Régression quantile spatiale localement linéaire

Marc Hallin, Zudi Lu, Keming Yu

Régression quantile localement linéaire Spatiale

Marc Hallin
Université Libre de Bruxelles

Abstract

Soit $\{(Y_{\mathbf{i}}, \mathbf{X}_{\mathbf{i}}), \mathbf{i} \in \mathbb{Z}^N\}$ un processus spatial stationnaire de dimension $(d+1)$. On note $\mathbf{x} \mapsto q_p(\mathbf{x})$, $p \in (0,1)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, la fonction de régression quantile spatiale d'ordre p, caracterisée par $\mathrm{P}\{Y_{\mathbf{i}} \leq q_p(\mathbf{x}) | \mathbf{X}_{\mathbf{i}} = \mathbf{x}\} = p$. On suppose que le processus a été observé sur un domaine spatial rectangulaire N-dimensionnel, de la forme $\mathcal{I}_{\mathbf{n}} := \{\mathbf{i} = (i_1, \ldots, i_N) \in \mathbb{Z}^N | 1 \leq i_k \leq n_k, k = 1, \ldots, N\}$, où $\mathbf{n} = (n_1, \ldots, n_N) \in \mathbb{Z}^N$. Nous proposons un estimateur localement linéaire de q_p, généralisant aux champs aléatoires avec dépendance spatiale complexe et non spécifiée les méthodes de régression quantile considérées dans le contexte des observations indépendantes ou des séries temporelles. Sous des conditions très générales, nous obtenons une représentation de Bahadur pour les estimateurs de q_p et de ses dérivées premières, à partir de laquelle nous établissons leur convergence et leur normalité asymptotique. Le processus spatial est soumis à des hypothèses de mélange qui généralisent les concepts chronologiques habituels. La taille du domaine rectngulaire $\mathcal{I}_{\mathbf{n}}$ peut tendre vers l'infini selon des taux non isotropes. La méthode fournit sur la dépendance entre Y et les régresseurs $\mathbf{X}$ des renseignements beaucoup plus riches que les traditionnelles méthodes de régression linéaire généralement adoptées dans le domaine de la modélisation spatiale.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec Zudi Lu (University of Adelaide) et Keming Yu (Brunel University).

Mots-clés : Champs aléatoires, Régression quantile, représentation de Bahadur, Estimation localement linéaire.

Références

Hallin, M., Lu, Z. and Yu, K. (2009). Local linear spatial quantile regression. *Bernoulli* **15**, 659-686.

Local Linear Spatial Quantile Regression

Abstract

Let $\{(Y_{\mathbf{i}}, \mathbf{X}_{\mathbf{i}}), \mathbf{i} \in \mathbb{Z}^N\}$ be a stationary real-valued $(d+1)$-dimensional spatial process. Denote by $\mathbf{x} \mapsto q_p(\mathbf{x})$, $p \in (0,1)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, the spatial quantile regression function of order p, characterized by $\mathrm{P}\{Y_{\mathbf{i}} \leq q_p(\mathbf{x}) | \mathbf{X}_{\mathbf{i}} = \mathbf{x}\} = p$. Assume that the process has been observed over an N-dimensional rectangular domain of the form $\mathcal{I}_{\mathbf{n}} := \{\mathbf{i} = (i_1, \ldots, i_N) \in \mathbb{Z}^N | 1 \leq i_k \leq n_k, k = 1, \ldots, N\}$, with $\mathbf{n} = (n_1, \ldots, n_N) \in \mathbb{Z}^N$. We propose a local linear estimator of q_p extending to random fields with unspecified and possibly highly complex spatial dependence structure the quantile regression methods considered in the context of independent samples or time series. Under mild regularity assumptions, we obtain a Bahadur representation for the estimators of q_p and its first order derivatives, from which we establish consistency and asymptotic normality. The spatial process is assumed to satisfy general mixing conditions, generalizing classical time-series mixing concepts. The size of the rectangular domain $\mathcal{I}_{\mathbf{n}}$ is allowed to tend to infinity at different rates depending on the direction in $\mathbb{Z}^N$ (non-isotropic asymptotics). The method provides much richer information than the mean regression approach considered in most spatial modelling techniques.