

Un réseau bayésien pour la détection de fautes dans un procédé multivarié

Sylvain Verron, Teodor Tiplica, Abdessamad Kobi

► **To cite this version:**

Sylvain Verron, Teodor Tiplica, Abdessamad Kobi. Un réseau bayésien pour la détection de fautes dans un procédé multivarié. Actes du congrès Qualita (QUALITA'07), 2007, Tanger, Maroc. 2007. <inria-00517042>

HAL Id: inria-00517042

<https://hal.inria.fr/inria-00517042>

Submitted on 13 Sep 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UN RESEAU BAYESIEN POUR LA DETECTION DE FAUTES DANS UN PROCEDE MULTIVARIE

VERRON Sylvain, TIPLICA Teodor, KOBİ Abdessamad

*LASQUO/ISTIA / Université d'Angers, 62, avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France
02.41.22.65.80, sylvain.verron@istia.univ-angers.fr*

Résumé :

L'objectif de cet article est de présenter une méthode permettant la détection de fautes d'un procédé multivarié. Cette méthode se base sur l'utilisation d'un réseau bayésien afin de suivre l'évolution temporelle du procédé. Le nœud de classe du réseau représente alors l'état de notre procédé (sous contrôle ou hors-contrôle) en terme de probabilité, alors que les autres nœuds sont une représentation des valeurs du procédé pour différents instants. Un seuil probabiliste est fixé par simulation afin de respecter un taux donné de fausses alarmes. Ce seuil permet alors de conclure sur l'état du procédé. La méthode est évaluée par le biais de simulation afin de pouvoir analyser et comparer ses performances à celles des principes de détection usuels que sont les cartes de contrôle multivariées T^2 de Hotelling et MEWMA.

Abstract:

The purpose of this article is to present a method for the fault detection of a multivariate process. This method is based on the utilization of a bayesian network in order to monitor the process evolution. The class node of the network corresponds to the state of the process (in control or out of control) in probability term. The other nodes correspond to the process values for different instants. A threshold is fixed with simulation so as to respect a given false alarm rate. This threshold permits to conclude on the process state. The method is evaluated with simulations in order to analyze and compare his performances to other multivariate control charts T^2 of Hotelling and MEWMA.

Mots clés : MSP, multivariés, détection, réseau bayésien, T^2 , MEWMA

Keywords: SPC, multivariate, detection, bayesian network, T^2 , MEWMA

1. Introduction

Parmi les méthodes de diagnostic externe de défaillances [Zwingelstein], spécialisées dans la phase de détection, on trouve généralement les cartes de contrôles. Celles-ci sont très utilisées en industrie et ont pour but de surveiller le centrage ou la dispersion du procédé. Cependant, les cartes de contrôle classiques : \bar{X} , R, S, EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), CUSUM (CUmulative SUM), ne peuvent suivre qu'une caractéristique à la fois [Montgomery]. Ce sont des cartes de contrôle univariées. Or, de nos jours la qualité des produits est devenue un élément clé de la réussite des entreprises. Celles-ci ne peuvent donc plus se permettre d'approximer la qualité d'un produit par une seule de ses caractéristiques. C'est pourquoi des cartes de contrôle multivariées ont été mises au point, la plus connue étant la carte T^2 de Hotelling [Hotelling].

Ces cartes sont relativement efficaces pour détecter une faute dans un procédé multivarié. La faute peut être un changement de moyenne au niveau d'une ou plusieurs variables. Par exemple, on peut avoir une faute de type saut en échelon (défaillance d'un capteur, changement de matières premières, changement d'opérateur, décalibrage d'un outil de mesure, etc) ou de type dérive (usure d'outil, variation de conditions environnementales, etc). L'inconvénient des cartes de contrôle multivariées est l'absence d'indication concernant la cause d'une faute détectée, ce qui les rend difficilement exploitables en milieu industriel. Afin de diagnostiquer la cause d'une faute, beaucoup d'approches ont été mises au point [Tiplica]. Mais, il semble intéressant d'avoir sur un seul et même outil la possibilité de détecter les fautes et de les diagnostiquer. Diverses approches ont déjà proposées afin de réaliser le diagnostic de situation hors

