



**HAL**  
open science

## Contribution à la squelettisation en niveaux de gris

youssef Rabaa, Sylvie Sevestre-Ghalila, Anne Ricordeau

► **To cite this version:**

youssef Rabaa, Sylvie Sevestre-Ghalila, Anne Ricordeau. Contribution à la squelettisation en niveaux de gris. 42èmes Journées de Statistique, 2010, Marseille, France. pp.USB-key. inria-00494712

**HAL Id: inria-00494712**

**<https://hal.inria.fr/inria-00494712>**

Submitted on 24 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# CONTRIBUTION À LA SQUELETTISATION EN NIVEAUX DE GRIS

Rabâa Youssef & Sylvie Sevestre-Ghalila & Anne Ricordeau

*U2S-ENIT, Université El Manar, Tunisie*

*MAP5, Université Paris Descartes, France.*

## Résumé

La sensibilité au bruit de la squelettisation d'images en niveaux de gris peut être gérée par l'amincissement paramétré. Son principe est d'ajouter au critère de pixel *simple* un critère basé sur le contraste local qui permet de lisser le squelette gris en fusionnant les régions sombres se différenciant par un faible contraste. Pour ce faire, un écart de niveaux représentatif de la zone est comparé à un paramètre fixé par l'utilisateur. Par un ensemble de simulations, on exhibe ici la croissance de ce paramètre avec l'amplitude du bruit. On propose ensuite une première régulation de ce paramètre de contraste en fonction des moments de l'étendue des zones sombres à fusionner.

## 1 Introduction

La squelettisation est une manière de représenter les objets d'une image indépendamment de leur épaisseur initiale, tout en préservant la topologie initiale de l'image. Parmi les méthodes discrètes de squelettisation, on retrouve l'amincissement topologique séquentiel. Cette méthode s'applique à des images binaires et s'étend aux images en niveaux de gris.

Dans le cas binaire, la méthode consiste à retirer couche par couche, un ensemble de pixels selon le critère de pixel *simple* établi par Rosenfeld dans [2] et repris par Couprie [1] et Soille [4]. L'extension aux images en niveaux de gris est possible en adoptant la topologie en coupes proposée par Beucher [6]. L'amincissement consiste alors en un abaissement de niveaux de gris qui, vers la fin, aboutit à des crêtes centrales décrivant l'information utile portée par le relief topographique de l'image.

La sensibilité au bruit de l'amincissement séquentiel classique altère la qualité des squelettes obtenus. La figure 1 montre la différence entre le résultat d'un amincissement classique sur une image en niveaux de gris peu bruitée et sur une version plus bruitée. Ceci se traduit par des tâches de faible dimension dont la distribution sur l'image est aléatoire et peut générer de nouvelles connections et crêtes non significatives au niveau du squelette.

C'est dans ce cadre, que Couprie et son équipe de l'ESIEE dans [1]<sup>1</sup> ont amélioré l'amincissement classique, en ajoutant des critères comparant le contraste local de l'image à un paramètre  $\lambda$ , ceci en vue d'éliminer l'information liée au bruit.

Néanmoins, l'amincissement paramétré suivant le contraste local dépend du choix du paramètre  $\lambda$  qui va permettre de fusionner les zones sombres se différenciant peu en terme de contraste.

On propose ici un ajustement du paramètre  $\lambda$  au moyen des moments de l'étendue des niveaux de gris des zones sombres à fusionner.

---

1. Ecole Supérieure d'Ingénieurs en Electrotechnique et Electronique

Dans ce papier, la section 2 est consacrée à la présentation du critère introduit dans l’algorithme d’amincissement paramétré et du rôle du contraste local dans l’amélioration de la procédure d’amincissement. La section 3 dégage par l’analyse d’un ensemble de simulations, la dépendance croissante du paramètre de contraste à l’amplitude du bruit. De ce constat, on présente, en section 4, le comportement statistique du contraste local suivi d’une première proposition de régulation du paramètre de contraste de l’algorithme d’amincissement paramétré. On achève cette présentation par une conclusion et une discussion en section 5, sur les perspectives de ce travail.

