



# Régularisation asynchrone pour les réseaux de capteurs: principes et applications

Nicolas Maréchal, Jean-Benoit Pierrot, Jean-Marie Gorce

## ► To cite this version:

Nicolas Maréchal, Jean-Benoit Pierrot, Jean-Marie Gorce. Régularisation asynchrone pour les réseaux de capteurs: principes et applications. AlgoTel, 2009, Carry-Le-Rouet, France. Chaintreau, Augustin and Magnien, Clemence, 2009. <inria-00384385>

**HAL Id: inria-00384385**

**<https://hal.inria.fr/inria-00384385>**

Submitted on 15 May 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Régularisation asynchrone pour les réseaux de capteurs: principes et applications

Nicolas Maréchal<sup>1</sup>, Jean-Benoît Pierrot<sup>1</sup> et Jean-Marie Gorce<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CEA, LETI, MINATEC, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 09, France

<sup>2</sup>Université de Lyon, INRIA, INSA-Lyon, CITI, 69000 Lyon, France

---

Les algorithmes distribués de consensus de moyenne permettent de calculer la valeur moyenne de quantités réparties (mesures, ...), et peuvent servir de brique de base pour des algorithmes applicatifs (estimation, synchronisation, ...). L'état de l'art propose des solutions basées sur des mécanismes de communications extrêmement contraignants et sécurisés qui s'avèrent coûteux en énergie. Ce travail propose une nouvelle méthode pour le consensus de moyenne basée sur le principe de régularisation bien connu en traitement d'images. Celle-ci exploite pleinement la nature diffusante du canal radio et ne nécessite aucun acquittement pour vérifier le bon déroulement des échanges d'informations. En contre partie, le résultat obtenu est une approximation ajustable du consensus de moyenne. Des bornes de performances et des simulations démontrent l'intérêt de cette nouvelle approche par rapport aux solutions existantes et indiquent qu'il existe un compromis entre vitesse de convergence et qualité d'approximation.

---

## 1 Introduction

Les réseaux de capteurs sont constitués d'un grand nombre d'entités équipées d'une électronique souvent contrainte par son coût, dont une interface de communication radio. Ils sont utilisés pour des applications de surveillance et de prévention (feu de forêt, glissement de terrain, sécurité maritime, ...). Les contraintes appliquées sur ce type de matériel sont nombreuses : énergie (durée de vie), faible capacité de calcul et de stockage, faible puissance/portée de transmission. Comme dans bien des cas, lorsque le calcul centralisé de quantités distribuées devient impossible ou inapproprié, alors des algorithmes distribués robustes sont nécessaires : le challenge est d'optimiser les performances tout en limitant la consommation énergétique. Parmi les algorithmes distribués, la classe des algorithmes de consensus de moyenne joue un rôle important car elle peut servir de primitive à de nombreux algorithmes/protocoles appliqués plus évolués [MPG08] pour la construction d'information utile. Dans cette contribution, nous proposons une nouvelle méthode de consensus de moyenne basée sur une minimisation de potentiel. Nous commençons par introduire dans la section 2 le principe de la régularisation distribuée. Dans la section 3, nous étudions le cas des couplages quadratiques et donnons des bornes d'erreurs par rapport au consensus de moyenne recherché. Puis nous présentons une application de ces algorithmes pour la cartographie distribuée dans la section 4. Et enfin, nous donnerons quelques perspectives et commentaires dans la conclusion.

## 2 Fonction de potentiel et minimisation asynchrone par la méthode de Jacobi

Du point de vue de la théorie du contrôle automatique<sup>†</sup>, les algorithmes de consensus visent à homogénéiser un ensemble de valeurs par le biais d'échanges entre voisins. Lorsque le point de convergence recherché est la moyenne empirique des observations, on parle alors de consensus de moyenne. La méthode que nous proposons consiste à minimiser une fonction de potentiel  $U$  exprimant des couplages entre des

---

<sup>†</sup> par opposition à la définition de la communauté informatique, qui porte en général sur la vérification de la validité d'une décision qui se propage dans un réseau (problème Byzantin)

variables d'états  $x_\bullet$  et des variables d'attachement  $z_\bullet$ .