contrôle, on peut par exemple citer les réseaux de neurones, ou bien les approches par reconnaissance de forme [Zwingelstein]. Dans cette dernière catégorie, l'utilisation de réseaux bayésiens pour le diagnostic semble une approche intéressante [Verron a, Verron b]. En effet, l'apprentissage de tels réseaux est beaucoup plus rapide que celui de réseaux neuronaux et permet ainsi d'inclure l'apprentissage du système en temps réel. L'utilisation de réseaux bayésiens peut également permettre d'estimer la fiabilité au cours du temps de systèmes dynamiques complexes [Boudali][Weber]. Nous allons dans cet article étudier la possibilité d'effectuer la détection de faute dans un procédé multivarié grâce à un réseau bayésien. Ceci pourrait alors déboucher sur une synthèse de la détection et du diagnostic de faute dans un seul et même outil : un réseau bayésien.

L'article est structuré de la manière suivante : dans le second paragraphe nous passons en revue quelques principes de base de la Maîtrise Statistique des Procédés (MSP) et notamment l'utilisation des cartes de contrôle multivariées pour la détection des fautes ; le troisième paragraphe décrit la méthode proposée pour effectuer la détection par réseau bayésien ; le quatrième paragraphe est une évaluation de la méthode proposée et une comparaison avec les cartes T^2 et MEWMA ; les conclusions et les perspectives sont énoncées dans le dernier paragraphe.

2. Principes de détection classiques

2.1. La carte T^2 de Hotelling

Les premiers travaux concernant la détection des fautes dans le cadre des procédés multivariés débutent en 1947 avec les travaux de Hotelling [Hotelling]. Il a été le premier à proposer une carte de contrôle multivariée basée sur la notion de distance statistique. Pour un procédé à p variables et en utilisant les notations matricielles, on peut écrire la statistique T^2 sous la forme suivante :

$$T^2 = (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \quad (1)$$

où : \mathbf{X} est le vecteur d'observations de taille $1 \times p$, $\boldsymbol{\mu}$ est le vecteur des moyennes de taille $1 \times p$, $\boldsymbol{\Sigma}$ est la matrice de variance-covariance de taille $p \times p$. Comme on peut le voir dans l'équation (1.), le calcul de la statistique T^2 nous donne un scalaire. On va pouvoir représenter l'évolution de cette statistique dans le temps et en ajoutant une limite de contrôle on obtient alors la carte T^2 de Hotelling. Sur cette carte, chaque point représente la synthèse de l'information recueillie sur les p variables. La faute est détectée lorsqu'un point sur la carte dépasse la limite de contrôle. Pour les calculs concernant les limites de contrôle, on peut consulter l'ouvrage de Montgomery [Montgomery].

2.2. La carte MEWMA

Tout comme la carte \bar{X} , l'inconvénient de la carte T^2 de Hotelling est sa sensibilité réduite pour la détection des fautes de faible amplitude. Pour remédier à cela d'autres cartes de contrôle ont été proposées : MEWMA (Multivariate EWMA) et MCUSUM (Multivariate CUSUM) [Pignatiello]. Ces cartes sont les analogues multivariés des cartes de contrôles EWMA et CUSUM. Le principe de la carte MEWMA [Lowry] est de prendre en compte l'évolution du procédé en attribuant un poids aux mesures passées. Il faut donc effectuer une transformation des données en appliquant l'équation récurrente (2.).

$$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\lambda} \mathbf{X}_t + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{Y}_{t-1} \quad (2.)$$

où $\boldsymbol{\lambda}$ est la matrice diagonale de pondération de taille $p \times p$, \mathbf{I} est la matrice identité de dimension $p \times p$, \mathbf{x}_t est le vecteur (de taille $1 \times p$) d'observation à l'instant t , $\mathbf{Y}_0 = \boldsymbol{\mu}$ est le vecteur (de taille $1 \times p$) des moyennes des p variables. Sur le même principe que la carte T^2 , on surveillera alors la statistique de l'équation (3.).

$$T_t^2 = (\mathbf{Y}_t)^T \Sigma_Y^{-1} (\mathbf{Y}_t) \quad (3.)$$

où \mathbf{Y}_t est le vecteur observation à l'instant t , Σ_Y^{-1} est l'inverse de la matrice de variance-covariance de \mathbf{Y}_t . Le procédé sera déclaré hors contrôle dès que T_t^2 dépassera une certaine limite h_M [Lowry].