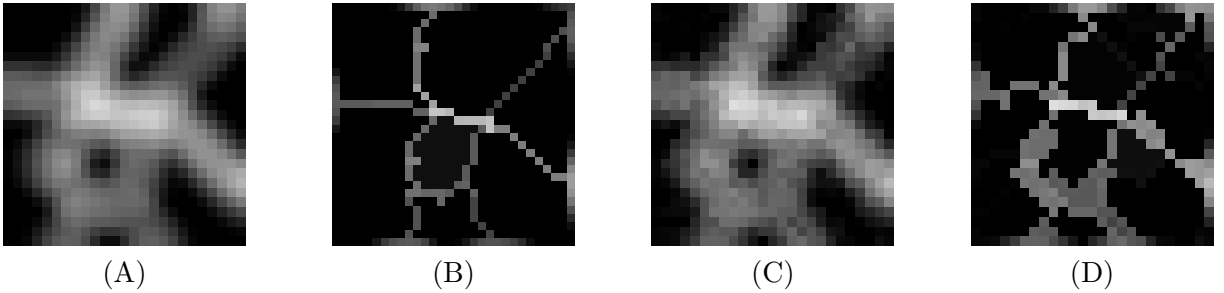


FIGURE 1 – (A) Image  $25 \times 25$  floue. (B) Squelette de l’image (A). (C) Image bruitée par un bruit gaussien d’écart-type  $\sigma = 0.03$ . (D) Squelette de l’image (C).

## 2 Amincissement paramétré

Pour une image binaire, un pixel bord de l’objet dont la suppression ne modifie pas la connectivité de l’objet est appelé un pixel **simple** [2]. L’algorithme de squeletisation par amincissement homotopique consiste à rabaisser séquentiellement le niveau de chaque pixel simple en le passant à 0.

Cet algorithme a été étendu aux images en niveau de gris en se basant sur la notion de coupe. La coupe au niveau  $l$  d’une image en niveau de gris correspond à une image binaire définie par  $F_l = \{y, F(y) \geq l\}$  où  $F(y)$  représente le niveau de gris du pixel  $y$ . Dans une image en niveau de gris, un pixel  $x$  de niveau  $F(x) = l_0$  est dit **desconstructible** si il est simple pour l’image binaire associée à la coupe  $F_{l_0}$ . L’algorithme d’amincissement classique présenté dans [4] et [5] consiste alors à rabaisser le niveau d’un pixel  $x$  desconstructible en remplaçant son niveau de gris  $F(x)$  par

$$\max\{F(y), y \in \mathcal{V}_8^<(x)\} \text{ où } \mathcal{V}_8^<(x) = \{y \in \mathcal{V}_8(x), F(y) < F(x)\}, \quad (1)$$

$\mathcal{V}_8$  désignant l’ensemble des 8 plus proches voisins.

L’algorithme présenté dans [1] ajoute à la notion de pixel destructible, un critère faisant intervenir un paramètre  $\lambda$ . Un pixel  $x$  est dit  **$\lambda$ -destructible** s’il vérifie l’un des deux critères suivants : soit  $x$  est desconstructible, soit  $x$  est sur une crête de faible hauteur ou  $\lambda$ -crête, ce qui a été formalisé à l’aide des deux conditions suivantes :

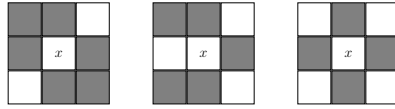
(a) On dénombre au moins 2 composantes 4–connexes et 4–adjacentes au pixel  $x$  dans son voisinage  $\mathcal{V}_8^<(x)$ , soit :

$$\mathcal{K} = \#\mathcal{C}_4(x, \mathcal{V}_8^<(x)) \geq 2$$

(b) Et parmi ces  $\mathcal{K}$  composantes connexes notées  $c_i$ ,  $(\mathcal{K} - 1)$  au moins sont telles que :

$$d(x, c_i) = F(x) - \min F(c_i) \leq \lambda \quad (2)$$

La condition (a) traduit bien le fait que  $x$  soit localement sur une crête comme l'illustre ces exemples de configurations où  $\mathcal{K} = 2$  puis 3 et 4 :



Précisons que dans l'algorithme de Couprie, les pixels examinés en premier sont toujours les plus sombres. La condition (b) revient alors à dire que soit toutes les composantes  $c_i$  sont telles que  $d(x, c_i) \leq \lambda$ , auquel cas  $x$  est sur une crête de faible hauteur assimilable à du bruit associé au fond. Soit une seule composante  $c^*$  est telle que  $d(x, c^*) > \lambda$ , auquel cas la crête peut être assimilable à du bruit associé à l'objet.

### 3 Evaluation empirique du paramètre de contraste

L'objectif est ici de déterminer empiriquement le lien existant entre un bruit gaussien et le paramètre de contraste  $\lambda$ .

On propose de déterminer le paramètre  $\lambda$  aboutissant au meilleur squelette sur des images synthétiques, dont on fait varier l'écart-type du bruit. Pour chacune des images bruitées, on effectue différentes squeletisations en faisant varier le paramètre  $\lambda$ .

C'est une première démarche, par conséquent, l'évaluation du squelette se limite à la qualité visuelle.

