Commande sans modèle et commande à modèle restreint

Michel Fliess, Cédric Join

▶ **To cite this version:**

Michel Fliess, Cédric Join. Commande sans modèle et commande à modèle restreint. e-STA Sciences et Technologies de l'Automatique, 2008, 5 (4), pp.1-23. inria-00288107v3

HAL Id: inria-00288107

https://inria.hal.science/inria-00288107v3

Submitted on 1 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Commande sans modèle et commande à modèle restreint

Michel FLIESS[1, 2], Cédric JOIN[1, 3]

[1]INRIA-ALIEN

[2]LIX (UMR-CNRS 7161)
École polytechnique, 91128 Palaiseau, France

[3]CRAN (UMR-CNRS 7039)
Nancy-Université, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

Michel.Fliess@polytechnique.edu, Cedric.Join@cran.uhp-nancy.fr

Résumé— **On propose une commande sans modèle, ou à modèle restreint, pour des systèmes complexes, de dimension finie. Cette commande peut être vue comme une contribution à des correcteurs PID « intelligents », dont le réglage devient facile, même avec des non-linéarités et/ou des instationnarités sévères. L'outil essentiel est un dérivateur numérique, récemment mis au point. L'algèbre différentielle permet de poser le cadre théorique. Plusieurs expérimentations numériques valident notre démarche.**

English title: *No-model-based control and restricted-model-based control*

Abstract— **We are introducing a model-free control and a control with a restricted model for finite-dimensional complex systems. This control design may be viewed as a contribution to "intelligent" PID controllers, the tuning of which becomes quite easy, even with highly nonlinear and/or time-varying systems. Our main tool is a newly developed numerical differentiator. Differential algebra provides the theoretical framework. Our approach is validated by several numerical experiments.**

Mots-clés— **Systèmes linéaires, systèmes non linéaires, commande sans modèle, commande à modèle restreint, commande prédictive, systèmes à retards, correcteurs PID, commande universelle, robustesse, diagnostic, systèmes de grande dimension, anti-emballement, dérivateurs numériques, frottements, déphasage non minimal, algèbre différentielle.**

Key words— **Linear systems, nonlinear systems, model-free control, control with a restricted model, predictive control, delay systems, PID controllers, universal control, robustness, diagnosis, large-scale systems, anti-windup, numerical differentiators, frictions, non-minimum phase systems, differential algebra.**

I. Introduction

Décrire des machines par des équations differentielles simples et fiables est une gageure : comment, en plus de la complexité inhérente, prendre en compte frottements, effets thermiques, vieillissement, dispersion des caractéristiques due à la fabrication en série, ... ? D'où la difficulté d'imposer au monde industriel la plupart des techniques d'automatique « moderne », trop souvent basées sur des modélisations mathématiques aussi précises que possible. Cet article[1] tente de pallier cette situation fâcheuse grâce à des méthodes nouvelles d'estimation rapide[2]. Il traite deux cas, à la frontière floue :

1. La *commande sans modèle* repose sur une modélisation *locale*, sans cesse réactualisée, à partir de la seule connaissance du comportement entrée-sortie. Elle se distingue des identifications de type « boîte noire », telles qu'on les trouve dans la littérature (voir, par exemple, [38], [57]), où l'on recherche un modèle valide sur une plage de fonctionnement aussi large que possible[3]. Résumons à grands traits notre démarche dans le cas monovariable. À l'équation différentielle inconnue, décrivant le comportement entrée-sortie, supposé de dimension finie, linéaire ou non,

$$E(y, \dot{y}, \ldots, y^{(a)}, u, \dot{u}, \ldots, u^{(b)}) = 0 \tag{1}$$

on substitue le modèle « phénoménologique », valable sur un court laps de temps,

$$y^{(\nu)} = F + \alpha u \tag{2}$$

L'ordre de dérivation ν, en général 1 ou 2, et le paramètre constant α sont fixés par l'opérateur ; ν n'est pas nécessairement égal à l'ordre de dérivation a de y en (1). On déduit la valeur de F à chaque instant de celles de u et de $y^{(\nu)}$. Nos dérivateurs numériques, qui ont permis des progrès considérables en non-linéaire [25], utilisent les remarquables avancées de [44]. On obtient le comportement désiré, si, par exemple, $\nu = 2$ en (2), grâce au *correcteur*,

[1]Voir [24], [21] et [20] pour des versions préliminaires. La commande sans modèle, ou à modèle restreint, qui peut être exploitée pour les systèmes hybrides [10], a déjà vu plusieurs illustrations concrètes dans des domaines variés [33], [37], [59], [60]. D'autres, y compris au niveau industriel, sont en cours.

[2]Voir [30], [31] pour leur début, qui s'est fait dans un cadre d'identification paramétrique pour systèmes linéaires. Voir la bibliographie de [25] pour de nombreuses références supplémentaires, y compris en traitement du signal. Renvoyons aussi à [25] pour l'atténuation de perturbations inconnues dans la commande de systèmes connus.

[3]D'où notre terminologie « commande sans modèle », plutôt que « commande boîte noire ».

e-STA copyright 2008 by SEE

ou *régulateur*, ou encore *asservissement*, *PID intelligent*[4], ou, en abrégé, *i-PID*,

$$u = -\frac{F}{\alpha} + \frac{\ddot{y}^*}{\alpha} + K_P e + K_I \int e + K_D \dot{e} \tag{3}$$

où

- y^* est la trajectoire de référence de la sortie, obtenue selon les préceptes de la commande par platitude (voir [26], [43], [51], [56]) ;
- $e = y - y^*$ est l'erreur de poursuite ;
- K_P, K_I, K_D sont les gains de réglage[5].

Remarque 1 On pourrait qualifier le correcteur (3) *de* commande universelle *et ce qui précède de* commande prédictive sans modèle[6].

2. On connaît assez bien un modèle de base, défini, par exemple, par (1). On remplace, alors, (1) par la *modélisation restreinte*, ou *incomplète*[7],

$$E(y, \dot{y}, \dots, y^{(a)}, u, \dot{u}, \dots, u^{(b)}) + G = 0$$

où G résume l'ensemble des facteurs inconnus[8]. Lorsque le sous-modèle connu, correspondant à $E = 0$, est plat ([26], [43], [51], [52], [56]), on adapte ce qui précède de manière à construire un *correcteur intelligent*, ou *i-correcteur*, qui élimine aussi les effets inconnus.

Le § II rappelle brièvement, grâce à l'algèbre différentielle, comment

- obtenir les équations différentielles du comportement entrée-sortie ;
- définir le déphasage, minimal ou non.

Le § III examine l'estimation des dérivées d'un signal bruité, déjà souvent utilisée (*cf.* [25]). On pose au § IV les principes essentiels de notre commande sans modèle. Plusieurs expérimentations numériques[9] pour des systèmes linéaires[10] ou non, monovariables ou non, sont menées[11] au § V. On aborde brièvement l'anti-emballement[12] au § V-D.2. On passe aux modèles restreints au § VI, qui traite deux exemples, dont l'un est à déphasage non minimal, question que nous ne savons pas résoudre si le modèle est complètement inconnu[13].

[4]On trouve déjà cette terminologie dans la littérature (voir, par exemple, [3]), mais avec d'autres sens.

[5]*Tuning*, en américain.

[6]La *commande prédictive* suppose dans sa version actuelle la connaissance d'un modèle mathématique, d'où sa dénomination américaine : *model-based predictive control*. Renvoyons à [27] et à [15], [16] pour une approche par platitude.

[7]Ayant rejeté plus haut la terminologie « boîte noire », on ne peut, ici, adopter celle de « boîte grise ».

[8]Toute modélisation mathématique, en ingénierie comme en physique, est incomplète. On traite, alors, le terme G comme une dynamique négligée, d'amplitude « faible ». Cette hypothèse n'est pas nécessaire, ici.

[9]Toutes ces expérimentations numériques seraient, bien entendu, impossibles sans modèles mathématiques donnés *a priori*.

[10]Comme le souligne la remarque 11, les critères mathématiques usuels de commande robuste deviennent sans objet.

[11]Tous les programmes, pour la commande sans modèle, ou à modèle restreint, sont disponibles auprès de l'un des auteurs (C.J.), à l'adresse électronique : `Cedric.Join@cran.uhp-nancy.fr`.

[12]*Anti-windup*, en américain.

[13]Cette question du déphasage non minimal est, sans doute, le point théorique le plus important laissé en suspens dans cet article. La commande des systèmes à déphasge minimal, y compris avec un modèle mal connu, est, par contre, trivialisée par notre travail.

Remarque 2 Connaître un modèle restreint, surtout s'il est plat (voir [26], [43], [51], [56]), facilite le calcul d'une sortie et d'une commande nominales en boucle ouverte. C'est ainsi que nous traitons le déphasage non minimal.

Les simulations numériques des § V-A et VI-B démontrent la supériorité de nos correcteurs par rapport aux PID classiques[14]. Diverses conséquences sont évoquées, au § VII, en guise de conclusion.

Remarque 3 Seul le § II est écrit dans un langage algébrique abstrus. Pour comprendre la suite, et, en particulier, les principes généraux de notre commande, il suffit d'admettre les représentations entrée-sortie (1)*et* (4)*, ainsi que les fondements de la platitude ([26], [43], [51], [56]).*

II. Représentation des systèmes non linéaires

A. Corps différentiels

Tous les corps sont de caractéristique nulle. Un *corps différentiel*[15] $\mathfrak{K}$ est un corps commutatif, muni d'une *dérivation* $\frac{d}{dt}$, c'est-à-dire une application $\mathfrak{K} \to \mathfrak{K}$ telle que, $\forall\ a, b \in \mathfrak{K}$,

- $\frac{d}{dt}(a+b) = \dot{a} + \dot{b}$,
- $\frac{d}{dt}(ab) = \dot{a}b + a\dot{b}$.

Une *constante* $c \in \mathfrak{K}$ est un élément tel que $\dot{c} = 0$. L'ensemble des constantes est le *sous-corps des constantes*.

Une *extension* de corps différentiels $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ consiste en la donnée de deux corps différentiels $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{L}$, telles que :

- $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{L}$,
- la dérivation de $\mathfrak{K}$ est la restriction à $\mathfrak{K}$ de celle de $\mathfrak{L}$.

Notons $\mathfrak{K}\langle S\rangle$, $S \subset \mathfrak{L}$, le sous-corps différentiel de $\mathfrak{L}$ engendré par $\mathfrak{K}$ et S. Supposons $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ finiment engendré, c'est-à-dire $\mathfrak{L} = \mathfrak{K}\langle S\rangle$, où S est fini. Un élément $\xi \in \mathfrak{L}$ est dit *différentiellement algébrique* par rapport à $\mathfrak{K}$ si, et seulement si, il satisfait une équation différentielle algébrique $P(\xi, \dots, \xi^{(n)}) = 0$, où P est un polynôme sur $\mathfrak{K}$ en $n+1$ indéterminées. L'extension $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ est dite *différentiellement algébrique* si, et seulement si, tout élément de $\mathfrak{L}$ de différentiellement algébrique par rapport à $\mathfrak{K}$. Le résultat suivant est important : $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ est différentiellement algébrique si, et seulement si, son degré de transcendance est fini.

Un élément de $\mathfrak{L}$ non différentiellement algébrique par rapport à $\mathfrak{K}$ est dit *différentiellement transcendant* par rapport à $\mathfrak{K}$. Une extension $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ non différentiellement algébrique est dit *différentiellement transcendante*. Un ensemble $\{\xi_\iota \in \mathfrak{L} \mid \iota \in \mathfrak{I}\}$ est dit *différentiellement algébriquement indépendant* par rapport à $\mathfrak{K}$ si, et seulement si, aucune relation différentielle non triviale par rapport à $\mathfrak{K}$ n'existe : $Q(\dots, \xi_\iota^{(\nu_\iota)}, \dots) = 0$, où Q est un polynôme sur $\mathfrak{K}$, implique $Q \equiv 0$. Deux ensembles maximaux d'éléments différentiellement algébriquement indépendants ont même cardinalité, c'est-à-dire même nombre d'éléments : c'est le *degré de transcendance différentiel* de l'extension

[14]Nous avons conscience des objections que peut susciter une telle comparaison, en raison de la littérature considérable sur les PID depuis l'article, souvent cité, de Ziegler & Nichols [66] (voir, par exemple, [2], [4], [8], [12], [17], [32], [36], [41], [42], [47], [55], [61], [62], [64], et leurs bibliographies) : on peut toujours invoquer la méconnaissance d'une méthode existante. Seuls le temps et l'effort de bien des ingénieurs permettront de confirmer notre point de vue.

[15]Voir [11], [40] pour plus de details et, en particulier, [11] pour des rappels sur les corps usuels, c'est-à-dire non différentiels.

e-STA copyright 2008 by SEE

$\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$. Un tel ensemble est une *base de transcendance différentielle*. Enfin, $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ est différentiellement algébrique si, et seulement si, son degré de transcendance différentielle est nulle.

B. Systèmes non linéaires

B.1 Définitions générales

Donnons-nous un corps différentiel de base k. Un *système*[16] est une extension différentiellement transcendante de $\mathcal{K}/k$, finiment engendrée. Soit m son degré de transcendance différentielle. Un ensemble de *commandes (independantes)* $\boldsymbol{u} = (u_1, \ldots, u_m)$ est une base de transcendance différentielle de $\mathcal{K}/k$. L'extension $\mathcal{K}/k\langle \boldsymbol{u}\rangle$ est donc différentiellement algébrique. Un ensemble de *sorties* $\boldsymbol{y} = (y_1, \ldots, y_p)$ est un sous-ensemble de $\mathcal{K}$.

Soit $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ une base de transcendance de $\mathcal{K}/k\langle \boldsymbol{u}\rangle$, de degré de transcendance n. Il en découle la représentation d'état généralisée :

$$\begin{aligned} A_\iota(\dot{x}_\iota, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \ldots, \boldsymbol{u}^{(\alpha)}) &= 0 \\ B_\kappa(y_\kappa, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \ldots, \boldsymbol{u}^{(\beta)}) &= 0 \end{aligned}$$

où A_ι, $\iota = 1, \ldots, n$, B_κ, $\kappa = 1, \ldots, p$, sont des polynômes sur k.

