

QUERELLE DE VOISINAGE CHEZ LES PLANS EN CROSS-OVER

Pierre Druilhet

*Laboratoire de mathématiques UMR CNRS 6620
Université Blaise Pascal, Campus des Cézeaux 63177 Aubière cedex*

Résumé L'article fondateur de Kushner (1997) a révolutionné l'étude des plans en cross-over, permettant d'obtenir des plans optimaux ou ayant une bonne efficacité pour des modèles plus riches que précédemment. Nous présentons une généralisation de ces méthodes obtenus à partir de résultats de Gaffke (Pukelsheim (1993) et nous nous comparons les résultats obtenus dans différentes situations.

Abstract

The seminal paper by Kushner (1997) introduce new methods to derive optimal approximate cross-over designs. We present a generalisation of these methods and compares results obtained in several situations

Texte

Jusque dans les années 1990, les plans en cross-over ainsi que les plans d'expériences spatiaux avec effets de compétition entre traitements étaient construits par des méthodes algébriques : carrés latins complets, plans circulaires équilibrés pour les voisinages, plans uniformément équilibrés etc. Les caractéristiques recherchées de ces plans étaient

- (p1) d'être des plans en blocs complets ou incomplets équilibrés,
- (p2) de ne pas avoir de traitement précédé par lui-même (ou voisin de lui-même dans le context spatial),
- (p3) d'avoir chaque traitement précédé le même nombre de fois par chaque autre traitement.

Il est relativement facile de montrer que ce type de plans est optimal parmi les plans de même taille n'ayant pas de traitement précédé par lui même. Lorsque l'on relâche cette contrainte, les propriétés d'optimalité ne sont plus toujours valides, surtout lorsque le nombre de sujets (ou de blocs) est grand.

Les méthodes introduites initialement par Kushner (1997, 1998), puis Kunert et Martin (2000) ont radicalement changer l'approche, puisque ce sont des procédures d'optimisation qui permettent de construire des plans optimaux approchés et d'en déduire des plans exacts ayant une bonne efficacité.

Considérons par exemple le modèle suivant

$$y_{i,j} = \beta_i + \tau_{d(i,j)} + \lambda_{d(i,j-1)} + \varepsilon_{ij}$$

où $d(i, j)$ est le traitement appliqué sur le sujet i pendant la période j , β_i est l'effet du sujet i , τ_k est l'effet du traitement k , λ_k est l'effet rémanent du traitement k et ε_{ij} sont les erreurs résiduelles i.i.d. . Kunert (1984) et Druilhet (1997) ont montré que des plans ayant des propriétés de type (p1), (p2) et (p3) étaient optimaux pour l'estimation des effets traitements lorsque le nombre de sujets était petit. Kunert et Martin (2000) et Bailey et Druilhet (2004) ont obtenus des plans optimaux approchés pour les effets traitements, resp. les effets totaux, lorsque le nombre de sujets était relativement grand. Dans les deux cas, ces plans ne vérifiaient aucune des propriétés (p1), (p2) ou (p3)

Prenons maintenant le modèle

$$y_{i,j} = \beta_i + \tau_{d(i,j)} + \lambda_{d(i,j-1)} + \chi_{d(i,j-1),d(i,j)} + \varepsilon_{ij}$$

où $\chi_{k,l}$ est un terme d'interaction partiel entre traitement et effet résiduel valant 0 si le traitement n'est pas précédé par lui-même. Dans ce cas là, Kunert et Stufken (2002) ont obtenu des plans optimaux approchés et exacts vérifiant (p1), (p2) et (p3) lorsque l'on s'intéresse aux effets traitements. Dans le cas où ce sont les effets totaux qui deviennent les paramètres d'intérêt, les plans précédents ont une efficacité égale à 0 et les plans optimaux sont des plans ayant des traitements précédés par eux-mêmes.

Conclusion

Les exemples proposés montrent que les plans en cross-over optimaux sont sensibles à la fois au modèle et aux paramètres d'intérêt.

Bibliographie

- Bailey, R. A. et Druilhet, P. (2004) Optimality of neighbor-balanced designs for total effects. *Ann. Statist.* 32 , no. 4, 1650–1661.
- Druilhet, P. et Tinsson, W. (2009), Optimal cross-over designs for model with partial interaction, *Biometrika*, 96, 977- 690.
- Druilhet, P. (1999) Optimality of neighbour balanced designs. *J. Statist. Plann. Inference* 81 no. 1, 142–152.
- Kushner, H. B. (1997) Optimal repeated measurements designs: the linear optimality equations. *Ann. Statist.* 25 no. 6, 2328–2344.
- Kushner, H. B. (1998) Optimal and efficient repeated-measurements designs for uncorrelated observations. *J. Amer. Statist. Assoc.* 93 no. 443, 1176–1187.
- Kunert, J. et Martin, R. J.(2000) On the determination of optimal designs for an interference model. *Ann. Statist.* 28 no. 6, 1728–1742.

Kunert, J. et Stufken (2002) J. Optimal crossover designs in a model with self and mixed carryover effects. *J. Amer. Statist. Assoc.* 97 no. 459, 898–906.

Pukelsheim, F. (1993) *Optimal design of experiments*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics: Probability and Mathematical Statistics.