Pour ce faire, nous ajoutons un bruit gaussien d'écart-type  $\sigma$  variant dans l'intervalle  $[0.01, 0.15]$  à l'image synthétique de la figure 1.(A). La figure 2 illustre le déroulement de cette procédure pour la valeur de  $\sigma = 0.1$ . On construit un ensemble de squelettes de l'image bruitée correspondant à différentes valeurs de  $\lambda$  ( $1,5\sqrt{\hat{\sigma}^2}$  à  $3\sqrt{\hat{\sigma}^2}$  par pas de  $0,25\sqrt{\hat{\sigma}^2}$ )<sup>2</sup> qui, pour cet exemple, sont représentés de (C) à (H) dans la figure 2. On cherche parmi ces squelettes le meilleur en se limitant à une évaluation visuelle. Ainsi, on sélectionne sur cet exemple le squelette (F) puisqu'on y observe le moins de fausses crêtes et qu'il ne présente pas de déconnection abusive. La valeur  $\lambda = 0.3$  est retenue pour cette image. Nous déroulons cette procédure pour plusieurs valeurs de l'écart-type et traçons en figure 3 les  $\lambda$  retenus en fonction de  $\sqrt{\hat{\sigma}^2}$ . Comme suspecté, on remarque une évolution croissante du paramètre de contraste avec l'amplitude du bruit.

---

2. où  $\hat{\sigma}^2$  est la variance empirique de l'échantillon.

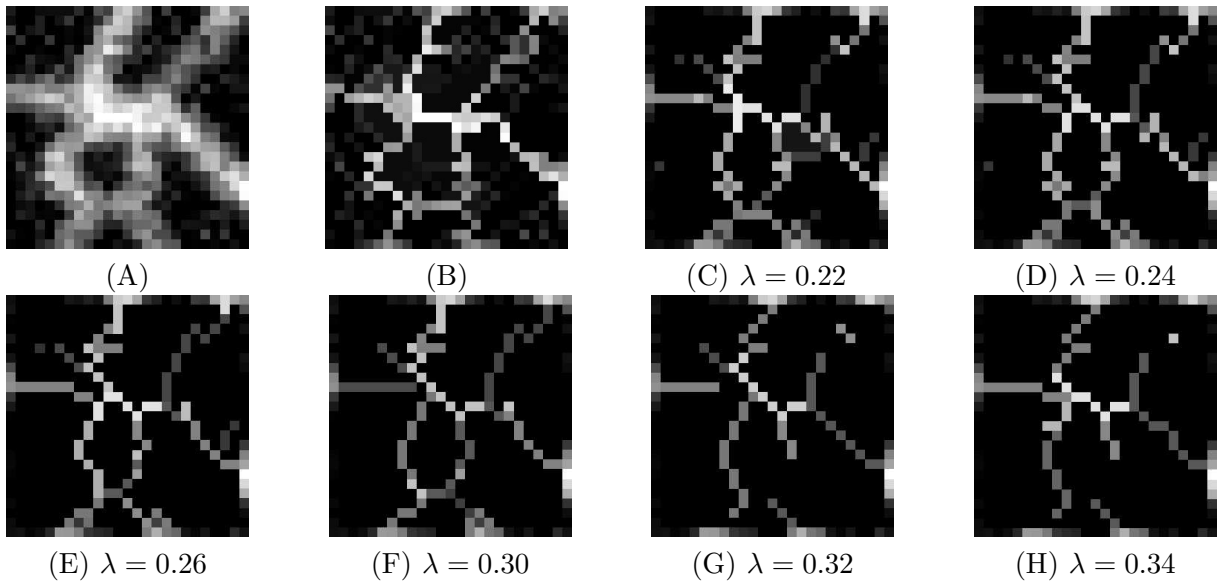


FIGURE 2 – (A) : Image 25\*25 bruitée avec  $\sigma = 10\%$  et  $\sqrt{\hat{\sigma}^2} = 0.089$ . (B) : squelette issu de l'amincissement classique. de (C) à (H) : squelettes suivant le contraste local.

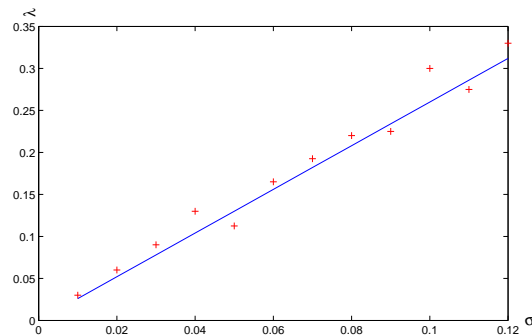


FIGURE 3 – Courbe d'évolution du paramètre  $\lambda$  en fonction de  $\sigma$ .

## 4 Comportement statistique du contraste local

Décider qu'un pixel  $x$  est de type  $\lambda$ -crête revient à examiner  $F(x) - \min F(c_i)$  où  $c_i$  représente un ensemble de pixels de niveaux inférieurs à celui de  $x$ . Notons  $X_1, \dots, X_n$  les niveaux de gris des pixels de l'ensemble  $c_i \cup \{x\}$ . On peut alors écrire :

$$F(x) - \min F(c_i) = X_{(n)} - X_{(1)} = W_n$$

qui n'est autre que l'étendue du précédent échantillon. On propose dans ce qui suit, d'exploiter cette formalisation statistique pour établir un lien entre  $\lambda$  et l'écart-type du bruit de l'image.

