



**HAL**  
open science

# Modélisation du positionnement relatif de tracés manuscrits par morphologie mathématique floue

Adrien Delaye, Eric Anquetil

► **To cite this version:**

Adrien Delaye, Eric Anquetil. Modélisation du positionnement relatif de tracés manuscrits par morphologie mathématique floue. 17ème congrès francophone Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, Jan 2010, Caen, France. inria-00458114

**HAL Id: inria-00458114**

**<https://hal.inria.fr/inria-00458114>**

Submitted on 19 Feb 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation du positionnement relatif de tracés manuscrits par morphologie mathématique floue

Adrien Delaye

Eric Anquetil

INSA de Rennes, Avenue des Buttes de Coësmes, F-35043 Rennes  
UMR IRISA, Campus de Beaulieu, F-35042 Rennes  
Université Européenne de Bretagne, France

{adrien.delaye, eric.anquetil}@irisa.fr

## Résumé

*Nous explorons dans ce papier plusieurs approches basées sur la morphologie mathématique floue pour décrire et modéliser le positionnement relatif de tracés manuscrits. Nous montrons d'abord comment les opérations morphologiques floues permettent de définir une partition du plan qui soit adaptée aux spécificités de ces objets imprécis par nature, tout en rendant bien compte de l'ambiguïté de leurs relations spatiales. Ensuite, nous proposons une nouvelle approche pour l'apprentissage automatique de modèles de positionnement spatial basée sur ces opérations morphologiques. Enfin, nous illustrons l'apport de ces méthodes pour la reconnaissance de formes par des expérimentations menées sur une base de gestes d'édition en-ligne.*

## Mots Clef

Morphologie mathématique floue, positionnement spatial relatif, logique floue, reconnaissance de tracés manuscrits.

## Abstract

*In this paper we investigate several approaches based on fuzzy mathematical morphology theory for describing and modeling the relative positioning of handwritten patterns. We first show how fuzzy morphological operations can be used for defining a spatial partition of the plane that is adaptive with respect to the peculiarities of the patterns, and can handle the ambiguity of their spatial positioning. Then we present a new approach for automatic learning of relative positioning models relying on this fuzzy morphological description framework. Finally, we highlight the interest of these methods for pattern recognition by experiments lead on a on-line ink gestures database.*

## Keywords

Fuzzy mathematical morphology, spatial relative position, fuzzy logic, handwriting pattern recognition.

## 1 Introduction

Le problème de la modélisation du positionnement relatif de tracés manuscrits est d'un intérêt majeur pour l'analyse de l'écrit, en particulier lorsque l'on aborde la reconnaissance de formes complexes, constituées de nombreux sous-éléments dont l'organisation relative permet de guider la reconnaissance globale. Malgré cet enjeu, les méthodes pour décrire le positionnement relatif de tracés manuscrits ont reçu assez peu d'attention en comparaison avec les nombreux travaux relatifs à la description des formes des tracés [1].

Les techniques usuelles pour la description du positionnement relatif de tracés reposent souvent sur des modèles simples, résumant chaque tracé à un seul point synthétique (méthode des centres de gravité), ou à son rectangle englobant, se contentant d'une représentation des relations spatiales grossière et peu conforme à l'intuition. Par ailleurs, il existe en analyse d'images des méthodes pour la description des relations spatiales qui prennent en compte les formes effectives des objets : c'est le cas de l'approche morphologique présentée par Bloch [2], également utilisée dans d'autres travaux [3, 4]. Par rapport aux techniques basées sur des mesures d'angles entre les points des objets, l'approche morphologique offre une description des relations spatiales plus conforme à l'intuition et plus précise [5].

Le fait de tenir compte des formes effectives des objets à positionner constitue un avantage crucial pour la qualité de la description. En effet, la description est alors *adaptive*, et donc susceptible d'apporter une modélisation plus robuste et précise du positionnement d'objets soumis à variabilité tels que les tracés manuscrits. Étendue au cadre de la logique floue, la morphologie mathématique permet aussi de bien décrire l'ambiguïté qui intervient dans le positionnement relatif d'objets, ce qui est également pertinent pour le contexte de tracés manuscrits, sujets à une grande imprécision.

Dans ce papier, nous présentons d’abord le cadre formel de la morphologie mathématique floue tel qu’il est utilisé dans les travaux de Bloch pour le positionnement relatif (sections 2 et 3). Nous appliquons dans la suite ces principes au contexte des tracés manuscrits pour répondre à deux objectifs utiles à des fins de reconnaissance de formes. Le premier est de définir un espace de représentation efficace pour décrire le positionnement relatif de tracés : nous définissons pour cela une partition floue adaptative du plan à l’aide d’opérateurs morphologiques (section 4). Le second est d’offrir un cadre pour pouvoir apprendre, à partir d’exemples, des modèles *génératifs* décrivant une classe donnée de positionnement relatif (section 5). L’intérêt de tels modèles est de pouvoir guider un système de reconnaissance *structurel* par prédiction ou vérification de contraintes spatiales. Enfin, la dernière partie de l’article est consacrée à l’exposé des résultats obtenus avec les différentes méthodes sur une base de tracés manuscrits en ligne.