La représentation entrée-sortie suivante résulte du fait que $y_1, \ldots, y_p$ sont différentiellement algébriques par rapport à $k\langle \mathbf{u}\rangle$:

$$\Phi_j(\boldsymbol{y}, \ldots, \boldsymbol{y}^{(\bar{N}_j)}, \boldsymbol{u}, \ldots, \boldsymbol{u}^{(\bar{M}_j)}) = 0 \tag{4}$$

où Φ_j, $j = 1, \ldots, p$, est un polynôme sur k.

B.2 Inversion entrée-sortie

Venons-en à l'inversibilité entrée-sortie :

- Le système est dit *inversible à gauche* si, et seulement si, l'extension[17] $k\langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{y}\rangle / k\langle \boldsymbol{y}\rangle$ est différentiellement algébrique. C'est dire que l'on peut récupérer l'entrée à partir de la sortie grâce à un système différentiel. Alors, $m \leq p$.
- Il est dit *inversible à droite* si, et seulement si, le degré de transcendance différentielle de $k\langle \boldsymbol{y}\rangle / k$ vaut p. C'est dire que les sorties sont différentiellement algébriquement indépendantes par rapport à k. Alors, $p \leq m$.

Le système est dit *carré* si, et seulement si, $m = p$. Alors, inversibilités à gauche et à droite coïncident. On dit, si ces propriétés sont vérifiées, que le système est *inversible*.

B.3 Déphasage

Le corps de base k est désormais le corps $\mathbb{R}$ des réels. Supposons notre système inversible à gauche. Le comportement stable, ou non, de (4), considéré comme système d'équations différentielles en $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{y}$ étant donné, permet de définir le *déphasage*, *minimal* ou non (comparer avec [35]).

III. Dérivateurs numériques

Renvoyons à [25] pour plus de détails et de références. On trouve en [44] des compléments théoriques précieux pour la mise en pratique.

A. Principes généraux

A.1 Signaux polynômiaux

Réécrivons la fonction polynômiale de degré N

$$x_N(t) = \sum_{\nu=0}^{N} x^{(\nu)}(0) \frac{t^\nu}{\nu!}$$

où $t \geq 0$, selon les notations usuelles du calcul opérationnel (*cf.* [63]) :

$$X_N(s) = \sum_{\nu=0}^{N} \frac{x^{(\nu)}(0)}{s^{\nu+1}} \tag{5}$$

Utilisons $\frac{d}{ds}$, parfois appelé *dérivation algébrique*. Multiplions les deux membres de (5) par $\frac{d^\alpha}{ds^\alpha} s^{N+1}$, $\alpha = 0, 1, \ldots, N$. Les quantités $x^{(\nu)}(0)$, $\nu = 0, 1, \ldots, N$, qui satisfont le système triangulaire d'équations linéaires, à éléments diagonaux non nuls,

$$\frac{d^\alpha s^{N+1} X_N}{ds^\alpha} = \frac{d^\alpha}{ds^\alpha} \left(\sum_{\nu=0}^{N} x^{(\nu)}(0) s^{N-\nu} \right) \tag{6}$$

sont *linéairement identifiables* [30], [31]. On élimine les dérivées temporelles $s^\mu \frac{d^\iota X_N}{ds^\iota}$, $\mu = 1, \ldots, N$, $0 \leq \iota \leq N$, en multipliant les deux membres de (6) par $s^{-\bar{N}}$, $\bar{N} > N$.

Remarque 4 On revient au domaine temporel en utilisant la correspondance entre $\frac{d^\alpha}{ds^\alpha}$ et la multiplication par $(-t)^\alpha$ (cf. [63]).

A.2 Signaux analytiques

Un signal est dit *analytique* si, et seulement si, son dévelppement de Taylor est convergent. On se ramène à ce qui précède en tronquant ce développement.

B. Bruits

Les *bruits*, que l'on considère comme des fluctuations rapides, sont atténués par des filtres passe-bas, dont les intégrales itérées sont un exemple élémentaire[18].

IV. Bases de la commande sans modèle

Il est, bien entendu, impossible de fournir ici un catalogue complet pour la mise en œuvre[19]. De nombreuses applications devraient conduire, nous l'espérons, à des manuels d'utilisation, accessibles à tous les ingénieurs.

A. Modélisation locale

1. On suppose le système inversible à gauche. Si le nombre de sorties est strictement supérieur à celui des entrées, c'est-à-dire $p \gneqq m$, on choisit m sorties pour obtenir un système carré inversible. Si, comme il est loisible de le supposer, ce sont les m premières sorties, on généralise (2), en posant :

$$\begin{aligned} y_1^{(n_1)} &= F_1 + \alpha_{1,1} u_1 + \cdots + \alpha_{1,m} u_m \\ &\cdots \\ y_p^{(n_p)} &= F_m + \alpha_{m,1} u_1 + \cdots + \alpha_{p,m} u_m \end{aligned} \tag{7}$$

[16] Voir, aussi, [13], [14], [25], [26], qui fournissent des références supplémentaires sur l'emploi de l'algèbre différentielle en automatique non linéaire.

[17] Cette extension $k\langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{y}\rangle / k\langle \boldsymbol{y}\rangle$ est appelée *dynamique résiduelle*, ou *dynamique des zéros* (commparer avec [35]).

[18] Voir [19] pour un théorie mathématique précise, basée sur l'analyse non standard.

[19] C'est aussi valable pour la commande à modèle restreint, étudiée au § VI.

où
- $n_j \geq 1$, $j = 1, \ldots, p$, et, le plus souvent, $n_j = 1$, ou 2 ;
- $\alpha_{j,i} \in \mathbb{R}$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, p$, sont des paramètres constants *non physiques*, choisis par le praticien de sorte que les $\alpha_{j,i}u_i$ et les F_j aient même ordre de grandeur.

2. La valeur numérique de F_j, égale à $y_j^{(n_j)} - \alpha_{j,1}u_1 - \cdots - \alpha_{j,m}u_m$ est obtenue, de façon à éviter toute boucle algébrique, grâce à l'échantillonnage

$$F_j(\kappa) = [y_j^{(n_j)}(\kappa)]_e - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{j,i}u_i(\kappa - 1)$$

où $[\bullet(\kappa)]_e$ **désigne l'estimée à l'instant** κ.

3. Le choix de trajectoires de référence pour les y_j se fait de façon analogue à celle adoptée en commande par platitude (voir [26], [43], [51], [56]).

Remarque 5 Pour éviter des boucles algébriques, il faut, en (4)*, que*

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial y_j^{(n_j)}} \not\equiv 0, \qquad j = 1, \ldots, p$$

On en déduit

$$n_j \leq \bar{N}_j$$

Des instabilités numériques peuvent apparaître si $\frac{\partial \Phi_j}{\partial y_j^{(n_j)}}$ *est proche de zéro*[20]*.*

Remarque 6 Avec des systèmes à déphasage non minimal, nos procédures peuvent conduire à des valeurs divergentes des u_j *pour* t *grand, et, donc, à des valeurs numériquement inadmissibles des* F_j*. Nos techniques ne s'appliquent pas, en l'état actuel, au déphasage non minimal.*

Remarque 7 Comme l'on ignore les équations (1) *et* (4)*, les vérifications exigées par les deux remarques précédentes doivent être faites expérimentalement dans le domaine de fonctionnement de la machine.*

B. Correcteurs

Pour simplifier l'écriture, restreignons-nous aux systèmes monovariables[21]. Si $\nu = 2$ en (2), le correcteur PID intelligent a été défini par (3). Si $\nu = 1$ en (2), on remplace (3) par le *correcteur PI intelligent*, oi *i-PI*,

$$u = -\frac{F}{\alpha} + \frac{\dot{y}^*}{\alpha} + K_P e + K_I \int e \tag{8}$$

Remarque 8 Nous n'avons jamais dû prendre jusqu'à présent $\nu \gneqq 2$ *en* (2)*. On étendrait aisément, si nécessaire, les correcteurs propotionnels-intégraux généralisés, ou GPI, de [28] aux* correcteurs proportionnels-intégraux généralisés intelligents*, ou* i-GPI.

[20] Ces phénomènes, qui pourraient entraîner des difficultés de mise au point de la commande sans modèle, n'apparaissent ni dans les exemples ci-dessous, ni dans ceux, plus concrets, étudiés en [33], [37]. Aussi formulons-nous l'hypothèse qu'ils sont rares en pratique.

[21] La généralisation au multivariable est immédiate. Voir § V-C.

Remarque 9 Il peut être profitable, pour améliorer les performances, de remplacer en (3) *ou en* (8) *le terme* $K_I \int e$ *par une somme finie d'intégrales itérées*

$$K_{I_1} \int e + K_{I_2} \int \int e + \cdots + K_{I_\Lambda} \int \ldots \int e$$

où
- $\int \ldots \int e$ *désigne l'intégrale itérée d'ordre* Λ*,*
- *les* K_{I_λ}*,* $\lambda = 1, \ldots, \Lambda$*, sont des gains.*

On obtient, si $K_{I_\Lambda} \neq 0$*, un* PI$^\Lambda$D *ou un* PI$^\Lambda$ intelligent*, soit, en abrégé, un* i-PI$^\Lambda$D *ou un* i-PI$^\Lambda$*.*

Détaillons quelques avantages par rapport aux correcteurs PID classiques :
- Aucun besoin d'une procédure d'identification car toute l'information structurelle est contenue dans le terme F de (2), qui est éliminé en (3).
- La trajectoire de référence, choisie comme pour la commande par platitude ([26], [43], [51], [52], [56]), est beaucoup plus flexible que les trajectoires utilisées, en général, dans l'industrie. On évite ainsi, dans une large mesure, les dépassements[22], si dommageables en pratique.

V. Exemples de commande sans modèle[23]

A. Un système linéaire monovariable stable

Soit le système linéaire stable, de fonction de transfert

$$\frac{(s+2)^2}{(s+1)^3} \tag{9}$$

A.1 Un correcteur PID classique

On applique la méthode bien connue de Broïda (*cf.* [17]) en approchant (9) par le système à retard

$$\frac{Ke^{-\tau s}}{(Ts+1)}$$

On détermine $K = 4$, $T = 2.018$, $\tau = 0.2424$ par des méthodes graphiques. On en déduit (*cf.* [17]) les coefficients du PID : $K_P = \frac{100(0.4\tau+T)}{120K\tau} = 1.8181$, $K_I = \frac{1}{1.33K\tau} = 0.7754$, $K_D = \frac{0.35T}{K} = 0.1766$.

A.2 i-PI.

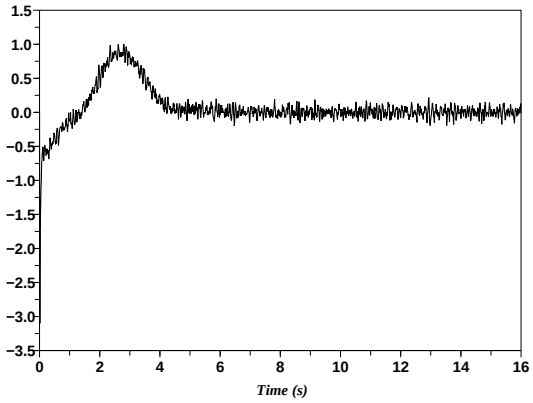
On utilise $\dot{y} = F + u$. Soit l'i-PI

$$u = -[F]_e + \dot{y}^\star + \mathrm{PI}(e)$$

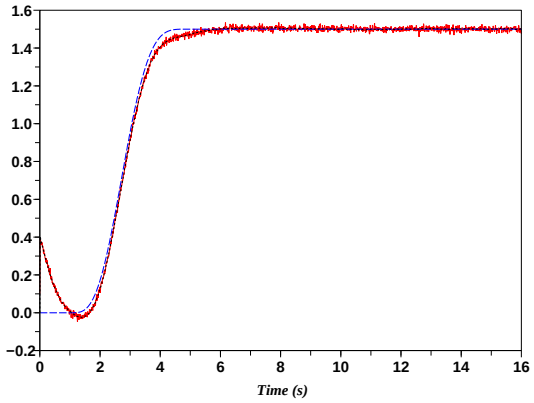
où
- $[F]_e = [\dot{y}]_e - u$,
- $y^\star$ est une trajectoire de référence,
- $e = y - y^\star$,
- PI(e) est un PI usuel.

[22] *Overshoots*, en américain.

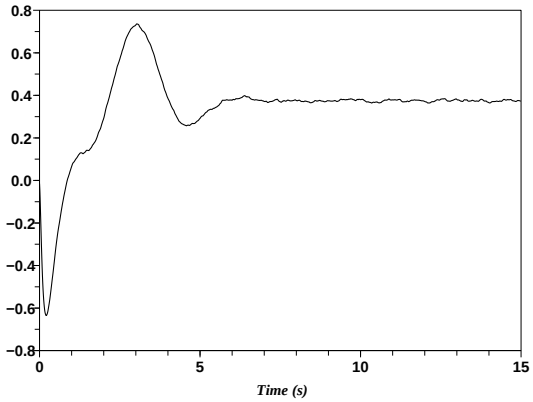
[23] On ajoute un bruit additif, blanc, gaussien et centré, de variance 0.01, afin de tester la robustesse de toutes les simulations numériques de ce travail. On utilise un filtre passe-bas usuel avec un PID standard, et les principes du § III-B avec un i-PID.



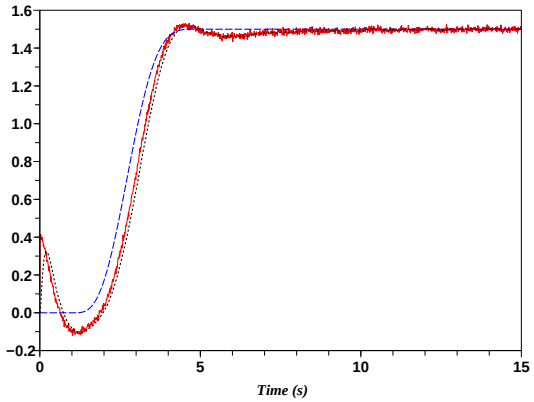
(a) Commande i-PI



(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Commande PID



(d) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 1: Système linéaire monovariable stable

figure

A.3 Simulations numériques

La figure 1 montre que le comportement de l'i-PI est légèrement meilleur que celui du PID classique. En tenant compte du vieillissement et d'une panne, la situation devient très favorable à l'i-PID :

- La figure 2 montre la nette supériorité de l'i-PID si le vieillissement se traduit par un pôle non plus égal à 1, mais à 1.5, et si l'on ne recommence pas l'identification graphique précédente.
- Il en va de même, comme on le voit sur la figure 3, avec une défaillance de l'actionneur, se traduisant par une perte de puissance de 50%.

