board of the spacecraft in order to increase its reactivity. However the methods of computation of trajectories used on the ground are not reasonably usable on board, in term of computation time. In particular, the computation of the shortest duration of an attitude change is based on an iterative algorithm whose execution time is not really controllable. That is why we present here a model of the problem of the estimation of the shortest duration of an attitude change as a constraints satisfaction problem with continuous variables, and show that it can be solved efficiently using the RealPaver continuous constraints solver.

## 1 Introduction

### 1.1 Contexte

Cette étude s'inscrit dans un projet commun au CNES et à l'ONERA portant sur l'autonomie des engins spatiaux (projet AGATA : "Architecture Générique pour l'Autonomie : Tests et Applications") [2].

Aujourd'hui la majorité des engins spatiaux sont téléopérés. Des plans d'activités extrêmement précis sont régulièrement téléchargés du sol vers l'engin et la part d'autonomie laissée à l'engin est limitée au strict minimum : régulation thermique, contrôle routinier de l'orbite ou de l'énergie... Cependant, les fenêtres de visibilité et donc de communication d'un satellite défilant, tel qu'un satellite d'observation de la Terre, avec une station sol sont rares et de courte durée. Les temps de communication d'une sonde interplanétaire avec une

station de réception terrestre peuvent être très longs<sup>1</sup> et incompatibles avec les temps de réaction demandés de l'engin.

L'objectif de ce projet est d'affranchir autant que possible les engins spatiaux du besoin de communication avec le sol et de les doter d'une autonomie décisionnelle leur permettant d'améliorer le retour de leur mission. Cette autonomie décisionnelle embarquée permettrait d'augmenter la disponibilité de l'engin à l'aide de diagnostic de panne et de reconfiguration automatique en cas de défaillance, et augmenterait sa réactivité en lui permettant de s'adapter immédiatement aux conditions courantes :

- modification de ses objectifs (nouvelle zone à explorer dans le cas d'un robot martien) ;
- modification de son environnement (modification de la couverture nuageuse au dessus d'une zone à imager par un satellite d'observation) ;
- modification de l'état courant de l'engin (défaillance d'un instrument).

## 1.2 Scénarios

Plusieurs scénarios cibles ont été définis pour le projet AGATA. Parmi eux, on trouve celui d'un satellite agile d'observation de la Terre de type Pléiades [1], doté d'un instrument de détection en avant de la couverture nuageuse, capable de décider de manière autonome des observations et des télétransmissions<sup>2</sup> de données à réaliser.

### 1.2.1 Agilité

L'agilité du satellite lui permet de modifier son orientation dans l'espace. Elle est assurée par une grappe de quatre actionneurs gyroscopiques [4] et lui permet d'améliorer son efficacité en augmentant ses possibilités de prises de vue. En effet, l'instrument d'observation est solidaire du satellite qui manœuvre librement et relativement rapidement selon ses trois axes de tangage, roulis et lacet ; tous les azimuts d'acquisition d'une prise de vue, y compris dans le sens inverse au défilement du satellite, sont ainsi rendus possibles.

La figure 1 représente l'ensemble des observations réalisables dans le cas d'un satellite non agile (figure 1(a) : seules les observations 1, 3 et 5 sont réalisables) et d'un satellite agile (figure 1(b) : les cinq observations sont réalisables). L'instrument d'observation étant unique, le satellite ne peut pas réaliser deux observations en parallèle. L'agilité lui permet d'agrandir

<sup>1</sup>De l'ordre d'une dizaine de minutes dans le cas de la sonde Mars Express.

<sup>2</sup>Transfert de données d'observation du satellite vers une station sol.

les fenêtres de visibilité de chaque observation et ainsi d'en avancer ou d'en retarder la date de début afin d'en réaliser un plus grand nombre.

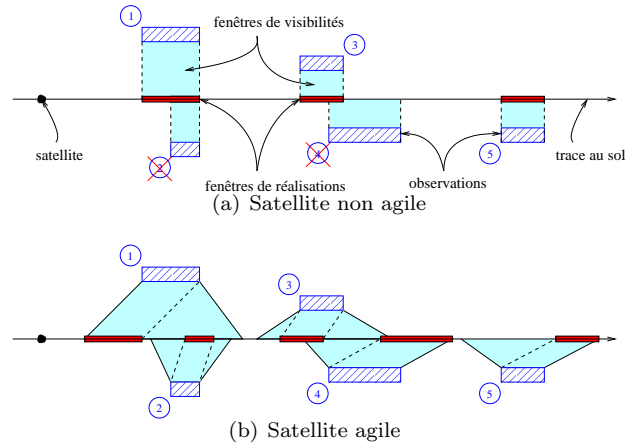


FIG. 1 – agile Vs non agile

### 1.2.2 Détection

Les observations sont réalisées dans le spectre visible et sont donc sensibles aux nuages. Actuellement, près de 80 % des images réalisées par un satellite d'observation de type SPOT sont inutilisables à cause des nuages. C'est pourquoi le satellite considéré est doté d'un instrument de détection en avant de la couverture nuageuse lui permettant d'analyser cette couverture et d'affiner son choix des zones à observer.

### 1.2.3 Autonomie

Actuellement la planification des activités d'un tel satellite d'observation est effectuée au sol : le centre de contrôle construit des plans journaliers très précis et les transmet quotidiennement au satellite qui se charge de les exécuter tels quels. Aucune autonomie n'est conférée au satellite, même en cas d'échec à l'exécution.

Il existe cependant une exception : le satellite Earth Observing One [3] de la NASA fonctionne avec des capacités de reconnaissance de phénomènes sol et de planification à bord, dans le but de démontrer l'utilité de l'autonomie décisionnelle embarquée.

### 1.2.4 Objectif

Des modes de raisonnement autonome ont déjà été testés et simulés avec succès pour des satellites non agiles d'observation et de surveillance de la Terre, montrant qu'il est aujourd'hui envisageable de déplacer les mécanismes de planification des activités d'un satellite du sol vers le bord [5].

L'objectif est maintenant de les améliorer et de les étendre au cas beaucoup plus complexe d'un satellite agile pour lui permettre de prendre en compte immédiatement les informations sur son état courant et surtout sur la couverture nuageuse telle qu'elle a été observée par l'instrument de détection.

## 2 Scénario de référence

La mission de référence est une mission satellitaire d'observation de la Terre inspirée de la mission Pléiades - Haute Résolution du CNES [1].