Ces dernières années, de nombreuses méthodes ont été proposées afin de diagnostiquer l'origine d'une faute détectée sur une carte de contrôle multivarié. Une étude comparative de ces méthodes est effectuée dans [Tiplica]. Sans entrer dans les détails, on peut dire que ces méthodes reposent sur des approches multiples : détection de signatures de défauts, ACP/PSL (Analyse en Composantes Principales/Projection dans les Structures Latentes), décomposition de la statistique de Hotelling, régression multiple, pour ne citer que quelques exemples. Évidemment, il n'y a pas de solutions triviales à ce problème. Les méthodes proposées sont souvent complexes et nécessitent généralement beaucoup de temps et d'implication afin de diagnostiquer la provenance d'une faute. De plus, il semble intéressant de pouvoir contrôler un procédé par une approche intégrant à la fois la détection et le diagnostic des situations hors-contrôle. Plusieurs travaux [Verron a, Verron b] ont montré que les réseaux bayésiens pouvaient fournir un diagnostic correct des situations hors-contrôle d'un procédé. Il semble donc intéressant d'étudier si la détection de faute dans un procédé peut être réalisée de manière efficace par un réseau bayésien.

3. Méthode de détection par réseau bayésien

3.1. Les réseaux bayésiens

Un réseau bayésien est un graphe dans lequel chaque variable est un nœud pouvant prendre des valeurs discrètes ou continues [Naim]. Formellement, un réseau bayésien est un triplet $\{\mathbf{G}, \mathbf{E}, \mathbf{D}\}$ où :

$\{\mathbf{G}\}$ est un graphe acyclique orienté, $\mathbf{G}=(V,A)$, où V est l'ensemble des nœuds de \mathbf{G} , et A est l'ensemble des arcs de \mathbf{G} ,

$\{\mathbf{E}\}$ est un espace probabilisé fini (Ω, Z, p)

$\{\mathbf{D}\}$ est un ensemble de variables aléatoires associées aux nœuds du graphe et défini sur \mathbf{E} , tel que

$$p(V_1, V_2, \dots, V_n) = \prod_{i=1}^n p(V_i | C(V_i)) \quad (4.)$$

où $C(V_i)$ est l'ensemble des causes (parents) de V_i dans le graphe \mathbf{G} .

Tous les calculs effectués dans le réseau sont basés sur le théorème de Bayes (la notation $p(X)$ représente la probabilité d'occurrence de l'événement X , alors que la notation $p(X|Y)$ représente la probabilité d'occurrence de l'événement X sachant que l'événement Y s'est produit) :

$$p(X|Y) = \frac{p(Y|X) \times p(X)}{p(Y)} \quad (5.)$$

Certaines structures particulières de réseaux définissent les classificateurs par réseaux bayésiens. Un classificateur bayésien a pour particularité de posséder un nœud de classe codant les différentes classes du système. Les autres nœuds représentent les différentes variables du système (ou descripteurs). Les classificateurs bayésiens sont considérés comme des systèmes de reconnaissance de forme.

Le plus connu des classificateurs bayésiens est le réseau bayésien naïf (figure 1a). Ce réseau bayésien fait l'hypothèse d'indépendance des variables descriptives conditionnellement à la classe. Sous l'hypothèse de normalité de chaque descripteur, le réseau bayésien naïf établit une règle de classification identique à

une analyse discriminante quadratique diagonale. Pour palier au problème d'indépendance des variables, plusieurs approches ont été développées. On peut notamment citer les réseaux bayésiens naïfs augmentés (figure 1b). Ces réseaux bayésiens se basent sur un réseau bayésien naïf et ajoutent alors un arbre entre les descripteurs. Une approche semblant également intéressante est l'approche de Kononenko [Kononenko] qui regroupe plusieurs descripteurs dans un même nœud (figure 1c). L'hypothèse est faite que ce nœud suit alors une distribution normale multivariée (conditionnellement à la classe).