Remarque 10 Nul besoin d'après cet exemple, que l'on pourrait multiplier à l'infini, d'introduire des systèmes à retard de type

$$T(s)e^{-Ls}, \qquad T \in \mathbb{R}(s),\ L \geq 0 \tag{10}$$

si courant dans le réglage des PID classiques, en dépit de leur identification délicate. Rappelons que

- *la structure et la commande des systèmes de type* (10) *ont été étudiés en [29],*
- *leur identification, selon des techniques issues, elles aussi, de [30], [31], a été entreprise en [5], [6], [7], [48], [53].*

Remarque 11 Cet exemple démontre que les critères mathématiques usuels de commande robuste deviennent sans objet. Il est clair que cette robustesse dépend avant tout des conditions d'utilisation pratique :

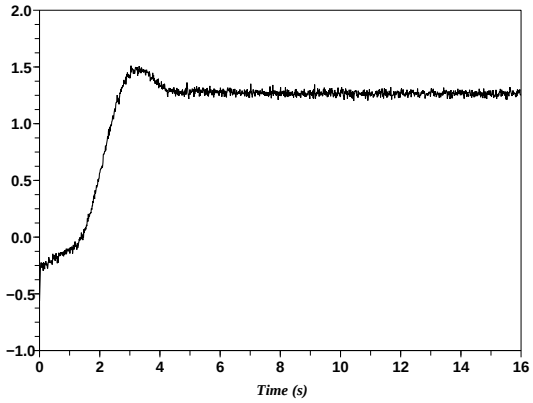
- *qualité des capteurs et, donc, des mesures, plus ou moins brouillées par des bruits divers,*
- *cadence d'échantillonnage*[24]*,*
- *puissance du calculateur numérique embarqué.*

Établir un cadre théorique rigoureux pour ces notions semble un défi. Ajoutons, néanmoins, que la commande sans modèle nous ramène toujours, ici, à un intégrateur, simple ou double, pour lequel les méthodes fréquentielles classiques (voir, par exemple, [4], [32], [41]) gardent un possible intérêt.

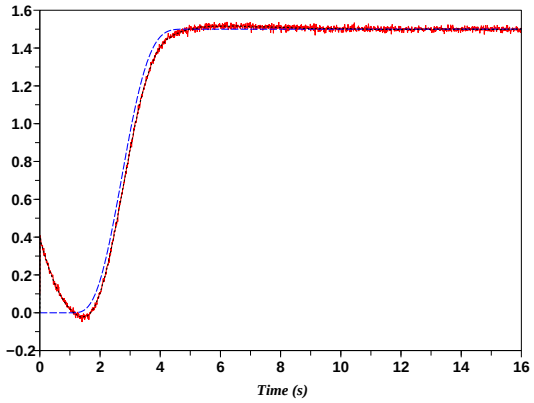
Remarque 12 Cet exemple démontre aussi que l'i-PID prend naturellement en compte certaines pannes, sans avoir recours à une théorie du diagnostic[25]*.*

[24] Voir le § VII-B.

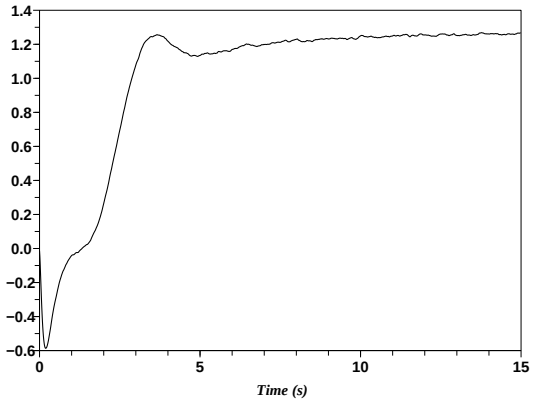
[25] Voir [22], [25] pour une théorie du diagnostic avec modèles connus, aux incertitudes paramétriques près.



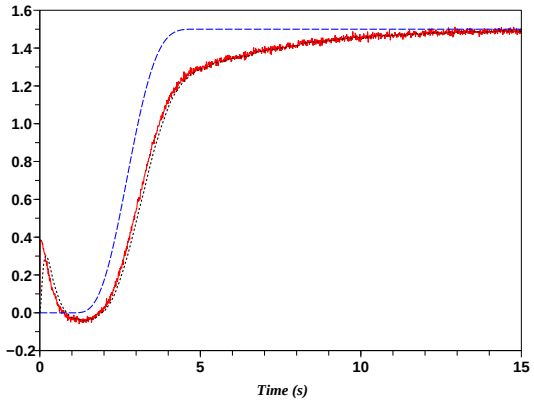
(a) Commande i-PI



(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Commande PID



(d) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 2: Système linéaire monovariable stable, modifié figure

B. Un système linéaire monovariable à large spectre

Pour le système de fonction de transfert, à large spectre,

$$\frac{s^5}{(s+1)(s+0.1)(s+0.01)(s-0.05)(s-0.5)(s-5)}$$

on utilise (2) sous la forme $\dot{y} = F + u$. Un correcteur de type i-PI assure la stabilisation autour de la trajectoire de référence. La figure 4 montre une poursuite presque parfaite de cette trajectoire.

C. Un système linéaire multivariable

Pour le système de matrice de transfert

$$\begin{pmatrix} \frac{s^3}{(s+0.01)(s+0.1)(s-1)s} & 0 \\ \frac{s+1}{(s+0.003)(s-0.03)(s+0.3)(s+3)} & \frac{s^2}{(s+0.004)(s+0.04)(s-0.4)(s+4)} \end{pmatrix}$$

on utilise, après quelques essais, (7) sous la forme découplée :

$$\dot{y}_1 = F_1 + 10u_1 \qquad \dot{y}_2 = F_2 + 10u_2$$

La stabilisation autour d'une trajectoire de référence (y_1^*, y_2^*) est assurée par l'i-PID multivariable :

$$\begin{aligned} u_1 &= \tfrac{1}{10}\left(\dot{y}_1^* - F_1 + K_{P1}e_1 + K_{I1}\textstyle\int e_1 + K_{D1}\dot{e}_1\right) \\ u_2 &= \tfrac{1}{10}\left(\ddot{y}_2^* - F_2 + K_{P2}e_2 + K_{I2}\textstyle\int e_2 + K_{D2}\dot{e}_2\right) \end{aligned}$$

où

- $e_1 = y_1^* - y_1$, $e_2 = y_2^* - y_2$;
- $K_{P1} = 1$, $K_{I1} = K_{D1} = 0$, $K_{P2} = K_{I2} = 50$, $K_{D2} = 10$.

Les performances reportées sur les figures 5 et 6 sont excellentes. A titre indicatif, le résultat pour une commande obtenue en posant $F_1 = F_2 = 0$ est présenté figure 6-(b) : il faut comparer les figures 6-(a) et 6-(b).

Remarque 13 La commande de systèmes tels ceux des § V-B et V-C est souvent abordée par réduction de modèle *(voir, par exemple, [1], [46]).*

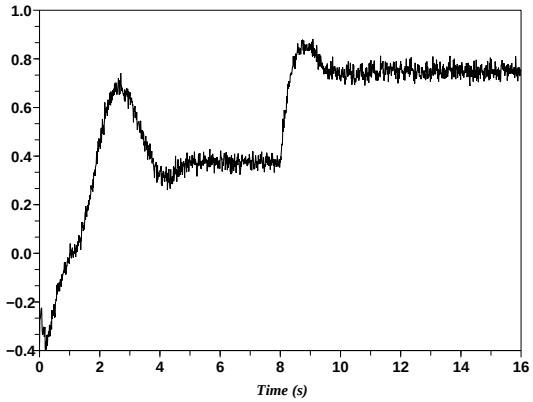
D. Un système non linéaire monovariable et instable

D.1 i-PID

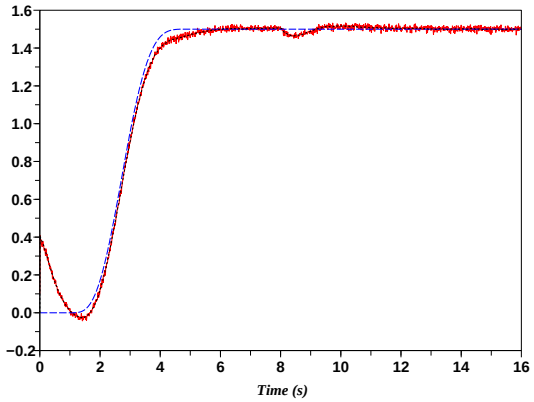
Pour le le système non linéaire $\dot{y} - y = u^3$, on utilise (2) sous la forme $\dot{y} = F + u$. La stabilisation autour de la trajectoire de référence y^* est assurée par l'i-PI

$$u = -F + \dot{y}^\star + K_P e + K_I \int e \qquad (11)$$

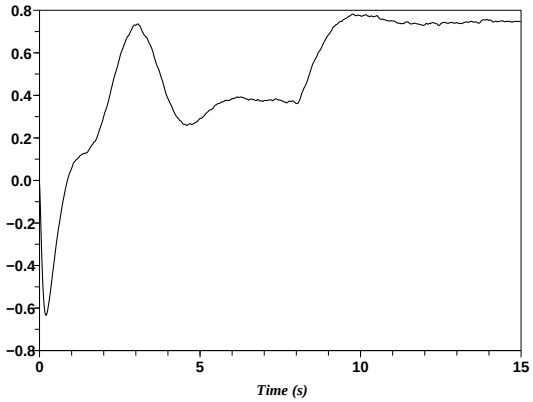
On a choisi $K_P = -2$ et $K_I = -1$. Les simulations de la figure 7 sont excellentes.



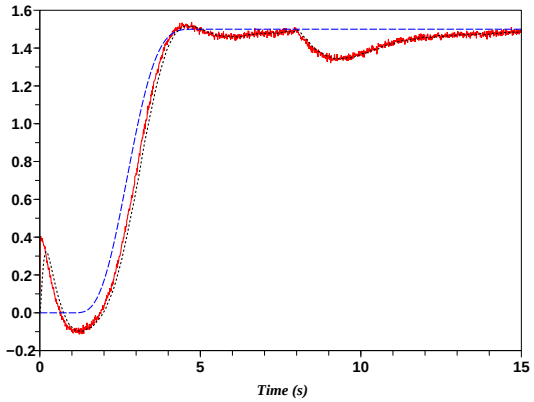
(a) Commande i-PI



(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Commande PID



(d) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 3: Système linéaire monovariable stable, avec défaillance de l'actionneur

figure

D.2 Anti-emballement

La commande u doit maintenant vérifier $-2 \leq u \leq 0.4$. D'après la figure 8 les performances sont médiocres si l'on n'adjoint pas d'anti-emballement à la partie classique de l'i-PI. Notre anti-emballement est élémentaire[26] : dès saturation de la commande, on fixe l'intégrale $\int e$ de (11) à la valeur atteinte. La figure 9 montre, alors, que l'actionneur est sous-dimensionné[27].

E. La bille sur la barre

La bille sur la barre de la figure 10, en américain *ball and beam*, sont commandées par l'angle $u = \theta$ et vérifient[28] $\ddot{y} = B y \dot{u}^2 - BG \sin u$. Comme ce système, qui n'est pas linéarisable par bouclage statique, est non plat (*cf.* [26], [43], [51], [52], [56]), il est difficile à piloter[29].

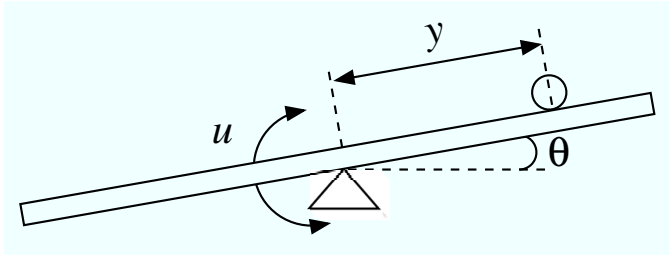


Fig. 10: La bille sur la barre

figure

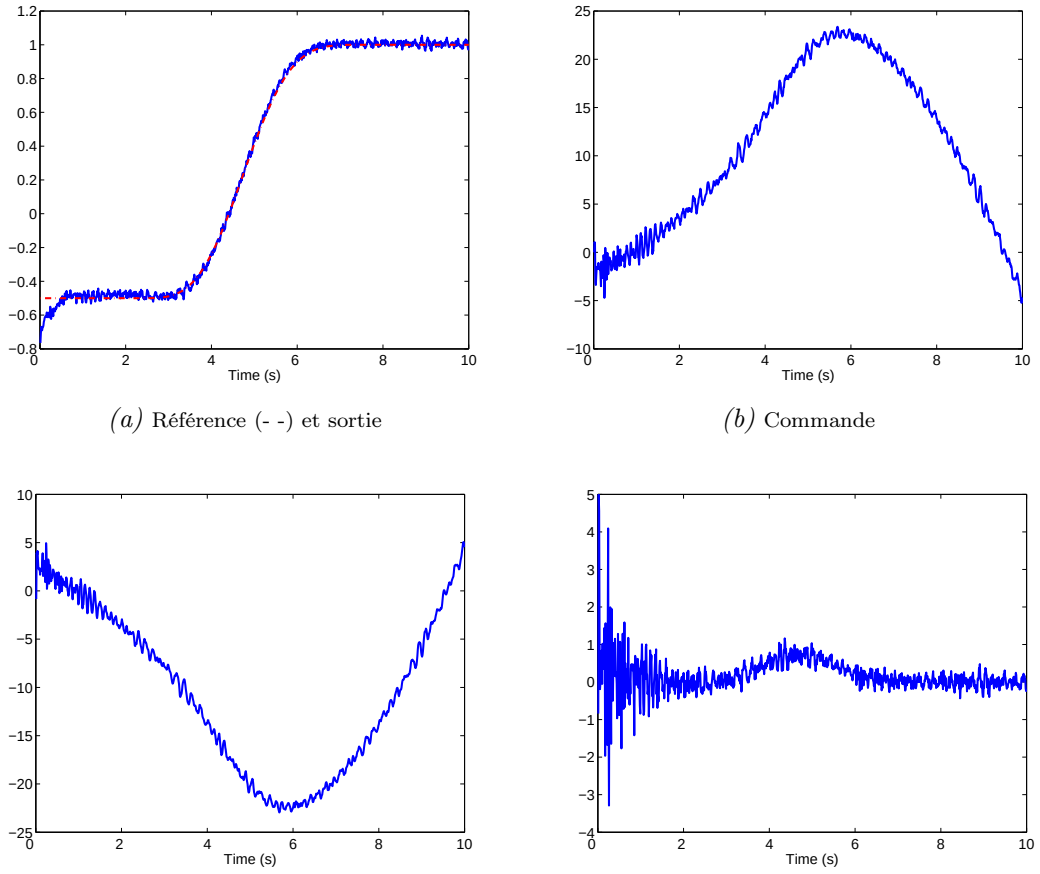
Nous avons choisi, selon (2), $\ddot{y} = F + 100u$. Afin de satisfaire au mieux des conditions expérimentales, la commande est saturée de manière à satisfaire $-\pi/3 < u < \pi/3$ et $-\pi < \dot{u} < \pi$. Pour deux types de trajectoires (polynômes de Bézier et fonction sinusoïdale : figures 11 et 12), le comportement du système en terme de suivi est très bon. On utilise un i-PID. Les figures 11-(b), 12-(b), 11-(c), 12-(c) présentent respectivement les commandes et les estimations de F dans le cas sans bruit. Les performances de poursuites de trajectoires sont à comparer avec celles obtenues dans le cas de signaux entachés de bruits (figures 11-(d) et 12-(d)).