Le satellite est placé sur une orbite circulaire basse (altitude proche de 700 km) quasi-polaire et héliosynchrone : le satellite passe toujours au dessus d'un même point à la même heure locale. Combinée à la rotation propre de la Terre, cette orbite permet au satellite de survoler la quasi-totalité de la surface terrestre en quelques jours. Un centre de contrôle au sol lui transmet régulièrement des requêtes d'observation et des prévisions météorologiques.

L'objectif du satellite est alors de réaliser les observations correspondantes durant les périodes éclairées<sup>3</sup> de son orbite et de les télédécharger aux différents centres de mission répartis à la surface de la Terre.

Le satellite est équipé :

- d'une grappe d'actionneurs gyroscopiques assurant son agilité ;
- d'un instrument d'observation haute résolution à champ étroit, de l'ordre de 20 km de fauchée ;
- d'un instrument de détection en avant de la couverture nuageuse, à champ large, de l'ordre de 1000 km de fauchée ;
- d'une antenne de télécommunication non orientable assurant les liaisons avec les centres de mission et de contrôle ;
- et de panneaux solaires non orientables.

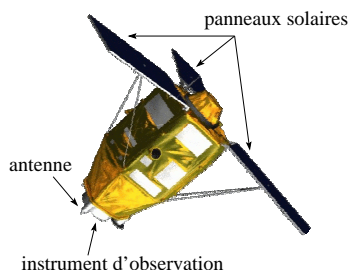


FIG. 2 – Satellite Pléiades

## 3 Problème de planification - décision

### 3.1 Problème général de planification

Le problème posé est celui de l'optimisation du retour global de cette mission. En entrée de ce problème se trouve l'ensemble des observations à effectuer ; cet ensemble évolue au cours de la vie du satellite : réalisation d'observations, génération de nouvelles requêtes par le centre de contrôle ou abandon de certaines autres. On définit un critère à l'aide d'une fonction de gain, plus ou moins complexe, qui, à tout sous-ensemble d'observations, associe le gain pour la mission à le réaliser et le télédécharger.

Le satellite doit chercher à maximiser ce critère tout au long de sa vie en prenant en compte les contraintes sur les ressources à bord comme l'énergie et la mémoire disponibles, ainsi que l'évolution de la couverture nuageuse. Pour cela, plusieurs actions sont à sa disposition :

- la réalisation d'une observation ;
- le télédéchargement de données ;
- le rechargement de ses batteries en pointant ses panneaux solaires en direction du Soleil ;
- la détection en avant de la couverture nuageuse ;
- le pointage géocentrique (lorsqu'il n'a rien à faire) ;
- la manœuvre orbitale ordonnée par le contrôle d'orbite autonome du satellite (visant à maintenir le satellite sur son orbite de référence).

Résoudre ce problème d'optimisation revient à déterminer, à la fin de chaque action, la meilleure prochaine action que le satellite peut entreprendre pour mener à bien sa mission.

Au moment de la prise de décision, les mécanismes utilisés se focalisent sur les actions précédemment citées qui ont des faisabilités (c'est-à-dire des préconditions à leur exécution), des effets sur l'état du système et à la réalisation desquelles sont associés des gains. Une des difficultés de résolution en ligne de ce problème de décision vient du fait que ces grandeurs (faisabilités, effets et gains) ne sont pas nécessairement connues a priori, et qu'il faut être capable de les estimer :

- les productions et consommations d'énergie au cours d'une action en période d'éclairement du satellite, par exemple, dépendent de la trajectoire suivie au cours de l'action et impactent directement sa faisabilité (l'action sera impossible si le niveau d'énergie au départ est insuffisant au vu de la consommation) et ses effets (mise à jour du niveau d'énergie) ;
- la durée de basculement du satellite lui permettant de passer de son attitude courante à l'attitude de début de la prochaine action a des consé-

<sup>3</sup>Périodes de descente du pôle Nord vers le pôle Sud.

quences sur la faisabilité de l'action (l'action sera impossible si cette durée de basculement est trop longue) et sur ses effets (sa date de fin est fonction de la durée du basculement).

### 3.2 Sous-problème de planification : calcul des durées de rendez-vous

On s'intéresse ici au problème crucial de l'évaluation de la faisabilité temporelle d'une action.

On appelle *attitude* du satellite :

- son orientation en rotation autour de son centre de masse  $(\psi, \theta, \phi)$  ;
- et sa vitesse de rotation autour de son centre de masse  $(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi})$ .

On appelle *rendez-vous en attitude* le passage du satellite d'une attitude initiale à une attitude objectif.

Déterminer la faisabilité temporelle d'une action implique de déterminer la faisabilité d'un rendez-vous en attitude permettant de débiter cette action dans son créneau temporel. Ce problème peut être vu comme un problème de planification dans un domaine continu avec :

- un état initial : l'attitude de départ ;
- un état but : une action future à atteindre, avec :
  - un créneau de réalisation de l'action : une fenêtre temporelle de visibilité d'une zone au sol pour une observation, d'un centre de mission pour le télédéchargement de données ou une période d'éclairage de l'orbite du satellite pour une action de rechargement des batteries ;
  - des conditions sur l'attitude du satellite au début de l'action : attitude constante dans le cas d'un pointage Soleil (figure 4), attitude variant en fonction de la date de début de l'action pour une observation (figure 6) ou un télédéchargement.
- des contraintes sur la trajectoire en attitude suivie : les moments et les couples produits par les actionneurs gyroscopiques sont bornés ;
- un objectif : minimiser la durée du rendez-vous.

Il se pose donc de la manière suivante : étant donnée une attitude de départ  $A_d$  du satellite à la date  $t_d$ , existe-t-il un rendez-vous en attitude permettant au satellite de rallier une attitude de début de la prochaine action envisagée entre les dates  $t_s$  et  $t_e$  ? Et si oui, quelle est sa durée minimale ?