## 2 Description de positionnement relatif par morphologie floue

Nous présentons dans cette section le cadre formel et la démarche générale de notre approche pour le positionnement relatif d’objets manuscrits. L’essentiel des idées sont directement inspirées de la méthode utilisée par Bloch [2] pour l’évaluation de positionnement d’objets en analyse d’image. Si la méthode originale est conçue pour la description du positionnement spatial d’objets flous dans des images et peut être étendue à du positionnement d’objets en 3 dimensions, nous nous contentons d’en exposer les principes simplifiés à notre cadre applicatif : l’espace est réduit au plan, et nous ne considérons que des objets non flous.

### 2.1 Principe général

Le principe fondamental consiste à concevoir une relation spatiale comme un sous-ensemble flou défini dans le plan, dont la fonction d’appartenance associe à tout point du plan une valeur d’adéquation à la relation considérée par rapport à un objet de référence. Une telle relation est par exemple *être à droite de R...*, où  $R$  est l’objet de référence qui est positionné dans l’espace de façon absolue.

La vérification d’une relation de positionnement pour un objet  $A$  par rapport à un objet  $R$  se fait donc en deux étapes.

1. la première consiste à définir la fonction modélisant la zone de l’espace qui satisfait la relation spatiale par rapport à  $R$ . Une telle fonction est appelée *paysage flou*, elle est construite à l’aide d’une dilatation morphologique appliquée sur  $R$ .
2. la seconde étape consiste à évaluer avec quel degré l’objet  $A$  vérifie la relation spatiale considérée, en utilisant le paysage flou.

Grâce à l’utilisation de la morphologie mathématique, la forme propre de l’objet de référence est prise en compte

dans la définition du paysage flou, et la description s’adapte donc naturellement aux spécificités de la forme de l’objet de référence. De plus, de par sa définition floue, la relation spatiale ainsi construite admet une certaine flexibilité là aussi précieuse pour gérer l’imprécision dans le positionnement relatif des tracés manuscrits. Nous présentons dans la suite les détails de chacune des deux étapes mises en œuvre.

### 2.2 Définition du paysage flou par dilatation morphologique

Le paysage flou est un sous-ensemble flou, caractérisé par une fonction d’appartenance définie pour tout point du plan. Intuitivement, il associe à un point du plan le degré avec lequel ce point vérifie la relation de positionnement décrite par rapport à l’objet de référence. Il résulte d’une opération de dilatation morphologique appliquée sur la référence au moyen d’un élément structurant. Sa construction repose donc sur la définition d’un élément structurant qui détermine la relation spatiale modélisée. En particulier, un élément structurant doit lui-même être défini par une fonction d’appartenance floue pour aboutir à la construction d’un paysage flou.

Pour un objet  $R$  de référence donné, positionné dans le plan  $S$ , le paysage flou  $\mu$  est construit en opérant une dilatation morphologique de  $R$  au moyen de l’élément structurant  $\nu$  :

$$\forall P \in S, \mu(R)(P) = \max_{Q \in R} \nu(P - Q) \quad (1)$$

### 2.3 Évaluation d’une position relative

Une fois le paysage flou défini, il est possible d’évaluer avec quel degré un objet analysé  $A$  respecte la relation considérée par rapport à l’objet de référence  $R$ . Il existe plusieurs moyens pour cela, qui utilisent différents opérateurs pour agréger les valeurs d’adéquation des points de  $A$  par rapport à la zone floue décrite au moyen du paysage flou.

La définition proposée dans [2] consiste à calculer la moyenne des degrés d’adéquation des points de  $A$  avec le paysage flou  $\mu$  :

$$M^R(A) = \frac{1}{|A|} \sum_{P \in A} \mu(R)(P) \quad (2)$$

où  $|A|$  est le cardinal de  $A$ .

D’autres mesures sont aussi proposées, qui apportent une information qualitative supplémentaire sur le positionnement de  $A$ . Les deux mesures de nécessité et de possibilité, décrivent par exemple les valeurs extrêmes des degrés atteints par les points de  $A$  :

$$N^R(A) = \inf_{P \in A} \mu(R)(P) \quad (3)$$

$$\Pi^R(A) = \sup_{P \in A} \mu(R)(P) \quad (4)$$

### 3 Exemple : relations directionnelles

L'approche générale introduite à la section précédente est utilisée dans [2] pour décrire des relations floues directionnelles. Une relation directionnelle est une relation du type *être dans la direction  $\alpha$  par rapport à  $R$* . Nous illustrons ici les principes généraux dans le cas particulier des relations directionnelles, en commençant par décrire la forme des éléments structurants utilisés.