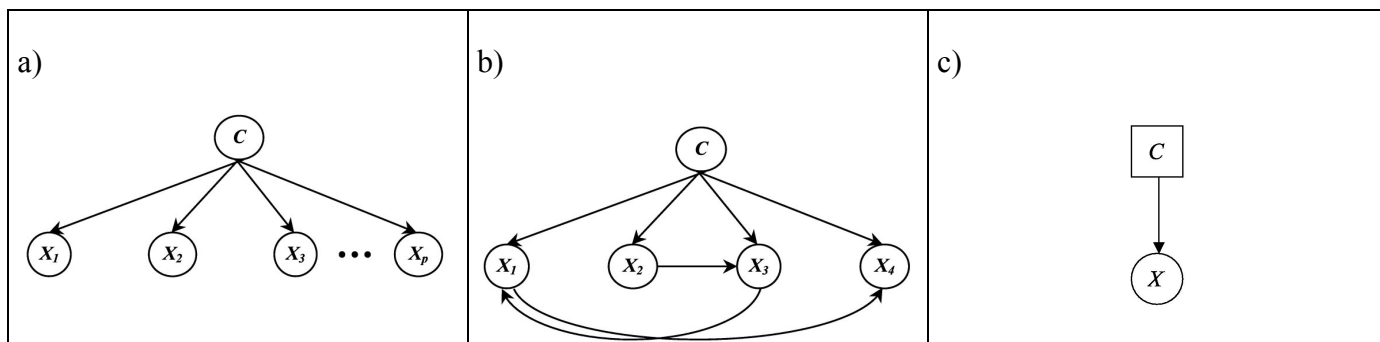


Figure 1. différents types de réseaux bayésiens pour la classification

3.2. Structure employée pour la détection

L'objectif de l'article est de présenter une méthode permettant d'effectuer la détection de fautes dans un procédé multivarié. La détection de fautes peut être vue comme un problème de classification. En effet, les données reçues des différents capteurs de mesure du procédé représentent les valeurs des variables descriptives du système. De plus, le système peut être dans deux classes de fonctionnement : sous contrôle ou hors-contrôle. La structure de notre réseau va posséder un nœud de classe (variable discrète) possédant deux modalités représentant alors l'état du système, sous contrôle ou hors contrôle, notées respectivement « SC » et « HC ». Afin de modéliser les différents descripteurs du système, nous utilisons une seule variable multivariée. Nous obtenons donc une structure similaire à celle de la figure 1c. Pour une meilleure adaptabilité du réseau à différents systèmes, nous allons supposer que les données multivariées Y du système sont préalablement centrées-réduites. On rappelle que pour des données multivariées le centrage et la réduction des données s'obtiennent par l'application de la formule (6).

$$X = \Sigma^{-1/2}(Y - \mu) \quad (6.)$$

Cette équation permet également d'enlever la corrélation entre les différentes variables. L'application de cette transformation sur un exemple en dimension 2 est donnée sur la figure 2.