[26] C'est un sujet classique auquel la plupart des traités sur les PID consacrent des développements plus ou mloins longs. Mentionnons [9], [34], [50].

[27] Il faudrait, selon les enseignements de la platitude ([26], [43], [51], [52], [56]), modifier la trajectoire de référence.

[28] Dans l'équation suivante apparaît la fonction sinus qui n'est pas différentiellement algèbrique et ne satisfait donc pas à la théorie présentée au § II. Cette difficulté est facilement contournée en utilisant $\mathrm{tg}\frac{u}{2}$ (*cf.* [26]).

[29] Une abondante littérature lui a été consacrée (voir, par exemple, [18], [39], [54] pour des techniques d'automatique non linéaire, et [65] pour des réseaux de neurones).



(a) Référence (- -) et sortie

(b) Commande

(c) Estimation de F

(d) Estimation de $\dot{y}$

Fig. 4: Système linéaire monovariable à large spectre

figure

F. Les trois cuves

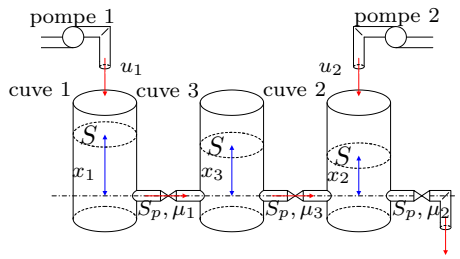


Fig. 13: Les trois cuves

figure

Le système des trois cuves de la figure 13, très populaire en diagnostic[30], vérifie les équations :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = & -C_1 \text{sign}(x_1 - x_3)\sqrt{|x_1 - x_3|} + u_1/S \\ \dot{x}_2 = & C_3 \text{sign}(x_3 - x_2)\sqrt{|x_3 - x_2|} \\ & -C_2 \text{sign}(x_2)\sqrt{|x_2|} + u_2/S \\ \dot{x}_3 = & C_1 \text{sign}(x_1 - x_3)\sqrt{|x_1 - x_3|} \\ & -C_3 \text{sign}(x_3 - x_2)\sqrt{|x_3 - x_2|} \\ y_1 = & x_1 \\ y_2 = & x_2 \\ y_3 = & x_3 \end{cases}$$

où

$C_n = (1/S).\mu_n.S_p\sqrt{2g}, n = 1, 2, 3$;
$S = 0.0154\ m$ (section des cuves) ;
$Sp = 5.10^{-5}\ m$ (section des tuyaux inter-cuves) ;
$g = 9.81\ m.s^{-2}$ (accélération de la pesanteur) ;
$\mu_1 = \mu_3 = 0.5$, $\mu_2 = 0.675$ (coefficients de viscosité).

Selon les recommandations du § IV-A, on construit (7), découplé comme au § V-C : $\dot{y}_i = F_i + 200u_i$, $i = 1, 2$. La figure

[30] Renvoyons à [23] pour plus de détails et quelques références bibliographiques. Que l'on nous permette de rappeler que [23] propose, sans doute pour la première fois, le diagnostic, la commande et la reconfiguration d'un système non linéaire à paramètres incertains. Voir [25] pour un exposé récent, plus complet.

14-(a) fournit le suivi de trajectoires. L'estimation des dérivées (figure 14-(b)) est excellente en dépit du bruit additif de mesure. L'utilisation, comme souvent en pratique, d'une commande bloquée ne dégrade pas les performances. Les commandes nominales (figure 14-(c)) sont assez proches de celles que nous aurions calculées en utilisant la platitude (voir [23]). Elles sont complétées par des i-PI

$$u_i = \frac{1}{200}\left(\dot{y}_i^* - F_i + 10e_i + 2.10^{-2}\int e_i\right) \quad i = 1, 2$$

où y_i^* est la trajectoire de référence, $e_i = y_i^* - y_i$. Pour évaluer e_i nous utilisons y_i débruité (voir figure 14-(d)) selon les techniques du § III.

VI. Commande à modèle restreint

A. Bases

A.1 Platitude

On suppose le système (4) carré, c'est-à-dire $m = p$, plat ([26], [43], [51], [52], [56]), de sortie plate $\boldsymbol{y} = (y_1, \ldots, y_m)$, c'est-à-dire $\bar{M}_j = 0$, $j = 1, \ldots, m$. Il vient, localement,

$$u_j = \Psi_j(\boldsymbol{y}, \ldots, \boldsymbol{y}^{(\bar{N}_j)}), \quad j = 1, \ldots, m \tag{12}$$

Choisissons, selon les prescriptions de la platitude, une trajectoire de référence $\boldsymbol{y}^\star$ à laquelle correspond la commande en boucle ouverte $\boldsymbol{u}^\star$, définie par (4)-(12). Soit $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^\star$ l'erreur de poursuite. Supposons l'existence d'un correcteur $\boldsymbol{u}_{\text{feedback}}(\boldsymbol{e})$ tel que

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^\star + \boldsymbol{u}_{\text{feedback}}(\boldsymbol{e}) \tag{13}$$

stabilise autour de la référence.

A.2 Correcteurs intelligents

On remplace (4) par

$$\Phi_j(\boldsymbol{y}, \ldots, \boldsymbol{y}^{(\bar{N}_j)}, \boldsymbol{u}, \ldots, \boldsymbol{u}^{(\bar{M}_j)}) + G_j = 0 \tag{14}$$

où les G_j, $j = 1, \ldots, m$, résument les effets non modélisés. Alors, (12) devient

$$u_j = \Psi_j(\boldsymbol{y}, \ldots, \boldsymbol{y}^{(\bar{N}_j)}) + H_j, \quad j = 1, \ldots, m \tag{15}$$

où les H_j diffèrent, en général, des G_j. Grâce à (15), les H_j sont estimés comme le sont, en [25], les pannes et les perurbations inconnues. Reprenons $\boldsymbol{y}^\star$ et $\boldsymbol{u}^\star$ tels qu'ils sont définis plus haut. Le *correcteur intelligent*, ou *i-correcteur*, défini, à partir de (13), par

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^\star + \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_m \end{pmatrix} + \boldsymbol{u}_{\text{feedback}}(\boldsymbol{e})$$

stabilise autour de la référence.

Remarque 14 Il est toujours loisible de se ramener à un i-PID, même si le système restreint n'est pas linéaire d'ordre 2, en éliminant convenablement les Ψ_j de (15).

B. Frottements et non-linéarités

Une masse ponctuelle m, fixée à l'extrémité d'un ressort de longueur y, obéit à l'équation

$$m\ddot{y} = -\mathcal{K}(y) + \mathcal{F}(\dot{y}) - d\dot{y} + F_{\text{ext}} \tag{16}$$

où

- $F_{\text{ext}} = u$ est la commande ;
- d est l'amortissement,
- $\mathcal{K}(y) = k_1 y + k_3 y^3$ est la force de rappel, avec une non-linéarité cubique de type Duffing ;
- $\mathcal{F}(\dot{y})$ est le frottement.

On suppose connu $m = 0.5$; $k_1 = 3$ l'est avec une erreur de 33%, puisque l'on utilise $\hat{k}_1 = 2$; d et k_3, inconnus, valent 5 et 10 dans les simulations numériques. Quant au frottement[31], nous avons choisi, pour les simulations, le modèle bien connu de Tustin [58], dont la représentation en la figure 15-(a) fait ressortir le caractère « violent » lors d'un changement de signe de la vitesse.

B.1 Un PID classique

On règle le PID à partir du modèle partiel, connu, $m\ddot{y} = -\hat{k}_1 y + u$. On détermine ses coefficients pour que tous les pôles soient égales à -3 : $K_P = -\hat{k}_1 + 27m$, $K_I = -27m$, $K_D = 9m$.

B.2 i-PID

Donnons-nous, selon les prescriptions de la platitude, une trajectoire de référence $y^\star$. Posons

$$u^\star = m\ddot{y}^\star + \hat{k}_1 y^\star$$

L'i-PID est, alors,

$$F_{\text{ext}} = u = u^\star - [\mathcal{G}]_e + \text{PID}(e) \tag{17}$$

où

- $\mathcal{G} = \mathcal{F}(\dot{y}) - (k_1 - \hat{k}_1)y - k_3 y^3 - d\dot{y}$ qui regroupe l'ensemble des effets ignorés (amortissement, frottement, non-linéarité) qu'il est tout à fait inutile d'isoler pour la commande, est estimé grâce à

  $$[\mathcal{G}]_e = m[\ddot{y}]_e + \hat{k}[y]_e - F_{\text{ext}}$$

  déduit de (16) ($[y]_e$ et $[\ddot{y}]_e$ désignent la sortie et sa dérivée seconde débruitées – voir figures 15-(d,f)) ;
- le correcteur PID(e), $e = y - y^\star$, est choisi tel que -3 soit un pôle triple.

B.3 Simulations numériques

Les performances de l'i-PID (17), reportées dans les figures 15-(c,d), sont excellentes. La comparaison avec les figures

- 15-(e,f), où l'on utilise
  - la platitude, pour déterminer trajectoire et commande nominales,
  - un PID classique, ignorant les effets inconnus ;
- 15-(g,h), où l'on utilise un PID classique, sans platitude, ignorant les effets inconnus ;

est éloquente. L'avantage de l'i-PID croît avec le frottement.

[31] Sans insister sur la complexité bien connue de la tribologie. on se contente, ici, de citer deux études récentes, [49] et [45], reliées à l'automatique. Notre approche évite toute tentative de modélisation.

C. Déphasage non minimal

Soit le système linéaire de fonction de transfert

$$\frac{s-a}{s^2-(b+c)s+bc}$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$ sont respectivement le zéro et les deux pôles. Il est à déphasage non minimal si $a > 0$. La représentation d'état commandable et observable

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (b+c)x_2 - bcx_1 + u \\ y = x_2 - ax_1 \end{cases} \tag{18}$$

démontre que $z = x_1$ est une sortie plate. Ce n'est donc pas la sortie mesurée, comme supposée au § VI-A.1. Les modifications à apporter sont exposés au § suivant.

C.1 Commande du modèle exact

À une sortie plate nominale[32], c'est-à-dire donnée, $z^\star$ correspondent une commande nominale

$$u^\star = \ddot{z}^\star - (b+c)\dot{z}^\star + bcz^\star$$

et une sortie nominale

$$y^\star = \dot{z}^\star - az^\star \tag{19}$$

Introduisons le correcteur *GPI* [28], c'est-à-dire un PID généralisé,

$$\begin{array}{rl} u = & u^\star + \gamma \int (u-u^\star) + K_P(y-y^\star) \\ & + K_I \int (y-y^\star) + K_{II} \iint (y-y^\star) \end{array} \tag{20}$$

où les coefficients $\gamma, K_P, K_I, K_{II} \in \mathbb{R}$ sont choisis de manière à stabiliser la dynamique d'erreur $e = z - z^\star$. Les figures 16-(a) et (b), avec déphasage non minimal et dynamique instable, où $a = 1$, $b = -1$, $c = -0.5$, attestent d'excellentes performances, même avec du bruit. On trouve la trajectoire nominale $y^\star$ dans les figures 16-(c) et (d) : on obtient $z^\star$ en intégrant (19) en sens rétrograde.

C.2 Effets non modélisés

Réécrivons la deuxième ligne de (18) sous la forme

$$\dot{x}_2 = (b+c)x_2 - bcx_1 + u + \varpi$$

où ϖ représente des effets non modélisés, comme une défaillance d'actionneur ou un frottement. La commande nominale $u^\star$ du § VI-C.1 est remplacée par

$$u^\star_{\text{pert}} = u^\star - [\varpi]_e$$

où $[\varpi]_e$ est l'estimée de ϖ fournie par

$$[\varpi]_e = -\left(\frac{[\ddot{y}]_e - (b+c)[\dot{y}]_e + bc[y]_e - [\dot{u}]_e}{a} + u \right)$$

avec

$$\begin{array}{rl} [\dot{u}]_e = & \dot{u}^\star + \gamma(u-u^\star) + K_P([\dot{y}]_e - \dot{y}^\star) \\ & + K_I([y]_e - y^\star) + K_{II} \int ([y]_e - y^\star) \end{array}$$

[32] Ce § reprend des développements de [27], [28], afin de faciliter la lecture du § VI-C.2.

déduit de (20).

Commençons par les figures 17 et 18, où $\varpi = -0.5$, $a = 1$, $b = -1$, $c = -0.5$. Les graphiques 17-(b), sans changement de commande nominale, et 17-(e), avec changement de commande nominale, démontrent la supériorité de notre approche, même avec du bruit. Le changement de commande nominale est illustré en la figure 17-(d) : l'estimation de la perturbation 17-(c) permet le passage de $u^\star$ ((- -) à $u^\star_{\text{pert}}$ ((. .)). Les résultats de la figure 18 sont comparables : $z^\star$ y est obtenu en intégrant (19) en sens rétrograde, ce qui permet plus de souplesse, grâce à l'utilisation, par exemple, de courbes de Bézier (voir les figures 18-(b) et (e)).