#### 3.1 Définition de l'élément structurant

Les opérateurs de positionnement directionnel décrivant des relations du type *être dans la direction  $\alpha$  par rapport à  $R$*  sont définis par des éléments structurants de la forme :

$$\forall P \in S, \nu_\alpha(P) = \max \left( 0, 1 - \frac{2}{\pi} \arccos \frac{\overrightarrow{OP} \cdot \vec{u}_\alpha}{\|\overrightarrow{OP}\|} \right) \quad (5)$$

où  $O$  est le centre de l'élément structurant et  $u_\alpha$  est le vecteur unitaire de direction  $\alpha$ . La fonction d'appartenance  $\nu$  associe donc à tout point du plan une valeur comprise entre 0 et 1, qui varie linéairement avec l'angle entre  $\overrightarrow{OP}$  et la direction  $\alpha$  considérée. Dans leurs travaux, Cinbis et al. [4] proposent des éléments structurants non linéaires, basés sur des courbes de Bézier cubiques, et revendiquent une description plus intuitive des relations directionnelles. Cependant, la forme de ces courbes dépend d'un paramètre dont ils ne précisent pas comment choisir la valeur et les résultats présentés ne permettent pas réellement de valider l'intérêt de ces éléments structurants plus complexes pour la description du positionnement relatif.

La figure 1 représente graphiquement l'élément structurant flou défini par l'équation (5), en considérant la direction *droite* pour  $\alpha$ . Les niveaux de gris représentent les valeurs des degrés d'appartenance des points du plan à l'élément structurant, entre 0 et 1 : les points en blanc avec un degré de 1, les points en noir avec un degré nul.

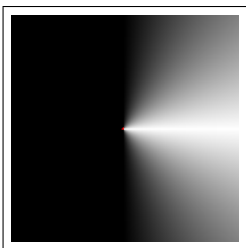


FIGURE 1 – Élément structurant  $\nu_{droite}$

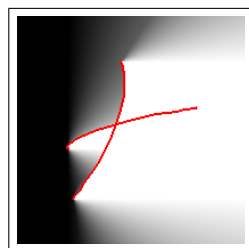


FIGURE 2 – Paysage flou *être à droite de  $R$*

#### 3.2 Visualisation du paysage flou

Un élément structurant tel que défini à l'équation (5) permet de construire un paysage flou par dilatation morphologique (voir équation (1)) qui modélise avec quel degré tout point du plan satisfait la relation *être dans la direction  $\alpha$  par rapport à cet objet de référence*. La figure 2 montre un exemple de paysage flou obtenu par dilatation morphologique d'une forme de référence  $R$  (en rouge) par l'élément

structurant représenté à la figure 1. Là encore, les niveaux de gris sont proportionnels aux degrés d'appartenance des points au paysage flou, c'est-à-dire leur degré de vérification de la relation *être à droite de  $R$* .

#### 3.3 Évaluation de la relation directionnelle

La figure 3 reprend l'exemple de la figure 2 avec la représentation de l'objet  $A$  à positionner (en bleu) par rapport à la référence. Le tableau 1 donne les mesures effectuées pour ce couple d'objets par rapport à la relation représentée sur la figure 3 en considérant les trois mesures : moyenne, nécessité, possibilité, définies par les équations (2, 3, 4).

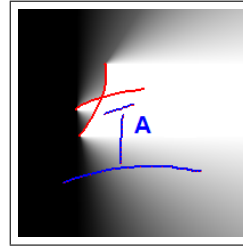


FIGURE 3 – Relation *être à droite de  $R$*

Mesure	Valeur
$M^R(A)$	0,73
$N^R(A)$	0
$\Pi^R(A)$	1

TABLE 1 – Évaluation de la relation

### 4 Partition adaptative par dilata-tions morphologiques

Une partition floue du plan est un outil classiquement utilisé pour attester du positionnement relatif de deux tracés, à l'instar des travaux de Zhang et al. [6]. Dans ces travaux, les auteurs utilisent une partition floue pour analyser les relations spatiales entre éléments constituant une équation mathématique : ils définissent donc les zones du plan qui représentent les relations *exposant, indice, au-dessus, à droite...* Ces zones doivent être prédéfinies et leurs frontières sont fixées par seuils prédéterminés. De plus, la construction de la partition se fait en s'appuyant sur la trace de référence normalisée, c'est-à-dire dont on essaie de standardiser la forme afin qu'elle s'intègre dans la partition rigide.