### 3.3 Méthodes de résolution existantes

Des méthodes numériques ont été développées pour résoudre ce type de problème et en particulier au CNES où un algorithme complexe et optimisé est déjà utilisé pour plusieurs types de plate-forme (Myriade, Proteus, ...). Cet algorithme est implémenté dans une

bibliothèque nommée MANIAC (MANœuvre Imposée en Attitude sous Contraintes) [7]. Cette dernière permet le calcul de la faisabilité des rendez-vous en attitude à durée fixe entre un pointage de référence et une prise de vue, ou entre deux prises de vue. Un algorithme itératif permet de résoudre le problème des rendez-vous à durée minimale. Enfin dans le cadre du développement des futurs satellites Pléiades, une librairie de Guidage pour l'Observation de la Terre (GOTlib) a été développée. Elle permet de rechercher les conditions d'enchaînement optimal entre deux prises de vue pour un tel satellite. Cependant, ces méthodes présentent les inconvénients suivants :

- elles ont été prévues pour être utilisées hors ligne au sol, afin de générer régulièrement les plans d'actions d'un satellite et de les lui télécharger lors de passages en visibilité. Elles sont donc relativement lourdes et leurs temps d'exécution sont longs et incompatibles avec une utilisation en ligne ;
- elles reposent souvent sur la recherche de zéros d'une fonction  $f$  à l'aide de mécanismes de recherche locale de type Newton ou Lagrange qui ne garantissent pas que le temps trouvé soit le temps minimum (problème des minimums locaux) ;
- elles utilisent des modèles qui ne sont pas explicites et qu'il est donc impossible de paramétrer et de modifier.

### 3.4 Approche proposée

Notre approche consiste à partir d'un modèle simplifié de la cinématique des différents corps qui entrent en jeu (Soleil, Terre et satellite) et à utiliser un solveur de CSP continu afin d'estimer le mieux possible la durée minimale d'un rendez-vous en attitude. Cela nous permet :

- d'avoir une approche à base de modèles cohérente avec l'approche à base de modèles souhaitée dans le projet AGATA et développée aux autres niveaux d'autonomie comme la planification et le diagnostic ;
- d'avoir une approche globale qui évite le problème des optimums locaux ;
- de répondre à des questions diverses en jouant sur le modèle et le critère d'optimisation.

## 4 Modèle cinématique

### 4.1 Notations et repères utilisés

#### 4.1.1 Notations

On note  $s_\alpha$  et  $c_\alpha$  le sinus et le cosinus de l'angle  $\alpha$ .

$R_\psi(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix}$  désigne la matrice de rotation d'un angle  $\alpha$  autour du premier vecteur de base,

$R_\theta(\alpha) = \begin{pmatrix} c_\alpha & 0 & s_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{pmatrix}$  la matrice de rotation d'un angle  $\alpha$  autour du deuxième vecteur de base, et

$R_\phi(\alpha) = \begin{pmatrix} c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matrice de rotation d'un angle  $\alpha$  autour du troisième vecteur de base.

On note  $\vec{u}^{R_i}$  le vecteur  $\vec{u}$  exprimé dans le repère  $R_i$ . Lorsque le repère n'est pas précisé, c'est que le vecteur est exprimé dans le repère inertiel  $R_c$  :  $\vec{u} = \vec{u}^{R_c}$ .

#### 4.1.2 Repères

Le repère de référence que l'on suppose par la suite inertiel, est le repère équatorial géocentrique  $R_c = \{\vec{x}_c; \vec{y}_c; \vec{z}_c\}$ , avec  $\vec{z}_c$  selon la direction du vecteur rotation de la Terre sur elle-même et  $\vec{x}_c$  dirigé vers le point Vernal  $\gamma$ .

On définit le repère d'une zone terrestre  $R_a = \{\vec{x}_a; \vec{y}_a; \vec{z}_a\}$  en  $M$  avec  $\vec{z}_a$  dirigé vers le zénith et  $\vec{x}_a$  dans la direction d'observation de la zone.

On définit le repère orbital local du satellite  $R_{ol} = \{\vec{x}_{ol}; \vec{y}_{ol}; \vec{z}_{ol}\}$  avec  $\vec{z}_{ol}$  dirigé vers le zénith et  $\vec{y}_{ol}$  selon la direction du moment cinétique du satellite en mouvement autour de la Terre.

On définit finalement le repère satellite  $R_s = \{\vec{x}_s; \vec{y}_s; \vec{z}_s\}$  avec  $\vec{z}_s$  dans la direction opposée à celle de l'instrument d'observation et  $\vec{y}_s$  dans la direction de la barrette de capteurs de l'instrument d'observation. Lorsque le satellite est en pointage géocentrique, les repères  $R_s$  et  $R_{ol}$  sont confondus.

#### 4.2 Mouvement d'une zone à la surface de la Terre

Le début d'une zone à observer est défini par un point  $M$  à la surface de la Terre et un cap (direction d'observation). La latitude  $lat_M$  de ce point est fixe et son ascension droite<sup>4</sup> vérifie :

$$as_M(t) = as_{M_d} + \Omega_T(t - t_d)$$

où  $as_{M_d}$  est l'ascension droite du point  $M$  à la date  $t_d$  et  $\Omega_T$  la vitesse de rotation propre de la Terre.

L'orientation du repère zone  $R_a$  est donnée par la matrice de passage du repère inertiel au repère zone :

$$M_{ca}(t) = R_\theta\left(-\frac{\pi}{2}\right)R_\psi(\pi)R_\psi(as_M(t))R_\theta(lat_M)R_\phi(cap)$$

<sup>4</sup>Coordonnée sur la sphère céleste correspondant à la longitude sur la Terre.

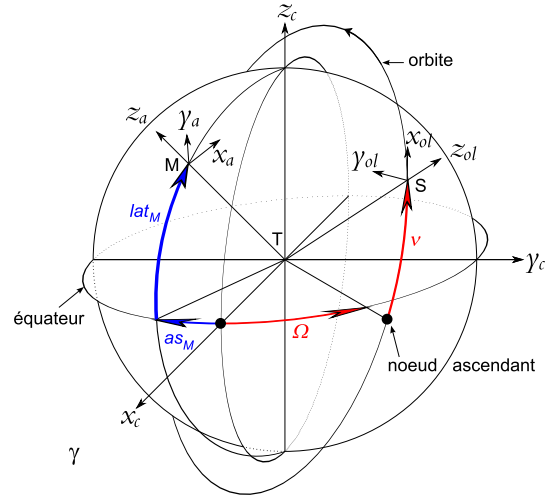


FIG. 3 – Repères utilisés

Ainsi la position du point  $M$  dans  $R_c$  est donnée par le vecteur :

$$\overrightarrow{TM}(t) = M_{ca}(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_T \end{bmatrix}_{R_a} = \begin{bmatrix} R_T c_{lat_M} c_{as_M}(t) \\ R_T c_{lat_M} s_{as_M}(t) \\ R_T s_{lat_M} \end{bmatrix}_{R_c}$$

et sa vitesse par :

$$\begin{aligned} \vec{V}_M(t) &= \vec{\Omega}_{ca} \wedge \overrightarrow{TM}(t) \\ &= \Omega_T \vec{z}_c \wedge \overrightarrow{TM}(t) \end{aligned}$$