Dans le cas d'un  $n$ -échantillon d'une même loi de variance  $\sigma^2$ , JP. Lecoutre [8] a construit comme suit, un estimateur sans biais de  $\sigma$  à partir de l'étendue :

$$R_n = \frac{1}{d_n}(X_{(n)} - X_{(1)}) = \frac{W}{d_n}, \text{ avec } d_n = E\left(\frac{X_{(n)}}{\sigma} - \frac{X_{(1)}}{\sigma}\right). \quad (3)$$

De cette construction, il résulte donc que  $E(W) = d_n\sigma$ .

Pour la loi normale, l'auteur fournit les valeurs de  $d_n$ , ainsi que l'efficacité  $e_n$  de  $R_n$  par rapport à un second estimateur sans biais de  $\sigma$ , noté  $\widehat{\sigma}_n$  qui vérifie :

$$Var(\widehat{\sigma}_n) = c_n\sigma^2. \quad (4)$$

La constante  $c_n$ , fonction de  $n$ , se calcule aisément et est donnée pour quelques valeurs de  $n$  dans la table 1 ainsi que les constantes  $d_n$  et  $e_n$ . Ainsi, sous l'hypothèse d'une loi gaussienne, on peut écrire la variance de l'étendue comme suit :

$$Var(W) = d_n^2 Var(R_n) = d_n^2 Var(\widehat{\sigma}_n)/e_n = d_n^2 c_n \sigma^2 / e_n. \quad (5)$$

On peut donc en déduire un ajustement de  $\lambda$  correspondant à une valeur maximale de l'étendue, ceci en appliquant à  $W$  l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P\left(\left|\frac{W - E(W)}{\sqrt{Var(W)}}\right| > k\right) < 1/k^2 \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow P(W \notin d_n\sigma[1 \pm k\sqrt{\frac{c_n}{e_n}}]) < 1/k^2. \quad (7)$$

Nous proposons donc de choisir  $\lambda = d_n\sigma[1 + k\sqrt{\frac{c_n}{e_n}}]$ .

n	2	3	4	5	6
$c_n$	0.5708	0.2732	0.1781	0.1318	0.1045
$d_n$	1.13	1.69	2.05	2.32	2.53
$e_n$	1	0.992	0.975	0.955	0.933

TABLE 1 –  $c_n, d_n$  et  $e_n$  en fonction de  $n$

## 5 Conclusion et perspectives

Grâce à un ensemble de simulations, nous avons pu mettre en évidence, dans ce travail, une forte dépendance croissante du paramètre de contraste de la squelettisation par amincissement paramétré local avec l'amplitude du bruit. Sous l'hypothèse de niveaux de gris gaussiens et dans le cas du critère  $\lambda$ -crête, nous avons pu établir une relation linéaire liant l'amplitude du bruit et le paramètre de contraste. Le coefficient de proportion entre ces deux paramètres est cependant dépendant de  $n$ , nombre de pixels dans les zones sombres à fusionner. Ceci implique donc une détermination locale du paramètre  $\lambda$  dont l'implémentation reste à tester et à comparer à une approche globale autant en terme de qualité que de temps calcul. Par ailleurs, une proposition de critère objectif de la qualité de la squelettisation est l'une de nos principales préoccupations dans la poursuite de ce travail. On envisage ici la piste de la distance de Hausdorff [3] définie pour calculer la distance entre deux parties connexes binaires.

## Références

- [1] Couprie, M., Bezerra, N., Bertrand, G. (1999) *Grayscale image processing using topological operators*, SPIE Vision Geometry VIII., 3811, 261–272.
- [2] Rosenfeld, A. (1970) *Connectivity in digital pictures*, Journal of the ACM, 146–160.
- [3] Soille, P.(1999) *Morphological Image Analysis : Principles and Applications*, Springer-Verlag, 139-152.
- [4] Soille, P.(2002) *Order independent homotopic thinning for binary and grey tone anchored skeletons*, Pattern Recognition Letters, 23, 687–702.
- [5] Serra, J.(1982) *Image analysis and mathematical morphology*,Academic Press, London.
- [6] Beucher, S.(1990) *Segmentation d'images et morphologie mathématique*, PhD Thesis, Ecole des Mines de Paris.
- [7] Bertrand, G., Couprie, M. (2007) *Transformations topologiques discrètes*, Géométrie discrète et images numériques, Hermès, 187–209.
- [8] Lecoutre, JP., Tassi, P. (1987) *Statistique non paramétrique et robustesse*, Economica, 140–238.