Dans cette partie, nous proposons d'utiliser les opérateurs morphologiques directionnels pour définir une partition floue du plan qui est *adaptative*, c'est-à-dire qui tient compte de la forme effective du tracé en référence pour déterminer les zones *à droite, au-dessus...* L'idée est que la définition d'une partition à partir des opérateurs morphologiques flous permet de modéliser avec plus de justesse ces relations spatiales grâce à la prise en compte de la forme spécifique de l'objet de référence.

#### 4.1 Partition floue directionnelle

Dans de précédents travaux [7], nous avons proposé de décrire le positionnement relatif en combinant systématiquement les scores moyens de positionnement directionnels mesurés pour chacune des quatre directions principales par rapport à l'objet de référence (*haut, bas, gauche et droite*). Cette méthode revient à utiliser une partition naturelle du

plan construite à l'aide des quatre dilatactions floues correspondantes, et à évaluer un degré d'appartenance d'un objet  $A$  à positionner dans chaque zone floue de la partition. Les résultats montraient que ces quatre simples mesures constituaient une bien meilleure modélisation du positionnement relatif que celle réalisée à l'aide de simples mesures basées sur les boîtes englobantes des tracés. Cette modélisation restait cependant limitée puisque la mesure se ramène à une seule valeur synthétique pour chaque direction décrivant l'adéquation moyenne de  $A$  avec le paysage flou. À titre d'exemple, le tableau 2 donne les 4 scores moyens obtenus pour le couple d'objets de la figure 3.

$\alpha$	<i>haut</i>	<i>bas</i>	<i>gauche</i>	<i>droite</i>
$M_{\alpha}^R(A)$	0,13	0,93	0,31	0,73

TABLE 2 – Scores moyens dans les 4 directions

Nous souhaitons ici enrichir cette description en affinant la partition de l'espace. Pour ce faire, nous proposons de réduire la granularité de la description dans chaque direction, en considérant plusieurs modalités pour chaque variable linguistique *être dans la direction*  $\alpha$ . Par exemple, nous subdivisons la variable *être à droite* en trois modalités : *ne pas être à droite*, *être peu à droite*, *être complètement à droite*. La mise en œuvre de cette description de granularité plus fine peut se faire directement en procédant au niveau des éléments structurants utilisés pour construire les paysages flous. Par analogie à la figure 1, la figure 4 représente les trois éléments structurants  $\nu_{droite,a}$ ,  $\nu_{droite,b}$  et  $\nu_{droite,c}$ . La figure 5 présente quant à elle les paysages flous obtenus par dilatation morphologique de la trace de référence de la figure 2 au moyen de ces trois éléments structurants. Enfin, le tableau 3 donne les 12 scores obtenus pour le couple d'objets précédent par rapport aux 3 modalités sur chacune des directions. Par rapport à la description donnée par le tableau 2, cette description plus fine comporte une information sur l'étendue de la trace  $A$  par rapport à  $R$  et la répartition de ses points dans le plan. Ainsi on mesure que la majorité des points de  $A$  sont complètement à droite de  $R$ , alors qu'une autre partie de ses points ne sont pas du tout à droite.

## 4.2 Partition floue de distance

Toujours en s'appuyant sur une dilatation morphologique, nous proposons de partitionner le plan selon un axe supplémentaire décrivant la distance entre les objets. L'élément structurant associé est défini par :

$$\forall P \in S, \delta_{\beta}(P) = \frac{1}{1 + \beta \|\vec{OP}\|}$$

où  $O$  est le centre de l'élément structurant.  $\beta$  est un facteur de normalisation qui permettra de tenir compte des dimensions de l'objet  $R$  sur lesquels la dilatation sera appliquée, de telle sorte que

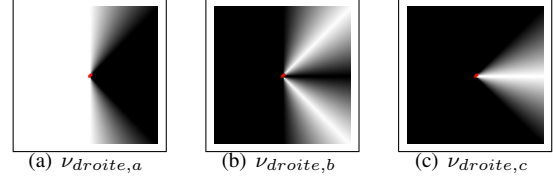


FIGURE 4 – Éléments structurants pour *pas à droite*, *peu à droite* et *complètement à droite*

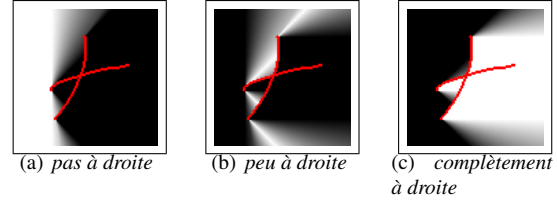


FIGURE 5 – Trois paysages pour *pas à droite*, *peu à droite* et *complètement à droite*

$\alpha$		<i>haut</i>	<i>bas</i>	<i>gauche</i>	<i>droite</i>
$M_{\alpha,a}^R(A)$	<i>pas</i>	0,74	0	0,41	0,14
$M_{\alpha,b}^R(A)$	<i>peu</i>	0,26	0,13	0,56	0,24
$M_{\alpha,c}^R(A)$	<i>complètement</i>	0	0,87	0	0,61