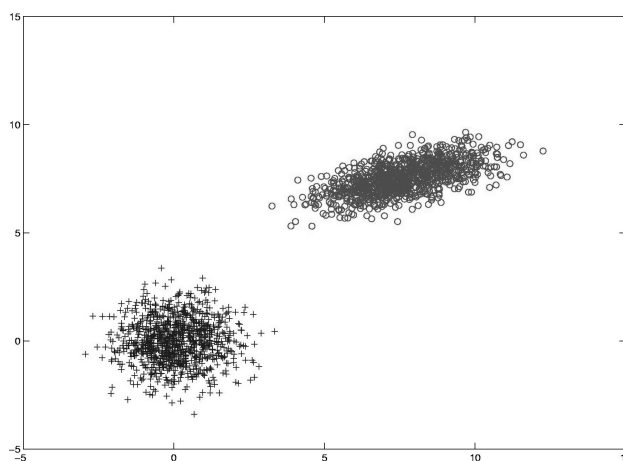


Figure 2. Exemple de la transformation des données

L'application de l'équation 6 permet donc de transformer toutes données normales multivariées $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ en données $N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ où $\mathbf{0}$ est le vecteur nul de taille identique à $\boldsymbol{\mu}$, et où \mathbf{I} est la matrice identité de taille identique à $\boldsymbol{\Sigma}$ ($\boldsymbol{\mu}$ et $\boldsymbol{\Sigma}$ ne seront estimés qu'une seule fois, au démarrage de la méthode de détection). La distribution régissant alors l'état « sous contrôle » sera $N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. Afin d'établir une frontière de décision entre les deux états du procédé, nous fixons la distribution de l'état « hors-contrôle » à $N(\mathbf{0}, c\mathbf{I})$, où c est un coefficient strictement supérieur à 1. Ces deux distributions vont donc avoir même centre ($\mathbf{0}$) et même forme (puisque $c\mathbf{I}$ est simplement un agrandissement d'échelle de la forme de \mathbf{I}). La différence entre les 2 états se traduit donc simplement en ces termes : la variabilité de l'état hors-contrôle (HC) est plus grande que celle de l'état sous contrôle (SC). On peut alors représenter les zones de classification des deux états du système pour un exemple bivarié (voir figure 3).

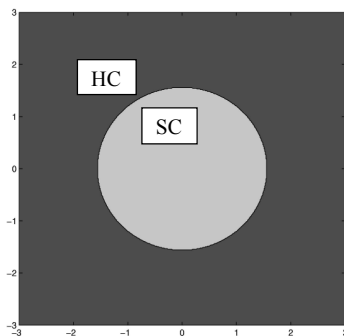


Figure 3. Exemple des zones de classification

Sur la figure 3, les zones de classification représentent les zones du plan où la probabilité de la modalité (SC ou HC) est la plus forte. Mais, afin de maîtriser correctement le procédé, il est usuel d'accepter $(1-\alpha)\%$ de population supposée sous contrôle, avec généralement $\alpha=0.01$ ou $\alpha=0.005$. Dans le cas de la figure 3, ce n'est pas le cas. Nous devons donc fixer un niveau d'acceptation na permettant de ne pas rejeter à tort des situations sous contrôle (fausses alertes). Ce seuil na est obtenu par simulation, afin de satisfaire à un nombre de fausse alerte donnée (on obtient ainsi une règle de décision équivalente à une carte T^2 de Hotelling). La structure de notre réseau permet de prendre en compte les données du système à un instant t . Mais, nous pouvons très facilement intégrer les données du système à l'instant $t-1$, $t-2$, etc. En effet, il suffit de rajouter un nœud multivarié représentant les données du système à l'instant voulu. Ainsi, nous allons construire notre réseau en prenant en compte h instants : l'instant présent t , ainsi que les $h-1$ derniers instants. La structure finale de notre réseau se composera donc d'un nœud de classe (C), relié à chaque nœud décrivant les données du système à un instant t \mathbf{X}_t (voir figure 4).

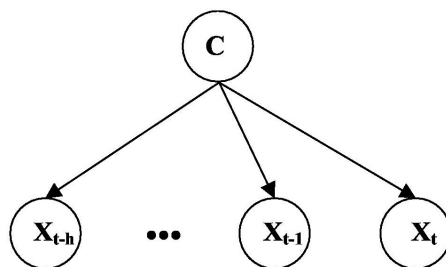


Figure 4. Structure finale du réseau

Cette structure va permettre de calculer les différentes probabilités des 2 modalités (SC et HC) du nœud de classe C , tel que défini dans l'équation (7.) suivante.

$$p(C | X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-h}) = \prod_{i=t-h}^{t-1} p(X_i | C) \quad (7.)$$

Il est également à signaler que, malgré l'intervention des données à plusieurs pas de temps, nous ne considérons pas réellement le classificateur comme un réseau bayésien dynamique. En effet, la considération d'indépendance des données entre chaque instant (hypothèse classique en MSP) fait que la variable X_{t-1} n'influencera pas la variable X_t .

