



# Matrices aléatoires et applications

Mylène Maïda

► **To cite this version:**

Mylène Maïda. Matrices aléatoires et applications. Journées MAS et Journée en l'honneur de Jacques Neveu, Aug 2010, Talence, France. <inria-00496747>

**HAL Id: inria-00496747**

**<https://hal.inria.fr/inria-00496747>**

Submitted on 1 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Matrices aléatoires et applications

Session organisée par Mylène Maïda

L'étude des matrices aléatoires de grande taille et de leurs propriétés spectrales est devenu un champ très large des probabilités, en étroite interaction avec de nombreux domaines applicatifs. Pour se faire une idée de la diversité des outils mathématiques mis en jeu, on pourra consulter la récente monographie [1] tandis que le projet [2] recense des applications et des techniques d'étude, notamment issues de la physique.

Cette session sera l'occasion de présenter quelques aspects mathématiques de ce vaste sujet, comme l'étude des valeurs propres extrémales, les propriétés d'entrelacement ou les aspects dynamiques des modèles matriciels et permettra également d'évoquer les liens avec la théorie de l'information et les communications numériques.

### *Références :*

- [1] *An Introduction to Random Matrices*, G. Anderson, A. Guionnet, O. Zeitouni (2009) Cambridge University Press.
- [2] *The Oxford handbook of Random Matrix Theory*, edited by G. Akemann, J. Baik, and P. Di Francesco, to be published by Oxford University Press

### *Adresse de l'organisateur :*

Mylène MAÏDA

Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Sud

Faculté des Sciences d'Orsay

Université Paris-Sud 11

91405 Orsay Cedex, France

E-mail : [mylene.maida@math.u-psud.fr](mailto:mylene.maida@math.u-psud.fr)

<<http://www.math.u-psud.fr/~maida/>>

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Matrices aléatoires et applications

## **Convergence et fluctuations des valeurs propres extrémales des matrices de Wigner déformées**

par Mireille Capitaine, **Catherine Donati-Martin** et Delphine Féral

Nous étudions le spectre de matrices aléatoires de Wigner perturbée additivement par une matrice déterministe de rang fini. Si la déformation n'affecte pas la mesure spectrale limite (loi semicirculaire), le comportement asymptotique des valeurs propres extrémales dépend de la perturbation. En particulier, pour certaines perturbations, la valeur propre maximale de la matrice de Wigner déformée converge vers une limite hors du support de la loi semicirculaire. Nous présenterons aussi des résultats sur les fluctuations des valeurs propres extrémales.

*Adresses :*

Mireille CAPITAINE

Institut de Mathématiques de Toulouse, Laboratoire de Statistique et Probabilités,  
Université Paul Sabatier  
118, Route de Narbonne  
31062 Toulouse Cedex 9  
E-mail : [mireille.capitaine@math.univ-toulouse.fr](mailto:mireille.capitaine@math.univ-toulouse.fr)  
<<http://www.math.univ-toulouse.fr/~capitain/>>

Catherine DONATI-MARTIN

Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, Université Pierre et Marie Curie  
Université Pierre et Marie Curie (P6) - Boîte courrier 188  
75252 Paris Cedex 05, France  
E-mail : [catherine.donati@upmc.fr](mailto:catherine.donati@upmc.fr)  
<<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/donati/donati.html>>

Delphine FÉRAL

Institut de Mathématiques de Bordeaux  
Université Bordeaux 1  
351, cours de la Libération  
33405 Talence Cedex  
E-mail : [Delphine.Feral@math.u-bordeaux1.fr](mailto:Delphine.Feral@math.u-bordeaux1.fr)

Session : Matrices aléatoires et applications

Session : Matrices aléatoires et applications

## **Analyse en grandes dimensions de tests d'hypothèses pour la détection d'émetteur**

par **Pascal Bianchi**, Mérouane Debbah, Mylène Maïda et Jamal Najim

Dans le cadre de la radio cognitive, on est amené à mettre en oeuvre des tests d'hypothèses permettant de détecter la présence d'une source inconnue dans un bruit thermique. On observe une série temporelle multivariée i.i.d. gaussienne, dont la dimension correspond au nombre de capteurs, et dont la matrice de covariance dépend de l'hypothèse considérée ( $H_1$  : présence d'une source,  $H_0$  : bruit seul). Nous étudions le test du rapport de vraisemblance généralisé (GLRT). Le GLRT consiste à rejeter l'hypothèse nulle lorsque la plus grande valeur propre de la matrice de covariance empirique, normalisée par la trace, excède un seuil. Nous analysons la performance de ce test en termes de courbe ROC (Receiver Operating Characteristic) dans le cas où la dimension  $K$  de la série et le nombre  $N$  d'observations tendent vers l'infini, et où le rapport  $K/N$  tend vers une constante. En étudiant les grandes déviations de la valeur propre maximale de matrices aléatoires "spiked", nous montrons que les erreurs de type I et II convergent exponentiellement vers zéro, et nous déterminons les exposants d'erreur. Avec les mêmes outils, nous évaluons les performances d'un test populaire en radio cognitive fondé sur le rapport des valeurs propres extrêmes et montrons que le GLRT est asymptotiquement uniformément plus puissant que ce dernier.