#### 4.3 Mouvement du satellite sur son orbite

L'orbite du satellite est définie par son rayon  $R_o$  et son inclinaison  $i$ . L'ascension droite de son noeud ascendant<sup>5</sup> vérifie :

$$\Omega(t) = \Omega_d + \dot{\Omega}(t - t_d)$$

où  $\Omega_d$  est l'ascension droite du noeud ascendant à la date  $t_d$  et  $\dot{\Omega}$  sa vitesse de rotation constante autour de  $\vec{z}_c$ .

La position du satellite sur son orbite est définie par son anomalie vraie<sup>6</sup> :

$$\nu(t) = \nu_d + \dot{\nu}(t - t_d) = \nu_d + \frac{2\pi}{\tau}(t - t_d)$$

où  $\nu_d$  est son anomalie vraie à la date  $t_d$  et  $\tau$  la période de son orbite.

L'orientation du repère orbital local  $R_{ol}$  est donnée par la matrice de passage du repère inertiel au repère

<sup>5</sup>Point de l'orbite du satellite où celui-ci traverse l'écliptique depuis l'hémisphère Sud vers l'hémisphère Nord.

<sup>6</sup>Angle vu du centre T de la Terre entre la position du satellite et une position de référence sur son orbite.

orbital local :

$$M_{col}(t) = R_\phi(\Omega(t))R_\psi(i)R_\phi\left(\frac{\pi}{2}\right)R_\psi\left(\frac{\pi}{2}\right)R_\theta(\nu(t))$$

La position du satellite  $S$  dans  $R_c$  est alors donnée par le vecteur :

$$\vec{TS}(t) = M_{col}(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_o \end{bmatrix}_{R_{ol}}$$

et sa vitesse par :

$$\begin{aligned} \vec{V}_S(t) &= \vec{\Omega}_{col} \wedge \vec{TS}(t) \\ &= \left(\dot{\Omega}z_c + \frac{2\pi}{\tau}\vec{y}_{ol}\right) \wedge \vec{TS}(t) \end{aligned}$$

## 5 Rendez-vous à attitude fixée

### 5.1 Exemple du pointage Soleil

La distance Terre - Soleil est si grande que l'on peut supposer que les rayons du Soleil arrivent tous parallèlement à la direction Soleil - Terre sur les panneaux solaires du satellite en orbite terrestre.

De plus, la vitesse de rotation de la Terre autour du Soleil est très inférieure à la vitesse de rotation du satellite autour de la Terre ; on peut alors supposer qu'au cours d'une demi-orbite, l'attitude  $A_{Sol}$  du satellite en pointage Soleil reste constante (figure 4).

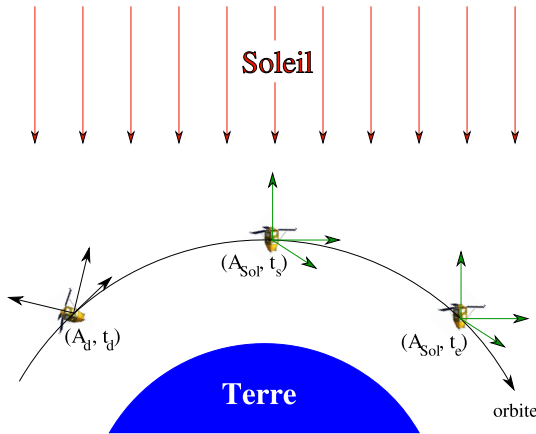


FIG. 4 – Ralliement d'un pointage Soleil

Dans ce cas le problème consiste à calculer la date de début au plus tôt de l'action de pointage Soleil à partir de l'état courant en estimant la durée minimale du rendez-vous pour passer de l'attitude de départ fixée,  $A_d$ , à l'attitude de fin également fixée,  $A_{Sol}$ .

## 5.2 Description du problème

Le satellite se trouve dans une certaine attitude  $A_d$  à une date  $t_d$ . Il souhaite rallier une attitude  $A_f$  à une date  $t_f \in [t_s; t_e]$ . L'intervalle  $[t_s; t_e]$  représente par exemple la fenêtre d'éclairage du satellite qui souhaite se mettre en pointage Soleil.

Un tel rendez-vous en attitude existe-t-il, connaissant la matrice d'inertie  $I$  du satellite et les contraintes en couple et en moment sur chaque axe de rotation du satellite ? Et, si oui, quelle est sa date de fin au plus tôt ?

$$I = \begin{pmatrix} 850 & 0 & 0 \\ 0 & 850 & 0 \\ 0 & 0 & 750 \end{pmatrix} \text{ en m}^2.\text{kg}$$

$$\|\vec{H}_c\| = \|[I]\vec{\Omega}_c\| \leq H_{max}^7$$

$$\|\vec{C}_c\| = \left\| \frac{d\vec{H}_c}{dt} \right\| = \|[I]\frac{d\vec{\Omega}_c}{dt}\| \leq C_{max}^8$$

On fait l'hypothèse que les rotations sur les trois axes du satellite sont indépendantes (cas d'un satellite équipé de roues à inertie) et que, sur chaque axe, le mouvement peut être décomposé en trois phases :

- une phase à couple constant  $C_1$  entre les dates  $t_d$  et  $t_1$  ;
- un palier à moment constant  $H_2$  entre les dates  $t_1$  et  $t_2$  ;
- une phase à couple constant  $C_3$  entre les dates  $t_2$  et  $t_f$ .

Pour limiter les perturbations dues aux accélérations et décélérations brutales, les dates  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_f$  sont communes aux trois mouvements de rotation.