$$U(X) = \sum_{i \in \mathcal{G}} \alpha_{ii} \Psi_e(x_i - z_i) + \sum_{i,j \in \mathcal{G}} \beta_{ij} \Psi_n(x_i - x_j) \quad (1)$$

où  $\mathcal{G}$  dénote le graphe de connectivité du réseau, et par abus de notation, ses sommets/noeuds. Ce type de formalisation est utilisé pour le débruitage dans le domaine du traitement d'images [CBFAB97] et des méthodes d'estimation [Now03], mais l'objectif est ici de répondre à une problématique de consensus de moyenne totalement distribué en l'absence d'a priori probabiliste sur les mesure. Dans l'équation (1), les variables d'attachement doivent être considérées comme des constantes locales, et les variables d'états comme des paramètres à régulariser. Pour des raisons de stricte convexité du potentiel  $U$ , les fonctions de couplage  $\Psi_e$  et  $\Psi_n$  doivent être paires, à dérivées secondes continues et positives, et coercives (de telles fonctions peuvent alors être obtenues en intégrant deux fois une fonction  $g$  continue, positive et symétrique). De plus, les constantes de couplage  $\beta_{ij}$  doivent refléter la topologie du réseau : on ne peut coupler que les variables d'états entre noeuds voisins ( $i \sim j \Leftrightarrow i$  voisin de  $j$ ). Sous ces hypothèses, la minimisation de  $U$  peut se faire de manière asynchrone via l'algorithme de Jacobi qui optimise la fonction  $U$  séparément suivant chaque composante et qui se traduit au niveau du nœud  $i$  par un opérateur  $J_i$  :

$$x_i(t+1) = J_i(x_1, \dots, x_n) = \arg \min_{y_i \in \mathbb{R}} U(x_1, \dots, x_{i-1}, y_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (2)$$

En utilisant la théorie des itérations asynchrones [BT97], on peut prouver la convergence de ce schéma sous de très larges hypothèses en termes de mise à jour des variables d'états entre noeuds voisins. Ici le qualificatif asynchrone s'applique aux échanges d'informations et aux applications des opérateurs, et qui est un contexte idéal pour des systèmes autonomes. En particulier, les pertes de paquets peuvent être cachées dans l'asynchronie et l'unidirectionnalité des échanges : perdre un paquet revient à retarder la mise à jour d'une information. En revanche, la vitesse de convergence de l'algorithme asynchrone reste encore un sujet de recherche ouvert. Toutefois les simulations montrent une convergence géométrique comme dans le cas synchrone.

### 3 Approximation du consensus de moyenne

Notons  $z_{avg}$  la moyenne empirique des quantités  $z_i$  à moyenner (mesures par exemple). Lorsque ces valeurs sont sujettes à un *a priori* d'ordre probabiliste, des techniques d'estimation telles que celles présentées dans [Now03] ou [DZ06] peuvent être adoptées pour calculer  $z_{avg}$ . Mais lorsque ce n'est pas le cas, la solution de l'état de l'art la plus simple et la moins couteuse en coordination est donnée dans [BGPS04] : cette méthode consiste à calculer des barycentres des états entre paires de voisins de manière aléatoire en prenant comme conditions initiales les données à moyenner. Cependant, cette solution nécessite un acquittement systématique des échanges d'informations. Sans cette précaution, l'algorithme converge effectivement mais vers un consensus imprévisible. De plus, les mécanismes d'acquittement deviennent pénalisants en milieu interférent comme c'est le cas sur un canal de communication radio. En fixant, par exemple,  $\Psi_e(x) = \Psi_n(x) = x^2$ ,  $\alpha_{il} = 1$  si  $i = l$ , 0 sinon, et  $\beta_{ij} = 1/2$  si  $i \sim j$ , 0 sinon, notre solution devient donc un extension asynchrone et robuste aux pertes de paquets de la méthode purement synchrone proposée dans [PBS08]. L'opérateur  $J_i$  correspondant prend alors la forme suivante :

$$J_i(x_1, \dots, x_n) = (1 + \beta N_i)^{-1} (z_i + \beta \sum_{j \sim i} x_j) \quad (3)$$

où  $N_i$  représente le nombre de voisins du nœud  $i$ . Dans ces conditions, le vecteur  $X_{opt}$  minimisant  $U$  peut approcher de manière arbitraire le vecteur  $\bar{Z} = z_{avg} \mathbf{1}$  car

$$\|X_{opt} - \bar{Z}\|_2 \leq (1 + \alpha(\mathcal{G})\beta)^{-1} \|Z - \bar{Z}\|_2 \xrightarrow{\beta \rightarrow +\infty} 0 \quad (4)$$

où  $\alpha(\mathcal{G})$  est un paramètre purement topologique, rencontré dans la littérature sous le nom de connectivité algébrique<sup>‡</sup> du graphe  $\mathcal{G}$ . En contrepartie, augmenter  $\beta$  ralentit la vitesse de convergence. Fixer  $\beta = +\infty$

<sup>‡</sup> Seconde plus petite valeur propre du Laplacien standard

## Régularisation

revient à briser les attachements : on obtient alors un simple consensus, mais dont la valeur est inconnue à l'avance.

