Plans d'expérience complémentaires pour désialaser des effets confondus

Bruno Scibilia

PLANS D'EXPERIENCES COMPLEMENTAIRES POUR DESALIASER DES EFFETS CONFONDUS

Dr. Bruno Scibilia
Dpt. Formation
Minitab Sarl
1 cité de Paradis
75010 Paris

Mots clés : Plans fractionnaires, alias, confusions, 'Semifolding', Plans répliqués inversés, plans complémentaires de désaliasage.

Résumé :

Dans les plans d'expériences de type 2k-p, les effets sont confondus entre eux. L'expérimentateur ne peut donc pas estimer ces effets séparément, ceci peut parfois rendre l'interprétation des résultats, difficile ou même impossible. Dans cet article, plusieurs approches qui permettent de réduire ce type de risque sont brièvement décrites. Les plans complémentaires sont souvent utilisés pour séparer des effets confondus dans le plan initial. Nous proposons une méthode fondée sur l'utilisation de plans complémentaires et de plans combinés afin de résoudre ce type de problèmes. L'objectif est d'obtenir des estimations fiables des effets tout en minimisant le nombre d'essais du plan complémentaire.

Summary :

In 2^{k-p} fractionary designs of experiments, some effects are confounded with one another. When some confounded effects are statistically significant, the experimenter may sometimes be unable to estimate the effects separately, eventually leading to misinterpretations. In this paper, we briefly review some approaches to minimize the risks that are involved. Follow-up designs are often used to separate the confounded effects. We propose a methodology based on follow-up and combined designs to solve this type of problems. The objective is to obtain reliable estimates while minimizing the size of the follow-up array.

ABSTRACT :

Les plans fractionnaires sont souvent utilisés pour identifier les facteurs significatifs, tout en réduisant le nombre d'essais. Dans des plans fractionnaires de type 2k-p, certains effets sont confondus entre eux. Dans certains cas, les confusions entre effets peuvent rendre l'interprétation d'effets statistiquement significatifs difficile ou même impossible.
Les plans complémentaires de type « Fold-over» (plans dépliés) sont souvent utilisés pour résoudre ce type d'ambigüités. Bien qu'ils soient faciles à élaborer et à analyser, ils

nécessitent un nombre important d'essais supplémentaires et sont relativement peu efficients compte tenu du nombre de confusions qui peuvent être éliminées.
Les approches bayésiennes (MEYER, R.D. STEINBERG, D.M. BOX G.E.P. (1996)) peuvent aussi être utilisées pour accroître le plan initial avec quelques essais supplémentaires. Les utilisateurs spécifient un ensemble de modèles candidats, avec des probabilités a priori pour chacun d'eux. Cette technique est cependant relativement complexe à mettre en œuvre.
Une autre stratégie consiste à modifier systématiquement le niveau d'un facteur à partir d'une demi-fraction du plan initial ('semifolding') pour obtenir un plan complémentaire et ensuite à combiner le plan complémentaire avec le plan initial, ceci permet d'obtenir des plans 2k-p irréguliers à 'trois quarts' dans lequel les effets sont partiellement corrélés et des équations sont nécessaires pour estimer les coefficients des facteurs à partir des estimations des effets (MEE, R.W. PERALTA, M. (2000)):

$$\beta_{Block} = \{T + 2[Block] + [A]\}/16$$
$$\beta_{A} = \{T + [Block] + 2[A]\}/16$$
$$\beta_{B} = \{2[B] + [AB] - [CD]\}/16$$
$$\beta_{AB} = \{[B] + 2[AB] - [CD]\}/16$$
$$\beta_{CD} = \{-[B] - [AB] + 2[CD]\}/16$$

Une méthode basée sur des plans combinés est proposée, elle a l'avantage d'être facile à utiliser, sans nécessiter d'équations. Elle consiste à modifier systématiquement le niveau d'un ou plusieurs facteurs à partir d'une demi-fraction du plan initial (semifolding) pour obtenir un plan complémentaire, ce plan complémentaire est ensuite successivement combiné avec chacune des demi-fractions du plan initial.
En modifiant systématiquement les signes d'un facteur à partir d'une demi-fraction d'un plan en huit essais de résolution IV, il devient possible de désaliaser toutes les interactions entre deux facteurs en quatre essais supplémentaires seulement. Les deux plans combinés sont orthogonaux. Dans chacun des deux plans combinés, certaines des interactions qui étaient confondues dans le plan initial peuvent être estimés sans aucune confusion. Lorsque les deux plans combinés sont considérés, l'ensemble des interactions entre deux facteurs peuvent être estimés sans aucune confusion.
Supposons que dans le plan initial les générateurs d'alias soient les suivants :
I = ABCD et donc AB = CD and AD = BC and BD = AC
Supposons que le facteur B ait été choisi pour créer deux demi-fractions du plan initial de résolution IV (1ère demi-fraction avec B fixé 1 et 2nde demi-fraction avec B fixé à -1),
1ère demi-fraction du plan initial de résolution IV :
I = B = ABCD = ACD
2nde demi-fraction du plan initial :
I = -B = ABCD = -ACD
Nous pourrions considérer la 1ère demi-fraction du plan initial et changer les signes de C systématiquement pour obtenir un plan complémentaire.
Générateurs d'alias du plan complémentaire :