### *Adresses :*

Pascal BIANCHI  
Département TSI, Télécom Paris-Tech  
46 rue Barrault  
75013 Paris, France  
E-mail : [bianchi@telecom-paristech.fr](mailto:bianchi@telecom-paristech.fr)  
<<http://www.tsi.enst.fr/~bianchi/>>

Mérouane DEBBAH  
Chaire en Radio Flexible, SUPELEC  
Plateau de Moulon  
3 rue Joliot-Curie  
91192 Gif-sur-Yvette Cedex  
E-mail : [merouane.debbah@supelec.fr](mailto:merouane.debbah@supelec.fr)  
<[http://www.supelec.fr/342\\_p\\_14392/prof-merouane-debbah.html](http://www.supelec.fr/342_p_14392/prof-merouane-debbah.html)>

Session : Matrices aléatoires et applications

Journées MAS 2010, Bordeaux

Mylène MAÏDA

Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Sud

Faculté des Sciences d'Orsay

Université Paris-Sud 11

91405 Orsay Cedex, France

E-mail : [mylene.maida@math.u-psud.fr](mailto:mylene.maida@math.u-psud.fr)

<<http://www.math.u-psud.fr/~maida/>>

Jamal NAJIM

Département TSI, Télécom Paris-Tech

46 rue Barrault

75013 Paris, France

E-mail : [najim@telecom-paristech.fr](mailto:najim@telecom-paristech.fr)

<<http://www.tsi.enst.fr/~najim/>>

Session : Matrices aléatoires et applications

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Matrices aléatoires et applications

## **Matrices aléatoires et particules en interaction**

par **Manon Defosseux**

De nombreux travaux font état de liens entre certains modèles de particules en interaction et des modèles de matrices aléatoires (cf. les travaux de Johansson, Okounkov et Reshetikhin etc.). Nous présenterons quelques résultats connus mettant en jeu des matrices aléatoires de loi unitairement invariante (GUE, LUE, ...) ainsi que des généralisations à des modèles de matrices aléatoires de loi invariante par conjugaison par le groupe orthogonal ou symplectique (cf. Borodin, Warren etc.). Nous indiquerons comment ces derniers modèles sont liés à des modèles de particules en interaction avec mur.

*Adresse :*

Manon DEFOSSEUX

Mathématiques Appliquées à Paris 5, Université René Descartes

45 rue des Saints Pères

75270 Paris Cedex 06, France

E-mail : [manon.defosseux@laposte.net](mailto:manon.defosseux@laposte.net)

<<http://manon.defosseux.free.fr/>>

Session : Matrices aléatoires et applications

Journées MAS 2010, Bordeaux

Session : Matrices aléatoires et applications

## **Modèles matriciels unitaires**

par Benoît Collins, Alice Guionnet et **Edouard Maurel-Segala**

Nous présenterons dans cet exposé un travail réalisé avec Benoît Collins et Alice Guionnet sur le spectre de matrices unitaires en grande dimension. Notre but est d'étudier des modèles mêlant matrices déterministes et matrices unitaires dont la loi a une densité par rapport à la mesure de Haar. Nous verrons comment une étude générale de ces modèles peut être utilisée pour mieux comprendre l'intégrale d'Itzykson-Zuber, fondamentale dans les modèles à plusieurs matrices.

*Adresses :*

Benoît COLLINS

Department of Mathematics and Statistics, University of Ottawa

585 King Edward

Ottawa, ON

K1N 6N5

E-mail : [bcollins@uottawa.ca](mailto:bcollins@uottawa.ca)

<http://web5.uottawa.ca/www5/bcollins/index.htm>

Alice GUIONNET

U.M.P.A., Ecole Normale Supérieure de Lyon

46, allée d'Italie

69364 Lyon Cedex 07 - France

E-mail : [Alice.Guionnet@umpa.ens-lyon.fr](mailto:Alice.Guionnet@umpa.ens-lyon.fr)

<http://www.umpa.ens-lyon.fr/~aguionne/>

Edouard MAUREL-SEGALA

Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Sud

Faculté des Sciences d'Orsay

Université Paris-Sud 11

91405 Orsay Cedex, France

E-mail : [edouard.maurel-segala@math.u-psud.fr](mailto:edouard.maurel-segala@math.u-psud.fr)

<http://www.math.u-psud.fr/~emaurel/>

Session : Matrices aléatoires et applications