## 4 Apport à la cartographie

En appliquant les mêmes principes il devient possible d'ajuster un modèle paramétrique linéaire aux données mesurées par les capteurs. Il s'agit alors de minimiser une fonctionnelle d'erreur de représentation :

$$\hat{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n \left( \tilde{\mathbf{y}}_i - \sum_{j=1}^m \mathbf{p}_j \varphi_j(\mathbf{s}_i) \right)^2 = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \|\tilde{\mathbf{y}} - \Phi \mathbf{p}\|^2 \quad (5)$$

où  $\tilde{\mathbf{y}}_i$  dénote la mesure effectuée au nœud  $i$  ( $\tilde{\mathbf{y}}$  sous forme vectorielle), les  $\varphi_j$  sont des fonctions de base, évaluées aux coordonnées des capteurs,  $\mathbf{s}_i$ , et  $\Phi$  est une matrice  $n$  par  $m$  dont les entrées sont données par  $\Phi_{ij} = \varphi_j(\mathbf{s}_i)$ . L'intérêt de cette approche est de fournir une représentation compacte des observations : cette information de base est utile pour limiter les communications longue distance entre capteurs, ou encore pour planifier l'utilisation d'une technique de communication dans un système de radio cognitive. Ce type de problème peut se formaliser comme un problème de consensus de moyenne comme le démontrent les travaux de [XBL05] :

$$\hat{\mathbf{p}} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi \tilde{\mathbf{y}} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_i^T \Phi_i \right)^{-1} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_i \tilde{\mathbf{y}}_i \right), \text{ avec } \Phi_i = [\varphi_1(\mathbf{s}_i), \dots, \varphi_m(\mathbf{s}_i)]^T \quad (6)$$

Le consensus est alors obtenu séparément sur les  $m(m+1)$  coordonnées d'un objet virtuel de dimension  $m(m+1)$  (sans tenir compte des redondances). D'autres méthodes rencontrées dans la littérature ([GBT<sup>+</sup>04],[BCA05]) souffrent d'inconvénients majeurs pour leur déploiement sur un réseau de capteurs : complexité algorithmique, manque de généralité, hypothèse de synchronie totale, liens robustes ou grande complexité d'organisation. Le procédé de régularisation autorise un calcul distribué et approximatif des quantités moyennées, et échange ces inconvénients contre de l'occupation en mémoire : stockage d'un objet  $m \times (m+1)$  dimensionnel par nœud voisin. Chaque nœud obtient un jeu de paramètres  $\hat{\mathbf{p}}_i$ , valide localement et dépendant du facteur de couplage  $\beta$ , et l'on montre que l'erreur de paramétrisation et de représentation peut être rendue arbitrairement faible :  $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}\|_2 = 0$  et  $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \max_i \|\Phi \hat{\mathbf{p}}_i - \Phi \hat{\mathbf{p}}\|_\infty = 0$ .

## 5 Simulations

Ces algorithmes ont été simulés sur un réseau de 400 nœuds déployés aléatoirement dans un carré d'une largeur 200 mètres, en utilisant le modèle d'erreur de transmission de paquets de [KNS05] avec un rayon de connectivité de 20 mètres. Les courbes de la figure 1 montrent que les méthodes à base de régularisation convergent beaucoup plus vite (voir aussi [MPG09a] et [MPG09b]) que les solutions axées sur les algorithmes de consensus de moyenne standards (*gossip averaging*) de la littérature [BGPS04]. Ce phénomène semble intuitif car les méthodes de régularisation exploite pleinement la nature diffusante du médium radio alors que le *gossip averaging* repose sur des échanges pair-à-pair (bavardages). Par ailleurs, ces mêmes courbes illustrent l'impact du facteur  $\beta$  sur la qualité de l'approximation du consensus de moyenne et la vitesse de convergence : les fortes valeurs de  $\beta$  donne un algorithme lent mais extrêmement précis alors qu'une faible valeur de  $\beta$  entraîne une convergence rapide vers un point de consensus grossier.

## 6 Conclusion

Dans cette contribution, nous présentons une nouvelle famille d'algorithmes distribués permettant le calcul collaboratif d'une valeur moyenne sur un réseau de capteurs. Cet algorithme est plus efficace que la plupart des solutions de l'état de l'art lorsque les communications ont lieu de manière asynchrone dans un milieu diffusant tel que le canal radio, et supporte de manière intrinsèque les pertes de paquets. Cet algorithme sert alors de brique de base au calcul de quantités statistiques, mais peut être aussi utilisé pour l'ajustement d'un modèle paramétrique.