Pour la figure 19, ϖ n'est plus supposé constant, mais égal à $-0.1\dot{y}$. On pose, pour les simulations, $a = 2$, $b = -1$ $c = 1$. Le graphique 19-(b) démontre une grosse influence sur la poursuite effectuée sans estimer ϖ, malgré une amplitude faible. En estimant ϖ, on arrive à d'excellents résultats (voir figure 19-(e)), même avec du bruit.

VII. Conclusion

A. PID et i-PID

De Larminat écrit à la page 25 de l'excellent traité [41] :
« Les PID présentent un avantage irremplaçable : leur mise au point peut être effectuée par des personnels (ingénieurs ou techniciens) qui peuvent tout ignorer de l'automatique ou des mathématiques, jusqu'au concept d'intégrale. »
Il poursuit à la page 48 :
« La standardisation et la lisibilité des PID sont telles que l'architecte d'un contrôle-commande ne voudra les abandonner qu'en dernier recours. ... En limite d'optimalité des PID, un gain de performances, obtenus par des méthodes plus raffinés, ne sera-t-il pas payé au prix fort par une moindre facilité de réglage ? Ou par la nécessité de recourir à un personnel plus qualifié pour la conception ? Ou par des difficultés ultérieures de révision et de maintenance ? »

Les résultats déjà obtenus à propos de nos PID intelligents font espérer qu'ils auront les mêmes avantages, avec des performances très supérieures dans un champ d'applications industrielles encore bien plus vaste. En effet,

- le réglage des coefficients de l'i-PID est facile puisqu'il
  - élimine la partie inconnue,
  - réduit la commande à celle d'un intégrateur, ici simple ou double ;
- les techniques d'identification pour la mise en œuvre, aujourd'hui, des PID, souvent imprécises, lourdes et malcommodes, deviennent obsolètes.

Empressons-nous d'ajouter que pour parvenir à une commande efficace il faudra, évidemment, avoir une vue claire des possibilités de la machine.

B. Échantillonnage

Il existe des situations concrètes où l'on ne peut atteindre les cadences d'échantillonnage indispensables pour les capteurs logiciels du § III fournissant la dérivation numérique. De prochaines études aborderont ce point crucial.

C. Modéliser ou non ?

La commande sans modèle, ou à modèle restreint, nous semble mettre en cause les principes mêmes de toute modélisation mathématique en science appliquée, du moins lorsqu'on désire commande une machine : la partie mal connue, non nécessairement « petite », comme on le supposait jusqu'à maintenant, est écartée. La modélisation obéirait-elle, ainsi, à des nécessités différentes, voire antagonistes, selon que le système est piloté, ou non ? Ce sont des questions « épistémologiques », nouvelles semble-t-il, qu'il faudra débattre.

Remerciements. Les auteurs expriment leur reconnaissance à O. Gibaru (INRIA-ALIEN – École des Arts & Métiers ParisTech, Lille), à H. Mounier (IEF (CNRS - Université Paris-Sud)) et à W. Perruquetti (INRIA-ALIEN – LAGIS (CNRS - École Centrale de Lille)) pour des conversations utiles. Ces mêmes auteurs, n'en déplaise aux esprits chagrins et autres pisse-froid, n'auraient pu mener cette recherche sans le soutien, irremplaçable et bienveillant, d'innombrables cigarillos et cigarettes. Grâce soit rendue à Monsieur Nicot !

Références

[1] A.C. Antoulas, *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*, SIAM, 2005.

[2] K.J. Åström, T. Hägglund, *Advanced PID Control*, Instrument Soc. Amer., 2006.

[3] K.J. Åström, C.C. Hang, P. Persson, W.K. Ho, « Towards intelligent PID control », *Automatica*, t. 28, p. 1-9, 1992.

[4] K.J. Åström, R.M. Murray, *Feedback Systems*: *An Introduction for Scientists and Engineers*, Princeton University Press, 2008.

[5] L. Belkoura, J.-P. Richard, M. Fliess, « On-line identification of systems with delayed inputs », *Proc. 17th Symp. Math. Theory Networks Systems (MTNS 2006)*, Kyoto, 2006. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00068435/fr/`.

[6] L. Belkoura, J.-P. Richard, M. Fliess, « Real time identification of delay systems », *Proc. 7th IFAC Workshop Time-Delay Systems (TDS 2007)*, Nantes, 2007. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00159773/fr/`.

[7] L. Belkoura, J.-P. Richard, M. Fliess, « Parameters estimation of systems with delayed and structered entries », *Automatica*, à paraître. Bientôt accessible sur `http://hal.inria.fr`.

[8] A. Besançon-Voda, S. Gentil, « Régulateurs PID analogiques et numériques », *Techniques de l'Ingénieur*, R7416, 1999.

[9] C. Bohn, D.P. Atherton, « An analysis package comparing PID anti-windup strategies », *IEEE Control Syst. Magaz.*, t. 15, p. 34-40, 1995.

[10] R. Bourdais, M. Fliess, C. Join, W. Perruquetti, « Towards a model-free output tracking of switched nonlinear systems », *Proc. 7th IFAC Symp. Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2007)*, Pretoria, 2007. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00147702/fr/`.

[11] A. Chambert-Loir, *Algèbre corporelle*, Éditions École Polytechnique, 2005. Traduction anglaise : *A Field Guide to Algebra*, Springer, 2005.

[12] A. Datta, M.T. Ho, S.P. Bhattacharyya, *Structure and Synthesis of PID Controllers*, Springer, 2000.

[13] E. Delaleau, « Algèbre différentielle », *in* J.-P. Richard (Ed) : *Mathématiques pour les systèmes dynamiques*, t. 2, chap. 6, p. 245-268, Hermès, 2002.

[14] E. Delaleau, « Classical electrical engineering questions in the light of Fliess's differential algebraic framework of non-linear control systems », *Int. J. Control*, t. 81, p. 380-395, 2008.

[15] E. Delaleau, V. Hagenmeyer, « La commande prédictive non linéaire fondée sur la platitude différentielle », *in* P. Boucher, D. Dumur (Eds.) : *La commande prédictive : avancées et perspectives*, p. 197-228, Hermès, 2006.

[16] E. Delaleau, V. Hagenmeyer, « Continuous-time non-linear flatness-based predictive control: an exact feedforward linearization with an induction drive example », *Int. J. Control*, 2008.

[17] D., Dindeleux, *Technique de la regulation industrielle*, Eyrolles, 1981.

[18] I. Fantoni, R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*, Springer, 2002.

[19] M. Fliess, « Analyse non standard du bruit », *C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I*, t. 342, p. 797-802, 2006.

[20] M. Fliess, C. Join, « Intelligent PID controllers », *Proc. 16th Medit. Conf. Control Automat.*, Ajaccio, 2008. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00273279/fr/`.

[21] M. Fliess, C. Join, M. Mboup, H. Sira-Ramírez, « Vers une commande multivariable sans modèle », *Actes Conf. Francoph. Automat. (CIFA 2006)*, Bordeaux, 2006. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00001139/fr/`.

[22] M. Fliess, C. Join, H. Sira-Ramírez, « Residual generation for linear fault diagnosis: an algebraic setting with examples », *Int. J. Control*, t. 77, p. 1223-1242, 2004.

[23] M. Fliess, C. Join, H. Sira-Ramírez, « Closed-loop fault-tolerant control for uncertain nonlinear systems », *in* T. Meurer, K. Graichen, E.D. Gilles (Eds.) : *Control and Observer Design for Nonlinear Finite and Infinite Dimensional Systems*, Lect. Notes Control Informat. Sci., vol. 322, p. 217-233, Springer, 2005.

[24] M. Fliess, C. Join, H. Sira-Ramírez, « Complex continuous nonlinear systems: their black box identification and their control », *Proc. 14th IFAC Symp. System Identif. (SYSID 2006)*, Newcastle, Australie, 2006. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00000824/fr/`.

[25] M. Fliess, C. Join, H. Sira-Ramírez, « Non-linear estimation is easy », *Int. J. Modelling Identification Control*, t. 3, 2008. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00158855/fr/`.

e-STA copyright 2008 by SEE

[26] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, P. Rouchon, « Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples », *Int. J. Control*, t. 61, p. 1327-1361, 1995.

[27] M. Fliess, R. Marquez, « Continuous-time linear predictive control and flatness: a module-theoretic setting with examples », *Int. J. Control*, t. 73, p. 606-623, 2000.

[28] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau et H. Sira-Ramírez, « Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés », *ESAIM Control Optim. Calc. Variat.*, t. 7, p. 23-41, 2002.

[29] M. Fliess, R. Marquez, H. Mounier, « An extension of predictive control, PID regulators and Smith predictors to some delay systems », *Int. J. Control*, t. 75, p. 728-743, 2002.

[30] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, « An algebraic framework for linear identification », *ESAIM Control Optim. Calc. Variat.*, t. 9, p. 151-168, 2003.

[31] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, « Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques », *in* H. Garnier, L. Wang (Eds.): *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*, p. 363-391, Springer, 2008.

[32] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 4^{th} ed., Prentice Hall, 2002.

[33] P.-A. Gédouin, C. Join, E. Delaleau, J.-M. Bourgeot, S.A. Chirani, S. Calloch, « Model-free control of shape memory alloys antagonistic actuators », *Proc. 17^{th} IFAC World Congress (WIFAC-2008)*, Seoul, 2008. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00261891/fr/`.

[34] P. Hippe, *Windup in Control - Its Effects and Their Prevention*, Springer, 2006.

[35] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems II*, Springer, 1999.

[36] M.A. Johnson, M.H. Moradi (Eds.), *PID Control : New Identification and Design Methods*, Springer, 2005.

[37] C. Join, J. Masse, M. Fliess, « Étude préliminaire d'une commande sans modèle pour papillon de moteur », *J. europ. syst. automat.*, t. 42, p. 337-354, 2008.

[38] G. Kerschen, K. Worden, A.F. Vakakis, J.-C. Golinval, « Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics », *Mech. Systems Signal Process.*, t. 20, p. 505-592, 2006.

[39] J. Hauser, S. Sastry, P. Kokotović, « Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example », *IEEE Trans. Automat. Control*, t. 37, p. 392-398, 1992.

[40] E.R. Kolchin, *Differential Algebra and Algebraic Groups*, Academic Press, 1973.

[41] P. de Larminat, *Automatique appliquée*, Hermès, 2007.

[42] D. Lequesne, *Régulation P.I.D. : analogique - numérique - floue*, Hermès, 2006.

[43] P. Martin, P Rouchon, « Systèmes plats de dimension finie », *in* F. Lamnabhi-Lagarrigue, P. Rouchon (Eds.) : *Commandes non linéaires*, chap. 3, p. 114-167, Hermès, 2003.

[44] M. Mboup, C. Join, M. Fliess, « A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control », *Proc. 15^{th} Mediterrean Conf. Control Automation (MED'2007)*, Athènes, 2007. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00142588/fr/`.

[45] W. Nuninger, W. Perruquetti, J.-P. Richard, « Bilan et enjeux des modèles de frottements : tribologie et contrôle au service de la sécurité des transports », *Actes 5^{e} Journées Europ. Freinage (JEF'2006)*, Lille, 2006. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00192425/fr/`.

[46] G. Obinata, B.D.O. Anderson, *Model Reduction for Control Systems*, Springer, 2001.

[47] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, 2^{nd} ed., Imperial College Press, 2006.

[48] F. Ollivier, S. Moutaouakil, B. Sadik, « Une méthode d'identification pour un système linéaire à retards », *C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I*, t. 344, p. 709-714, 2007.

[49] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, P. Lischinsky, « Friction models and friction compensation », *Europ. J. Control*, t. 4, p.176-195, 1998.

[50] Y. Peng, D. Vrancic, R. Hanus, « Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer transfer techniques for PID controllers », *IEEE Control Syst. Magaz.*, t. 16, p. 48-57, 1996.

[51] F. Rotella, I. Zambettakis, « Commande des systèmes par platitude », *Techniques de l'ingénieur*, S7450, 2007.

[52] J. Rudolph, *Beiträge zur flacheitsbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Syteme endlicher und undendlicher Dimension*, Shaker Verlag, 2003.

[53] J. Rudolph, F. Woittennek, « Ein algebraischer Zugang zur Parameteridentifkation in linearen unendlichdimensionalen Systemen », *at–Automatisierungstechnik*, t. 55, p. 457-467, 2007.

[54] S. Sastry, *Nonlinear Systems*, Springer, 1999.

[55] F.G. Shinskey, *Process Control Systems - Application, Design, and Tuning*, 4^{th} ed., McGraw-Hill, 1996.

[56] H. Sira-Ramírez, S. Agrawal, *Differentially Flat Systems*, Marcel Dekker, 2004.

[57] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Delyon, P.-Y. Glorennec, H. Hjalmarsson, A. Juditsky, « Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview », *Automatica*, t. 31, p. 1691-1724, 1995.

[58] A. Tustin, « The effect of backlash and of speed dependent friction on the stability of closed-cycle control systems », *J. Instit. Elec. Eng.*, t. 94, p. 143-151, 1947.

[59] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, S. Choi, M. Fliess, H. Mounier, « Robust stop-and-go control strategy: an algebraic approach for nonlinear estimation and control », *Int. J. Vehicle Autonomous Systems*, à paraître. Bientôt accessible sur `http://hal.inria.fr`.

[60] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, H. Mounier, « Estimation of longitudinal and lateral vehicle velocities: an algebraic approach », *Proc. Amer. Control Conf. (ACC-2008)*, Seattle, 2008. Accessible sur `http://hal.inria.fr/inria-00263844/fr/`.

[61] A. Visioli, *Practical PID Control*, Springer, 2006.

[62] Q.-J. Wang, 2. Ye, W.-J. Cai, C.-C. Hang, *PID Control for Multivariable Processes*, Springer, 2008.

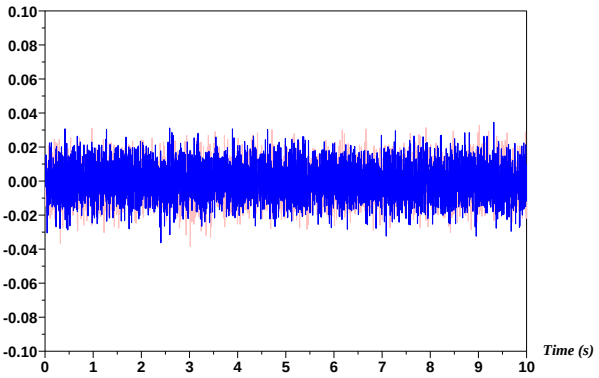
[63] K. Yosida, *Operational Calculus*: *A Theory of Hyperfunctions*, Springer, 1984 (translated from the Japanese).