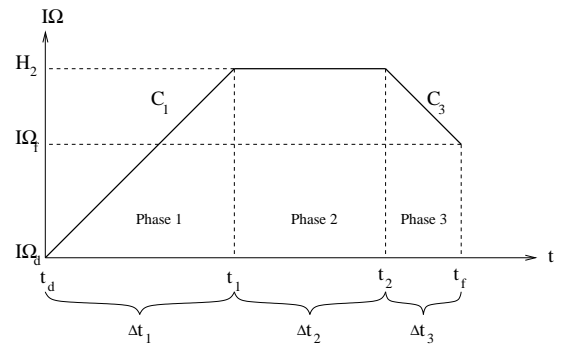


FIG. 5 – Les trois phases du mouvement

<sup>7</sup> $\vec{H}_c$  : moment de consigne

<sup>8</sup> $\vec{C}_c$  : couple de consigne ;  $\vec{\Omega}_c$  : vitesse de consigne

### 5.3 Solution en temps minimal dans le cas mono-dimensionnel

On considère ici uniquement les mouvements en tangage du satellite.

On cherche à calculer la consigne de vitesse  $\Omega(t) = \dot{\theta}(t)$  et le temps de passage d'une attitude de départ  $A_d = \begin{Bmatrix} \theta_d \\ \Omega_d \end{Bmatrix}$  à la date  $t_d$  (où  $\theta_d$  représente le débattement angulaire en tangage et  $\Omega_d$  la vitesse de rotation en tangage) à une attitude de fin  $A_f = \begin{Bmatrix} \theta_f \\ \Omega_f \end{Bmatrix}$  à la date  $t_f$ .

Au cours de la phase 1 :  $I\Omega(t) = C_1(t - t_d) + I\Omega_d$

Au cours de la phase 3 :  $I\Omega(t) = C_3(t - t_f) + I\Omega_f$

À la date  $t_1$  :  $I\Omega(t_1) = H_2$

$$C_1 = \frac{H_2 - I\Omega_d}{\Delta t_1} \quad (1)$$

À la date  $t_2$  :  $I\Omega(t_2) = H_2$

$$C_3 = \frac{I\Omega_f - H_2}{\Delta t_3} \quad (2)$$

En intégrant la vitesse entre  $t_d$  et  $t_f$  on obtient

$$I\Delta\theta = \int_{t_d}^{t_f} \Omega(t) dt$$

soit

$$I\Delta\theta = \frac{H_2 + I\Omega_d}{2} \Delta t_1 + H_2 \Delta t_2 + \frac{H_2 + I\Omega_f}{2} \Delta t_3 \quad (3)$$

De l'équation 3, on tire :

$$H_2 = \frac{2I\Delta\theta - I\Omega_d \Delta t_1 - I\Omega_f \Delta t_3}{\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3} \quad (4)$$

Les contraintes  $-H_m \leq H_2 \leq H_m$  s'écrivent :

$$cL_1 : (H_m - I\Omega_d) \Delta t_1 + 2H_m \Delta t_2 + (H_m - I\Omega_f) \Delta t_3 + 2I\Delta\theta \geq 0$$

$$cL_2 : (H_m + I\Omega_d) \Delta t_1 + 2H_m \Delta t_2 + (H_m + I\Omega_f) \Delta t_3 - 2I\Delta\theta \geq 0$$

En reportant la valeur de  $H_2$  dans les contraintes sur  $C_1$  et  $C_3$  on obtient :

$$-C_m \leq \frac{2I\Delta\theta - I\Omega_d \Delta t_1 - I\Omega_f \Delta t_3}{\Delta t_1 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3)} - \frac{I\Omega_d}{\Delta t_1} \leq C_m \quad (5)$$

$$-C_m \leq \frac{I\Omega_d \Delta t_1 + I\Omega_f \Delta t_3 - 2I\Delta\theta}{\Delta t_3 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3)} + \frac{I\Omega_d}{\Delta t_3} \leq C_m \quad (6)$$

soit :

$$cQ_1 : 2I\Delta\theta - 2I\Omega_d \Delta t_1 - 2I\Omega_d \Delta t_2 - (I\Omega_d + I\Omega_f) \Delta t_3 + C_m \Delta t_1 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3) \geq 0$$

$$cQ_2 : -2I\Delta\theta + 2I\Omega_d \Delta t_1 + 2I\Omega_d \Delta t_2 + (I\Omega_d + I\Omega_f) \Delta t_3 + C_m \Delta t_1 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3) \geq 0$$

$$cQ_3 : +2I\Delta\theta - 2I\Omega_f \Delta t_2 - 2I\Omega_f \Delta t_3 - (I\Omega_d + I\Omega_f) \Delta t_1 + C_m \Delta t_3 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3) \geq 0$$

$$cQ_4 : -2I\Delta\theta + 2I\Omega_f \Delta t_2 + 2I\Omega_f \Delta t_3 + (I\Omega_d + I\Omega_f) \Delta t_1 + C_m \Delta t_3 (\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \Delta t_3) \geq 0$$

La résolution du problème consiste à trouver  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_f$  telles que  $t_d \leq t_1 \leq t_2 \leq t_f$ , et vérifiant les deux contraintes linéaires  $cL_1$  et  $cL_2$ , les quatre contraintes quadratiques  $cQ_1$  à  $cQ_4$  et minimisant  $T = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ .  $H_2$ ,  $C_1$ ,  $C_3$  se déduiront des équations 4, 1 et 2.

### 5.4 Solution à composantes synchronisées en multi-dimensionnel

Dans le cas multi-dimensionnel, les trois dates  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_f$  sont communes aux trois axes de rotation (synchronisation des trois étapes d'accélération, de palier et de décélération). Les contraintes linéaires et quadratiques sont alors multipliées par trois, et le problème de rendez-vous reste le même.

## 6 Rendez-vous à attitude variable

En dehors d'une action de pointage Soleil, l'attitude que le satellite souhaite rallier n'est jamais fixe dans le repère inertiel.

### 6.1 Exemple d'une observation

Dans le cas où le satellite envisage de rallier une action d'observation d'une zone au sol, le calcul de la durée minimale du rendez-vous se complique. En effet entre les dates  $t_s$  et  $t_e$  le satellite se déplace sur son orbite, et la cible, fixe à la surface terrestre, suit le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même (figure 6). L'attitude que le satellite cherche à rallier,  $A_{obs}$ , dépend de la date  $t_f \in [t_s; t_e]$  à laquelle elle sera atteinte :  $A_{obs} = A_{obs}(t_f)$ . Le problème devient un problème de poursuite de cible mobile.