TABLE 3 – Scores moyens pour les 12 modalités directions

$$\delta_{\beta}(P) < 0.1 \text{ si } \|\vec{OP}\| > \max(\text{hauteur}(R), \text{largeur}(R))$$

À partir de cette définition nous déclinons trois éléments structurants flous  $\delta_{\beta,a}$ ,  $\delta_{\beta,b}$  et  $\delta_{\beta,c}$  modélisant les relations *être loin*, *être peu proche* et *être proche* par rapport à un objet de référence, qui sont représentés à la figure 6 (on a attribué à  $\beta$  une valeur empirique permettant de visualiser les éléments structurants). La figure 7 présente les paysages flous obtenus par dilatation morphologique de la trace de référence de la figure 2 au moyen des trois éléments structurants de distances définis ci-dessus, et le tableau 4 donne les scores moyens d'appartenance à chacun des trois paysages, toujours pour le même couple d'objets.

En couplant les mesures effectuées à l'aide des deux partitions, c'est-à-dire en combinant les degrés moyens d'appartenance d'un objet à chacune des zones définies par les éléments structurants de direction et de distance, nous obtenons une description précise de la position de  $A$  par rapport à  $R$ , qui a l'avantage de s'adapter à la forme de la référence  $R$ . Cette description est compacte et générique, elle est donc bien adaptée à des problèmes de reconnaissance de formes qui nécessitent de discriminer un grand nombre de relation spatiales. On peut aussi remarquer que la partition floue ainsi définie peut être complètement modélisée

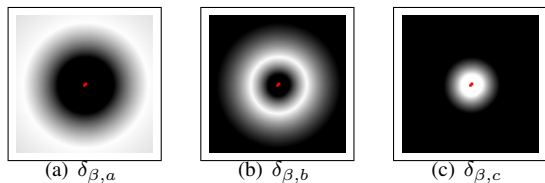


FIGURE 6 – Éléments structurants de distance : *loin*, *peu proche* et *proche*

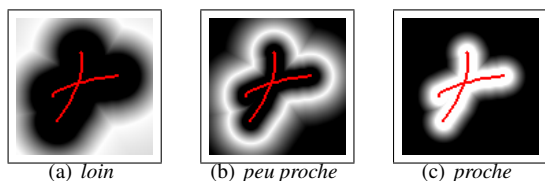


FIGURE 7 – Trois paysages pour *lointain*, *peu proche* et *très proche*

		<i>degré</i>
$\delta_{\beta,a}^R(A)$	<i>loin</i>	0,81
$\delta_{\beta,b}^R(A)$	<i>peu proche</i>	0,19
$\delta_{\beta,c}^R(A)$	<i>proche</i>	0

TABLE 4 – Scores moyens pour les 3 modalités de distance

par un Système d'Inférence Floue à domaines d'entrées déterminés, dont les règles floues combinent les modalités construites sur chacune des 5 variables linguistiques de direction et de distance.

### 4.3 Discussion sur le choix du niveau de granularité

Nous avons illustré le concept de partition adaptative définie avec un nombre fixe d'axes de partitionnement (4 directions et une distance) comportant chacun 3 modalités linguistiques, ce qui définit un ensemble de 15 éléments structurants. La partition ainsi constituée est voulue *universelle*, au sens où tout type de relation spatiale peut être décrit par la combinaison des valeurs de mesure de l'adéquation des objets avec les paysages flous induits.

Le choix de considérer les quatre directions nous apparaît invariablement optimal, car ces quatre points de vue directionnels sont complémentaires, non redondants (en particulier à cause de la non-symétrie des paysages directionnels opposés), mais suffisants. Cependant, nous suggérons qu'il est bénéfique d'adapter le niveau de granularité en déterminant le nombre de modalités linguistiques de chaque axe en fonction de la distribution des données. Dans les expérimentations rapportées à la section 6, nous avons ainsi optimisé le nombre de modalités pour chaque axe en procédant à un clustering flou de type possibiliste sur les degrés directionnels des données d'apprentissage [8]. Le nombre et la

position des centres des prototypes flous obtenus en résultat permettent de déterminer les éléments structurants constituant la partition. Cette partition est alors mieux adaptée au problème spécifique considéré, et ses modalités ne sont plus associées à des termes linguistiques telles que *un peu*, ou *proche*.

