



# Propriétés asymptotiques d'estimateurs à noyau de caractéristiques du second-ordre de processus ponctuels marqués

Florent Bonneu

► **To cite this version:**

Florent Bonneu. Propriétés asymptotiques d'estimateurs à noyau de caractéristiques du second-ordre de processus ponctuels marqués. 41èmes Journées de Statistique, SFdS, Bordeaux, 2009, Bordeaux, France, France. 2009. <inria-00386737>

**HAL Id: inria-00386737**

**<https://hal.inria.fr/inria-00386737>**

Submitted on 22 May 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# PROPRIÉTÉS ASYMPTOTIQUES D'ESTIMATEURS À NOYAU DE CARACTÉRISTIQUES DU SECOND-ORDRE DE PROCESSUS PONCTUELS MARQUÉS

Florent Bonneu <sup>1</sup>

*Institut de Mathématiques, Université de Toulouse  
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France*

## Résumé

*Les caractéristiques du second ordre de processus ponctuels spatiaux sont des outils utiles pour explorer des interactions multiples entre les positions et les marques. Pour les marques, ces caractéristiques jouent un rôle important en analyse exploratoire pour tester l'interaction, pour contrôler l'indépendance entre les marques et les positions ou en modélisation pour vérifier des hypothèses sur les événements. Nous étudions le comportement asymptotique d'estimateurs à noyau d'une caractéristique du second-ordre générale dans le cas d'un marquage géostatistique (c.à.d. quand les marques et les points sont indépendants). Des théorèmes de consistance et de normalité asymptotique sont prouvés pour des processus ponctuels pondérés en intensité stationnaires du second ordre, isotropes ou anisotropes. Le cadre asymptotique correspond au cas où l'intensité augmente dans un domaine borné. Finalement, nous introduisons de nouveaux indices de concentration basés sur ces caractéristiques du second ordre et les comparons avec des indices existants à travers un jeu de données simulé.*

Mots-clés : Processus ponctuels spatiaux marqués inhomogènes, estimation non paramétrique à noyau, caractéristiques du second ordre, "remplissage" asymptotique, indices de concentration.

## Abstract

*Second-order characteristics of spatial point processes are useful tools to explore various interactions between the locations and the marks. For the marks, these characteristics play an important role notably in exploratory analysis to test interaction, to check independence between marks and locations or in modeling to verify assumptions on the events. We investigate the asymptotic behaviour of kernel estimators of a more general second-order characteristic in the geostatistical marking case (i.e. when the marks and points are independent). Consistency and asymptotic normality theorems are proved for isotropic and anisotropic second order intensity reweighted stationary point processes. The asymptotic*

---

<sup>1</sup>e-mail : Florent.Bonneu@math.univ-toulouse.fr

*framework corresponds to the case where the intensity increases in a bounded domain. Finally, we introduce new concentration indices based on these second-order characteristics and compare them with existing ones through a simulation data set.*

Key words : Inhomogeneous Marked Spatial Point Processes, Nonparametric kernel estimation, Second order characteristic, infill asymptotic, Concentration indices.

## 1 Motivations et résultats asymptotiques obtenus

De multiples caractéristiques du second ordre de processus ponctuels spatiaux sont définies dans la littérature. Moller et Waagepetersen (2004) résume les statistiques les plus couramment utilisées pour des processus ponctuels spatiaux homogènes ou inhomogènes. Schlather (2001) réalise une description complète de la structure du second ordre de processus ponctuels marqués et définit une fonction générale consistante avec les définitions existantes dans le contexte des champs aléatoires. Plusieurs articles traitent la cas particulier du variogramme empirique des marques et démontrent des résultats asymptotiques dans le cadre de l'accroissement du domaine d'observation. Guan et al. (2007) établissent la consistance et la normalité asymptotique du variogramme des marques empirique pour un processus ponctuel marqué stationnaire et anisotrope. Dans le cadre géostatistique, García-Soidán et al. (2004) introduisent un estimateur de Nadaraya-Watson et démontre la consistance pour un champ stationnaire isotrope. Il est à noter que les estimateurs proposés précédemment ne convergent pas dans le cadre d'un "remplissage" asymptotique d'un domaine fixé. En statistique spatiale, le cadre asymptotique avec domaine borné apparaît impopulaire, cependant il ne semble pas incongru en pratique. En géostatistique, Stein (1999) souligne l'importance de considérer l'interpolation en des points non observés (krigeage) lorsque le nombre de points à proximité augmente et non lorsque le nombre de points éloignés augmente par le biais de l'agrandissement du domaine. Dans le cadre des processus ponctuels, nous sommes souvent confrontés en pratique à des domaines d'observation fixés pour des raisons techniques ou réelles dont le nombre de points d'une réalisation augmente. Nous construisons donc un estimateur d'une caractéristique du second ordre générale et montrons à l'aide d'une normalisation judicieusement choisie la consistance et la normalité asymptotique dans le cadre d'un "remplissage" asymptotique du domaine pour certains processus ponctuels marqués inhomogènes.

## 2 Indices de concentration

Le choix de localisation d'activités économiques s'appuie sur l'étude de l'inégalité de leurs répartitions dans l'espace et surtout sur leurs concentrations en certains points. Depuis les années 70, la mesure d'indices de concentration s'est enrichie pour permettre de répondre aux questions d'aménagement économique du territoire. Longtemps restreinte à l'étude

de la concentration géographique d'un secteur dans des zones déterminées (départements, cantons, IRIS, ...) comme les indices de Herfindahl, de Gini ou d'Ellison-Glaeser (voir par exemple, Houdebine (1999)), les articles de Duranton et Overman (2002), ainsi que celui de Marcon et Puech (2007), ouvrent la voie à de nouveaux indices basés sur les distances qui s'affranchissent d'un découpage en zones à l'intérieur desquelles les données ponctuelles sont agrégées. Nous introduisons de nouveaux indices de concentration basés sur les caractéristiques du second ordre d'un processus ponctuel marqué pour lesquels nous avons obtenus précédemment des résultats théoriques de statistique asymptotique. Sur le plan pratique, nous présentons une comparaison de nos indices avec ceux déjà existants et illustrent leurs performances sur un jeu de données simulé.

## Bibliographie

- [1] Duranton, G. and Overman, H.G. (2005) Testing for localization using micro-geographic data. *Review of Economic Studies*, **72**, 1077-1106.
- [2] Guan, Y., Sherman, M. and Calvin, J.A. (2006) Assessing isotropy for spatial point processes. *Biometrics*, **62**, 119-125.
- [3] García-Soidán, P.H., Febrero-Bande, M. and González-Manteiga, W. (2004) Nonparametric kernel estimation of an isotropic variogram. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **121**, 65-92.
- [4] Houdebine, M. (1999) Concentration géographique des activités et spécialisation des départements français. *Economie et Statistique*, **326-327** (6-7), 127-158.
- [5] Marcon, E. and Puech, F. (2007) Measures of the geographic concentration of industries : improving distance-based methods. Technical Report.
- [6] Moller, J. et Waagepetersen, R.P. (2004) Statistical inference and simulation for spatial point processes. vol. 100. Chapman & Hall/CRC.
- [7] Schlather, M. (2001) On the second-order characteristics of marked point processes. *Bernoulli*, **7**(1), 99-117.
- [8] Stein, M.L. (1999) Interplation of Spatial Data : Theory for Kriging. Springer-Verlag, New-York.