[64] C.C. Yu, *Autotuning of PID Controllers*, Springer, 1999.

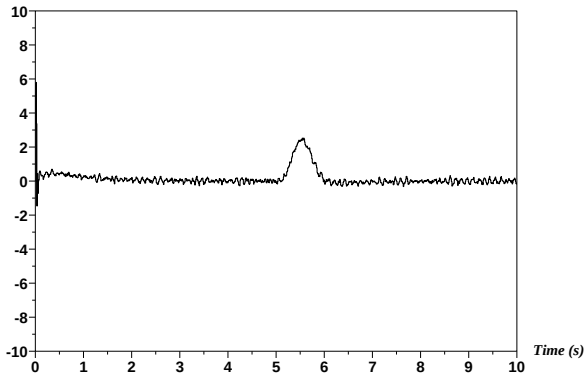
[65] Y. Zhang, D. Jiang, J. Wang , « A recurrent neural network for solving Sylvester equation with time-varying coefficients », *IEEE Trans. Neural Networks*, t. 13, p. 1053-1063, 2002.

[66] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, « Optimum settings for automatic controllers », *Trans. ASME*, t. 64, p. 759-768, 1942.

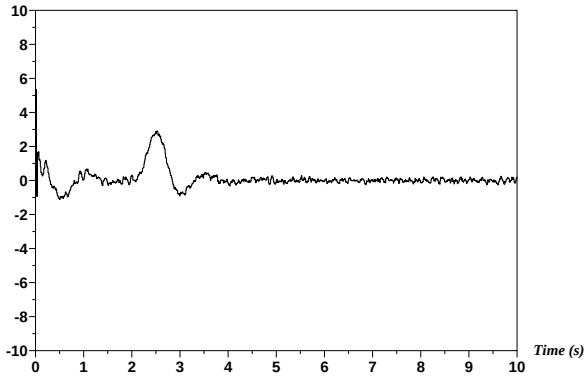
e-STA copyright 2008 by SEE



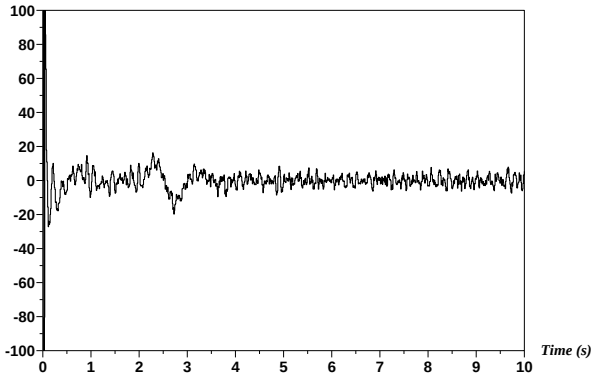
(a) Bruits de sortie



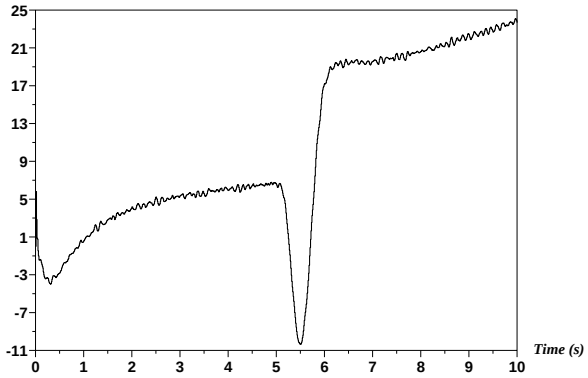
(b) Estimation de $\dot{y}_1$



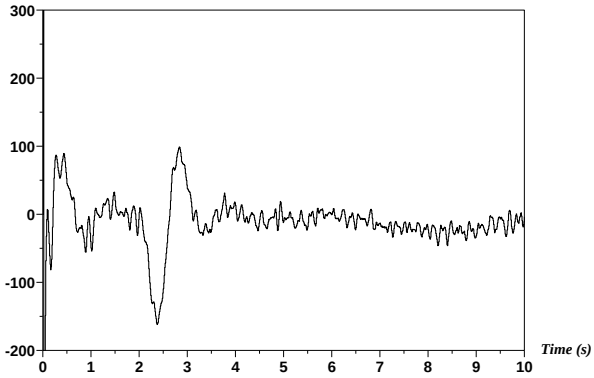
(c) Estimation de $\dot{y}_2$



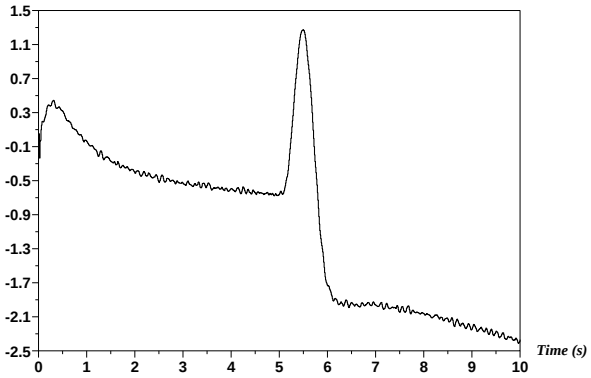
(d) Estimation de $\ddot{y}_2$



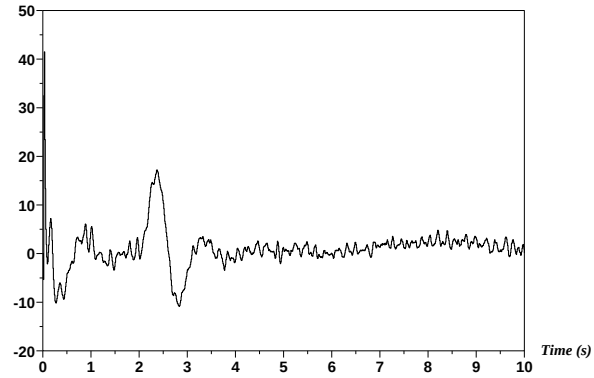
(e) Estimation de F_1



(f) Estimation de F_2

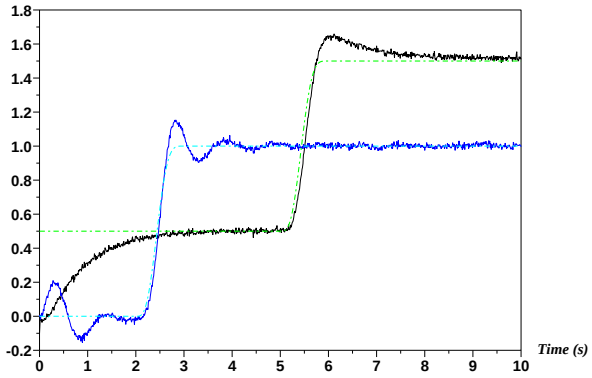


(g) Commande u_1

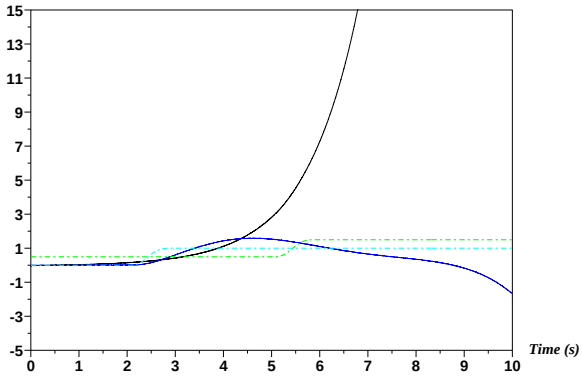


(h) Commande u_2

Fig. 5: Système linéaire multivariable



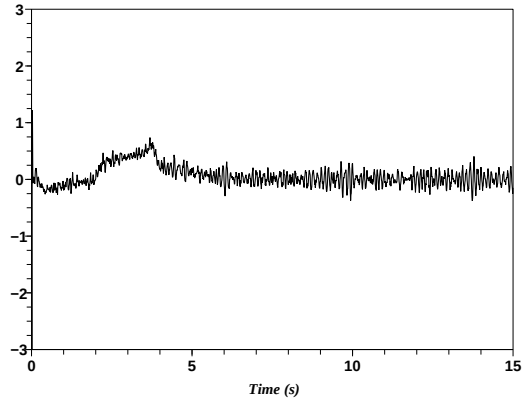
(a) i-PID : références (- -) et sorties



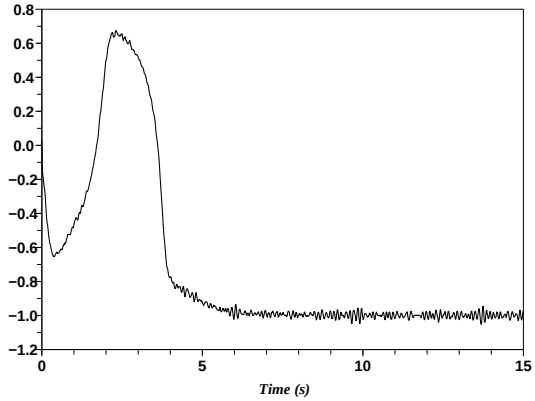
(b) PID : références (- -) et sorties

Fig. 6: Système linéaire multivariable

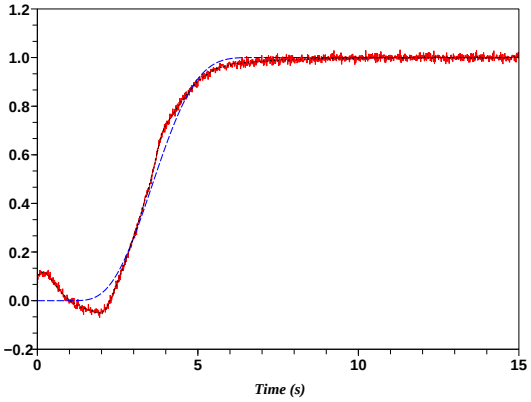
figure



(a) Estimation de $\dot{y}$



(b) Commande

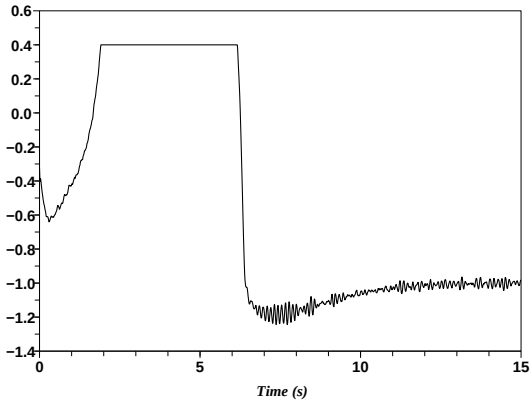


(c) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

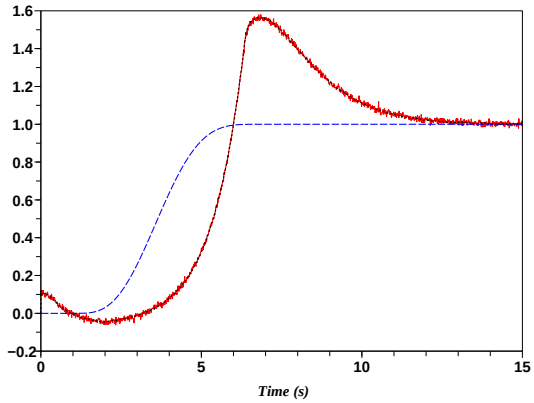
Fig. 7: Système non linéaire monovariable instable

figure

e-STA copyright 2008 by SEE
Volume 5, N°4, pp 1-23



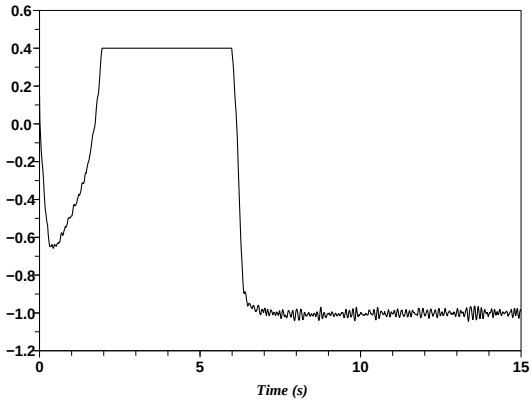
(a) Commande



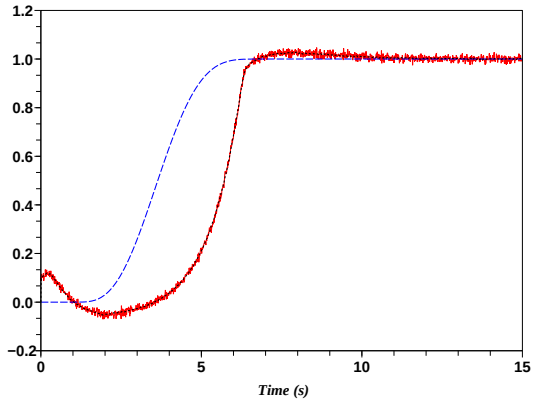
(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 8: Système non linéaire instable : commande saturée sans anti-emballement

figure



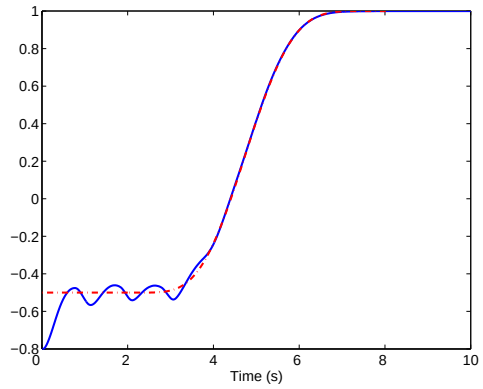
(a) Commande



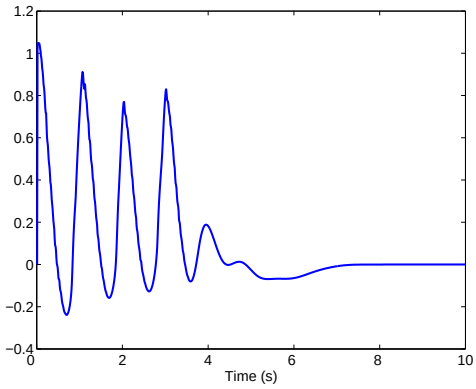
(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 9: Système non linéaire instable : commande saturée avec anti-emballement

