



# Quelques applications de l'auto-similarité stochastique

Loic Chaumont

► **To cite this version:**

Loic Chaumont. Quelques applications de l'auto-similarité stochastique. Journées MAS et Journée en l'honneur de Jacques Neveu, Aug 2010, Talence, France. <inria-00496726>

**HAL Id: inria-00496726**

**<https://hal.inria.fr/inria-00496726>**

Submitted on 1 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

Session organisée par **Loïc Chaumont**

L'autosimilarité est la propriété qu'ont certains processus stochastiques de préserver leur loi après un changement d'échelle des temps. Celle-ci est présente dans tous les domaines des probabilités et offre de multiples champs d'application. Certaines classes de processus autosimilaires dont le mouvement brownien est un représentant commun, satisfont à des propriétés fractionnaires ou multifractionnaires qui sont appliquées à la modélisation de phénomènes physiques fractals. D'autres classes possèdent des propriétés markoviennes, homogènes ou inhomogènes et sont étroitement liées aux processus de Lévy par des transformations trajectorielles, d'où leur importance à la fois sur le plan théorique et appliqué. La représentation dans le cas autosimilaire d'objets tels que les arbres aléatoires et les processus de fragmentation se fait généralement à l'aide de processus autosimilaires markoviens. L'évolution de Löwner stochastique et ses applications à la percolation constituent également un exemple fondamental dans lequel la propriété d'autosimilarité intervient de manière prédominante.

Cette session a pour but de présenter les développements récents réalisés par quelques jeunes chercheurs, de certains aspects de l'autosimilarité stochastique tels que les champs gaussiens anisotropiques, la fragmentation autosimilaire, le mouvement brownien conditionné à rester dans un cône et les processus de Lévy stables.

### *Références :*

- [1] G. SAMORODNITSKY AND M.S. TAQQU : Stable non-Gaussian random processes. *Chapman & Hall*, New York, 1994.
- [2] P. EMBRECHTS AND M. MAEJIMA : Selfsimilar processes. *Princeton University Press*, Princeton, NJ, 2002.

### *Adresse de l'organisateur :*

Loïc CHAUMONT

LAREMA

Université d'Angers, Faculté des Sciences

2, boulevard Lavoisier

49045 Angers Cedex 01 France

E-mail : [loic.chaumont@univ-angers.fr](mailto:loic.chaumont@univ-angers.fr)

[<http://math.univ-angers.fr/perso/chaumont/>](http://math.univ-angers.fr/perso/chaumont/)

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

## **Autosimilarité et anisotropie : applications en imagerie médicale**

par **Hermine Biermé**

En imagerie médicale, de nombreux auteurs ont cherché à caractériser la rugosité des textures observées par la dimension fractale des images. Le modèle stochastique du champ brownien fractionnaire, dont le paramètre de Hurst caractérise l'ordre d'autosimilarité et la dimension fractale, apparaît donc comme un modèle incontournable dans ce type d'étude. Cependant il ne permet pas de rendre compte de l'anisotropie des textures alors que celle-ci peut être une caractéristique importante pour l'aide au diagnostic. Nous considérons donc des généralisations anisotropes de ce modèle. Nous cherchons alors à adapter l'inférence statistique développée dans le cadre isotrope à notre contexte, ce qui nous permet en particulier de mettre en évidence l'anisotropie de certaines images médicales.

*Adresse :*

Hermine BIERMÉ

MAP5

Université Paris Descartes,

45, rue des Saints-Pères, 75006 Paris

E-mail : `prenom.nom@univ.fr`

`<http://www.math-info.univ-paris5.fr/~bierme/>`

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

## **Les fragmentations et une application possible en industrie minière.**

par Joaquín Fontbona, Marc Hoffmann, **Nathalie Krell** et Servet Martínez

Dans une première partie j'exposerai le modèle probabiliste que sont les fragmentations : un processus de branchement auto-similaire. Dans la suite je présenterai une application possible. En effet le processus de fragmentation permet de modéliser le concassage du minerai dans l'industrie minière. Après une présentation du modèle j'exposerai un travail en collaboration avec Joaquín Fontbona et Servet Martínez sur la minimisation du coût énergétique d'une succession de fragmentations. Sachant que les caractéristiques nécessaires au calcul du coût énergétique ont été estimées dans un contexte statistique dans une collaboration avec Marc Hoffmann que j'évoquerai brièvement.

*Adresses :*

Joaquín FONTBONA

Departemento de Ingeniera Matematica Universidad de Chile  
Blanco Encalada N° 2120,  
5° piso, Santiago - Chile  
E-mail : [fontbona@dim.uchile.cl](mailto:fontbona@dim.uchile.cl)

Marc HOFFMANN

Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées  
3, avenue Pierre Larousse  
92245 Malakoff Cedex  
E-mail : [Marc.Hoffmann@ensae.fr](mailto:Marc.Hoffmann@ensae.fr)

Nathalie KRELL

IRMAR, Université Rennes 1  
Campus de Beaulieu Bâtiment 22, Bureau 305  
35042 Rennes Cedex  
E-mail : [nathalie.krell@univ-rennes1.fr](mailto:nathalie.krell@univ-rennes1.fr)  
<<http://perso.univ-rennes1.fr/nathalie.krell/>>

Servet MARTÍNEZ

Departemento de Ingeniera Matematica Universidad de Chile  
Blanco Encalada N° 2120,  
7° piso, Santiago - Chile  
E-mail : [smartine@dim.uchile.cl](mailto:smartine@dim.uchile.cl)

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

## **Un théorème limite central pour des marches aléatoires dans des cônes du plan.**

par **Rodolphe Garbit**

Le méandre d'un cône de l'espace euclidien est un processus obtenu à partir du mouvement brownien en le conditionnant à rester dans ce cône durant une unité de temps. Lorsque le cône est un demi-espace, on retrouve le méandre brownien usuel. Nous montrerons qu'une marche aléatoire conditionnée à rester dans un cône du plan converge en loi vers le méandre correspondant si et seulement si la queue de la loi du temps de sortie du cône est à variation régulière. Cette condition est satisfaite dans de nombreuses situations.

*Adresse :*

Rodolphe GARBIT

LAREMA

Université d'Angers, Faculté des Sciences

2, Boulevard Lavoisier, 49045 Angers Cedex 1, France

E-mail : [garbit.rodolphe@gmail.com](mailto:garbit.rodolphe@gmail.com)

<<http://rodolphe-garbit.comuf.com/>>

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.

**Autour de la théorie des fluctuations pour des processus de Lévy stables d'indice supérieur à 1.**

par **Fernando Cordero**

Je vais commencer par énoncer un résultat classique de la théorie des fluctuations pour un processus de Lévy  $X$ . Je montrerai comment à partir de ce résultat, on peut trouver une formule pour la transformée de Laplace conjointe du premier temps de passage du processus  $X$  au dessus d'une barrière  $x$  et sa position à cet instant. On montre dans le cas stable, comment on peut retrouver la loi de  $X$  en cet instant de passage, à l'aide de la formule obtenue précédemment. Pour cela, on s'appuiera sur des résultats asymptotiques obtenus à l'aide de la propriété de scaling. On verra apparaître une variable aléatoire limite qui semble être bien liée à des questions concernant l'absolue continuité du supremum du processus  $X$ .

*Adresse :*

Fernando CORDERO

Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires

Université Paris 6

175, rue du Chevaleret

4ème étage, bureau 4D1. 75013, Paris.

E-mail : [cordiery@gmail.com](mailto:cordiery@gmail.com)

Session : Quelques applications de l'auto-similarité stochastique.