Calcul de moments pour un réseau de fissures unidirectionnel

Pierre Vallois, Pierre Calka, André Mézin

Session : Modèles probabilistes pour l'initiation et la propagation de fissures

Calcul de moments pour un réseau de fissures unidirectionnel

par **Pierre VALLOIS**, Pierre CALKA et André MEZIN

On considère un réseau de fissures sur un segment $[0, L]$ et on suppose que le phénomène de fissuration a lieu sans relaxation de contrainte. La localisation de la i-ième fissure a lieu en X_i et est aléatoire.

1) Dans

Mézin A. et Vallois P., *Statistical Analysis of Unidirectional Multicracking of Coatings by a Two-Dimensional Poisson Process*, Mathematics and Mechanics of Solids, 5, 417-440, 2000,

il est montré que le nombre $\tau := N^{\epsilon}([0, L])$ de fissures se formant sur $[0, L]$ est une v.a. de Poisson de paramètre $LF(\epsilon)$, où $F(\epsilon)$ est la probabilité de rupture lorsque la contrainte appliquée est ϵ. De plus, pour tout entier k, il a été calculé $E(\widetilde{M}_{k,\tau}|\tau \geq 2)$, où

$$\widetilde{M}_{k,\tau} := \frac{\widetilde{m}_{k,\tau}}{(\widetilde{m}_{1,\tau})^k} \tag{1}$$

$$\widetilde{m}_{l,\tau} := \frac{1}{\tau}\sum_{i=1}^{\tau-1} (X_{(i+1)} - X_{(i)})^l, \quad (l\ \textit{entier}), \tag{2}$$

et $X_{(1)}, \cdots, X_{(\tau)}$ est le ré-arrangement croissant de $X_1, \cdots, X_\tau$.

2) Il est en fait plus intéressant, d'un point de vue physique, de considérer le moment d'ordre k assocé à un nombre fixé n de fissures et de prendre en compte les "bords" (i.e. sommer dans (2) de $i = 0$ à $i = n$) :

$$M_{k,n} := \frac{(n+1)^{k-1}}{L^k}\sum_{i=0}^{n} (X_{(i+1)} - X_{(i)})^k,$$

avec $X_{(0)} := 0$ et $X_{(n+1)} := L$.

On s'intéresse à la suite $(M_{k,n}, n \geq 2)$. On calcule en particulier l'espérance et la variance de $M_{k,n}$. On étudie également la convergence au premier et au second ordre de $(M_{k,n}, n \geq 2)$.

Journées MAS 2010, Bordeaux

Adresses :

Pierre VALLOIS
Institut Elie Cartan, Nancy-Université, CNRS, INRIA,
Boulevard des Aiguillettes, B.P. 239,
F54506 Vandoeuvre les Nancy Cedex
E-mail : `vallois@iecn.u-nancy.fr`

Pierre CALKA
Université Paris Descartesk, MAP5
45, rue des Saints-Pères
75270 Paris Cedex 06
E-mail : `pierre.calka@mi.parisdescartes.fr`
<`http://www.math-info.univ-paris5.fr/~calka/`>

André MEZIN
Laboratoire de Sciences et Génie des Surfaces, U.M.R. CNRS 7570
Ecole des Mines de Nancy
Parc de Saurupt - CS 14234
F-54042 NANCY CEDEX
E-mail : `Andre.Mezin@mines.inpl-nancy.fr`
<`http://www.math-info.univ-paris5.fr/~calka/`>