## 5 Apprentissage de modèles de positionnement

La méthode présentée dans la section précédente offre un jeu de caractéristiques utile à des fins de classification automatique par des méthodes *statistiques*, car elle est vouée à une tâche de discrimination entre relations spatiales. Le second objectif de nos travaux est de définir des modèles qui décrivent une relation spatiale, non plus prédéfinie comme *proche* ou à *droite de*, mais apprise à partir de données. Un tel modèle permettrait de répondre à deux types de questions, toutes les deux utiles à l'analyse *structurelle* de formes manuscrites complexes :

- étant donné un objet de référence et ce modèle de positionnement, dans quelle zone du plan peut/doit se trouver l'objet à positionner ?
- étant donnés deux objets, avec quel degré respectent-ils ce modèle de positionnement ?

Tout comme lorsqu'on définit une partition floue adaptative, il est utile d'adopter différents points de vue pour enrichir la description du positionnement relatif. Nous proposons ici de considérer les 4 directions principales et la distance, et de définir pour chacun de ces axes la *région d'acceptabilité* pour  $A$ , étant donné  $R$ . Cela nous permet d'apprendre, pour chaque point de vue, un élément structurant spécifique à ce modèle de positionnement. Ensuite, la construction du modèle global se fait par fusion des paysages flous résultant de la dilatation de la référence par ces éléments structurants.

### 5.1 Définition de la région floue d'acceptabilité

Considérons un point de vue sur une relation de positionnement, par exemple la relation directionnelle *être à droite de*  $R$ . En analysant un couple d'objets  $R$  et  $A$  respectant le modèle de positionnement que l'on veut apprendre, on constate que les degrés d'adéquation des points de  $A$  vis-à-vis de cette direction appartiennent à un intervalle inclus dans  $[0, 1]$ . Plus spécifiquement, pour un couple  $(R_0, A_0)$ , on a bien sûr :

$$\forall Q \in A_0, \mu^{R_0}(Q) \in [N^{R_0}(A_0), \Pi^{R_0}(A_0)]$$

où  $N$  et  $\Pi$  sont les mesures de nécessité et possibilité définies par les équations (3) et (4).

À partir d'un grand nombre d'exemples de couples  $(A_i, R_i)$ , on peut construire un sous-ensemble flou  $\phi$  décrivant les degrés admissibles par les points des objets  $A_i$  par rapport aux objets  $R_i$ , selon le point de vue considéré (l'une des 4 directions ou la distance). On propose la définition suivante,  $\forall P \in S, x = \mu^R(P)$  :



$$\phi(P) = \begin{cases} \frac{1}{1+(x-\bar{N})^2/\sigma_N^2} & \text{si } x < \bar{N} \\ 1 & \text{si } \bar{N} \leq x \leq \bar{\Pi} \\ \frac{1}{1+(x-\bar{\Pi})^2/\sigma_{\Pi}^2} & \text{si } x > \bar{\Pi} \end{cases}$$

où  $\bar{N}$  et  $\bar{\Pi}$  représentent les valeurs moyennes des nécessités et possibilités des  $(R_i, A_i)$ , et  $\sigma_N$  et  $\sigma_{\Pi}$  sont les écart-types estimés.

Cette fonction floue définit la *région d'acceptabilité* : tout point du plan appartient à cette région avec un fort degré s'il atteint des degrés conformes aux degrés des points de  $A$  par rapport au point de vue considéré. Cette fonction définit aussi un élément structurant qui est à la base de notre modélisation : avec cet élément structurant, on est capable, pour n'importe quel objet de référence, d'attribuer aux points du plan leur degré de vérification de la relation que l'on a apprise, toujours selon le point de vue adopté.

Un élément structurant appris par rapport à la direction *droite* est illustré par la figure 8. Il modélise la zone d'acceptabilité dans la direction *droite* pour le modèle appris à partir d'exemples tels que celui de la figure 2. Un paysage flou construit en dilatant une référence par cet élément structurant appris est présenté figure 9. Cette figure diffère des figures 2 et 5(c), dans lesquelles la zone en blanc s'interprète par *être à droite de R* et *être complètement à droite de R*. Ici, la zone représente la relation *être à droite de R dans la même mesure que A d'après le modèle*, c'est-à-dire *être dans la région d'acceptabilité apprise de A pour la direction droite*.

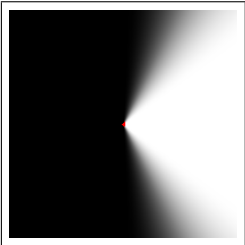


FIGURE 8 – Élément structurant appris

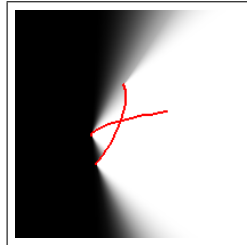


FIGURE 9 – Paysage flou correspondant

## 5.2 Fusion par intersection floue

Le procédé décrit dans la partie précédente est répété sur chacun des axes considérés : les 4 directions *haut*, *bas*, *gauche*, *droite*, ainsi que la distance. Le modèle global est simplement obtenu par intersection floue des paysages flous obtenus pour chacun des axes, traduisant le fait qu'un point est bien positionné par rapport à la référence selon un modèle s'il est dans la région d'acceptabilité apprise pour chacun des axes. Nous choisissons l'opérateur produit pour réaliser cette intersection, mais tout opérateur de conjonction floue (T-norme) peut être envisagé.