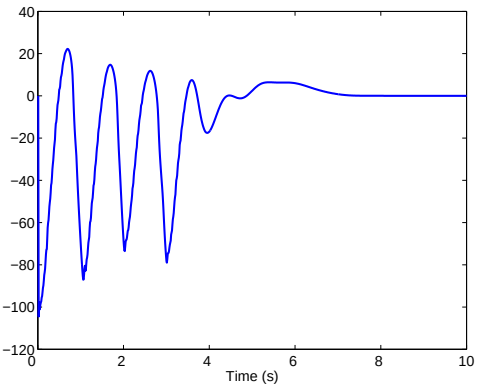
figure



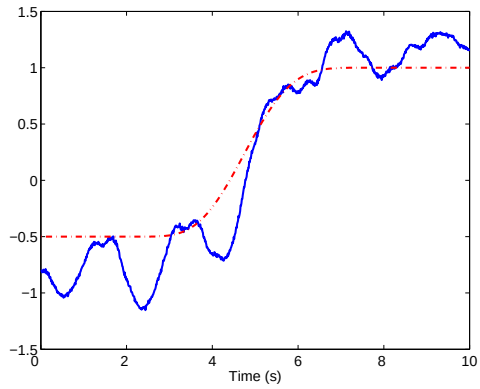
(a) Référence (- -) et sortie



(b) Commande



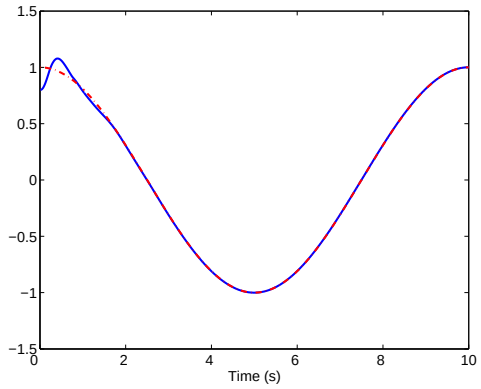
(c) Estimation de F



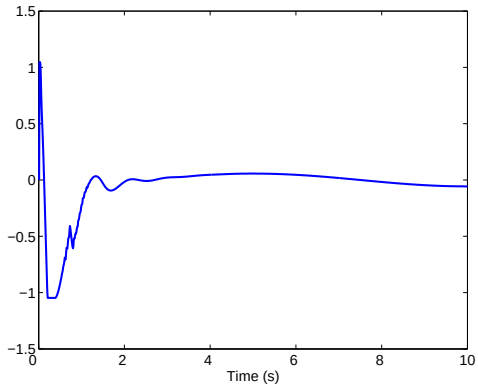
(d) Référence (- -) ; sortie pour la cas bruité

Fig. 11: Trajectoire polynomiale pour la bille sur la barre

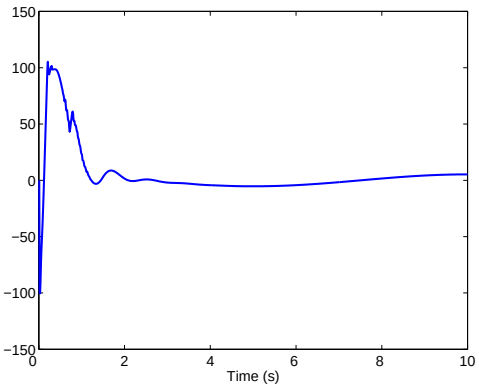
figure



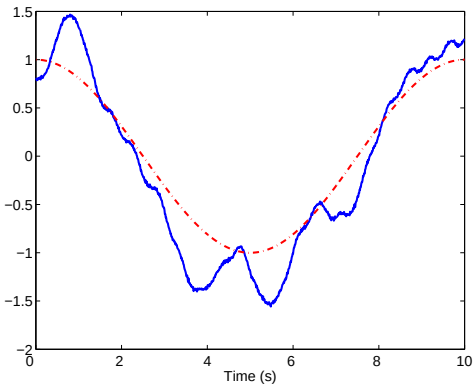
(a) Référence (- -) ; sortie



(b) Commande



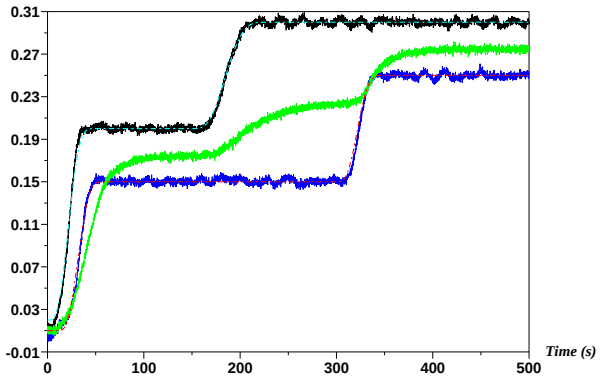
(c) Estimation de F



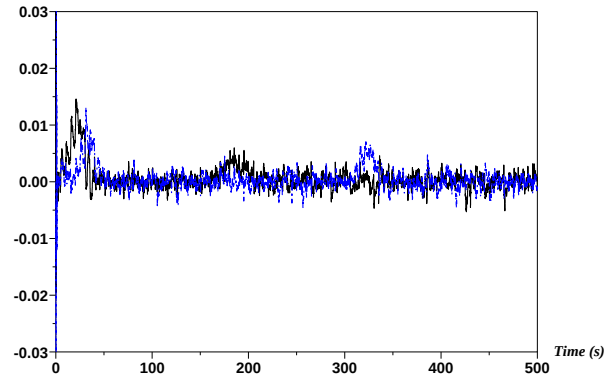
(d) Référence (- -) ; sortie pour la cas bruité

Fig. 12: Trajectoire sinusoïdale pour la bille sur la barre

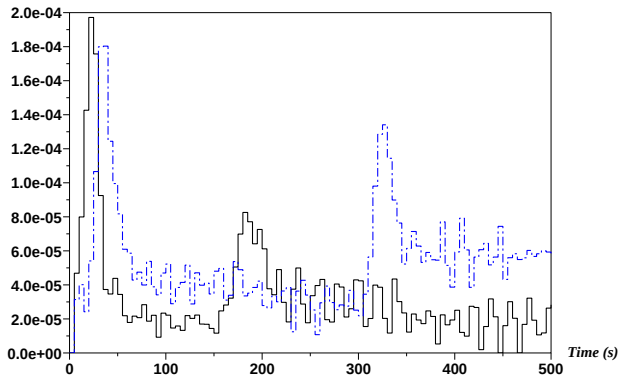
figure



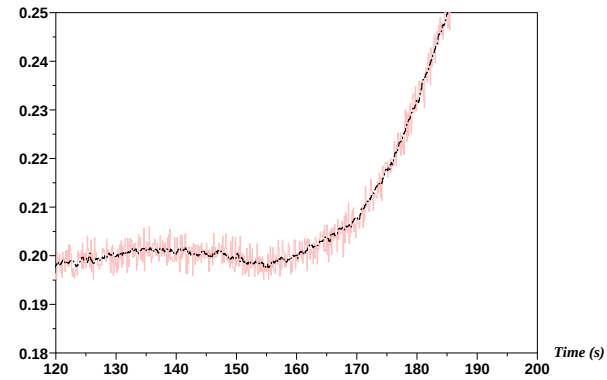
(a) Références (- -) ; sorties



(b) Estimation des dérivées $\dot{y}_1$ (-) et $\dot{y}_2$ (- -), décalé de 0.02



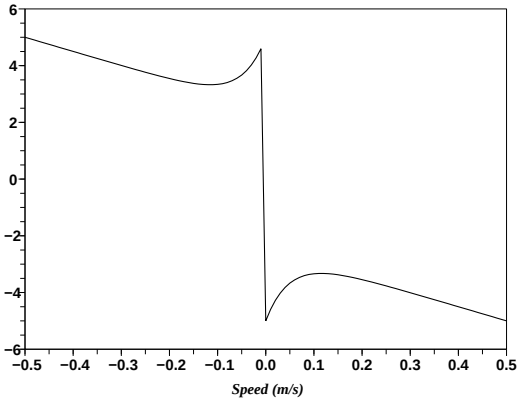
(c) Commandes u_1 (-) et u_2 (- -)



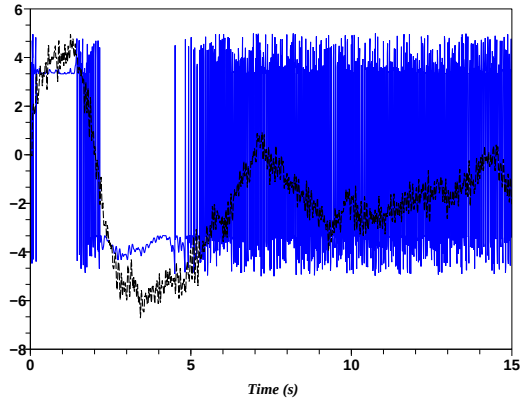
(d) Gros plan sur le débruitage

Fig. 14: Simulations pour les trois cuves

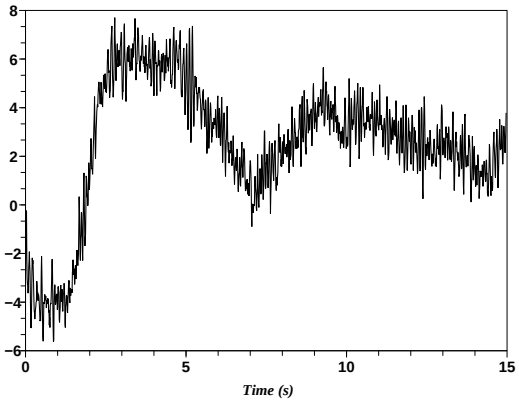
figure



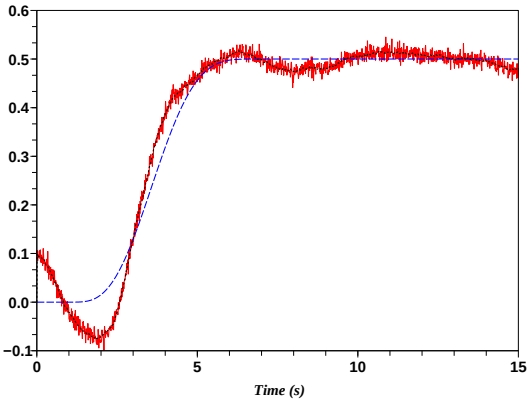
(a) Loi du frottement



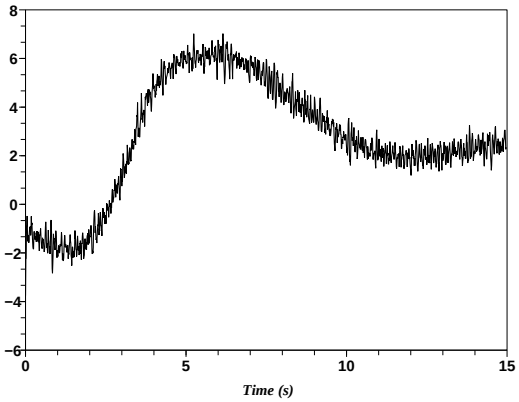
(b) Frottement $\mathcal{F}(\dot{y})$ (–) ; Estimation de l'ensemble $[\mathcal{G}(\dot{y})]_e$ des effets inconnus (- -)



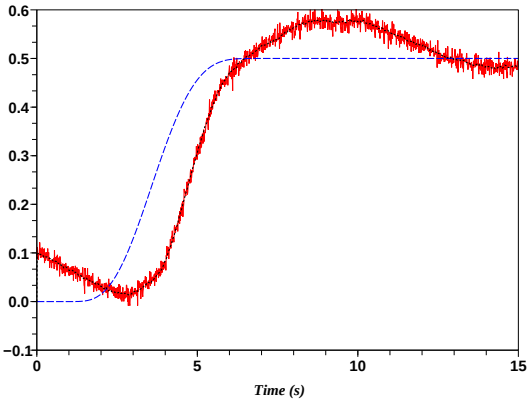
(c) Commande i-PID



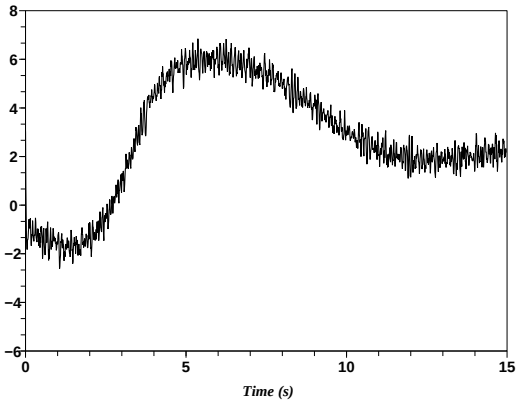
(d) i-PID : sortie (–), référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



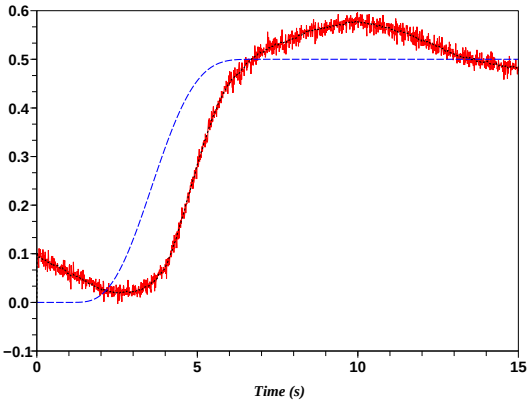
(e) Commande par platitude + PID classique



(f) Platitude + PID classique : sortie (–), référence (- -), sortie débruitée (. .)



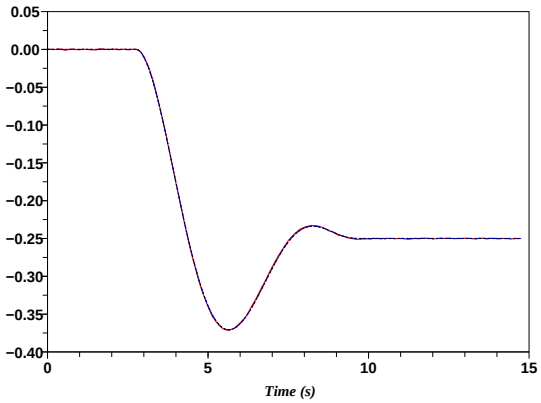
(g) Commande PID sans platitude



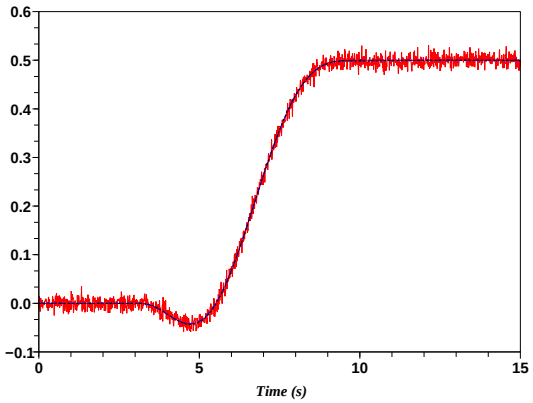
(h) PID sans platitude : sortie (–), référence (- -), sortie débruitée (. .)