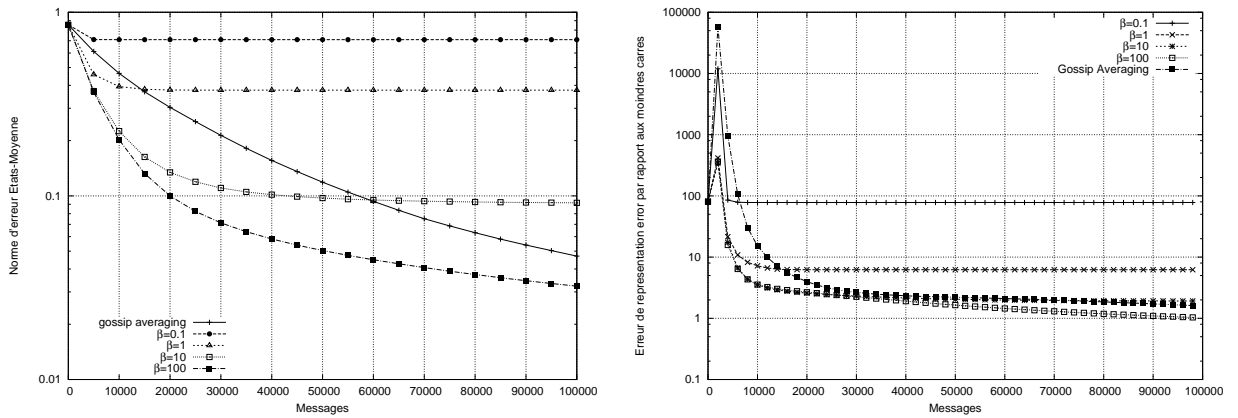


FIG. 1: Norme d'erreur en fonction du temps pour l'algorithme de régularisation et un consensus de moyenne bavard classique (gauche) et erreur de représentation maximale en cartographie par rapport aux moindres carrés (à droite)

## Références

- [BCA05] T. Banerjee, K. Chowdhury, and D.P. Agrawal. Tree based data aggregation in sensor networks using polynomial regression. *Information Fusion, 2005 8th International Conference on*, 2 :8 pp.–, July 2005.
- [BGPS04] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, and D. Shah. Analysis and optimization of randomized gossip algorithms. In *Proc. of 44th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2004)*, pages 5310 – 5315, Dec 2004.
- [BT97] Dimitri P. Bertsekas and John N. Tsitsiklis. *Parallel and Distributed Computation : Numerical Methods*. Athena Scientific, 1997.
- [CBFAB97] P. Charbonnier, L. Blanc-Feraud, G. Aubert, and M. Barlaud. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Trans on Image Processing*, 6(2) :298–311, 1997.
- [DZ06] A. Dogandzic and B. Zhang. Distributed estimation and detection for sensor networks using hidden markov random field models. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 54(8) :3200–3215, Aug. 2006.
- [GBT<sup>+</sup>04] Carlos Guestrin, Peter Bodik, Romain Thibaux, Mark Paskin, and Samuel Madden. Distributed regression : an efficient framework for modeling sensor network data. In *In IPSN'04*, pages 1–10, 2004.
- [KNS05] J. Kuruvila, A. Nayak, and I. Stojmenovic. Hop count optimal position-based packet routing algorithms for ad hoc wireless networks with a realistic physical layer. *Selected Areas in Comm., IEEE Journal on*, 23(6) :1267–1275, 2005.
- [MPG08] N. Maréchal, J.B. Pierrot, and J.M. Gorce. Fine synchronization for wireless sensor networks using gossip averaging algorithms, 2008. Proc. IEEE ICC'08.
- [MPG09a] N. Maréchal, J.B. Pierrot, and J.M. Gorce. Asynchronous and distributed nonlinear regularization for wireless sensor networks, 2009. Soumis à IEEE DCOSS 2009.
- [MPG09b] N. Maréchal, J.B. Pierrot, and J.M. Gorce. A new distributed algorithm for parametric data modeling in wireless sensor networks, 2009. Soumis à IEEE SPAWC 2009.
- [Now03] R.D. Nowak. Distributed em algorithms for density estimation and clustering in sensor networks. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 51(8) :2245–2253, Aug. 2003.
- [PBS08] Loreto Pescosolido, Sergio Barbarossa, and Gesualdo Scutari. Average consensus algorithms robust against channel noise. *IEEE SPAWC 2008*, pages 261–265, July 2008.
- [XBL05] L. Xiao, S. Boyd, and S. Lall. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus. In *Proc. of IPSN '05*, 2005.