I = B = - ABCD = - ACD

Et lorsque la 1ère demi-fraction est combinée avec le plan complémentaire :

I = B et AB=A, BC=C, BD=D mais CD, AD et AC peuvent être estimés sans aucune confusion.

Lorsque la 2nde demi-fraction du plan initial est combinée avec le plan complémentaire :

B est confondu avec l'effet bloc A = -CD, C = -AD, D = -AC mais AB, BC, BD peuvent être estimés sans aucune confusion.

Dans ce cas, les effets des interactions est des facteurs peuvent être estimés avec la même précision (variance des estimations des coefficients = V(y)/8).

Ces plans combinés sont très similaires aux plans à 'trois quarts' de John mais sont analysés d'une façon très différente en combinant chaque demi-fraction du plan initial successivement avec le plan complémentaire ('semifolded follow-up design'). Cette stratégie peut être appliqué à des plans 2^{k-p} de taille plus importante (de résolution III ou IV) en effectuant quatre essais supplémentaires seulement dans lesquels les niveaux d'un facteur ou plus sont modifiés de façon systématique. Il est nécessaire de choisir un quart ou un huitième de fraction du plan initial, puis de modifier de façon systématique les niveaux d'un facteur ou plus, pour obtenir un plan complémentaire.

Dans ce cas, toutes les interactions et tous les effets des facteurs principaux à désaliaser sont estimés avec la même précision.

Il est aussi possible d'utiliser cette approche pour désaliaser des plans de résolution III en modifiant les niveaux de tous les facteurs principaux dans le plan complémentaire, ceci permettrait d'estimer les effets des facteurs principaux séparément de toutes les interactions, mais aussi de pouvoir estimer certaines interactions entre deux facteurs sans aucune confusion. L'objectif étant d'obtenir des estimations fiables des effets tout en minimisant le nombre d'essais du plan complémentaire.

Ceci sera illustré par un exemple industriel en utilisant Minitab pour analyser les résultats.

ABSTRACT :

Highly fractionated designs are often used for screening purposes in order to reduce the number of runs. In 2^{k-p} fractionary designs of experiments, some effects are confounded with one another. When some confounded effects are statistically significant, the experimenter may sometimes be unable to estimate the effects separately, eventually leading to misinterpretations.

Follow-up foldover designs are often used to resolve such ambiguities. Although easy to construct and analyze, foldover designs are generally inefficient that is, they provide relatively few additional estimable effects of interest considering the number of additional runs that are required.

Bayesian approaches (MEYER, R.D. STEINBERG, D.M. BOX G.E.P. (1996)) may be used to augment the initial designs with few follow-up runs. The user specifies a set of candidate models, with prior probabilities for each. However, this technique is relatively complex to implement.

Another strategy consists in folding over a single factor from one half fraction of the initial design (semifolding) to obtain a follow-up design and then in combining the initial design with the follow-up design leading to a three quarter irregular 2k-p design, in which factors

are partially correlated and equations are then needed to estimate the factor coefficients from the effects estimates (MEE, R.W. PERALTA, M. (2000)):

$\beta_{Block} = \{T + 2[Block] + [A]\}/16$
$\beta_A = \{T + [Block] + 2[A]\}/16$
$\beta_B = \{2[B] + [AB] - [CD]\}/16$
$\beta_{AB} = \{[B] + 2[AB] - [CD]\}/16$
$\beta_{CD} = \{-[B] - [AB] + 2[CD]\}/16$