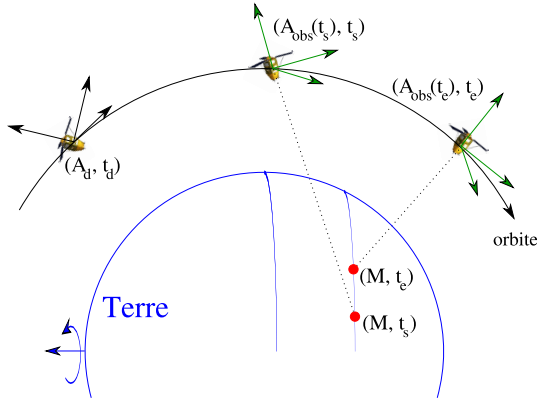


FIG. 6 – Ralliement d'une observation

## 6.2 Description du problème

Nous faisons ici les mêmes hypothèses que dans la partie 5. La seule différence est que cette fois-ci, le satellite souhaite rallier une attitude  $A_f(t_f)$  dépendante de la date de fin du rendez-vous,  $t_f \in [t_s; t_e]$ .

## 6.3 Évolution de l'attitude finale

L'attitude de fin  $A_f(t_f)$  du satellite est définie par l'orientation et la vitesse de rotation du repère satellite  $R_s$  par rapport au repère inertiel  $R_c$ . À la date  $t_f$  le satellite doit débuter l'observation qu'il cherche à rallier ; l'attitude  $A_f(t_f)$  doit donc vérifier les trois conditions suivantes :

1. son instrument d'observation doit pointer en direction du début de la zone à observer ;
2. la barrette de capteurs de l'instrument d'observation doit être orthogonale à la direction d'observation de la zone ;
3. la vitesse de déplacement de la zone au sol doit être égale à la vitesse de balayage de la zone par la projection au sol de la barrette de l'instrument d'observation du satellite.

La première condition se traduit sous la forme :

$$\vec{z}_s = \frac{\overrightarrow{TS}(t_f) - \overrightarrow{TM}(t_f)}{\|\overrightarrow{TS}(t_f) - \overrightarrow{TM}(t_f)\|}$$

alors que la seconde implique :

$$\vec{x}_s = \vec{y}_a(t_f) \wedge \vec{z}_s$$

L'orientation du repère satellite  $R_s$  à la date  $t_f$  est donnée par la matrice de passage du repère inertiel au repère satellite :

$$M_{cs}(t_f) = \begin{pmatrix} \vec{x}_s & \vec{z}_s \wedge \vec{x}_s & \vec{z}_s \end{pmatrix}$$

La dernière condition se traduit par une équation sur les vitesses :

$$\vec{V}_M(t_f) + v_{bal}\vec{x}_a(t_f) = \vec{V}_S(t_f) + \overrightarrow{\Omega}_{cs}(t_f) \wedge \overrightarrow{SM}(t_f)$$

où  $v_{bal}$  est la vitesse de balayage au sol avec laquelle la prise de vue doit être réalisée.

## 6.4 Modélisation sous forme d'un CSP

### 6.4.1 Variables

Évolution cinématique du satellite :

$t_f \in [t_s; t_e]$  : date de fin du rendez-vous

$t_1 \in [t_d; t_e]$  : date de fin de la phase 1

$t_2 \in [t_d; t_e]$  : date de fin de la phase 2

$C_{1x,y,z} \in [-C_{mx,y,z}; C_{mx,y,z}]$  : couples de roulis, tangage et lacet au cours de la phase 1

$H_{2x,y,z} \in [-H_{mx,y,z}; H_{mx,y,z}]$  : moments de roulis, tangage et lacet au cours de la phase 2

$C_{3x,y,z} \in [-C_{mx,y,z}; C_{mx,y,z}]$  : couples de roulis, tangage et lacet au cours de la phase 3

État du système à la date  $t_f$  :

$as_M \in [as_{M_d}; as_{M_d} + \Omega_T t_e]$  : ascension droite du point  $M$

$(x_M, y_M, z_M) \in [-R_T, R_T]^3$  : position du point  $M$

$(V_{Mx}, V_{My}, V_{Mz}) \in ]-\infty; +\infty[^3$  : vitesse du point  $M$

$(x_S, y_S, z_S) \in [-R_o, R_o]^3$  : position du satellite

$(V_{Sx}, V_{Sy}, V_{Sz}) \in ]-\infty; +\infty[^3$  : vitesse du satellite

$(y_{a1}, y_{a2}, y_{a3}) \in [-1, 1]^3$  : coordonnées du vecteur directeur de l'axe  $y$  du repère  $R_a$

$(z_{ol1}, z_{ol2}, z_{ol3}) \in [-1, 1]^3$  : coordonnées du vecteur directeur de l'axe  $z$  du repère  $R_{ol}$

$(V_{Mx}, V_{My}, V_{Mz}) \in ]-\infty; +\infty[^3$  : vitesse du point  $M$

$(\Omega_{colx}, \Omega_{coly}, \Omega_{colz}) \in ]-\dot{\nu}; \dot{\nu}[^3$  : coordonnées du vecteur rotation du repère  $R_{ol}$  par rapport au repère inertiel

$(x_{s1}, x_{s2}, x_{s3}) \in [-1, 1]^3$  : coordonnées du vecteur directeur de l'axe  $x$  du repère  $R_s$

$(y_{s1}, y_{s2}, y_{s3}) \in [-1, 1]^3$  : coordonnées du vecteur directeur de l'axe  $y$  du repère  $R_s$

$(z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}) \in [-1, 1]^3$  : coordonnées du vecteur directeur de l'axe  $z$  du repère  $R_s$

$(\Omega_{csx}^{R_c}, \Omega_{csy}^{R_c}, \Omega_{csz}^{R_c}) \in ]-\infty; +\infty[^3$  : coordonnées du vecteur rotation du repère  $R_s$  par rapport au repère inertiel, exprimées dans le repère inertiel

$(\Omega_{csx}^{R_s}, \Omega_{csy}^{R_s}, \Omega_{csz}^{R_s}) \in ]-\infty; +\infty[^3$  : coordonnées du vecteur rotation du repère  $R_s$  par rapport au repère inertiel, exprimées dans le repère satellite

$\Omega \in [\Omega_d; \Omega_d + \dot{\Omega}(t_e - t_d)]$  : ascension droite du noeud ascendant