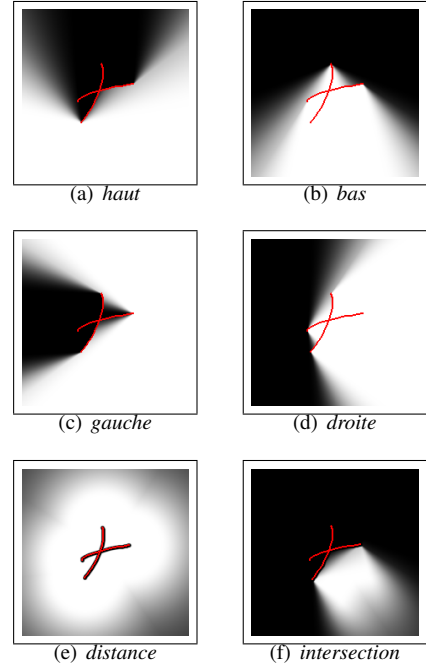


FIGURE 10 – Paysages flous appris par rapport aux directions *haut* (a), *bas* (b), *gauche* (c) et *droite* (d) et à la distance (e), ainsi que le résultat de leur intersection (f)

La figure 10 présente les paysages flous de directions (a,b,c,d) et de distance (e) définissant les régions d'acceptabilité pour notre modèle de positionnement, ainsi que le modèle global, obtenu par intersection (f).

## 6 Expérimentations

Nous avons comparé les performances et la qualité de la description de positionnement relatif de tracés manuscrits fournies par les différentes méthodes décrites dans ce papier. Pour cela on expérimente une tâche de classification à l'aide d'un classifieur statistique performant (SVM), appliqué sur différents jeux de caractéristiques issus des différentes méthodes de description.

### 6.1 Base de données

Les expérimentations sont conduites sur une base de données de gestes manuscrits en-ligne. Celle-ci comporte 18 classes de gestes graphiques saisis par 15 scripteurs, chacun ayant tracé entre 15 et 20 exemplaires de chaque geste. Les gestes correspondant à de purs gestes d'édition graphique (suppression d'un caractère, espace, retour chariot...) ou bien à la saisie de signes diacritiques (accents, cédille, apostrophe) ou encore de ponctuation. Tous ces gestes ont été saisis *en contexte*, c'est-à-dire par rapport à un caractère de référence déjà positionné. La table 5 présente 16 classes parmi ces gestes graphiques.

Puisque plusieurs de ces gestes ont une forme très semblable (par exemple la virgule et l'apostrophe), la modéli-

















 accent aigu	 accent grave	 accent circonflexe	 tréma
 suppression d'accent	 cédille	 suppression de cédille	 changement de casse
 suppression du caractère	 suppression du dernier caractère	 retour chariot	 insertion
 espace	 apostrophe	 virgule	 point

TABLE 5 – 16 classes de gestes graphiques en contexte

sation de leur positionnement relativement à la référence est nécessaire pour une bonne reconnaissance.

## 6.2 Jeux de caractéristiques

Puisque nous cherchons à évaluer uniquement la qualité de description du positionnement relatif, tous les différents jeux de caractéristiques comparés contiennent les mêmes caractéristiques de description de la forme, au nombre de 9. À ces caractéristiques de description des formes, sont ajoutées des caractéristiques de description du positionnement des gestes par rapport à la référence. Nous définissons plusieurs jeux de caractéristiques de positionnement :

- *jeu0* : aucune caractéristique de positionnement ;
- *jeu1* : caractéristiques simples : 4 distances entre les bords des rectangles englobants, 1 distance entre centres de gravité, 2 mesures de dimensions relatives ;
- *jeu2* : 4 degrés moyens de direction (voir tableau 2), 1 distance entre centres de gravité, 2 mesures de dimensions relatives ;
- *jeu3* : 13 degrés moyens de direction et distance (équivalents aux tableaux 3 et 4, mais avec une partition optimisée, cf. paragraphe 4.3), 2 dimensions relatives ;
- *jeu4* : 18 degrés moyens d'activation des 18 modèles appris, un pour chaque classe, (méthode de la section 5), 2 dimensions relatives.

## 6.3 Résultats

Le tableau 6 synthétise les résultats obtenus pour la tâche de classification. Dans chaque cas, la base est coupée en deux parties, les données de 10 scripteurs sont utilisées pour l'apprentissage et celles des 5 scripteurs restants pour le test en généralisation.