A methodology based on overlapping designs will be described, it has the advantage of being simple to construct, with no need for equations. Again it consists in folding over a single factor from one half fraction of the initial design (semifolding) to obtain a follow-up design but then the two half fractions of the initial design are combined, one by one, sequentially, with the follow-up semifolded design.
Folding on a single factor from a half fraction of an eight run resolution IV initial design, for example, enables one to dealias all two factor interactions using only four additional runs. This results in analyzing two combined designs that are fully orthogonal. In each one of the two combined designs, some of the interactions that were confounded in the initial design are free of confounding. When the two combined designs are considered, estimates of each interaction that are free of any confounding are obtained.
Suppose that in the initial design, the alias generator is the following :
I = ABCD and therefore AB = CD and AD = BC and BD = AC
Suppose that the B factor is chosen to create two half fractions of the resolution IV initial design (1st half fraction with B set at 1 and 2nd half fraction with B set at -1),
1st half fraction of the initial resolution IV design :
I = B = ABCD = ACD
2nd half fraction of the initial design :
I = -B = ABCD = -ACD
then we might consider the 1st half fraction of the initial design and change all signs of the C factor.
Semi-folded Follow-up design (folding on C from 1st fraction) :
I = B = - ABCD = - ACD
And therefore when the 1st half fraction is combined with the follow-up design :
I = B and AB=A, BC=C, BD=D but CD, AD and AC may be estimated free from any confounding.
When the 2nd half fraction of the design is combined with the follow-up design :
B is confounded with the block effect A = -CD, C = -AD, D = -AC but AB, BC, BD may be estimated free from any confounding.
In this case, all interaction and factor effects are estimated with the same amount of precision (variance of estimated coefficients = V(y)/8).
Such overlapping designs are very similar to John’s three quarter designs but are analyzed in

a different way, by combining each half-fraction of the initial design, one by one, with the semifolded follow-up design. I

This strategy may be extended to larger 2^{k-p} resolution III or IV initial designs by performing small four runs follow-up designs in which a single factor is folded. This involves selecting a quarter or an eighth fraction of an initial resolution IV design, folding on a single factor to create a follow-up design and then combining the follow up design with two fractions from the initial design, sequentially, to dealias the two factor interactions. In this case all factor and interaction effects to be dealiased are estimated with the same precision .

It is also possible to use this approach to dealias resolution III designs by folding on all factors, this would enable one to estimate the effects of all main effect factors separately from two factor interactions, also some two factor interactions may be estimated free from any confounding.

The objective is to obtain reliable estimates while minimizing the size of the follow-up array. This will be illustrated with an application using Minitab as a statistical software, to analyze the results.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] PILLET, M. (1998) Construire facilement des plans de résolution IV à partir des tables de Taguchi. Revue de Statistique Appliquée, Vol 46, N°4, pp 85-100

[2] SCIBILIA, B. KOBI, A. CHASSAGNON, R. BARREAU, A. (2001) Plans complémentaires et plans imbriqués. Revue de Statistique Appliquée, Vol XLIX, N°2, pp 27-44

[3] MONTGOMERY, D. BORROR, STANLEY (1997) Some cautions in the use of Plackett-Burman designs. Quality Engineering, Vol 10, N°2, pp 371-381

[4] MONTGOMERY, D. RUNGER, G. (1996) Foldovers of 2k-p resolution IV experimental designs. Journal of Quality Technology. Vol 28 N°4

[5] MEYER, R.D. STEINBERG, D.M. BOX G.E.P. (1996) Follow-up designs to resolve confounding in multifactor experiments. Technometrics, Vol 38, N°4, pp 327-332

[6] DANIEL, C. (1976) Applications of statistics to industrial experimentation. New York, Wiley.

[7] BOX, G.E.P. HUNTER, W. HUNTER, J. (1978) Statistics for experimenters. Wiley

[8] BOX, G.E.P. TYSSEDAL, S. (1996) Projective properties of certain orthogonal arrays. Biometrika, Vol 83, N°4

[9] JOHNSON, R. CLAPP, T. BAQAIN, N. (1989) Understanding the effect of confounding in design of experiments : a case study in high-speed weaving. Quality Engineering, Vol 1, N°4, pp 501-508

[10] BULLINGTON & MAGHSOODLOO. (1990). A simple method for obtaining resolution IV designs for use with Taguchi's orthogonal arrays. Journal of Quality Technology, Vol 22, N°4

[11] SCIBILIA, B. KOBI, A. CHASSAGNON, R. BARREAU, A. (2002) Minimal design augmentation schemes to resolve complex aliasing in industrial experiments. Quality Engineering, Vol 14, N°4

[12] JOHN, P.M.W. (1966), "Augmenting 2n-1 Designs," *Technometrics*, Vol 8, pp. 469-480.

[13] CHIPMAN, H.A., and HAMADA, M.S. (1996), "Discussion: Factor-Based or Effect-Based Modeling? Implications for Design," *Technometrics*, Vol 38, pp. 317-320.

[14] MEE, R.W. PERALTA, M. (2000), "Semifolding 2k-p Designs", Technometrics, Vol 42, N°2, p 122