$\nu \in [\nu_d; \nu_d + \dot{\nu}(t_e - t_d)]$  : anomalie vraie du satellite

$(\psi, \theta, \phi) \in [-\pi; \pi]^3$  : angles de roulis, tangage et lacet du satellite

## 6.4.2 Contraintes

Contraintes temporelles

$$t_d \leq t_1 \leq t_2 \leq t_f$$

Ascension droite du point  $M$  à la date  $t_f$

$$as_M = as_{M_d} + \Omega_T(t_f - t_d)$$

Orientation du repère zone à  $t_f$

$$R_a = \{\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a\}$$

Position du repère zone à  $t_f$

$$\vec{T}\vec{M} = R_T \vec{z}_a$$

Vitesse de rotation du repère zone

$$\vec{\Omega}_{ca}^{R_c} = \vec{\Omega}_T$$

Vitesse de déplacement du repère zone à  $t_f$

$$\vec{V}_M = \vec{\Omega}_{ca}^{R_c} \wedge \vec{T}\vec{M}$$

Ascension droite du noeud ascendant de l'orbite à  $t_f$

$$\Omega = \Omega_d + \dot{\Omega}(t_f - t_d)$$

Anomalie vraie du satellite à  $t_f$

$$\nu = \nu_d + \dot{\nu}(t_f - t_d)$$

Orientation du repère orbital local à  $t_f$

$$R_{ol} = \{\vec{x}_{ol}, \vec{y}_{ol}, \vec{z}_{ol}\}$$

Position du repère satellite à  $t_f$

$$\vec{T}\vec{S} = R_o \vec{z}_{ol}$$

Vitesse de rotation du repère orbital local à  $t_f$

$$\vec{\Omega}_{col} = \dot{\Omega} \vec{z}_c + \dot{\nu} \vec{y}_{ol}$$

Vitesse de déplacement du repère orbital local à  $t_f$

$$\vec{V}_S = \vec{\Omega}_{col} \wedge \vec{T}\vec{S}$$

Orientation du repère satellite à  $t_f$

$$R_s = \{\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s\}$$

Angles de cardan à  $t_f$

$$\psi = -\arctan\left(\frac{z_{s2}}{z_{s3}}\right)$$

$$\theta = \arcsin(z_{s1})$$

$$\phi = -\arctan\left(\frac{y_{s1}}{x_{s1}}\right)$$

Vitesse de rotation du repère satellite à  $t_f$

$$\vec{V}_M + v_{bal} \vec{x}_a = \vec{V}_S + \vec{\Omega}_{cs} \wedge \vec{S}\vec{M}$$

Relation entre l'expression de  $\vec{\Omega}_{cs}$  dans  $R_c$  et son expression dans  $R_s$

$$\vec{\Omega}_{cs}^{R_c} = M_{cs}(t_f) \vec{\Omega}_{cs}^{R_s}$$

Cinématique du satellite

$$I \vec{\Omega}_{cs}^{R_s} = I \vec{\Omega}_{cs}^d + \vec{C}_1 \Delta t_1 + \vec{C}_3 \Delta t_3$$

$$\vec{H}_2 = I \vec{\Omega}_{cs}^d + \vec{C}_1 \Delta t_1$$

$$\vec{H}_2 = I \vec{\Omega}_{cs}^{R_s} + \vec{C}_3(t_2 - t_f)$$

$$I \vec{\theta} = I \vec{\theta}_d + \frac{1}{2} \Delta t_1 (\vec{H}_2 + I \vec{\Omega}_{cs}^d) + \Delta t_2 \vec{H}_2 +$$

$$\frac{1}{2} \Delta t_3 (\vec{H}_2 + I \vec{\Omega}_{cs}^{R_s})$$

## 6.5 Résolution avec RealPaver

Afin d'estimer les temps minimums de changement d'attitude du satellite, nous utilisons *RealPaver* [6], un solveur de contraintes travaillant sur des variables à domaines continus.

### 6.5.1 Principe de RealPaver

RealPaver est capable de résoudre un problème de satisfaction de contraintes (CSP) non linéaires<sup>9</sup> sur des variables réelles. Un tel problème de satisfaction de contraintes est modélisé par :

- un ensemble de variables réelles  $\{x_1, \dots, x_n\}$  ;
- un ensemble de domaines (qui sont des intervalles)  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$  ;
- un ensemble de contraintes numériques  $\{c_1, \dots, c_m\}$  sur l'ensemble des variables.

Le produit cartésien de plusieurs domaines  $\mathbf{x}_i$  est appelé une *boîte*. Le problème consiste à trouver toutes les valeurs consistantes des variables dans la boîte initiale  $\mathbf{x}_1 \times \dots \times \mathbf{x}_n$ . RealPaver implémente un algorithme de type branch-and-prune alternant recherche arborescente et propagation. Étant donné un problème de satisfaction de contraintes (CSP), il calcule un ensemble de boîtes contenant toutes les solutions du problème.

### 6.5.2 Résultats

Dans cette section, nous présentons un exemple de calcul de durée minimale de rendez-vous où le satellite est dans l'attitude  $A_d$  à la date  $t_d = 0$  et la prochaine action à entreprendre est l'observation d'un point  $M$  ( $lat_M = 40.1^\circ$ ,  $as_{M_d} = 1.0$  rd et  $cap = 0.5$  rd) avec une vitesse de balayage nulle ( $v_{scan} = 0$  m.s<sup>-1</sup>) dans la fenêtre de visibilité  $[t_s; t_e] = [0; 100]$  s.

L'orbite considérée est caractérisée par son rayon  $R_o = 7204.8$  km, son inclinaison  $i = 98.72^\circ$ , la vitesse de rotation de son noeud ascendant  $\dot{\Omega} = 1.99e^{-7}$  rd.s<sup>-1</sup>, et l'ascension droite de son noeud ascendant  $\Omega_d = -2.23$  rd à la date  $t_d$ . Le mouvement moyen du satellite est  $\dot{\nu} = 1.03e^{-3}$  rd.s<sup>-1</sup> et son anomalie vraie à la date  $t_d$  est  $\nu_d = 2.3$  rd.

$$A_d = \left\{ \begin{bmatrix} \psi_b \\ \theta_b \\ \phi_b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\psi}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \dot{\phi}_b \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1.34 \\ -0.0682 \\ -0.254 \end{bmatrix} \text{ rd}, \begin{bmatrix} 0.0495 \\ 0.0133 \\ 0.0494 \end{bmatrix} \text{ rd.s}^{-1} \right\}$$

La figure 7(a) représente le calcul d'une *borne inférieure* de la durée minimale du rendez-vous en attitude

<sup>9</sup>Une contrainte est soit une équation, soit une inéquation non linéaire.