4. Comparaison des performances des méthodes

Afin d'évaluer les performances de notre méthode de détection par réseau bayésien (RB), et de les comparer à d'autres principes de détection (cartes T^2 et MEWMA), nous avons choisi des données de simulation. L'indicateur de performances que nous avons choisi est la POM (Période Opérationnelle Moyenne). Cette POM représente la moyenne du nombre d'échantillon (de mesures) à prélever entre l'apparition physique d'une faute et sa détection. Le principe de simulation est simple, pour chaque cas nous avons simulé 500 signaux (de longueur 5000 échantillons) suivant une loi normale multivariée de p dimensions. Les h premiers échantillons du signal sont sous contrôle, alors qu'à partir de l'échantillon $h+1$, un saut d'amplitude k est introduit dans le signal. Nous avons distingué deux types de saut. Premièrement, le saut n'affecte qu'une seule variable, dans ce cas le saut est effectivement d'amplitude k sur la variable sélectionnée. Deuxièmement, le saut affecte p variables. Dans ce cas, l'amplitude k du saut sera distribuée sur chaque variable par un saut d'amplitude $\frac{k}{\sqrt{p}}$. Pour chaque simulation, le coefficient α

est fixé à 0.005, alors que le coefficient c est fixé à 1.5. Pour les cartes MEWMA, nous avons choisi un coefficient λ égal à 0.4 car cela permet de détecter correctement des sauts de faibles amplitudes, tout en gardant une POM raisonnable pour les sauts d'amplitude élevée.

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
T^2	194.986	115.688	42.982	15.646	6.504	3.566	2.132	1.540	1.214
RB	200.856	89.644	24.582	8.642	4.212	2.904	2.100	1.752	1.414
MEWMA	198.672	53.630	13.294	5.828	3.290	2.516	1.916	1.668	1.450

Tableau 1. POM pour $p=2$, $h=5$ et saut sur une seule variable ($na=0.457$)

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
T^2	202.656	124.746	42.924	16.762	6.568	3.728	2.294	1.496	1.210
RB	216.224	81.426	21.972	8.2120	4.630	3.382	2.478	1.978	1.614
MEWMA	214.262	51.058	13.222	5.440	3.366	2.452	2.026	1.690	1.476

Tableau 2. POM pour $p=2$, $h=10$ et saut sur une seule variable ($na=0.472$)

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	4	5
T^2	194.986	115.688	42.982	15.646	6.504	3.566	2.132	1.540	1.214
RB	200.856	89.644	24.582	8.642	4.212	2.904	2.100	1.752	1.414
MEWMA	198.672	53.63	13.294	5.828	3.290	2.516	1.916	1.668	1.450

Tableau 3. POM pour $p=10$, $h=10$ et saut sur une seule variable ($na=0.492$)

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	4	5
T^2	192.496	113.58	40.250	16.520	6.560	3.736	2.080	1.480	1.220
RB	191.332	88.352	25.532	8.614	4.146	2.926	2.100	1.656	1.392
MEWMA	192.89	51.924	12.620	5.762	3.314	2.494	1.944	1.680	1.416

Tableau 4. POM pour $p=2$, $h=5$ et saut sur p variables ($na=0.457$)

Les simulations ont été réalisées grâce au logiciel de calcul Matlab, ainsi que la toolbox Statistics associée. Les niveaux d'acceptation na ont été calculés avant les différentes simulations afin de respecter une certaine POM d'environ 200 lorsque le procédé est sous contrôle.

En observant les 4 tableaux, on peut observer que la carte MEWMA est la technique donnant les meilleurs résultats. Mais, la méthode proposée, basée sur l'utilisation du réseau bayésien, permet tout de même d'obtenir de meilleurs résultats qu'une carte T^2 . La méthode que nous proposons permet donc une détection relativement efficace de saut dans un procédé multivarié.

Les tableaux 1 et 2, nous montre l'influence de l'horizon h choisi. On voit bien que plus h va être faible, plus les sauts importants vont être détectés rapidement. Mais, plus h va être élevé, plus les sauts de faible amplitude vont être détectés rapidement. Ainsi, pour utiliser efficacement cette méthode, h devra être choisi en fonction de l'amplitude des sauts à détecter (tout comme le coefficient λ pour une carte MEWMA). Une étude plus approfondie concernant l'horizon h devra être menée afin de dresser un tableau permettant de trouver la valeur la plus approprié pour une amplitude de saut donnée.