Conformément aux attentes, le *jeu0* ne permet pas de bien reconnaître les gestes, et l'introduction d'une description du positionnement, même par des caractéristiques sim-

jeu	jeu0	jeu1	jeu2	jeu3	jeu4
taux	55,35	80,23	96,03	96,36	96,16

TABLE 6 – Comparaison des taux de reconnaissance obtenus avec les différents jeux de caractéristiques




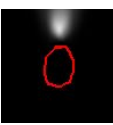
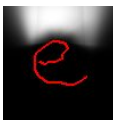

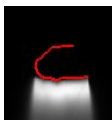
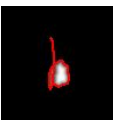
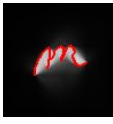
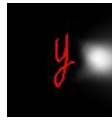
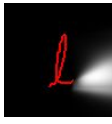
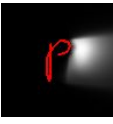
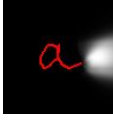
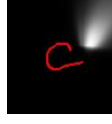


 aigu	 grave	 circonflexe	 tréma
 supp. accent	 cédille	 supp. cédille	 chang. casse
 suppr. caractère	 suppr. dernier	 retour chariot	 insertion
 espace	 apostrophe	 virgule	 point

TABLE 7 – Visualisation des modèles appris pour chaque classe de geste

plistes, permet d'améliorer grandement ce résultat (*jeu1*). La prise en compte de la forme de la référence dans les caractéristiques issues des méthodes morphologiques joue un rôle majeur et augmente sensiblement le taux de bonne reconnaissance (*jeu2*, *jeu3* et *jeu4*). Par rapport à nos travaux précédents (*jeu2*), la description par une partition plus fine et optimisée (voir paragraphe 4.3) est bénéfique (*jeu3*), et permet de réduire l'erreur de plus de 8%. Enfin, le score atteint par le *jeu4* atteste de la validité des nouveaux modèles que nous avons introduits pour la description du positionnement relatif. Bien qu'il soit sensiblement moins performant en reconnaissance par rapport au meilleur jeu de caractéristiques, le taux atteint par le *jeu4* atteste du bon comportement des modèles appris selon la méthode présentée à la section 5. Par ailleurs, le tableau 7 permet de valider visuellement ces modèles par vérification des paysages flous appris pour chacune des classes.

## 7 Conclusion

Nous avons exploré différents moyens d'utiliser la morphologie mathématique floue pour modéliser le position-



nement relatif de tracés manuscrits, en s'inspirant des méthodes issues du domaine de l'analyse d'images. La morphologie apporte le grand avantage de tenir compte des formes des objets à positionner dans la description, ce qui est très précieux pour notre cadre applicatif. À partir de ces principes, nous avons défini deux approches : l'une pour construire un espace de représentation par partition floue adaptative, l'autre pour la construction automatique de modèles de positionnement par apprentissage des éléments structurants. Les résultats présentés valident l'intérêt de la démarche générale et des deux approches dans une tâche de reconnaissance. Dans de futurs travaux, nous souhaitons intégrer la méthode d'apprentissage automatique de modèles de positionnement dans un système complet d'analyse structurelle de formes manuscrites, par exemple dans un système de reconnaissance de caractères chinois [9].

## Références

- [1] R. Plamondon and SN Srihari. Online and off-line handwriting recognition : a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(1) :63–84, 2000.
- [2] I. Bloch. Fuzzy relative position between objects in image processing : a morphological approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7) :657–664, 1999.
- [3] P.D. Gader. Fuzzy spatial relations based on fuzzy morphology. In *Proc. Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 2, pages 1179–1183 vol.2, 1997.
- [4] R.C. Cinbis and S. Aksoy. Relative position-based spatial relationships using mathematical morphology. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, volume 2, pages 97–100. IEEE Computer Society, 2007.
- [5] I. Bloch. Fuzzy spatial relationships for image processing and interpretation : a review. *Image and Vision Computing*, 23(2) :89–110, 2005.
- [6] L. Zhang, D. Blostein, and R. Zanibbi. Using fuzzy logic to analyze superscript and subscript relations in handwritten mathematical expressions. In *Proceedings of the 8th International Conference on Document Analysis and Recognition*, pages 972–976, 2005.
- [7] F Bouteruche, S Macé, and E Anquetil. Fuzzy relative positioning for on-line handwritten stroke analysis. In *Proceedings of the 10th International Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition*, pages 391–396, 2006.
- [8] R. Krishnapuram and J.M. Keller. A possibilistic approach to clustering. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 1(2) :98–110, 1993.
- [9] A. Delaye, E. Anquetil, and S. Macé. Explicit fuzzy modeling of shapes and positioning for handwritten chinese character recognition. In *Proceedings of the 10th International Conference on Document Analysis and Recognition*, 2009.