OUTER BOX: HULL of 1 boxes	OUTER BOX: HULL of 1 boxes
tf in [16.75 , 16.77]	tf in [49.02 , 49.04]
delta_psi in [-1.5 , -1.499]	delta_psi in [-1.552 , -1.551]
delta_theta in [-0.1763 , -0.1761]	delta_theta in [-0.3708 , -0.3704]
delta_phi in [1.144 , 1.146]	delta_phi in [1.207 , 1.209]
C1x in [-7 , -0.1952]	C1x = -7 **point**
C3x in [-7 , +7]	C3x = 7 **point**
C1y in [-7 , +7]	C1y in [-1.697 , -1.688]
C3y in [-7 , +7]	C3y in [0.5936 , 0.6169]
C1z in [-6 , -1.016]	C1z in [-1.398 , -1.382]
C3z in [-6 , +6]	C3z in [-3.478 , -3.413]
H2x in [-45 , +41.59]	H2x in [-45 , -44.91]
H2y in [-45 , +45]	H2y in [-9.745 , -9.662]
H2z in [-20 , +20]	H2z in [19.68 , 19.84]
t1 in [2.84 , 16.77]	t1 in [12.43 , 12.45]
t2 in [2.84 , 16.77]	t2 in [43.27 , 43.31]
[...]	[...]
precision: 90, elapsed time: 240 ms	precision: 59.6, elapsed time: 600 ms
(a) Borne inférieure	(b) Borne supérieure

FIG. 7 – Encadrement de la durée minimale

( $\Delta T = t_f - t_d \approx 16.75$  s) calculée en 240 ms. Ce résultat nous permet de savoir uniquement qu'il n'existe pas de rendez-vous en attitude de durée plus courte que 16.75 secondes, et ne fournit aucune information sur la trajectoire en attitude optimale.

Comme le montre la figure 7(b), il est possible d'obtenir une *borne supérieure* de la durée minimale de rendez-vous en attitude en supprimant les deux degrés de liberté restant sur la trajectoire. Une idée cohérente serait de fixer la valeur des couples  $C_1$  et  $C_3$  aux valeurs maximales d'accélération et de décélération, selon l'axe sur lequel le débattement angulaire est le plus grand. En fixant  $C_{1x} = -C_{x_{max}}$  and  $C_{3x} = C_{x_{max}}$  nous obtenons une borne supérieure de la durée minimale du rendez-vous en attitude ( $t_f = 49.04$  s) ainsi que les paramètres définissant la trajectoire en attitude à suivre ( $C_1$ ,  $C_3$  et  $H_2$ ). Cependant, d'autres options pourraient être considérées pour approcher du mieux possible cette durée minimale par une borne supérieure.

OUTER BOX: HULL of 1 boxes
cos_a-1 in [1.036 , 1.038]
tf in [107.4 , 107.5]
delta_psi in [1.363 , 1.365]
delta_theta in [-0.7951 , -0.7948]
delta_phi in [1.349 , 1.351]
C1x in [-7 , +1.02]
C3x in [-7 , +7]
C1y in [-7 , +7]
C3y in [-7 , +7]
C1z in [-6 , -0.1586]
C3z in [-6 , +6]
t1 in [2.84 , 107.5]
t2 in [2.84 , 107.5]
[...]
precision: 105, elapsed time: 4,760 ms

FIG. 8 – Optimisation de l'angle de prise de vue

Grâce au modèle explicite que nous avons défini, il est en outre possible d'optimiser d'autres critères comme l'*angle de prise de vue*<sup>10</sup> (figure 8) : plus l'angle de prise de vue est petit, meilleure sera la qualité de l'image. Dans ce cas, la variable à optimiser est la

<sup>10</sup>L'angle de prise de vue est l'angle entre la direction  $\overrightarrow{SM}$  et le nadir.

variable  $\cos\_a-1 = \frac{1}{\langle \vec{z}_s, \vec{z}_{ol} \rangle}$  et RealPaver retourne la date  $t_f = 107.4$  s.

## 7 Analyse des résultats et conclusion

Les temps de calcul obtenus avec RealPaver sont compatibles avec une planification en ligne à bord du satellite.

Cependant, nos résultats font apparaître un écart parfois important entre le minorant et le majorant. Nous essayons actuellement de réduire cet écart en choisissant la meilleure stratégie possible pour supprimer les degrés de liberté restant du système.

Nous envisageons par la suite d'estimer les possibilités de télédéchargement du satellite ainsi que ses consommations et productions d'énergie grâce au calcul de la trajectoire en attitude optimale. Le satellite sera alors capable d'estimer les faisabilités et les effets de chacune de ses actions et donc de planifier ses activités en ligne.

## Références

- [1] E. Boussarie and B. Boissin. Pleiades - Dual optical system for metric resolution observations. <http://smc.cnes.fr/PLEIADES/>, 2006.
- [2] M-C. Charneau and E. Bensana. AGATA, a lab bench project for spacecraft autonomy. In *International Symposium on Artificial Intelligence Robotics and Automation in Space (iSAIRAS)*, 2005.
- [3] S. Chien, R. Sherwood, D. Tran, and B. Cichy. The EO-1 Autonomous Science Agent. In *the international conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, New York, USA, 2004.
- [4] J-P. Chrétien, M. Llibre, and F. Jouhaud. Agilité en attitude par actionneurs gyroscopiques : génération de consignes et commande boucle fermée. In *Atelier Cnes «Commande optimale, commande boucle fermée»*, Toulouse, 2004.
- [5] S. Damiani. *Gestion d'une constellation de satellites de surveillance de la Terre : autonomie et coordination*. PhD thesis, Supaéro, Toulouse, France, 2005.
- [6] L. Granvilliers and F. Benhamou. Realpaver : an interval solver using constraint satisfaction techniques. *ACM Trans. Math. Softw.*, 32(1) :138–156, 2006.
- [7] P. Parraud, A. Flipo, J. Jaubert, and G. Lassalle-Balier. Computing smooth attitude guidance laws for homing maneuvers. In *International Symposium on Space Technology and Science*, Kanazawa, Japan, 2006.