Les résultats des tableaux 2 et 3 nous montrent l'influence du nombre p de variable du procédé. On voit alors que la méthode devient plus performante pour les sauts de forte amplitude mais moins performante pour les sauts de faible amplitude. Ainsi, les performances de la méthode proposée ne sont pas seulement fonction de h , mais aussi du nombre de variables. L'étude complémentaire évoquée précédemment devra donc également intégrer ce paramètre.

Finalement, en comparant les tableaux 1 et 4, on peut affirmer que notre méthode détecte aussi bien les sauts univariés (agissant sur une seule variable) que multivariés (agissant sur plusieurs variables).

5. Conclusions et perspectives

Dans cet article nous avons présenté une approche permettant d'effectuer la détection de fautes dans un procédé multivarié. Cette approche se base sur un réseau bayésien. Un nœud de classe permet de représenter l'état du système (sous contrôle ou hors-contrôle), alors que chacun des autres nœuds représente les données du système à un instant donné. Ainsi, le réseau bayésien possède une vision du système avec un horizon h . Les performances en terme de période opérationnelle moyenne ont été évaluées par simulation et comparées à deux cartes de référence dans le domaine de la détection de faute de procédé multivarié. Nous avons alors pu voir que les performances de notre méthode, bien qu'inférieures à la carte MEWMA, dépassent tout de même une carte T^2 . Nous avons également pu remarquer que les performances de notre méthode sont fonction du nombre de variable p du procédé, ainsi que de l'horizon h choisi. Une étude plus approfondie de l'influence de ces deux paramètres est donc nécessaire.

L'intérêt principal de cette méthode est qu'elle va pouvoir être étendue puisque le diagnostic de faute par réseau bayésien a déjà démontré son efficacité. Ainsi, la perspective passionnante qu'entraîne cette méthode est la mise au point d'un réseau bayésien complet qui permettrait à la fois la détection et le diagnostic de faute dans un procédé multivarié.

Références

[Boudali] Boudali, Dugan. *A discrete-time Bayesian network reliability modelling and analysis framework*. Reliability Engineering & System Safety, vol. 87, p337-349. 2005.

[Hotelling] Hotelling. *Multivariate Quality Control*. Techniques of Statistical Analysis, p111-184. 1947.

[Kononenko] Kononenko. *Semi-naive Bayesian classifier*. EWSL-91: Proceedings of the European working session on learning on Machine learning, p206-219. Porto, 1991.

[Lowry] Lowry, Woodall, Champ, Rigdon. *A multivariate exponentially weighted moving average control chart*. Technometrics, vol.34, p46-53. 1992.

[Montgomery] Montgomery. *Introduction to Statistical Quality Control Third Edition*. John Wiley and Sons. 1997.

[Naim] Naim, Willemin, Leray, Pourret, Becker. *Réseaux Bayésiens - 2ème édition*. Eyrolles. 2004.

[Pignatiello] Pignatiello, Runger. *Comparisons of Multivariate CUSUM Charts*. Journal of Quality Technology, vol.22, p173-186. 1990.

[Tiplica] Tiplica, Kobi, Barreau. *Synthèse et Comparaison des Méthodes pour la Maîtrise Statistique des Processus Multivariés*. Actes du congrès QUALITA, p134-142. Annecy, France, 2001.

[Verron a] Verron, Tiplica, Kobi. *Détection des fautes dans un procédé multivarié et aide au diagnostic par réseaux bayésiens naïfs*. Conférence Internationale en Métrologie, Casablanca, Maroc, 2006.

[Verron b] Verron, Tiplica, Kobi. *Fault diagnosis with bayesian networks: Application to the Tennessee Eastman Process*. IEEE International Conference on Industrial Technology, Mumbai, India, 2006.

[Weber] Weber, Jouffe. *Reliability modelling with Dynamic Bayesian Networks*. IFAC SafeProcess 2003. 2003.

[Zwingelstein] Zwingelstein. *Diagnostic des défaillances*. Ed. Hermes. 1995.