Fig. 15: Ressort avec non-linéarité, frottement et amortissement inconnus

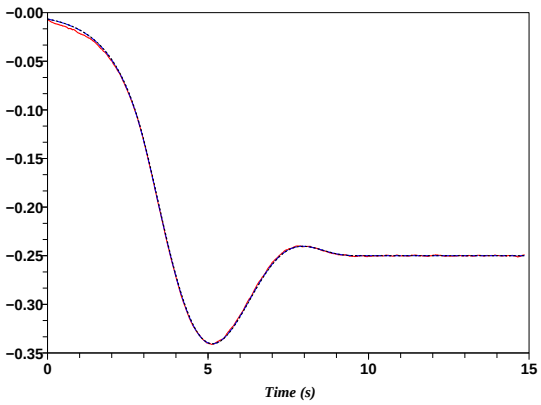
figure



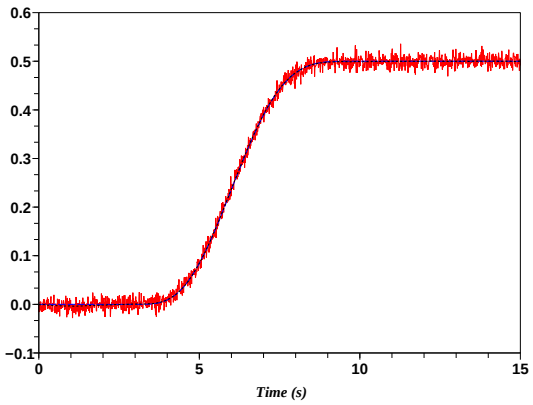
(a) u (–) ; $u^\star$ (- -)



(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



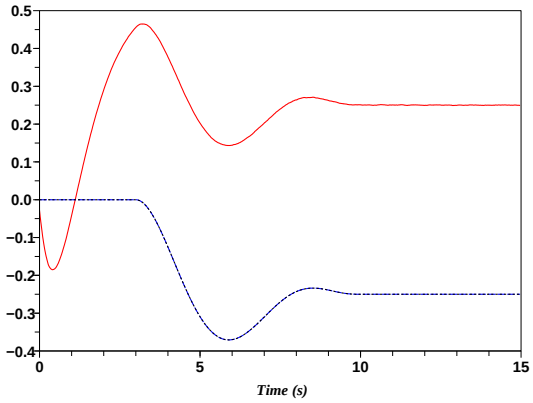
(c) u (–) ; $u^\star$ (- -)



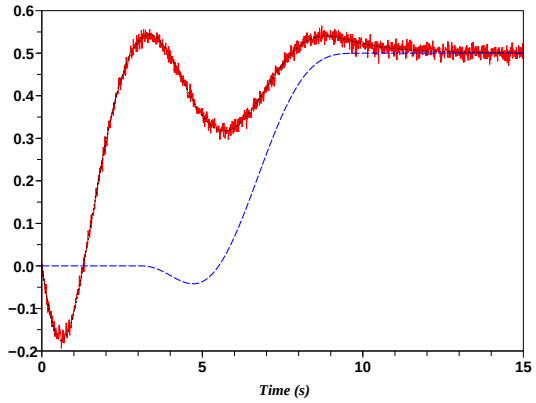
(d) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 16: Système à déphasage non minimal

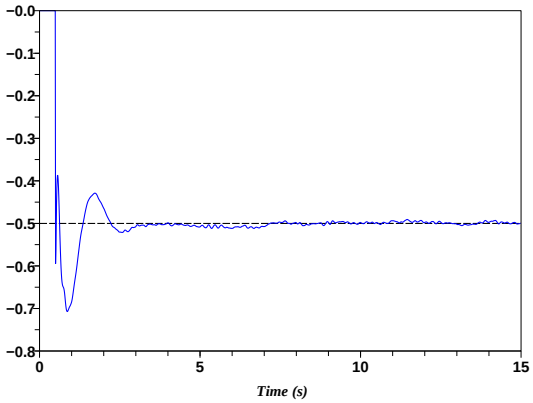
figure



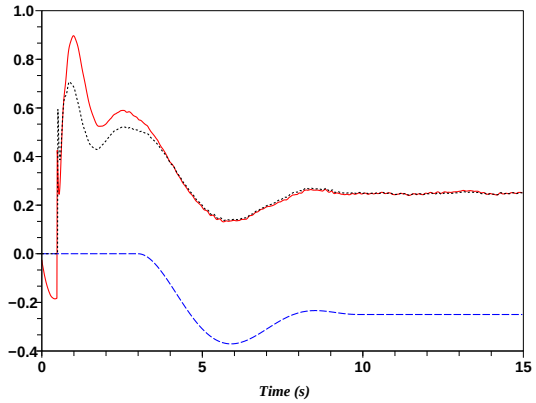
(a) u (–) ; $u^\star$ (- -)



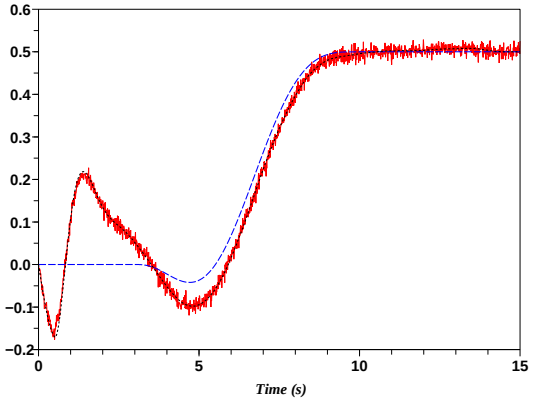
(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Perturbation (- -) ; perturbation estimée (–)



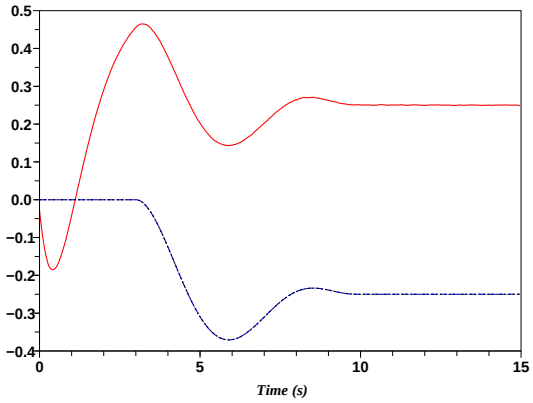
(d) u (–) ; $u^\star$ (- -) ; $u^\star_{\text{pert}}$(. .)



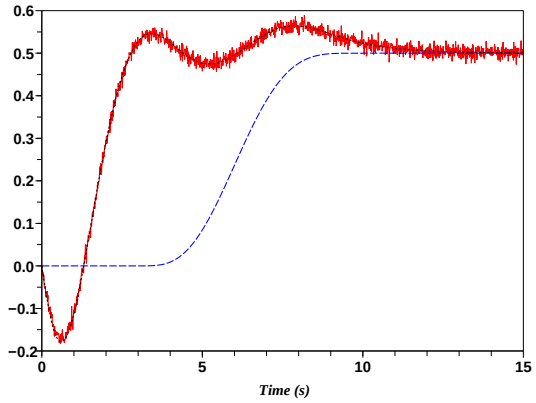
(e) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 17: Système à déphasage non minimal avec premier effet non modélisé

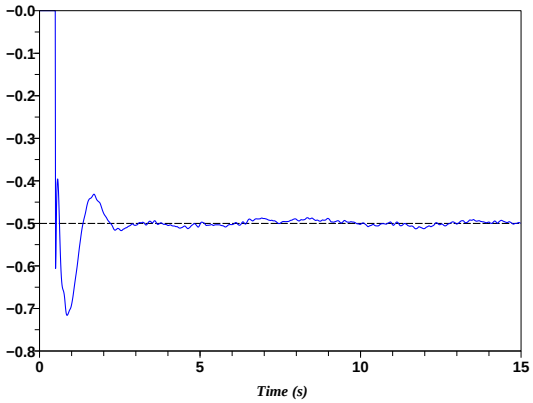
figure



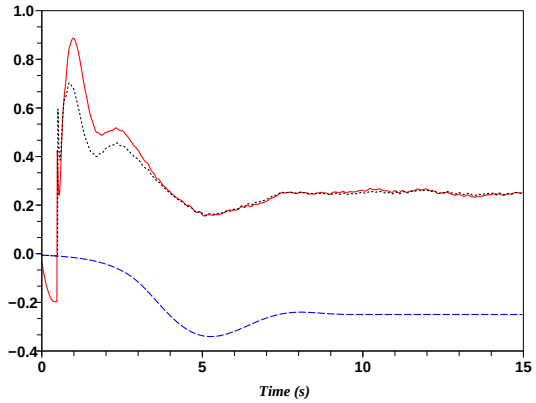
(a) u (–) ; $u^\star$ (- -)



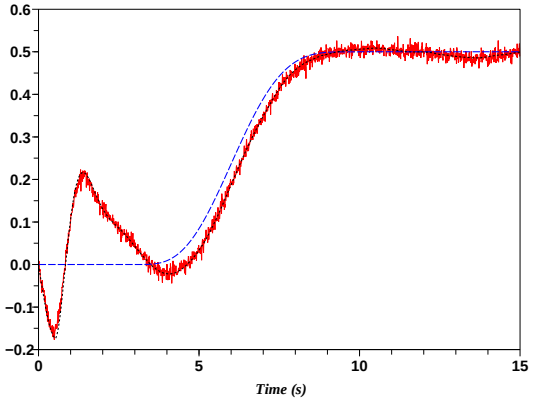
(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Perturbation (- -) ; perturbation estimée (–)



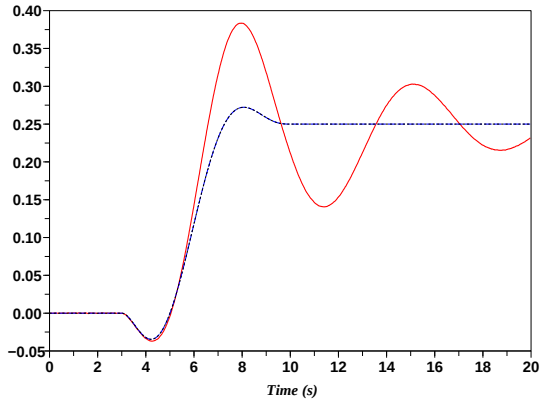
(d) u (–) ; $u^\star$ (- -) ; $u^\star_{\text{pert}}$(. .)



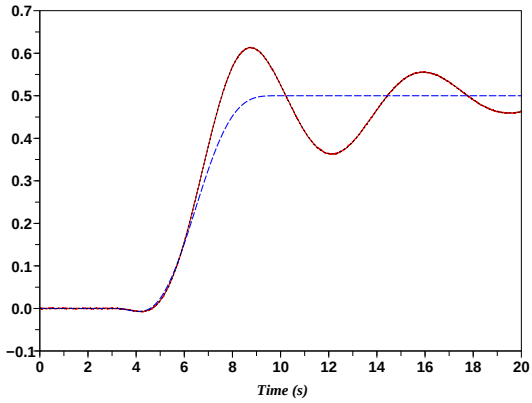
(e) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 18: Système à déphasage non minimal avec premier effet non modélisé

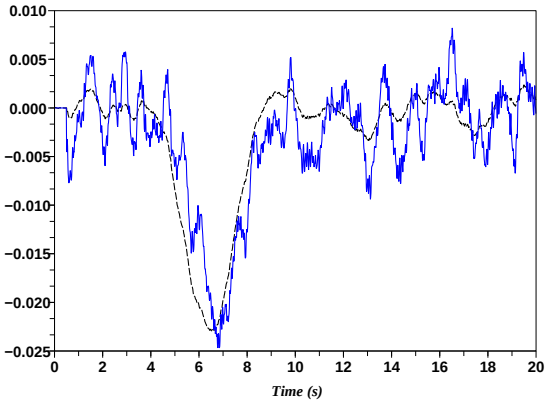
figure



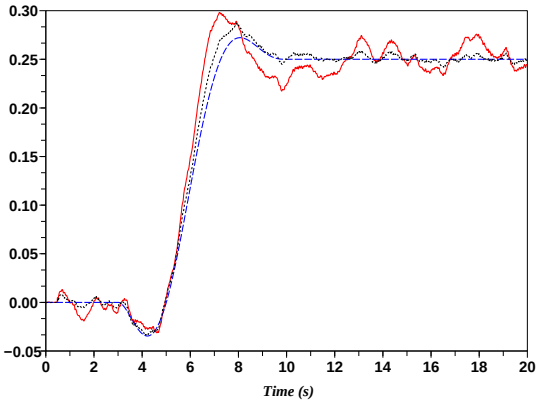
(a) u (–) ; $u^\star$ (- -)



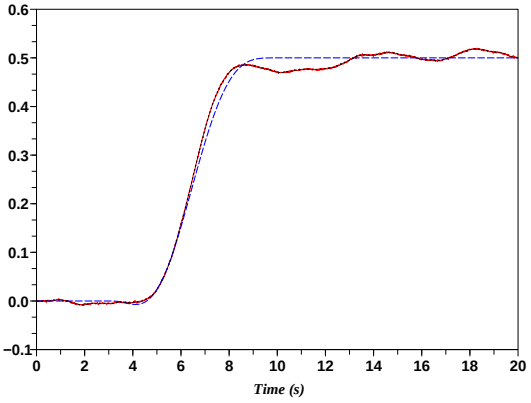
(b) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)



(c) Perturbation (- -) ; perturbation estimée (–)



(d) u (–) ; $u^\star$ (- -) ; $u^\star_{\text{pert}}$(. .)



(e) Sortie (–) ; référence (- -) ; sortie débruitée (. .)

Fig. 19: Système à déphasage non minimal avec second effet non modélisé

figure